文章编号: 1000−8152(2009)03−0345−04

一种新颖的函数优化进化算法

赵文红[1], 王 巍[1,2], 王宇平[2]

(1. 中国电子科技集团公司第三十六研究所, 浙江 嘉兴 314033; 2. 西安电子科技大学 计算机学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 进化算法在求解全局优化问题时易陷入局部最优且收敛速度慢. 为了解决这一问题, 设计了一个基于下降尺度函数的杂交算子, 利用下降尺度函数与种群的关系来寻找实值函数的下降方向. 为了提高非均匀变异算子在进化后期的搜索能力, 通过均衡算子的局部搜索和全局搜索能力使其在算法后期仍能跳出局部最优. 在此基础上给出了一种新的进化算法. 最后将其与9个现有的算法进行了比较, 数值实验表明新算法快速有效.

关键词: 下降尺度函数; 函数优化; 进化算法; 全局收敛性

中图分类号: TP18 **文献标识码**: A

A novel evolutionary algorithm for function optimization

ZHAO Wen-hong[1], WANG Wei[1,2], WANG Yu-ping[2]

(1. No.36 Research Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Jiaxing Zhejiang 314033, China;
2. School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an Shaannxi 710071, China)

Abstract: When an evolutionary algorithm is applied to global optimization problems, it may be trapped around the local optima of the objective function and has a low convergence-rate. To solve these problems, a crossover operator is developed based on a descent-marking function. This operator finds descent directions based on the relation between the descent-marking function and the population. To improve the search ability of a non-uniform mutation operator in the late stage of evolution, an improved non-uniform mutation operator is designed for balancing the ability of global search and local exploration, which makes the algorithm able to avoid the premature convergence in the final stage of evolution. Combining all these techniques, we present a novel evolutionary algorithm. The presented algorithm is compared with 9 existing ones by simulations. Finally, experimental results indicate that the proposed algorithm is fast and efficient for all the test functions.

Key words: descent-marking function; function optimization; evolutionary algorithm; global convergence

1 引言(Introduction)

目前已有很多求解全局优化的进化算法[1~4], 但当所求问题有大量局部最优解时, 这些方法均收敛速度慢且易陷入局部最优. 为了解决这一问题, 设计了下降尺度函数, 并将其用于杂交过程中; 设计了兼顾种群多样性、算法收敛速度、全局与局部搜索能力的变异算子; 设计了新的进化算法, 数值试验表明新算法快速而有效.

2 新的进化算法(Novel evolutionary algorithm)

2.1 杂交算子(Crossover operator)

为了更快地找到函数的下降方向, 构造了一个下降尺度函数, 利用其与种群的关系寻找函数的下降方向.

下降尺度函数定义为

$$\bar{y} = f(\tilde{X}) - \delta,$$

其中: $\delta > 0$为下降量, $\widetilde{X}$为当前种群中的最好个体, 本文在性能测试中令$\delta = \lambda|f(\tilde{X})|$, $\lambda = 1/10000$.

设搜索空间为

$$[L, U] = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}^{\mathrm{T}},$$
$$l_i \leqslant x_i \leqslant u_i,\ 1 \leqslant i \leqslant n,$$

当前种群为$P = \{X_1, X_2, \cdots, X_{\mathrm{pop}}\}$, 种群规模为pop, 当前迭代次数为$t$, $E_{n,1} = (1, 1, \cdots, 1)^{\mathrm{T}}$, 参数为正整数$g_0$, 临时杂交后代集合$\{Z_1, Z_2, \cdots, Z_k\}$记为Temp, 其中$Z_k = (\tilde{z}_{k,1}, \cdots, \tilde{z}_{k,n})$. 假定进行杂交

收稿日期: 2007−04−26; 收修改稿日期: 2008−07−04.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374063,60672026); 陕西省自然科学基础研究计划项目(2006A12).

的两个个体为X和Y.

新的杂交算子如下:

步骤 1 令

$$Z_1 = \alpha_1 X + \beta_1 Y,\ Z_2 = \alpha_2 X + \beta_2 Y,$$

且$\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$为使$Z_1$有意义的实数. 计算$f(Z_1)$, $f(Z_2), f(X), f(Y)$, 并将Z_1, Z_2和X, Y记入Temp, 令$g = 1, k = 4$;

步骤 2 $s = 1 \sim 2$. 取X, Y中较优的一个记为V, 对于杂交父代的每一个分量按如下情形进行杂交产生临时杂交后代的相应分量: 在第i维自变量和因变量组成的二维平面中, $1 \leqslant i \leqslant n$, 下降尺度函数在此平面上的投影为一条直线, 记为L_i. 求过点$(v_i, f(V))$和$(z_{s,i}, f(Z_s))$的直线L_s, 根据L_s和L_i的斜率判断两者是否有交点. 若存在, 求出其交点记为$\tilde{z}_{k+s,i}$, 否则令$\tilde{z}_{k+s,i} = v_i$. 如此产生Z_{k+s}, 将其记入Temp. $k = k + 2$.

步骤 3 选择杂交后代, 将Temp中比$\widetilde{X}$好的点记为$Z_1, \cdots, Z_q$:

1) 若$q < 2$且$g < g_0$, 令$\bar{y} = \bar{y} - \delta, g = g + 1$, 重复步骤2;

2) 否则在临时杂交后代集合中选择最好的两个个体作为杂交后代, 停.

由上述杂交算子可知每次得到的杂交后代必不劣于父代.

2.2 改进的非均匀变异算子(Improved non-uniform mutation operator)

定义 1 假设解的精度要求是ε, 若X满足$||X - X^*||_1 \leqslant \varepsilon$, 则称$X$为一个$\varepsilon$–精度的最优解. 其中$\varepsilon$是一个非常小的正数, X^*是问题的一个全局最优解.

非均匀变异算子[5]:

$$x'_k = \begin{cases} x_k + (u_k - x_k) r \left[1 - \dfrac{t}{T}\right]^b, & \text{rand} = 0, \\ x_k - (x_k - l_k) r \left[1 - \dfrac{t}{T}\right]^b, & \text{rand} = 1, \end{cases}$$

其中: t为当前遗传代数, T为最大遗传代数, r表示$(0,1)$上的随机数, rand为只取0和1的函数, b是一个系统参数, 它决定了随机扰动对进化代数t的依赖程度, 通常取$b = 2$.

虽然非均匀变异算子在初始阶段均匀地搜索空间, 但在后期搜索时却非常地局部化, 从而使得算法本身易陷入局部最优. 为了克服这一缺点, 现将其改进为

$$x'_j = \begin{cases} x_j + (u_j - x_j) r \left[1 - \dfrac{t}{T}\right]^b, & 0 \leqslant \text{rand} \leqslant 0.4, \\ x_j - (x_j - l_j) r \left[1 - \dfrac{t}{T}\right]^b, & 0.4 < \text{rand} \leqslant 0.8, \\ x_j + (u_j - x_j) r \left[\dfrac{t}{T}\right]^b, & 0.8 < \text{rand} \leqslant 0.9, \\ x_j - (x_j - l_j) r \left[\dfrac{t}{T}\right]^b, & 0.9 < \text{rand} \leqslant 1, \end{cases}$$

其中: r的产生过程如下(其中$p_{\rm m}$为变异概率):

1) 将$[0,1]$分成若干子区间$[w_1^j, w_2^j], \cdots, [w_{n_j-1}^j, w_{n_j}^j]$, 使得$|w_k^j - w_{k-1}^j| < \varepsilon, k = 2 \sim n_j$, 其中$w_1^j = 0$, $w_{n_j}^j = 1$.

2) 对X的每一个分量x_j, 随机产生$r \in [0,1]$, 若$p_{\rm m} > r$, 随机在$\{w_1^j, \cdots, w_{n_j}^j\}$中选一个$w_r^j$作为$r$代入上式求出$x'_j$; 否则$x_j$保持不变. 如此经过变异后$X$变为$MO = \{mo_1, mo_2, \cdots, mo_n\}^{\rm T}$.

改进后的算子作为变异算子既能够均衡局部搜索和全局搜索能力, 又能够增加种群的多样性, 避免早熟收敛. 同时为了克服遗传算法因自身的不可知性引起的收敛速度慢, 在随机数r的产生过程中加入一定的确定性因素, 减少了进化算法这一随机算法在搜索过程中的盲目性, 从而提高了收敛速度.

2.3 一种新的函数优化进化算法(Novel evolutionary algorithm for function optimization)

算法如下:

1) 给定变异概率$p_{\rm m}$及种群大小pop. 随机产生初始种群, 令$k = 1$;

2) 求$P(k)$中最好的点$\widetilde{X}$, 以函数值作为适应度函数, 定义下降水平函数;

3) 从种群中随机选择pop个体参加杂交, 用2.1节的杂交算子进行杂交产生杂交后代;

4) 对杂交后代用2.2节的变异算子进行变异产生变异后代;

5) 从式(3)和式(4)产生的所有后代及$\widetilde{X}$中选择最好的pop作为下一代的种群$P(k+1)$, 若满足终止条件, 停止; 否则令$k = k + 1$, 转2).

3 全局收敛性(Global convergence)

定理 1 设$\varepsilon > 0$充分小, 若$f(X)$在搜索空间$[L, U]$上连续, 则2.3节的算法以概率1收敛到ε–精度的最优解. 即: ${\rm Prob}\{\lim\limits_{k\to\infty} ||P(k) - P^*||_1 \leqslant \varepsilon\} = 1$, 其中$P^*$是全局最优解集, $\{||P(k) - P^*||_1 \leqslant \varepsilon\}$表示$\{||X - X^*||_1 \leqslant \varepsilon | \forall X \in P(k), \exists X^* \in P^*\}$.

4 数值模拟和结果分析(Experiments and results)

从本文的算法中可以看到, 每求得一次变异后代, 需要计算$(4+g_0*2)*\text{pop}/2+\text{pop}$次函数值. 下面使用数值实验测试提出算法的性能. 记本文的算法为NGO, 对函数$f_1\sim f_{11}$进行了测试, 并与算法FEP, CEP[1], SPSO, QPSO, AQPSO[3], HPSO1C NMS, HPSO2C NMS, HPSO1D NMS, HPSO2D NMS[4]进行了比较.

NGO与FEP,CEP比较时, $\text{pop}=100$, $g=2$; 与粒子群算法比较时, $\text{pop}=30$, $g=1$; 其他参数: $\alpha_1=\beta_2=2/3$, $\alpha_2=\beta_1=1/3$, $p_{\rm m}=0.3$; 当其函数值计算次数小于被比较算法或最优值连续300代无变化时算法终止. 标准测试函数$f_1\sim f_{11}$来自文献[1]. 比较结果见表1和表2. 最后在表3中给出了NGO选取不同参数时所得的计算结果.

表 1 NGO与FEP,CEP对函数$f_1\sim f_{11}$的计算结果

Table 1 Comparision results of FEP, CEP, NGO on functions $f_1\sim f_{11}$

函数	CEP	FEP	NGO
f_1	2.2×10^{-4}	5.7×10^{-4}	2.01×10^{-16}
f_2	2.6×10^{-3}	8.1×10^{-3}	1.68×10^{-14}
f_3	5.0×10^{-2}	1.6×10^{-2}	8.78×10^{-5}
f_4	2.0	0.3	7.21×10^{-15}
f_5	6.17	5.06	28.6
f_6	0	577.76	0
f_7	1.8×10^{-2}	7.6×10^{-3}	3.59×10^{-4}
f_8	–7917.1	–12554.5	-1.10×10^{4}
f_9	89.0	4.6e+002	0
f_{10}	9.2	1.8×10^{-2}	1.36×10^{-9}
f_{11}	8.6×10^{-2}	1.6×10^{-2}	0

表 2 NGO与HPSO1C NMS, HPSO2C NMS, HPSO1D NMS, HPSO2D NMS, SPSO, QPSO, AQPSO对函数f_1, f_5, f_9, f_{11}的计算结果

Table 2 Comparision results of NGO, HPSO1C NMS, HPSO2C NMS, HPSO1D NMS, HPSO2D NMS, SPSO, QPSO, AQPSO on functions f_1, f_5, f_9, f_{11}

算法名	f_1	f_5	f_9	f_{11}
HPSO1CNMS	6.614×10^{-10}	34.5819	29.3964	0.0248
HPSO2CNMS	3.780×10^{-10}	44.5354	33.5891	0.0241
HPSO1DNMS	1.161×10^{-9}	28.9776	31.5297	0.0215
HPSO2DNMS	1.254×10^{-9}	22.5492	34.4734	0.0231
SPSO	2.26×10^{-10}	289.593	37.2796	0.01267
QPSO	1.87×10^{-28}	59.0291	22.9594	0.1161
AQPSO	5.04×10^{-6}	61.6228	35.2366	0.01423
NGO	5.40×10^{-18}	28.8	3.93×10^{-12}	4.39×10^{-3}

表 3 计算f_1时算法NGO取不同的参数时的结果

Table 3 Comparision results of NGO with different parameters on functions f_1

f_1	pop =30 $g=1$	pop =30 $g=2$	pop =200 $g=1$	pop =200 $g=2$
最优值	6.31×10^{-28}	5.19×10^{-28}	1.19×10^{-15}	1.87×10^{-13}
计算次数	7.63×10^{4}	9.35×10^{4}	1.50×10^{5}	1.50×10^{5}

由表1可知, 在与CEP的比较中, 除对于函数f_5外, NGO均比CEP更快地收敛到全局最优或更精确地逼近全局最优; 在与FEP的比较中, 除了对于函数f_5, f_8外, NGO均明显优于FEP.

表2表明, 除了函数f_1, NGO均显著地优于与相比较的粒子群算法, 故NGO更有效.

表3可以看出, 当问题的维数较大时, 种群规模稍小时, $g_0=1$时结果比较好, 而反之$g_0=2$时结果比较好. 因此可以针对不同的问题适当地调节种群规模等参数, 从而达到更好的计算效果.

5 结束语(Conclusion)

本文设计了下降尺度函数, 并根据其特点设计了相应的杂交算子; 改进了非均匀变异算子, 使其在算法后期在一定程度上摆脱局部最优的同时加快了算法的收敛速度. 提出了一种新的进化算法, 并通过数值试验证明该算法对求解函数优化问题是快速而有效的.

参考文献(References):

[1] YAO X, LIU Y, LIN G M. Evolutionary programming made faster[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(2): 82 – 102.

[2] 李宏, 焦永昌, 张莉, 等. 一种求解全局优化问题的新混合遗传算法[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 343 – 348.
(LI Hong, JIAO Yongchang, ZHANG Li, et al. Novel hybrid genetic algorithm for global optimization problems[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 343 – 348.)

[3] XU W B, SUN J. Adaptive parameter selection of quantum-behaved particle swarm optimization on global level[C] //*Proceedings of International Conference on Intelligent Computing*. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 420 – 428.

[4] GIMMLER J, STÜTZLE T, EXNER T E. Hybrid particle swarm optimization: an Examination of the influence of iterative improvement algorithms on performance[C] //*Proceedings of the Fifth International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 436 – 443.

[5] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
(ZHOU Ming, SUN Shudong. *Genetic Algorithms: Theory and Applications*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001.)

作者简介:

赵文红 (1981—), 女, 硕士, 主要从事全局数值优化算法的研究, E-mail: wwzwh@sohu.com;

王 巍 (1980—), 男, 博士, 主要从事可信计算等研究, E-mail: wwlofty@gmail.com.

王宇平 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事优化理论与应用、进化算法等研究, E-mail: ywang@xidian.edu.cn.

(上接第344页)

参考文献(References):

[1] PENG Y, SOONG B H, WANG L. Broadcast scheduling in packet radio networks using mixed tabu-greedy algorithm[J]. *Electronics letters*, 2004, 40(6): 375 – 376.

[2] WANG G, ARISARI N. Optimal broadcast scheduling in packet radio networks using mean field annealing[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1997, 15(2): 250 – 260.

[3] YEO J, LEE H. An efficient broadcast scheduling algorithm for tdma ad-hoc networks[J]. *Computer Operations Research*, 2002, 29(13): 1793 – 1806.

[4] SALCEDO SANZ S, BOUSONO CALZO C. A mixed neural-genetic algorithm for the broadcast scheduling problem[J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1341 – 1344.

[5] SHI H, WANG L. Broadcast scheduling in wireless multihop networks using a neural-network-based hybrid algorithm[J]. *Neural Networks*, 2005, 18(5/6): 765 – 771.

[6] SHEN Y J, WANG M S. Broadcasting scheduling in wireles sensor networks using fuzzy Hopfield neural network[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 34(2): 900 – 907.

作者简介:

张细政 (1978—), 男, 讲师, 博士研究生, 目前研究方向为智能信息处理及非线性控制, E-mail: z_x_z2000@163.com;

王耀南 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制及智能信息处理, E-mail: yaonan@hnu.cn.