

文章编号: 1000-8152(2008)06-1158-05

不确定条件下生产调度问题的三阶段决策方法

丁 然, 李歧强, 郭庆强, 刘圆圆

(山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: 提出了一种可综合考虑多种不确定因素的生产调度问题三阶段决策方法. 首先分析了不确定条件下的生产调度的决策过程, 根据过程的特点将其分为基本调度、在线调整和补偿三个阶段; 对变量进行分类, 从而与3个阶段相对应; 分别建立了基于情景分析以及子问题最(近)优解的两种三阶段调度数学模型, 并给出了变量的处理方法和阶段性的模型求解方法, 来作为不同阶段的决策依据; 最后以化工批处理过程的短期调度为例, 说明了三阶段调度建模和决策过程的实现方法.

关键词: 不确定; 生产调度; 决策; 多阶段; 批处理

中图分类号: TB114.1 **文献标识码:** A

Three-stage decision method for production scheduling under uncertainty

DING Ran, LI Qi-qiang, GUO Qing-qiang, LIU Yuan-yuan

(School of Control Science and Engineering, Shan Dong University, Jinan Shandong 250061, China)

Abstract: A novel three-stage decision method considering multiple sorts of uncertainties for production scheduling is proposed. Firstly, the decision process for production scheduling under uncertainties is analyzed and divided into three stages, which are basic scheduling, on-line adjusting and recourse. Secondly, the variables are divided into three sorts according to the three stages. Then, two kinds of three-stage mathematical models based on scene-analysis and (approximate) optimal solution are presented, along with the methods for handling variables and solving the problem. These methods for solving problem by stages constitute the basis of the decision making. To illustrate the process of modeling and decision, a chemical batch process is considered as an example.

Key words: uncertainty; production scheduling; decision; multi-stage; batch process

1 引言(Introduction)

生产调度是CIMS和CIPS的一个重要组成部分, 是生产管理的核心和关键技术. 系统、全面、合理的生产调度方法不仅有助于提高企业的综合自动化水平, 而且可以为企业部门带来显著的经济效益^[1]. 随着对生产调度问题研究得不断深入, 人们逐渐发现现实世界中存在的不确定因素对生产过程和调度过程地影响不可忽略. 由于不确定因素的存在, 使得静态的优化调度很可能不能一直顺利执行, 而引起调整或者再调度的问题. B.Srinivasan指出, 工业环境中, 优化技术的应用瓶颈在于由于模型不匹配和干扰所造成的不确定性^[2]. 由于各种不确定性因素的存在, 使得应用确定性的模型很难取得预想的结果. 而且正是由于不确定性的存在, 经典的离线计算最优输入开环执行的方法一般不会产生最优的性能.

关于调度问题大部分的优化研究都忽略了这样一个事实, 就是优化实际上是一个不断追逐的过程, 希望能保持在一个随时间变化的最优解上^[3]. 因此不确定条件下的生产调度问题, 不再是单纯地根据确定性的调度模型寻找最优的调度方案, 而是一个不断优化过程.

目前常见的处理不确定条件下生产调度问题的方法主要有反应式调度、鲁棒调度、滚动调度等几种^[4~6]. 这些方法主要是针对某种不确定因素, 而且在初始调度和后来的调整及滚动之间缺乏对全局最优的考虑. Chang和Lee将物流调度问题视为一个两阶段的决策过程, 一个阶段表示生产商, 另一个阶段表示分销商, 并通过一个系统问题将两个阶段统筹考虑, 寻求理想的最优^[7]. 这种分阶段的决策方法为处理复杂的决策问题提供了一种途径.

本文通过分析不确定条件下的生产调度决策过程, 综合考虑多种不确定因素, 提出了一种三阶段调度决策方法, 将调度过程分为基本调度、在线调整和补偿3个决策阶段, 并建立了三阶段调度模型. 该模型以传统的数学规划模型为基础, 根据调度过程的特点将变量和约束分类, 采取不同的处理方法, 满足不同阶段的不同需求, 并以化工批处理过程为例, 说明这种决策方法的实现过程, 仿真举例验证了模型及这种决策方法的有效性.

2 不确定条件下的生产调度三阶段决策过程(Three-stage decision process of uncertain production scheduling)

针对不确定条件下的生产调度问题, 研究者不约而同地采用了这样的一种处理策略: 在调度之前充分考虑不确定因素生成一种具备一定鲁棒性的初始调度, 当发生不确定现象, 即检测到指标偏移、或者调度难以顺利执行的时候, 利用在线计算进行调整, 目标一般是使调度偏移最小. 纵观整个调度过程, 可以发现, 由于情况的复杂性, 有时即使通过调整, 某些约束依然难以满足, 因此约束可以分为必须满足的硬约束, 和允许部分违背的软约束. 对于软约束而言, 因为生产是一种连续的实际过程, 如果约束违背, 肯定会有后果, 而其中的部分后果需要生产者采取行动, 即进行补偿. 因此调度在采取调整措施之后并没有结束, 需要在最后对部分违背的约束进行补偿, 成为继调整之后的第3个阶段. 基于这样的分析结果, 可以把生产调度分为3个决策阶段: 基本调度决策、在线调整和补偿.

3 三阶段调度模型(Three-stage scheduling model)

3.1 变量的分类(Variables classification)

由于调度主要涉及一定时间内共享资源的可用性和设备分配等问题, 因此大都形成混合整数线性规划模型(MILP)或混合整数非线性规划模型(MINLP). 以MILP为例, 将决策变量分成3类: 设计变量、控制变量和补偿变量. 分别说明如下:

设计变量, $x \in n_1$, 当参数发生变化时不需要调整, 其最优值不以不确定参数的某一实现为条件. 控制变量, $y \in n_2$, 当参数变化时需要及时做出调整, 其最优值取决于不确定参数的某一实现. 补偿变量, $z \in n_3$, 当参数变化时, 对于难以满足的约束做出的补偿, 其最优值取决于不确定参数的某一实现. 其中设计变量和控制变量取自文献[8,9], 是相应的确定性问题中的固有变量; 补偿变量取自二阶段随机规

划模型, 是考虑软约束时的附加变量.

3.2 数学模型及变量的处理方法(Processing method of model and variables)

假定不确定参数是随机的, 针对两种情况建立模型.

3.2.1 基于情景分析的模型和方法(Based on scenes analysis)

如果与不确定因素相关的变量, 即控制变量和补偿变量的数量不多, 或不确定参数的取值数量有限, 则可以采用基于情景分析的方法. 对参数的实现引入情景集合 $\Omega \in \{1, 2, \dots, K\}$, 每个情景的出现概率为 p_s , 且 $\sum_{k=1}^K p_k = 1$. 在上述对变量分类的基础上, 假设目标取极小, 调度模型的基本框架可以记为如下形式(式(1)~(4)), 标记为M1:

$$\min \sum_{k=1}^K p_k [f(x, y_k) + G(Z_k)], \quad (1)$$

$$\text{s.t. } A_1 x \leq b_1, \quad (2)$$

$$A_{2k} x + B_{1k} y_k \leq b_{2k}, \quad (3)$$

$$A_{3k} x + B_{2k} y_k - z - k \leq b_{3k}. \quad (4)$$

其中目标函数(1), 表示在原调度问题目标函数的基础上增加由于无法满足约束而付出的补偿成本; 约束式(2)表示所有的参数确定, 或者有不不确定参数时, 运用最坏情形分析而得到的确定性硬约束; 约束式(3)表示存在不确定参数, 通过控制变量 y_s 使约束在每种情形下都得到满足, 即硬约束; 约束式(4)表示存在不确定参数, 允许在一定程度上违背的软约束, 但需要通过补偿变量对违背做出补偿. 目标在原有目标的基础上增加了补偿成本.

3.2.2 基于子问题最近最优解的模型和方法(Based on the (near)optimal solution of sub-problem)

如果与不确定因素相关的变量数量较多, 或涉及的约束较多, 但可以写出每个变量的解析表达式, 即可以得到变量的最优值或某一可行解的解析表达式, 并且在观测到不确定因素的实现时, 容易得到, 则可以采用基于解析的方法. 在这种情况下, 无法一次得到所有变量的值, 需要分3步.

第1步 确定设计变量.

建立基本模型求取最优的设计变量, 即最优的基本调度方案, 记为 x^* . 基本的模型框架见式(5)~(8), 标记为M2:

$$\min E[f(x, y) + G(Z)], \quad (5)$$

$$\text{s.t. } A_1 x \leq b_1, \quad (6)$$

$$P(A_2x + \tilde{B}_1y \leq \tilde{b}) \geq \alpha, \quad (7)$$

$$E(A_3x + \tilde{B}_2y - z) \geq E(\tilde{b}_3). \quad (8)$$

目标和约束中的算子 $E(\cdot)$ 为期望值算子, $P(\cdot)$ 表示事件的成立概率.

第2步 确定在既定条件下, 控制变量及补偿变量最优解或近优解的解析表达式.

所谓的既定条件是指确定设计变量之后代入原始模型. 这样得到关于 y 和 z 的模型, 求其最优或近优解的解析表达式. 由于生产调度是一个连续的过程, 所有的变量并非同时实现而是有一个过程或者顺序. 因此这里的表达式要求依赖于已知的参数 (A_2, A_3) 、设计变量 x^* 、不确定参数的某一实现 (B_1, B_2, b_1, b_2) , 及已经下达的指令即前序 $(*y, *z)$. 表达式可记为

$$y = h_1(A_2, B_1, b_1, *y), \quad (9)$$

$$z = h_2(A_3, B_2, b_2, *y). \quad (10)$$

因此, 这一步得到的是在线调整和补偿的方法.

第3步 确定初始调度方案, 并依次确定控制变量和补偿变量的值, 作为调度指令下达.

4 模型在化工批处理过程中的应用(Application on the chemical batch process)

在文献[10]提出的具有分解结构的批处理过程短期调度模型的基础上, 综合考虑市场需求和加工时间的不确定性, 建立三阶段优化调度模型.

4.1 变量的分类(Variables classification)

首先根据问题的背景划分决策变量, 参数说明见附录. 设计变量包括: 任务分配变量 $wv(i, j, n)$, 批量 $B(i, j, n)$, 产品投放量 $d(s, n)$, 存储量 $st(s, n)$. 控制变量包括: 每个任务的开始和结束时间, 即 $T_s(i, j, n), T_f(i, j, n)$. 补偿变量包括: 每种产品, 当市场需求发生变化时, 违反需求约束而需要进行的补偿, 即 $rec(s)$.

4.2 数学模型(Mathematical formulation)

因为同时考虑市场需求和处理时间的不确定, 情况较为复杂, 采用混合方法. 首先, 建立第1步所需要的基本数学规划模型, 记为M3:

$$\max J = \sum_s \sum_n \text{price}(s)d(s, n) - \sum_s \text{price}'(s) \sum_k p_k rec_k(k), \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i \in I_j} wv(i, j, n) \leq 1, \quad j \in J, \quad n \in N, \quad (12)$$

$$\begin{cases} V_{ij}^{\min} wv(i, j, n) \leq \\ b(i, j, n) \leq V_{ij}^{\max} wv(i, j, n), \\ \forall i \in I, j \in J_p, n \in N, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} st(s, n) = st(s, n-1) - d(s, n) + \\ \sum_{i \in I_s} \rho_{si}^p \sum_{j \in J_s} b(i, j, n-1) + \\ \sum_{i \in I_s} \rho_{si}^c \sum_{j \in J_s} b(i, j, n-1), \\ \forall s \in S, n \in N, \end{cases} \quad (14)$$

$$st(s, n) \leq st(s)^{\max}, \quad \forall s \in S, n \in N, \quad (15)$$

$$\sum_n d(s, n) + rec_k(s) \geq r_k(s), \quad \forall s \in S, k \in K, \quad (16)$$

$$\tilde{T}_f(i, j, n) =$$

$$\tilde{T}_s(i, j, n) + \alpha_{ij} wv(i, j, n) +$$

$$\tilde{T}_{ij} b(i, j, n), \quad \forall i \in I, j \in J, n \in N, \quad (17)$$

$$\begin{cases} T_s(i, j, n+1) \geq \\ \max\{T_f(i, j, n) - M(1 - wv(i, j, n)), \\ T_f(i', j, n) - M(1 - wv(i', j', n)), \\ T_f(i^*, j^*, n) - M(1 - wv(i^*, j^*, n))\}, \\ \forall i, i' \in I_j, i^* \in I_{j^*}, j^* \in J, n \in N, \end{cases} \quad (18)$$

$$P(\max \tilde{T}_f(i, j, |N|-1) \leq H) \geq \alpha, \quad \forall i \in I. \quad (19)$$

模型说明如下:

以最大利润为目标, 但由于需求的不确定, 使得需求约束可能不满足造成缺货, 从而需要补偿. 同时记 $J_1 = \sum_s \sum_n \text{price}(s)d(s, n)$. 式(12)为设备分配约束; 式(13)为设备容量约束; 式(14)为物料平衡约束, 其中表示状态 s 在事件点 n 的存储量等于, 上一事件点的存储量, 加上上一事件点的生产量, 减去本事件点的消耗量和销售量, 其中消耗系数 ρ_{si}^c 为负数; 式(15)为存储容量约束; 式(16)为需求约束, 由于需求的不确定导致该约束可能无法完全满足, 因此在模型中引入补偿变量 $rec_k(s)$, 并且要求 $rec_k(s) \geq 0$; 式(17)为处理时间约束; 式(18)为处理顺序约束, 此约束表示任务的开始必须满足这样3个顺序要求, 即必须发生在上个事件点的相同设备上的相同任务之后、相同设备上的不同任务之后、工艺要求的不同设备上的不同任务之后. 其中 M 为一足够大的数, 使得当相应的 $w(i, j, n)$ 为0时, 约束自动满足; 式(19)为处理周期约束, 表示所有任务的最终的完成时间满足系统要求的概率大于等于 α . 由于变量 $\tilde{\beta}_{ij}$ 的数量较多, 而且可以看出约束

式(17)~(19)都与其有关, 所以采用3.2.2节中的方法, 而此时所得的 T_f 和 T_s 主要用于辅助求解第一阶段变量, 即完成第1步.

4.3 三阶段决策过程的实现(Realization of the three-stage decision method)

第1步 确定设计变量和补偿变量对模型M3进行求解. 这里采用与随机模拟相结合的遗传算法, 约束(18)(19)采用随机模拟的方法, 总问题采用遗传算法. 假设得到的最好解为 R^* , 同时可得到基本调度方案和补偿措施.

第2步 确定控制变量的解析表达式.

将第1步所得的 $wv(i, j, n), B(i, j, n), d(s, n), st(s, n)$ 和 $reck(s)$ 代入模型M3, 得关于控制变量 $T_s(i, j, n)$ 和 $T_f(i, j, n)$ 的模型. 由于原问题的目标取最大产值, 与时间没有明显的关系. 可以把问题的目标转换为生产时间最短, 在这种情况下, 满足约束(17)~(19)的可能性最大. 由式(17)~(19)构成子问题M4. 由文献[12]容易得到最优解为

$$\begin{cases} \tilde{T}_s(i, j, n+1) = \\ \max\{\tilde{T}_f(i, j, n), \tilde{T}_f(i', j, n), \tilde{T}_f(i^*, j^*, n)\}, \\ \forall i, i' \in I_j, i^* \in I_{j^*}, j^* \in J. \end{cases} \quad (20)$$

第3步 下达调度指令.

令 $T_s(i, j, 0) = 0, \forall i \in I, j \in J$, 结合第1步所得

的 $wv(i, j, n), B(i, j, n)$ 和 $d(s, n)$ 作为初始调度方案, 根据式(20)确定任务的开始时间所有任务完成之后, 针对软约束的实现情况, 利用第1步所得 $reck(s)$ 对缺货进行补偿.

5 仿真分析(Simulation)

本文给出的例子来自文献[11]. 这个化工批处理过程包括3种原料, 8个任务和4种产品. 为节省篇幅, 其状态任务网描述和生产参数参见文献[10,11]. 首先针对该过程建立确定性短期调度模型, 取6个事件点. 假定产品需求为 $r(10) = 550, r(11) = 1215, r(12) = 290, r(13) = 1350$, 采用基于分解的遗传算法对模型进行求解, 计算结果见图1, 目标值 $J = 89533.43$, 产品的市场投放量见表1.

假定产品需求 $r(s)$, 及任务处理时间系数 β_{ij} , 为均匀随机变化的, 概率分布见表2.

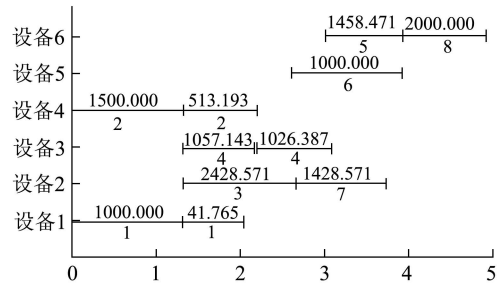


图1 确定性模型调度结果的甘特图

Fig. 1 Gantt chart of schedule from deterministic model

表1 确定性模型调度结果种的产品市场投放量

Table 1 The products mounts sent to market

	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
$d(10, n)$	0	0	317.143	307.96	0	0
$d(11, n)$	0	0	0	0	1458.471	0
$d(12, n)$	0	0	0	428.571	0	0
$d(13, n)$	0	0	0	0	0	2000.0

表2 随机变量的概率分布

Table 2 Probability distribution of stochastic variables

参数	$r(9)$	$r(10)$	$r(11)$
概率分布	$U(342, 758)$	$U(729, 17.0)$	$U(174, 406)$
参数	$r(12)$	$\beta_{11}(10^{-3})$	$\beta_{24}(10^{-3})$
概率分布	$U(810, 1890)$	$U(0.607, 0.727)$	$U(0.404, 0.484)$
参数	$\beta_{32}(10^{-3})$	$\beta_{43}(10^{-3})$	$\beta_{56}(10^{-3})$
概率分布	$U(0.237, 0.297)$	$U(0.170, 0.210)$	$U(0.151, 0.173)$
参数	$\beta_{65}(10^{-3})$	$\beta_{72}(10^{-3})$	$\beta_{86}(10^{-3})$
概率分布	$U(0.607, 0.707)$	$U(0.237, 0.297)$	$U(0.151, 0.173)$

式(19)中的 α 取0.8. 建立如式(11)~(19)的基本数学模型. 采用与随机模拟相结合的遗传算法, 对随机参数模拟500次, 得基本调度方案, 目标值 $J = 77518.34$, 同时除去补偿费用的目标 $J_1 = 81249.55$: 当随机参数 β_{ij} 取某一实现, 假设取均值的时候, 调度结果的甘特图见图2, 此时 $H = 4.82$.

根据本文所提出的三阶段决策方法, 得到的基本调度策略, 虽然目标值有所降低 $J_1 = 81249.55$ (除去补偿费用), 然而这正是由于考虑不确定因素影响的必然结果, 并且对于调度时间约束满足的概率可达0.8, 基本可以满足要求. 当取随机参数 β_{ij} 的某一实现, 假设取均值的时候, 完成时间 $H = 4.82$, 比规定的时间5小, 是合乎情理的.

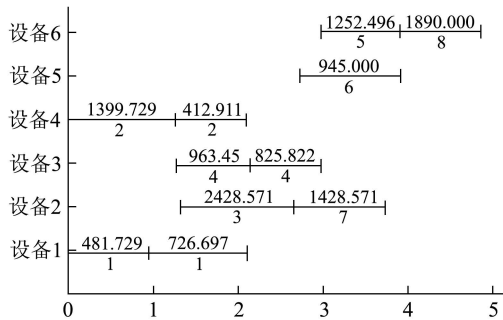


图2 β_{ij} 取均值调度结果的甘特图

Fig. 2 Gantt chart of the result when β_{ij} taken mean value

6 结论(Conclusion)

不确定条件下的生产调度问题, 不再是单纯的优化问题而成为一个决策过程, 本文将这个过程分成3个阶段, 即基本调度决策阶段、在线调整阶段和补偿阶段, 从而提出了一种三阶段的决策方法. 其中基本调度策略的选择以追求综合考虑多种不确定因素情况下的全局最优为目标, 而在线调整的方法依赖于控制变量的计算, 以计算简单, 易于实现为原则, 并要求实现既定条件下的最优即局部最优. 并将该方法应用于化工批处理过程的短期调度问题, 给出三阶段调度模型, 以及三阶段过程的实现方法. 仿真举例说明了该方法的有效性.

本文所提出的方法, 尤其是其中对控制变量的处理, 以及在化工批处理过程中的在线调整的实现, 突破了以情景分析为主的处理不确定问题的框架, 然而需要指出的是, 这种方法的使用与问题的原始模型密切相关, 控制变量的函数没有确定的形式.

参考文献(References):

- [1] 王军, 金以慧. 连续过程生产调度的研究策略[J]. 系统工程理论与实践, 1998, 18(2): 40 - 46.
(WANG Jun, JIN Yihui. The research strategy on production scheduling of continuous process[J]. *System Engineering-Theory and Practice*, 1998, 18(2): 40 - 46.)
- [2] SRINIVASAN B, BONVIN D, VISSER E, et al. Dynamic optimization of batch processes II: Role of measurements in handling uncertainty[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2002, 27(1): 27 - 44.
- [3] JENSON M T. *Robust and flexible scheduling with evolutionary computation*[D]. Denmark: University of Aarhus, 2001.
- [4] KANAKAMEDALA K B, REKLAITIS G V, VENKATASUBRAMANIAN V. Reactive schedule modification in multipurpose batch chemical plants[J]. *Industrial Engineering and Chemical Research*, 1994, 33(1): 77 - 90.
- [5] 顾幸生. 不确定条件下的生产调度[J]. 华东理工大学学报, 2000, 26(5): 441 - 446.
(GU Xingsheng. A survey of production scheduling under uncertainty[J]. *Journal of East China University of Science and Technology*, 2000, 26(5): 441 - 446)
- [6] 方剑, 席裕庚. 基于遗传算法的滚动调度策略[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4): 1 - 8.
(FANF Jian, XI Yugeng. The genetic algorithm-based rolling horizon scheduling strategy[J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(4): 1 - 8.)
- [7] CHANG Y C, LEE C Y. Logistics scheduling: Analysis of two-stage problems[J]. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2003, 12(4): 385 - 407.
- [8] MULVEY J M, VANDERBEI R J, ZENIOS S A. Robust optimization of large-scale systems[J]. *Operations Research*, 1995, 43(2): 264 - 281.
- [9] SEIDER W D, BRENGEL D D, WIDAGDO S. Nonlinear analysis in process design[J]. *AIChE Journal*, 1991, 37(1): 1 - 38.
- [10] 丁然, 李歧强, 孙同景. 不确定处理时间批处理过程的鲁棒调度新策略[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(4): 78 - 84.
(DING Ran, LI Qiqiang, SUN Tongjing. Novel robust scheduling strategy for batch process with uncertain processing time[J]. *System Engineering-Theory and Practice*, 2006, 26(4): 78 - 84.)
- [11] VIN J P, IERAPETRITOU M G. A new approach for efficient rescheduling of multiproduct batch plants[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2000, 39(11): 4228 - 4238.

附录 参数说明(Appendix Parameters)

集合:

I : 任务; I_j : 可在设备 j 上执行的任务; I_{sj} : 生产或者消耗状态 s 的任务; J : 设备; J_i : 可执行任务 i 的设备; N : 调度周期内的事件点; S : 状态.

下标:

i : 任务; j : 设备; n : 事件点, 表示事件的发生, 本模型中表示某一任务的开始; s : 状态, 即物料.

(下转第1166页)

4.2 最优火力分配策略战术思想解释与结论(Tactics explanation and conclusion of optimization firepower-assignment strategies)

前面利用微分对策模型研究了编队火力分配问题,得到一些有用的结论,可做如下的战术解释:

① 对有信息战系统协助作战的舰艇编队对抗过程,交战双方的最优火力分配策略是存在的.表明在新的战斗环境下指导战斗的战术原则依然存在;

② 在有信息战系统协同作战的战场环境中,交战双方仍需遵循“集中火力”这一基本战斗原则.因此,交战双方的最优策略就是在一个时间段内的每个时刻集中其作战单位的全部力量攻击敌方价值最大的作战单元或信息战系统.

通过上面的分析可见,由于编队作战具有完全的对抗性,从而利用微分对策模型研究信息战条件下的编队火力分配问题不仅是可行的,而且应该是一种解决瞬时对抗冲突态势的比较有效的方法,所得到的理论结果可进一步论证、揭示了一些高技术条件下新的军事思想与战术原则,为信息战提供理论参考.文中对信息战的一些问题描述及参数选定,比如,信息战系统性能描述、相对作战指数等做了一些抽象与简化,虽然有助于所建立的作战模型的求解,但可能在一定程度上降低了所描述问题的真实

性.如何权衡模型易于求解与结果的真实性将是今后需要进一步研究的工作.

参考文献(References):

- [1] 沙基昌. 数理战术学[M]. 北京: 科学出版社, 2003. (SHA Jichang. *Mathematic Tactics*[M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [2] 张最良, 等. 军事运筹学[M]. 北京: 军事科学出版社, 1993. (ZHANG Zuiliang, et al. *Military Operational Research*[M]. Beijing: Military Science Press, 1993.)
- [3] EKCHIAN L K. An overview of lanchester type combat models for modern warfare[J]. *AD-A-115389*, 1982.
- [4] HELMBOLD R L. A modification of lanchester's equations[J]. *Oper Res*, 1975(13): 857 - 859.
- [5] 李登峰. 微分对策及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. (LI Dengfeng. *Differential Game and Application*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000.)

作者简介:

李登峰 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 系副主任, 主要研究方向为决策分析、对策论、微分对策、模糊决策, E-mail: dengfengli@sina.com;

孙涛 (1977—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为作战指挥决策理论与应用;

王永春 (1975—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为作战指挥决策理论与应用.

(上接第1162页)

参数:

V_{ij}^{\min} : 在设备 j 上执行任务 i 的最小批量; V_{ij}^{\max} : 在设备 j 上执行任务 i 的设备最大容量; $ST(s)^{\max}$: 状态 s 的最大存储容量; ρ_{si}^p : 任务 i 生产状态 s 的比例系数; ρ_{si}^c : 任务 i 消耗状态 s 的比例系数, 为负数; α_{ij} : 设备 j 上任务 i 处理时间的常数项; β_{ij} : 设备 j 上任务 i 处理时间与批量相关的比例系数; U : 调度时间周期上限; $\text{price}(s)$: 状态 s 的价格.

变量:

$wv(i, j, n)$: 在事件点 n 是否在设备 j 上开始任务 i ; $B(i, j, n)$: 在事件点 n 设备 j 上开始任务 i 的批量; $d(s, n)$: 在事件点 n 投放到市场的状态 s 的量; $d(s, n)$: 在事件点 n 投放到市场的状态 s 的量; $ST(s, n)$: 事件点 n 状态 s 的量; $T_s(i, j, n)$:

事件点 n 设备 j 上处理任务 i 的开始时间; $T_f(i, j, n)$: 事件点 n 设备 j 上开始处理任务 i 的结束时间.

作者简介:

丁然 (1974—), 女, 山东大学控制科学与工程学院副教授, 博士, 目前研究方向为智能控制理论及应用技术、不确定优化, E-mail: dingrr@sdu.edu.cn;

李歧强 (1964—), 男, 山东大学控制科学与工程学院教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、生产调度与决策、优化理论;

郭庆强 (1971—), 男, 山东大学控制科学与工程学院副教授, 博士生, 目前研究方向为生产调度、粗集理论、数据挖掘.