

文章编号: 1000-8152(2009)01-0092-05

插入算法求接送顾客到机场的车辆调度问题

孔 媛, 唐加福, 董 纲, 张 军

(东北大学 流程工业综合自动化教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 根据票务公司免费接送顾客服务的特点, 将顾客服务的满意度量化为顾客到达机场的时间, 在一定的满意度及绕行限制下, 提出了一种车辆路径模型来描述接送顾客服务的车辆调度问题. 根据模型的特点, 设计了新的评价因子并提出了一种基于最小评价因子的顺序插入方法. 大量的仿真实验与比较, 验证了模型和算法的有效性.

关键词: 接送服务; 时间满意度; 车辆路径问题; 插入算法

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

An insertion algorithm for vehicle scheduling in picking up and delivering customers to airport

KONG Yuan, TANG Jia-fu, DONG Gang, ZHANG Jun

(Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industrial of MOE, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: According to the characteristics of free service in flight ticket sales, a vehicle routing problem (VRP) model is proposed to describe the scheduling problem in picking up and delivering customers to airport. In this model, the customers' satisfaction is quantified by the time consumed in reaching the airport. The customers' satisfaction and the vehicles' route are considered simultaneously as constraints. Then, a sequential cheapest insertion (CI) Heuristic based on a new appraisal-factor is developed for determining this model. A lot of computational experiments are done and analyzed to show the effectiveness of the proposed model and algorithm.

Key words: service of pick-up and delivery; time-based satisfaction degree; vehicle routing problem; insertion algorithm

1 引言(Introduction)

免费接送顾客到机场是航空票务公司推出的一项新型优惠服务. 以往航空公司接送顾客提供的机场巴士服务是收费的, 每天在固定几个发车时段和站点发车, 顾客要自行到站点集合, 统一乘车前往机场. 机场巴士虽然在某种程度上降低了顾客的花销, 但对顾客的搭乘时间和地点都有严格的限制, 给顾客造成不便. 与之相比, 航空票务公司采用小型巴士免费上门接送顾客, 提高了顾客满意度和公司信誉, 但同时增加了服务成本. 因此在满足所有顾客要求的前提下, 票务公司需要制订合理的车辆分配和调度计划, 安排接送的车辆, 每辆车的发车时间和接送的顾客及接送顺序, 以降低服务成本.

接送顾客到机场的车辆调度问题(vehicle scheduling problem for air-passenger, VSPA)是车辆路

径问题(vehicle routing problem, VRP)^[1~3]的一种延伸与应用. 与VRP相比, VSPA具有5个显著的扩展特征: 1) 一般航空公司有办理登机手续的时间限制, 顾客不希望到达机场太早或太晚; 2) 顾客分布在一天当中的各个航班上, 因此顾客到达机场的时间比较分散; 3) 在接送服务中, 车辆会在满足顾客要求和能力约束下, 尽可能一次接送更多的顾客, 这样会带来绕行问题, 顾客希望有车辆绕行的距离约束; 4) VSPA使用接送顾客的小型巴士一般为小轿车, 载容量比较小, 只容纳4人; 5) 顾客分布于一个城市的不同区域, 地理位置相对分散.

国内外有关VRP的研究很多, 而且也日益细化^[1]. 但由于VRP本身是NP-hard问题, 它的各个扩展更是难上加难, 大多是通过启发式算法来获得近似最优解. 关于VSPA问题, 在文献[4]中, 作者曾将满

收稿日期: 2007-05-11; 收修改稿日期: 2008-04-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70625001, 70601004, 70431003); 教育部科技研究重点资助项目(104064); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-04-280).

意度量化为一段顾客服务时间窗口, 并提出了一个以最大满意度和最小成本费用的多目标0-1混合整数规划模型. 通过对VSPA问题的分析, 显然顾客更加关注到达机场的时间和行驶距离. 因此, 本文将顾客到达机场的时间窗口作为满意度量化的标准, 同时考虑了绕行限制, 建立了在一定满意度和绕行限制约束下的最小费用单目标模型; 并提出了一种新的基于最小评价因子的顺序插入方法.

2 VSPA问题的数学模型(Model of VSPA)

2.1 假设条件和数学符号(Assumptions and symbols)

考虑以计划周期(如某天)出港航班的乘机旅客为对象, 将同一位置并有相同抵机时间要求的顾客看成一个整体—顾客点. 为了能够清楚地描述问题, 作如下假设:

- 1) 车场中心只有一个, 机场也只有一个;
- 2) 每个顾客点的顾客人数小于车辆承载能力;
- 3) 接送车辆为单一类型车辆, 并假设整个过程

匀速行驶;

4) 整个接送服务是准时制服务, 忽略上下车时间, 不考虑延时和等待.

本文使用如下数学符号:

- 1) 模型参数:

G —车场中心、顾客点、机场3类节点和代表它们之间的边组成, $G = \{N, A\}$, 其中: $N = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$ 为节点集, 0表示车场中心, $n+1$ 表示机场, $N' = \{1, \dots, n\}$ 为顾客点集合, $A = \{(i, j), i \in N, j \in N\}$ 表示车场中心、顾客点和机场之间边的集合;

V —车辆集合, 下标用 k 表示; q_i —顾客点 i 的顾客人数; d_{ij} 和 t_{ij} —车辆在路线 i, j 上的行驶距离和行驶时间, 其中 $t_{ij} = d_{ij}/\lambda$, λ —行驶速度;

B —车辆的一次性启动费用(主要考虑车辆的损耗费用和司机劳务费);

C —单位距离的行驶费用; $Q(q_i \geq Q)$ —单个车辆的最大载容量;

$\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ —顾客的总体满意度;

$\beta(\beta \geq 1)$ —顾客对车辆绕行的限制系数.

- 2) 决策变量:

x_{ij}^k —表示车辆 k 是否经过边 (i, j) ($(i, j) \in A, k \in V$), 如果经过其值为1, 否则为0;

z_k —表示是否使用车辆 k , 如果使用其值为1, 否则为0;

s_i —车辆到达顾客点 i 的时间.

2.2 满意度函数(Satisfaction functions)

票务公司向顾客提供免费接送服务, 在实现或增强企业柔性程度、满足顾客需求方面扮演着非常重要的角色, 其能否合理的将顾客接送送到机场办理登机手续与服务质量息息相关, 这体现在顾客对到达机场时间的满意程度上. 满意度函数^[5]有很多表现形式, 在具体问题中根据实际调查数据特点可以是线性的, 也可以是非线性的.

设顾客点 i 期望到达机场的时间是 $[e_i, l_i]$, 设顾客点 i 到达机场的时间不能超过时间范围是 $[e'_i, l'_i]$; 其中 $e'_i \leq e_i \leq l_i \leq l'_i$. 当顾客点 i 中的顾客到达机场的时间为 t_i 时, 定义满意度函数 $F(t_i)$ 如(1)所示:

$$F(t_i) = \begin{cases} 100\%, & t_i \in [e_i, l_i], \\ \left(\frac{e'_i - t_i}{e'_i - e_i}\right)^\eta, & t_i \in [e'_i, e_i], \\ \left(\frac{l'_i - t_i}{l'_i - l_i}\right)^\eta, & t_i \in [l'_i, l_i], \\ 0, & t_i \notin [e'_i, l'_i]. \end{cases} \quad (1)$$

其中 η 为时间敏感系数, $\eta > 0$. 如果设顾客点 i 在满意度为 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ 时对时间窗口的要求为 $[e(i, \alpha), l(i, \alpha)]$, 则由 $F(t_i) = \alpha$ 得, 上限: $e(i, \alpha) = \alpha^{1/\eta}e_i + (1 - \alpha^{1/\eta})e'_i$, 下限: $l(i, \alpha) = \alpha^{1/\eta}l_i + (1 - \alpha^{1/\eta})l'_i$.

2.3 数学模型(Mathematical model)

VSPA问题是票务公司根据某个时段顾客要求接送服务的情况(如顾客的地理位置和到达机场的时间), 确定该时段实际接送路线, 通过优化设计一套车辆接送路径和接送时间, 使总费用最小, 其中总费用包括车辆行驶路线费用和车辆一次性启动费用. 并满足约束: 每个顾客点只能被一辆车服务一次; 车辆起于车场中心止于机场; 车辆的载容量不能超过车辆的能力约束; 顾客点中顾客的行驶距离要满足绕行限制; 顾客点中顾客达到机场的时间要在给定满意度下的时间窗口内. 于是, 航空票务公司免费接送顾客到机场服务中车辆调度问题可以描述为如下数学模型:

$$\text{VSMA} - \alpha - \beta$$

$$\min C \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, i \neq j} d_{ij} x_{ij}^k + B \sum_{k \in V} z_k, \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \sum_{j \in N'} x_{0j}^k = z_k, \quad \forall k \in V, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N'} x_{i, n+1}^k = z_k, \quad \forall k \in V, \quad (4)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{j \in N' \cup n+1, j \neq i} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in N', \quad (5)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{j \in 0 \cup N', j \neq i} x_{ji}^k = 1, \forall i \in N', \quad (6)$$

$$s_j - s_i \leq t_{ij} + M(1 - x_{ij}^k), \forall (i, j) \in A, k \in V, \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N'} q_j \sum_{i \in N} x_{ij}^k \leq Q, \forall k \in V, \quad (8)$$

$$\lambda(s_i - s_j) + d_{i,n+1} \leq \beta d_{j,n+1} + M(2 - x_{i,n+1}^k - \sum_{u \in N'} x_{ju}^k), \forall (i, j) \in A, k \in V, \quad (9)$$

$$\sum_{u \in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1}^k \geq e(i, \alpha) \sum_{j \in 0 \cup N', j \neq i} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N', k \in V, \quad (10)$$

$$\sum_{u \in N'} (s_u + t_{u,n+1}) x_{u,n+1}^k \leq l(i, \alpha) \sum_{j \in 0 \cup N', j \neq i} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N', k \in V, \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \leq z_k = 0 \text{ or } 1, \forall (i, j) \in A, k \in V, \quad (12)$$

$$x_{ij}^k, z_k \in 0, 1, \forall (i, j) \in A, k \in V. \quad (13)$$

其中 M 是一个很大的正整数,目标函数(2)由两部分组成:第1部分是车辆的接送运输费用,包括车辆的油耗等相关费用;第2部分是车辆启动的一次性费用,这里是根据使用车辆数进行计算.

约束(3)保证从车场中心出发的车辆,至少访问顾客点 j 一次;约束(4)表示发出的车辆将顾客送到机场,完成服务;约束(5)和(6)保证每个顾客点仅由一辆车访问;约束(7)保证整个服务是准时服务;约束(8)是容量限制;约束(9)是绕行限制;约束(10)和(11)是在满意度为 α 下,顾客点中的顾客到达机场的时间窗限制;约束(12)是决策变量的逻辑关系,约束(13)决策变量的取值范围.

3 顺序插入法求解VSPA(A sequential insertion heuristic for VSPA)

插入法是求解VRP的典型构造算法,特别在求解带时间窗的车辆路径问题(vehicle routing problem with time window, VRPTW)中得到了广泛的应用.从路径构造方式来说,插入法分为顺序式插入法或并行插入法.顺序式一次构造一条路径,直到无法插入新的顾客(如达到容量或距离限制,或违反了时间窗口),再初始化另一条路径,如Solomon(1987)^[6],Ioannou et al.(2001)^[7],Bräysy(2003)^[8]等;并行式同时构造几条路径,如Potvin(1993)^[9].算法中变量设置即不同的顾客选择策略可参看文献^[6~11].本文结合VSPA问题的特点,设计了新的评价因子,采用顺序式插入方法构造路径(cheapest insertion, CI).

3.1 评价因子(Appraisal-factor)

时间窗通常被用在车辆路径问题中表示顾客点的需求时间范围,一般处理时允许提前到达等待服

务,但不允延迟^[6~10].与一般路径问题中的时间窗不同,本文的时间窗是顾客点中的顾客对到达机场的时间限制,由顾客的满意时间和票务公司给定的满意度下协调制定的.因此,对于一条可行路径,它到达机场时间是有限制的,这里分别引入路径时间窗来描述一条路径到达机场的可行时间范围.候选顾客点表示在当前路径时间窗口下,下一个可选择插入的顾客点,定义如下:

定义1 路径 r 的时间窗是 r 中所有顾客点时间窗的交集.如果 C_r 表示路径 r 的顾客点集合, i 表示顾客点下标, $T\hat{W}(\cdot)$ 表示对应路径的时间窗, $TW(\cdot)$ 表示对应顾客点的时间窗;则 $T\hat{W}(r) = \bigcap_{i \in C_r} TW(i)$.

定义2 候选顾客点是未安排顾客点的时间窗与当前路径的时间窗有交集的顾客点.如果当前路径为 r ;未安排顾客点集为 J ,下标为 j ;候选顾客点集为 R_j^r ,则 $R_j^r = \{ \bigcup_{j \in J} j | TW(j) \cap T\hat{W}(r) \neq \phi \}$.

由定义1和定义2,得到性质:

性质 已知路径 r 和路径 r_u 分别是当前路径和顾客点 u 插入后的路径,则 $T\hat{W}(r_u) \subseteq T\hat{W}(r)$.因此,对于同一个顾客点集 J ,有 $R_j^{r_u} \subseteq R_j^r$.

在插入算法中,新顾客点的插入增加了路径长度;也可能改变候选顾客点集,使集合元素的个数减少,降低了后来插入中顾客点选择的多样性.因此,从新顾客点的插入对当前路径以及以后路径构造影响最小出发,选择顾客点及插入的位置.另外,距离机场远的顾客点一般难插入,因此通过添加一个负的距离因子,优先考虑离机场远的顾客点.基于此,引入总的插入评价算子 CI_u 如下, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是对应评价因子的权值.

$$CI_u = \alpha_1 D_u + \alpha_2 L_u - \alpha_3 d_{u,n+1}. \quad (14)$$

其中:

$$D_u = d_{hu} + d_{uk} - d_{hk}, \quad (15)$$

$$L_u = |R_J^r| - |R_J^{r_u}|, \quad (16)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \alpha_3 \geq 0. \quad (17)$$

3.2 最小评价因子顺序插入法(A sequential cheapest appraisal-factor insertion heuristic)

基本思想是:通过公式(14)~(17)计算每一个候选顾客点 u 的评价因子 CI_u ,选择最小的 CI_u 决定每一步插入的顾客点;然后将顾客点插入到在约束(3)~(13)下的所有可能插入中最小的位置上,直到

不能再插入新的顾客点为止; 再选择一个种子顾客点, 初始化一条新的路径, 如此循环直到所有顾客点均被访问为止。

种子顾客点的选取遵循以下两条规则:

- 1) Rule1: 距离机场最远的顾客点;
- 2) Rule2: 时间上要求最早的顾客点。

选择Rule1是因为距离机场最远的顾客点是最难插入的, 仅有几个可行的插入位置, 如果不在构造路径的开始阶段考虑, 最后将构造一个单独的路径访问它们; 选择Rule2满足($e(u, \alpha) = \min_{j \in J} (e(j, \alpha))$), 因为它的服务最紧急, 要提前安排。本文交替使用这两个规则。

最小评价算子插入算法(CI)的总体步骤如下:

Step 0 初始化。输入顾客点信息、满意度 α 、绕行限制系数 β 以及参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$;

Step 1 交替采用离机场最远或时间要求最早规则, 选择种子顾客点, 初始化一条新的路径 r ; 如果所有顾客点均已安排, 则转Step5;

Step 2 如果当前路径 r 候选顾客点集 R_j^r 为空, 转Step4; 否则从 R_j^r 中找到满足插入约束的最小 CI_u ;

Step 2a 检查顾客点 u 每一个可能的插入位置(检查车辆容量和绕行约束), 如果可行, 计算 CI_u , 记录最小的 CI_u 作为顾客点 u 的插入位置;

Step 2b 对所有候选顾客点重复Step2a;

Step 2c 如果 CI_u 不为空, 选择最小的 CI_u 并转下步, 否则转Step4;

Step 3 根据Step2中选择的顾客点 u 及其最好的插入位置, 插入到路径 r 中, 更新路径 r 和未安排的顾客点集合 J , 并转Step2;

Step 4 如果未安排的顾客点集合 J 为空, 转Step5, 否则转Step1;

Step 5 算法结束, 输出需要的车辆数, 每个车辆访问的顾客点及次序, 每辆车的发车时间段, 总距离和总费用。

4 计算仿真分析(Computational results)

上述算法用MATLAB实现, 在Pentium(R)4, 1GB内存的计算机上进行了大量仿真。插入算法中参数设置如下: α_1 : 0~0.9(每次增加0.1)和 α_3 : 0~0.9(每次增加0.1); 当路径还差一个顾客就满载时, 设置 $\alpha_2 = 0$, 因为此时候选顾客点对以后的路径没有影响。

设某时段(上午7:00~11:00)航空票务公司有20个顾客点需要接送, 它们分布在边长为20的

矩形区域内。顾客点的期望时间窗宽20分钟, 期限时间窗为1小时。车辆最大载客量 $Q = 4$ 人, 车辆启动费用 $B = 9$ 元, 单位行驶费用 $C = 0.45$ 元, 车辆行驶速度为1.2公里/分钟, 车场坐标为(1,5), 机场坐标为(15,7), 时间敏感系数 $\eta = 1$, 绕行限制 $\beta = 1.5$, 在上述100组 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 组合和满意度为30%~100%下(每次增加1%), 将插入算法CI与最优解(最优解是基于Set-partition^[12]的思想, 首先生成所有可行路径, 然后采用分枝定界算法获得)进行了比较, 如图1所示。

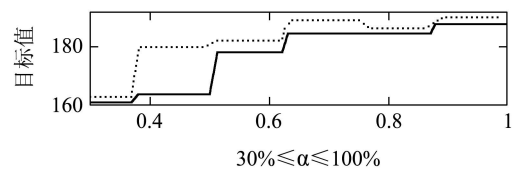


图1 实例的插入解与最优解比较

Fig. 1 Comparison with optimized solution

图中虚线表示插入解, 实线是最优解。横轴表示顾客的满意度, 纵轴是目标值。从图中可以看到, 随着顾客满意度的增加所需费用也随之增加, 这说明了要提高服务质量就要增加成本; 插入算法CI的近优率在90.03%和98.98%之间, 平均近优率为96.89%。

为了测试算法的性能, 同时设计了CW节约算法, 考虑问题中车辆的起始点不同, 将节约值设置为 $cw_{ij} = d_{i,n+1} + d_{0j} - d_{ij}$, 然后随机产生了10组不同规模的数据, 在顾客满意度为80%和60%下, 参数设置如上, 将插入法CI与CW算法进行了比较, 结果如表1所示。

可见, 就解的质量而言, 插入算法CI明显优于CW。尤其随着数据规模的增大, 比如当规模在100以上时, CW的效率下降很快, 运行时间成倍增加, 解的质量相对较差, 而插入算法不仅速度快且在提高解的质量上也发挥了显著的作用。

5 结论(Conclusions)

本文探讨了免费接送顾客到机场服务的车辆调度与分配问题, 将满意度量化为顾客到达机场的时间, 在一定满意度和绕行限制下, 建立了单目标数学模型。根据问题自身的特点提出了一种新的插入算法对模型进行求解。大量的仿真实验与比较, 验证了模型和算法的有效性。

表1 CW与CI算法比较结果
Table 1 Comparison CW with CI

规模	顾客满意度											
	80%						60%					
	CW		CI				CW		CI			
费用	时间/s	最好解	最差解	平均解	时间/s	费用	时间/s	最好解	最差解	平均解	时间/s	
40	420	0.4	375	419	386	4.2	377	0.4	356	402	372	4.2
60	530	1.7	444	499	467	8.5	523	1.7	425	491	449	10.0
80	881	4.7	658	792	719	11	826	4.7	629	728	676	12.8
100	890	11.5	821	917	848	16.1	865	11.4	800	906	822	19.1
120	1127	22.3	934	1061	969	18.1	1076	22.8	901	1020	941	21.5
140	1288	40.7	1136	1240	1168	24.3	1257	44	1093	1222	1147	27.2
160	1511	71.1	1358	1477	1401	28	1386	70.6	1307	1444	1361	30.9
180	1798	110	1526	1726	1595	34.5	1699	118	1456	1635	1530	35.2
200	1994	167	1672	1838	1753	39.1	1894	232	1597	1842	1678	40.8
220	2122	248	1892	2057	1974	43.0	2029	260	1832	2011	1927	43.8

参考文献(References):

- [1] BODIN L, GOLDEN B, ASSAD A. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art[J]. *Computation and Operation Research*, 1983, 52(10): 62 – 212.
- [2] CLARKE G, WRIGHT JW. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points[J]. *Operations Research*, 1964, 12(4): 568 – 581.
- [3] 李军, 郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法[M]. 北京: 中国物资出版社, 2001.
(LI Jun, GUO Yaohuang. *Theory and Approach for Optimal Scheduling on Vehicles in Logistics*[M]. Beijing: China Logistics Publishing House, 2001.)
- [4] 唐加福, 董纲. 航空票务公司免费接送服务中车次分配与调度问题的多目标规划模型及算法[J]. 管理科学学报, 2009, 12(6).
(TANG Jiafu, DONG Gang. Multi-objective model and algorithm of vehicle allocation and scheduling problem for free pickup of customer and delivery service in flight ticket sales company[J]. *Journal of Management Science in China*, 2009, 12(6).)
- [5] 马云峰, 张敏, 杨珺. 物流设施选址问题中时间满意度函数的定义及应用[J]. 物流技术, 2005, 25(9): 26 – 29.
(MA Yunfeng, ZHANG Min, YANG Jun. Definition and application of time satisfaction function in logistics facility location[J]. *Logistic Theory*, 2005, 25(9): 26 – 29.)
- [6] SOLOMON M M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints[J]. *Operations Research*, 1987, 35(2): 254 – 265.
- [7] IOANNOU G, KRITIKOS, M, PRASTACOS G. A greedy lookahead heuristic for the vehicle routing problem with time windows[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2001, 52(5): 523 – 537.
- [8] BRÄYSSY O. A reactive variable neighborhood search for the vehicle routing problem with time windows[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2003, 15(4): 347 – 368.
- [9] POTVIN, J Y, ROUSSEAN J M. A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows[J]. *European Journal of Operations Research*, 1993, 66: 331 – 340.
- [10] BRÄYSSY O, HASLE G, BERGER J, et al. Multi-start local search algorithm for the vehicle routing problem with time windows[J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 159(2): 586 – 605.
- [11] CAMPBELL A M, SAVELSBERGH M. Efficient insertion heuristics for vehicle routing and scheduling problems[J]. *Transportation Science*, 2004, 38(3): 369 – 378.
- [12] SIMCHI D, CHEN X, BRAMEL J. *The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics and Supply Chain Management*[M]. New York: Springer-Verlag, 2005: 275 – 288.

作者简介:

孔媛 (1984—), 女, 东北大学系统工程研究所博士研究生, 主要从事车辆路径与调度、物流优化的研究, E-mail: yokery@126.com;

唐加福 (1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事生产与物流运作管理、质量系统工程等方面的研究;

董纲 (1982—), 男, 硕士研究生, 主要从事生产与物流运作管理;

张军 (1979—), 女, 博士研究生, 主要从事生产与物流运作管理。