第 26 卷第 3 期
2009 年 3 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 3
Mar. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)03−0277−06

基于辅助模型的量化控制系统辨识方法

谢林柏, 丁 锋, 王 艳

(江南大学 通信与控制工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对具有通信约束的量化控制系统模型, 在采用随机重复性试验测量信息的技术上, 提出了基于辅助模型的量化系统参数辨识方法. 首先分析了在随机重复性试验方法下量化系统的模型特征并给出了分两步辨识的策略. 分析表明, 在上述模型里系统具有时变的估计误差, 推导了进行参数辨识所满足的持续激励条件, 并给出了基于辅助模型的多新息量化辨识递推算法. 接着研究了所给出辨识算法的收敛性分析, 得到了系统参数估计误差上界的计算式, 最后将方法推广到一类Hammerstein非线性系统量化辨识问题上. 数字仿真验证了该算法及结论的有效性.

关键词: 量化控制系统; 系统辨识; 辅助模型方法; 参数收敛

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Auxiliary model-based identification method for quantized control systems

XIE Lin-bo, DING Feng, WANG Yan

(School of Communication and Control Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: An auxiliary model-based identification method for quantized systems subjected to communication constraints is introduced, based on the technique of repetitive stochastic empirical measurements. The model characteristics of the quantized system are analyzed, and a two-step identification strategy is presented. It is shown that the quantized system based on repetitive stochastic empirical measurements involves time-varying estimation error. The persistent exciting condition for parameter identification is derived. The auxiliary model-based quantized multi-innovation recursive algorithm for quantized systems is also given. Convergence analysis of the auxiliary model-based algorithm provides the method for computing the upper bound of parameter identification error. It is demonstrated that under certain conditions, the recursive algorithm is consistently convergent. Finally, this identification method is extended to a class of Hammerstein nonlinear quantized systems. Simulation results show the effectiveness of the conclusions.

Key words: quantized system; system identification; auxiliary model identification algorithm; parameter convergence

1 引言(Introduction)

信号的量化在信号处理和自动控制领域中使用非常普遍, 特别是现代控制系统越来越依赖计算机等数字设备的情形下, 例如网络控制系统(networked control systems)[1]、远程控制系统等. 在量化作用下, 信号中会引入量化误差, 并且信号中所包含的系统信息会部分缺失, 从而对控制系统的稳定性和性能带来不利的影响, 特别是系统参数估计和辨识领域, 系统输出信息本身的不精确再加上量测噪声的存在会对参数辨识带来更多困难. 对系统中的信号进行量化, 主要目的是减少信道中需传送的信息总量, 节约系统通信资源, 便于系统扩展和监控.

对量化控制系统的研究目前主要在系统稳定性和通信速率约束等问题上, 如文献[2,3]等. 在系统辨识方面, T. Wigren[4]采用自适应和梯度下降法研究了采样量化下FIR系统的参数辨识问题. WANG L Y[5]等采用随机重复试验的方法研究了单变量增益系统在量化下的参数辨识问题.

本文在采用随机重复试验方法的基础上, 放松对随机试验估计值最小方差的限制条件(第1阶段辨识), 只需其保持有界即可, 在第2步辨识阶段采用基于辅助模型的多新息参数辨识方法, 得到了进行参数辨识所满足的持续激励条件, 给出了基于辅助模型的多新息量化辨识递推算法, 并研究了所给

收稿日期: 2007−12−10; 收修改稿日期: 2008−07−07.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60804013).

出辨识算法的收敛性. 最后, 将上述方法推广到一类Hammerstein非线性量化系统辨识中.

2 问题的提出(Problem formulation)

考虑如下系统辨识模型Σ:

$$y_k = x_k + v_k, \tag{1}$$

$$x_k = \frac{B(z)}{A(z)} u_k. \tag{2}$$

其中:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n},$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_r z^{-r},$$

$r \leqslant n, z^{-1}$为后移算子$(z^{-1}y(k) = y(k-1))$; $a_1, \cdots, a_n, b_0, \cdots, b_r$为待辨识的系统参数; u_k是输入信号, v_k是独立同分布的噪声信号, 假设其概率分布函数$F(s)$连续可微, 逆函数$F^{-1}(s)$也是连续可微的. 记$G(z) = \dfrac{B(z)}{A(z)}$, 为便于算法的推导, 上述模型常写为$y_k = \varphi_0^{\mathrm{T}}(k)\theta + v_k, x_k = \varphi_0^{\mathrm{T}}(k)\theta$, 其中:

$$\varphi_0(k) = [-x(k-1), -x(k-2), \cdots, -x(k-n), u(k), \cdots, u(k-r)]^{\mathrm{T}},$$

$$\theta = [a_1, a_2, \cdots, a_n, b_0, \cdots, b_r]^{\mathrm{T}}.$$

由于通信约束等原因, 输出信号$y_k \in \mathbb{R}$被量化后测量得到[3], 即$Q: \mathbb{R} \to \mathbb{D}$, $\mathbb{D}$是$\mathbb{R}$上的有限子集, 记$\mathbb{D}$上有限量化区间的划分点为$-\infty < C_1 < C_2 < \cdots < C_m < +\infty$. 由此量化器$Q$将$\mathbb{R}$空间分为可数个($m$个)量化区域$\{i: i = 1, \cdots, m.$若$-\infty < s \leqslant C_i$, 则$Q(s) = i\}$. 为更便于描述$y_k$的量化特性, 用示性函数表为$s_k = [s_k^1, s_k^2, \cdots, s_k^m]^{\mathrm{T}}$, 其中下标$k$表示第$k$步迭代:

$$s_k^i = \begin{cases} 1, \ y_k \leqslant C_i, \\ 0, \ 其他. \end{cases}$$

由于得到的量测信号y_k只有其所属量化区间的信息, 无法得到精确的数值. 假设噪声的概率分布函数$F(s)$已知, 若采用随机重复试验的技术能得到第k步中事件$\{y_k \leqslant C_i\}$发生的概率p_i, 即由事件$\{s_k^i = 1\}$得

$$p_i = P\{y_k \leqslant C_i\} = F(C_i - x_k), \tag{3}$$

从而

$$x_k = C_i - F^{-1}(p_i). \tag{4}$$

因此, 只要知道y_k所在量化区间及其概率值p_i就可确定x_k的精确值. 但由于受噪声v_k的干扰, 相同试验条件下每次试验所测的y_k所在量化区间往往不同, 通常只能得到p_i的估计值ξ^i, 因此利用式(4)只能求出x_k的估计值$\hat{x}_k$. 此外, 对多参数辨识系统, $\hat{x}_k$只是无噪声系统$x_k = G(z)u_k$的估计值, 并不是系统参数θ的估计值, 因此在后续的辨识过程中需要采用收敛性优良的算法, 即使在$\hat{x}_k$估计有误差时, 仍能得到满意的参数辨识结果. 对多参数辨识过程, 本文采用一种简便的方法判定重复试验条件下y_k所属的量化区域问题. 拟采用的辨识步骤如下:

第1步 利用重复性输入试验数据和式(3)(4)得到x_k的估计值$\hat{x}_k$, 并估计误差$e_k = \hat{x}_k - x_k$的特性.

第2步 构建新的辨识模型$\hat{x}_k = x_k + e_k$, 基于辅助模型的多信息辨识方法[6]得到各参数的递推迭代算法.

其中在第1步辨识中要估计概率值p_i并找到C_i, 第2步辨识中给出辨识算法, 分析算法的性能.

3 模型的特性(Features of the model)

为估计事件$\{y_k \leqslant C_i\}$发生的概率p_i, 对辨识系统进行相同条件下的循环输入试验, 假设每个循环输入的数据量为q, 即: $u_k = u_{q+k}$且输入序列是满阶, 则$x_k = G(z)u_k$也是周期为q的信号. 为方便起见, 在基于辅助模型的辨识算法中取数据长度为$q(q >> n)$. 设重复试验的次数为v, 共产生qv个辨识数据$\{y_k\}, k = 1, \cdots, qv$, 将辨识数据构成数据矩阵$H_{q\times v}$. 令$\xi_v^i = \dfrac{1}{v}\sum\limits_{l=0}^{v-1} s_{k+ql}^i$, 由概率统计方法可知序列$\{s_{k+ql}^i\}$为贝努利试验$(0 \leqslant l \leqslant v-1)$, 且$\mathrm{E}\xi_v^i = p_i$(对每个$v$).

定理 1 对辨识模型(1)(2)和随机试验序列$\{s_{k+ql}^i\}$, 令估计值$\hat{x}_k = C_i - F^{-1}(\xi_v^i)$, 则估计误差$\{e_k: e_k = \hat{x}_k - x_k\}$是时变的零均值序列且方差有界.

证 由$\mathrm{E}\xi_v^i = p_i$及$F^{-1}(\cdot)$连续可微得

$$\begin{aligned} & e_k = \hat{x}_k - x_k = \\ & C_i - F^{-1}(\xi_v^i) - (C_i - F^{-1}(p_i)) = \\ & F^{-1}(p_i) - F^{-1}(\xi_v^i) = \frac{\partial F^{-1}(\eta_v)}{\partial p_i}(p_i - \xi_v^i). \end{aligned}$$

其中η_v介于ξ_v^i和p_i之间. 故

$$\mathrm{E}(e_k) = 0, \tag{5}$$

即$\{e_k\}$为零均值的序列, 且

$$\begin{aligned} & \sigma_e^2(k) = \mathrm{E}(e_k^2) = \\ & \mathrm{E}((\frac{\partial F^{-1}(\eta_v)}{\partial p_i})^2(\xi_v^i - p_i)^2) = \\ & (\frac{\partial F^{-1}(\eta_v)}{\partial p_i})^2 \sigma_\xi^2 \leqslant M\sigma_\xi^2. \end{aligned} \tag{6}$$

此外若重复试验持续进行, 有

$$\lim_{v\to\infty} e_k = \frac{\partial F^{-1}(p_i)}{\partial p_i}(p_i - \lim_{v\to\infty}\xi_v^i) = 0,\ \text{w.p.1},$$

其中: $F^{-1}(\cdot)$连续可微, 设其上界为M, σ_ξ^2为贝努利试验的方差. 由式(5)(6)可知估计误差$\{e_k\}$是时变的零均值序列且方差有界.

在采用周期性满阶循环输入$\{u_{k+ql}\}$时, 辨识模型产生的信号具有如下特征:

定理 2 在周期为q的满阶循环输入$\{u_{k+ql}\}$, $1\leqslant k\leqslant q, 0\leqslant l\leqslant v-1$作用下, 辨识模型(1)(2)产生的参数辨识信号具有持续激励的特征. 即

$$\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\varphi_0(k_0-i+1)\varphi_0^{\mathrm{T}}(k_0-i+1)\geqslant \alpha I. \tag{7}$$

其中: $\varphi_0^{\mathrm{T}}(k)=[-x(k-1),\cdots,-x(k-n),u(k),\cdots,u(k-r)], \alpha>0, k_0$为初始下标值, I为单位矩阵.

证 在循环输入作用下, 无噪声系统$x_k = G(z)u_k$的输出也是同周期性的, 由文献[5]定理2可知, 若循环输入序列$\{u_{k+ql}\}$, $1\leqslant k\leqslant q, 0\leqslant l\leqslant v-1$满阶, 则矩阵$\phi=[\varphi(k_0)\ \varphi(k_0+1)\ \cdots\ \varphi(k_0+q-1)]^{\mathrm{T}}$可逆, 故$\phi\phi^{\mathrm{T}}>0$成立.

由于系统噪声v_k的存在, 在辨识算法中要确定事件$\{s_k^i=1\}$中y_k所在的量化划分点C_i. 在辨识数据矩阵$H_{q\times v}$中, 对第k行, 即第k步时y_k的重复试验数据, 分别计算得到$s_k^1, s_k^2,\cdots,s_k^m$. 由$s_k$的函数定义可知, 若$\{s_k^i=1\}$, 则$\{s_k^j=1\}$, $j\geqslant i$. 规定

$$p_k^i \triangleq \max\{p_k^t: 0<p_k^t<1, t=1,\cdots,m\}. \tag{8}$$

由此便可确定对应的量化划分点C_i.

由定理1和定理2可知, 第1阶段估计误差序列$\{e(k),\mathcal{F}_k\}$可视为定义在概率空间$\{\Omega,\mathcal{F},P\}$上的鞅差序列, 满足条件:

A1) $\mathrm{E}[e(k)|\mathcal{F}_{k-1}]=0$, a.s.;

A2)

$$\mathrm{E}[e^2(k)|\mathcal{F}_{k-1}]=\sigma_e^2(k)\leqslant M\sigma_\xi^2<\infty.$$

其中$\{\mathcal{F}_k\}$是由 $\{e(k)\}$ 产生的σ代数序列. 记$\bar\sigma_e^2 = M\sigma_\xi^2$.

4 迭代算法(The iterative algorithm)

由于误差序列$\{e_k\}$可视为非平稳的零均值鞅差序列, 利用估计值$\hat x_k$构建新的辨识模型

$$\hat x_k = x_k + e_k = \varphi_0^{\mathrm{T}}(k)\theta + e_k. \tag{9}$$

在新模型(9)中, 由于信息向量$\varphi_0(k)$中有未知变量$x(k-1),\cdots,x(k-n)$, 因此可以构造辅助模型

$$x_a(k)=\varphi_a^{\mathrm{T}}(k)\theta_a \tag{10}$$

来计算出它们的近似值. 其中$\varphi_a(k)$和θ_a分别为辅助模型第k步的信息向量和参数向量. 设多新息参数辨识的数据长度为t, 定义如下向量:

$$\psi_a(k)=[-x_a(k-1)\cdots -x_a(k-n)]^{\mathrm{T}},$$

$$\psi_u(k)=[u(k)\cdots u(k-r)]^{\mathrm{T}},$$

$$\hat X(k,t)=\begin{bmatrix}\hat x(k)\\ \hat x(k-1)\\ \vdots\\ \hat x(k-t+1)\end{bmatrix},$$

$$\Phi(k,t)=\begin{bmatrix}\phi^{\mathrm{T}}(k)\\ \phi^{\mathrm{T}}(k-1)\\ \vdots\\ \phi^{\mathrm{T}}(k-t+1)\end{bmatrix},\ \phi(k)=\begin{bmatrix}\psi_a(k)\\ \psi_u(k)\end{bmatrix},$$

$$x_a(k-i)=\phi^{\mathrm{T}}(k-i)\hat\theta(k),\ i=0,1,\cdots,t.$$

其中$\hat\theta(k)$表示θ的第k步估计值. 因此, 关于参数向量θ的基于辅助模型的量化辨识递推算法为

$$\hat\theta(k)= \hat\theta(k-1)+\boldsymbol{P}(k)\Phi^{\mathrm{T}}(k,t)[\hat X(k,t)- \phi(k,t)\hat\theta(k-1)], \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P}^{-1}(k)= \boldsymbol{P}^{-1}(k-1)+\Phi^{\mathrm{T}}(k,t)\Phi(k,t),\ \boldsymbol{P}(0)=p_0 I, \tag{12}$$

$$x_a(k-i)=\phi^{\mathrm{T}}(k-i)\hat\theta(k),\ i=0,1,\cdots,t, \tag{13}$$

其中p_0和$\hat\theta(0)$为初始值.

5 收敛性分析(The Performance analysis)

定义如下表示法: $|X|=\det[X]$表示矩阵X的行列式, $\lambda_{\mathrm{M}}(X)$和$\lambda_{\mathrm{m}}(X)$分别为矩阵X的最大、最小特征值. 定义

$$\boldsymbol{P}^{-1}(k)=\sum_{i=1}^{k}\Phi_0^{\mathrm{T}}(i,t)\Phi_0(i,t)+p_0^{-1}I,$$

$$r(k)=\mathrm{tr}[\boldsymbol{P}^{-1}(k)],\ r_0(k)=\mathrm{tr}[\boldsymbol{P}_0^{-1}(k)],$$

因此可得

$$|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|\leqslant r^{n_0}(k),\ r(k)\leqslant n_0\lambda_M(\boldsymbol{P}^{-1}(k)),$$

$$\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|=\mathrm{O}(\ln r(k)).$$

其中: n_0为$\Phi(k,t)$的阶次, $f(t)=\mathrm{O}(g(t))$表示当$t\to\infty$时, $\dfrac{f(t)}{g(t)}\to 0$; 对$g(t)\geqslant 0$, $f(t)=\mathrm{O}(g(t))$表示存在正数δ_1和t_0; 当$t\geqslant t_0$时, $|f(t)|\leqslant\delta_1 g(t)$成立.

定义参数估计误差向量$\tilde\theta(k)=\hat\theta(k)-\theta$和估计误差函数$W(k)=\tilde\theta^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}^{-1}(k)\tilde\theta(k)$.

定理 1[7] 对辨识系统(1)(2)和辅助模型递推算法(11)~(13), 在误差序列$\{e(k)\}$满足条件A1)和A2), 且条件$H(z)=\dfrac{1}{A(z)}-\dfrac{1}{2}$严格正实成立的情况下, 有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}[W(k)+S(k)|\mathcal{F}_{k-1}]\leqslant\\&W(k-1)+S(k-1)+\\&2t\sum_{i=0}^{t-1}\phi^{\mathrm{T}}(k-i)\boldsymbol{P}(k)\phi(k-i)\overline{\sigma}_e^2,\ \text{a.s..}\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}&S(k)=2\sum_{i=1}^{k}\tilde{U}^{\mathrm{T}}(i)\tilde{Y}(i),\ \text{a.s.},\\&\tilde{Y}(k)=\frac{1}{2}\varPhi(k,t)\tilde{\theta}(k)+[\hat{X}(k,t)-\\&\qquad\varPhi(k,t)\hat{\theta}(k)-\mathrm{E}(k,t)],\\&\tilde{U}(k)=-\varPhi(k,t)\tilde{\theta}(k),\\&\eta(k,t)=\hat{X}(k,t)-\varPhi(k,t)\hat{\theta}(k),\\&\mathrm{E}(k,t)=[e(k)\ \ e(k-1)\ \cdots\ e(k-t+1)]^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

且由$H(z)$严格正实保证了$S(k)\geqslant 0$, $\eta(k,t)$称为残差.

定理 3 在引理1的条件满足的情况下, 即条件A1)A2)成立, 且$A(z)$稳定时, 对任意$\beta>1$, 量化辨识递推算法(11)~(13)的参数估计误差满足如下等式:

$$\|\hat{\theta}(k)-\theta\|^2=\mathrm{O}\Big(\frac{[\ln r_0(k)]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}_0^{-1}(k))}\Big),\ \text{a.s..}\tag{14}$$

证 由$W(k)$的定义可知

$$\|\tilde{\theta}(k)\|^2\leqslant\frac{\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}^{-1}(k)\tilde{\theta}(k)}{\lambda_m(\boldsymbol{P}^{-1}(k))}=\frac{W(k)}{\lambda_m(\boldsymbol{P}^{-1}(k))}.\tag{15}$$

定义

$$Z(k)=\frac{W(k)+S(k)}{[\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta}}.$$

由于$\{\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|\}$为非降序列, 故

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}[Z(k)|\mathcal{F}_{k-1}]\leqslant\\&Z(k-1)+2t\sum_{i=0}^{t-1}\frac{\phi^{\mathrm{T}}(k-i)\boldsymbol{P}(k)\phi^{\mathrm{T}}(k-i)}{[\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta}}\overline{\sigma}_e^2,\ \text{a.s..}\end{aligned}\tag{16}$$

运用文献[6]引理1和鞅收敛定理[7]可知, 序列$\{Z(k)\}$几乎确定地收敛于一个有限的随机变量Z_0, 即

$$Z(k)=\frac{W(k)+S(k)}{[\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta}}\to Z_0<\infty,\ \text{a.s.},$$

再由$H(z)$是严格正实[8]和$S(k)$的定义可得

$$\sum_{i=1}^{k}\|\tilde{U}(i)\|^2=\mathrm{O}([\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta}).$$

由式(15)及本小节开始处的定义式得

$$\begin{aligned}&\|\tilde{\theta}(k)\|^2=\\&\mathrm{O}\Big(\frac{[\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}^{-1}(k))}\Big)=\mathrm{O}\Big(\frac{[\ln r(k)]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}^{-1}(k))}\Big),\ \text{a.s..}\end{aligned}\tag{17}$$

采用类似文献[8]中的方法, 存在正数h_1和h_2, 使得

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{k}\|\eta(i,t)-E(i,t)\|^2\leqslant\\&h_1\sum_{i=1}^{k}\|\tilde{U}(i)\|^2+h_2=\\&\mathrm{O}([\ln|\boldsymbol{P}^{-1}(k)|]^{\beta})=\mathrm{O}([\ln r(k)]^{\beta}).\end{aligned}$$

再结合式(17)得

$$\begin{aligned}&\|\hat{\theta}(k)-\theta\|^2=\\&\mathrm{O}\Big(\frac{[\ln r_0(k)]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}_0^{-1}(k))+[\ln r_0(k)]^{\beta})}\Big)=\\&\mathrm{O}\Big(\frac{[\ln r_0(k)]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}_0^{-1}(k))}\Big),\ \text{a.s.},\ \beta>1,\end{aligned}$$

即得式(14).

6 Hammerstein量化系统辨识(Quantized identification of Hammerstein systems)

Hammerstein系统是一类典型的非线性系统, 其输出误差模型结构如图1所示, $x(k)$为无噪声系统输出, $\overline{u}(k)$为非线性环节$f(\cdot)$的输出信号, $v(k)$是独立同分布的噪声信号, 假设其概率特性与系统(1)相同.

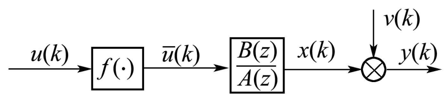

图 1 Hammerstein非线性系统模型

Fig. 1 Hammerstein nonlinear system model

通常, 非线性部分$f(\cdot)$可以表述为

$$\begin{aligned}&\overline{u}(k)=f(u(k))=\\&c_1\gamma_1(u(k))+c_2\gamma_2(u(k))+\cdots+c_l\gamma_l(u(k))=\\&\sum_{j=1}^{l}c_j\gamma_j(u(k)).\end{aligned}\tag{18}$$

其中: $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_l$为一组已知的基函数, $c_1,\cdots,c_l$为系数, 通常取$c_1=1$. 因此Hammerstein非线性误差模型可表示为

$$\begin{cases} y_k = x_k + v_k, \\ x_k = \dfrac{B(z)}{A(z)}\overline{u}_k = \\ \dfrac{B(z)}{A(z)}[c_1\gamma_1(u(k))+c_2\gamma_2(u(k))+\cdots+ \\ c_l\gamma_l(u(k))], \end{cases} \tag{19}$$

其中$A(z)$和$B(z)$与模型(1)(2)中的相同(假设$n = r$). 同样考虑上述Hammerstein非线性系统的量化辨识问题(对输出y_k的量化). 假设在模型(19)中量化器及量化条件与线性系统(1)(2)相同, 通过对系统模型的转化, 可以将上述基于辅助模型的量化辨识递推算法推广至Hammerstein非线性系统辨识中.

将模型(19)改写为

$$x_k = -\sum_{i=1}^{n} a_i x(k-i) + \sum_{i=1}^{n} b_i \overline{u}(k-i) = \\ -\sum_{i=1}^{n} a_i x(k-i) + \sum_{i=1}^{n} b_i \sum_{j=1}^{l} c_j\gamma_j(u(k-i)).$$

类似地, 定义如下的参数向量ϑ和信息向量φ_0:

$$\varphi_0(k)=\begin{bmatrix} -x(k-1) \\ -x(k-2) \\ \vdots \\ -x(k-n) \\ \psi(k) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0},\ \vartheta=\begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ c_1\boldsymbol{b} \\ c_2\boldsymbol{b} \\ \vdots \\ c_l\boldsymbol{b} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0}.$$

其中:

$$n_0 = (l+1)n,\ \boldsymbol{a} = [a_1, a_2, \cdots, a_n]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{b}=[b_1, b_2, \cdots, b_n]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{c}=[c_2, c_3, \cdots, c_l]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{l-1}, \\ \psi(k) = [\psi_1^{\mathrm{T}}(k), \psi_2^{\mathrm{T}}(k), \cdots, \psi_l^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{ln}, \\ \psi_j(k) = [\gamma_j(u(k-1)), \gamma_j(u(k-2)), \cdots, \\ \gamma_j(u(k-n))]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n},\ j = 1, 2, \cdots, l.$$

因此, 辨识模型写为

$$y_k = x_k + v_k,\ x_k = \varphi_0^{\mathrm{T}}(k)\vartheta. \tag{20}$$

针对辨识模型(20), 基于辅助模型的量化辨识递推算法如下:

$$\hat{\vartheta}(k) = \hat{\vartheta}(k-1) + \boldsymbol{P}(k)\varPhi^{\mathrm{T}}(k,t)\cdot \\ [\hat{X}(k,t) - \varPhi(k,t)\hat{\vartheta}(k-1)], \tag{21}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}^{-1}(k) = \boldsymbol{P}^{-1}(k-1) + \varPhi^{\mathrm{T}}(k,t)\varPhi(k,t), \\ \boldsymbol{P}(0) = p_0\boldsymbol{I}, \end{cases} \tag{22}$$

$$x_a(k-i) = \phi^{\mathrm{T}}(k-i)\hat{\vartheta}(k),\ i = 0, 1, \cdots, t. \tag{23}$$

其中: 式(23)为辅助模型, $\hat{X}(k,t)$及初始值p_0等的设置与算法(11)～(13)相同, 且

$$\varPhi(k,t)=\begin{bmatrix} \phi^{\mathrm{T}}(k) \\ \phi^{\mathrm{T}}(k-1) \\ \vdots \\ \phi^{\mathrm{T}}(k-t+1) \end{bmatrix}, \phi(k)=\begin{bmatrix} -x_a(k-1) \\ -x_a(k-2) \\ \vdots \\ -x_a(k-n) \\ \psi(k) \end{bmatrix}.$$

类似地定义估计误差向量$\tilde{\vartheta}(k) = \hat{\vartheta}(k) - \vartheta$和估计误差函数$W(k) = \tilde{\vartheta}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}^{-1}(k)\tilde{\vartheta}(k)$, 有如下结论:

定理 4　对Hammerstein非线性系统(19)(20), 当关于第1阶段估计误差$\{e(k): e(k) = \hat{x}(k) - x(k)\}$的条件A1)A2)成立, 且$A(z)$稳定时, 对任意$\beta > 1$, 量化辨识递推算法(26)～(28)的参数估计误差满足下式:

$$\| \hat{\vartheta}(k) - \vartheta \|^2 = \mathrm{O}\Big(\frac{[\ln r_0(k)]^{\beta}}{\lambda_m(\boldsymbol{P}_0^{-1}(k))}\Big),\ \text{a.s.}, \tag{24}$$

其中$\boldsymbol{P}_0(k)$和$r_0(k)$等与算法(11)～(13)中的值对应.

证　与定理3类似.

7　仿真研究(Simulations)

考虑如下的Hammerstein非线性系统辨识数学模型:

$$y_k = x_k + v_k, \\ x_k = \frac{0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} + 0.4z^{-2}}\overline{u}_k, \\ \overline{u}_k = u(k) + 0.5u^2(k).$$

其中: v_k是在[–1,1]上均匀分布的噪声信号. 采用的周期性输入信号u_k为具有持续激励特征的零均值高斯白噪声序列(方差为1), 周期为$q = 5000$, 循环输入次数$v = 500$. 待辨识的参数向量为$\theta = [-0.5\ \ 0.4\ \ 0.8\ \ 0.6\ \ 0.4\ \ 0.3]^{\mathrm{T}}$. $\mathbb{D}$上的各量化划分点分别为$-6.5, -3, -1, -0.3, 0, 0.3, 1, 3, 5, 9, 12$.

采用两步辨识和基于辅助模型的递推算法, 得到各参数辨识误差如图2,3所示. 从仿真图中可知, 各参数估计误差很快趋于零, 显示了良好的收敛特性.

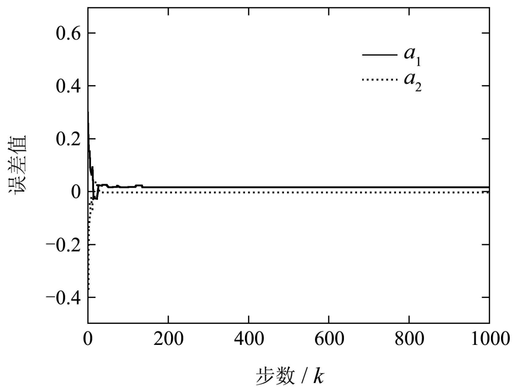

图 2　参数$a_1 = -0.5$,$a_2 = 0.4$的估计误差

Fig. 2　Estimated errors of $a_1 = -0.5$ and $a_2 = 0.4$

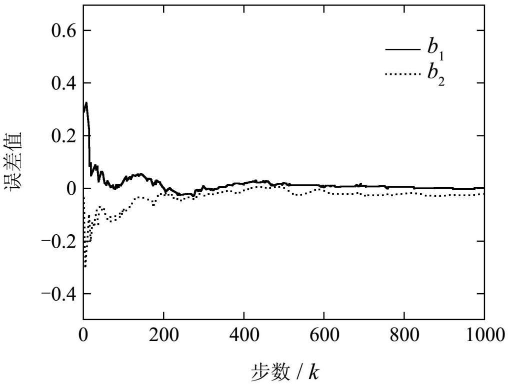

图 3 参数$b_1 = 0.8, b_2 = 0.6$的估计误差

Fig. 3 Estimated errors of $b_1 = 0.8$ and $b_2 = 0.6$

8 结论(Conclusions)

本文针对具有通信约束的量化控制系统进行了参数辨识方法的分析与研究, 在采用随机重复性试验测量的方法上, 提出了基于辅助模型的量化控制系统参数辨识方法; 分析了量化控制系统的模型特征并给出了分两步辨识的策略. 在此基础上研究了辨识递推算法的收敛性, 得到了系统参数估计误差上界的估计式. 最后将方法推广到一类Hammerstein非线性系统量化辨识问题上, 得到了相对应的结论并仿真验证了理论结果的有效性.

参考文献(References):

[1] BUSHNELL L G. Special section on network & control[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 22 – 99.

[2] LIBERZON D. Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals[J]. *Automatica*, 2003, 39(9): 1543 – 1554.

[3] BROCKETT R W, LIBERZON D. Quantized feedback stabilization of linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(7): 1279 – 1289.

[4] TORBJORN W. Adaptive filtering using quantized output measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(12): 3423 – 3426.

[5] WANG L Y, YIN G G, ZHANG J F. Joint identification of plant rational models and noise distribution functions using binary-valued observations[J]. *Automatica*, 2006, 42(4): 535 – 547.

[6] DING F, SHI Y, CHEN T W. Auxiliary model-based least-squares identification methods for Hammerstein output-error systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2007, 56(9): 373 – 380.

[7] DING F, CHEN H B, LI M. Multi-innovation least squares identification methods based on the auxiliary model for MISO systems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 187(2): 658 – 668.

[8] DING F, CHEN T W. Identification of Hammerstein nonlinear ARMAX systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1479 – 1489.

作者简介:

谢林柏 (1973—), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为网络化控制系统分析与综合、控制系统的故障检测与诊断等, E-mail: xielb@126.com;

丁 锋 (1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事系统辨识、自适应控制及应用等方向的研究, E-mail: fding@tsinghua.edu.cn;

王 艳 (1978—), 女, 博士, 副教授, 主要研究课题为数据丢包下网络控制系统的最优控制、预测控制等.