

离轴式拖车移动机器人的反馈镇定

何战斌¹, 马保离²

(1. 中航六一八所飞控部, 陕西 西安 710065; 2. 北京航空航天大学七研, 北京 100083)

摘要: 由于离轴式拖车移动机器人的模型不能转化为非完整链式模型, 因而无法采用针对非完整链式模型的控制方法. 针对有多节离轴式拖车的移动机器人, 给出了一种基于时间-状态能控形的反馈镇定控制算法. 首先推导出系统的线性化时间-状态模型, 并证明了其能控性; 进而设计了一种线性切换反馈镇定控制律, 该控制律可以保证系统的状态在有限时间内收敛到原点的任意小邻域内. 仿真结果证实了所提控制算法的有效性.

关键词: 离轴式拖车; 时间-状态能控形; 反馈镇定

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Feedback stabilization of tractor-trailers with off-axle hitching

HE Zhan-bin¹, MA Bao-li²

(1. Department of Flight Control, 618 Institute, Air-China, Xi'an Shaanxi 710065, China;

2. The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Because the model of the tractor-trailers with off-axle hitching can not be converted to the model of nonholonomic chained form, previously developed control schemes for the latter can not be applied to the former. In this work, a feedback stabilizing control scheme in a time-state controllable form is proposed for the tractor-trailers towing several off-hooked trailers. The linearized time-state form of the system model is derived and proved to be controllable; a switching linear feedback stabilizing control law is then designed to stabilize the states to converge to an arbitrary small neighborhood of origin in a finite time. Simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words: tractor-trailers with off-axle hitching; time-state control form; feedback stabilization

1 引言(Introduction)

目前已经有不少学者研究带拖车移动机器人的镇定问题, 但是这些文献主要涉及连轴式和一些特殊连接的拖车移动机器人系统. Sodalén证明了一般连轴式拖车移动机器人的模型可以转化非完整链式形式^[1], 因此可以利用已有的针对链式系统所开发的控制方法实施镇定和跟踪控制^[2]. Nakamura等对拖车之间的连接进行特殊设计使得系统的运动学模型可以表示成非完整链式形式^[3]. 针对一类滑动连接的拖车移动机器人系统, Deligiannis等设计了滑动连接的控制律, 使得系统模型不仅满足微分平坦的性质, 而且在进行路径跟踪时可以减小各节拖车相对于车头运动路径的偏差^[4].

无滑动离轴连接的拖车移动机器人的模型不能转化为链式系统或微分平坦系统, 因而无法应用已有的针对链式系统或微分平坦系统的控制方法. Vendittell等针对两节离轴式拖车移动机器人

提出了一种基于幂零近似的反复转向镇定策略^[5]; Lizarrage等对一般拖车移动机器人系统设计了连续时变镇定控制律^[6]; DeSant等对带一节连轴式一节离轴式的两节拖车移动机器人设计了输出反馈控制器^[7]; Altafini对包含一节离轴式拖车的 n 节拖车移动机器人系统设计了输出反馈路径跟踪控制律^[8]; Astolfi等针对一节离轴式拖车移动机器人基于李亚普诺夫方法构造了不同的路径跟踪控制律^[9]; 文献[10]将最后一节拖车作为虚拟车头解决离轴式拖车移动机器人的倒车路径跟踪控制问题; 文献[11]结合内模原理和时间状态模型研究任意一节拖车的路径跟踪控制问题; 文献[12]通过优化拖车移动机器人的连接参数使得各节拖车的瞬态路径跟踪误差小于其稳态值.

本文研究带 n 节离轴式拖车的移动机器人的反馈镇定问题. 首先将拖车移动机器人的运动学方程转化为时间-状态模型的形式, 并证明了该模型的局

部能控性, 然后基于所得到的时间-状态模型设计了线性切换反馈镇定控制律, 该控制律可以保证离轴式拖车移动机器人的状态在有限时间内收敛到原点的小邻域内.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑图1所示的带 n 节离轴式拖车的移动机器人. 其中: 移动机器人前轮轴中心点 P_0 的坐标为 (x_0, y_0) , 移动机器人的线速度为 v_0 、角速度为 ω_0 、姿态角为 θ_0 ; 拖车 i 轮轴中心点 P_i 的坐标为 (x_i, y_i) , 拖车 i 的方向角为 θ_i , 拖车 i 与拖车 $i-1$ 的方向角度差为 $\beta_i = \theta_{i-1} - \theta_i$, 拖车 i 与拖车 $i-1$ 的连接点为 Q_{i-1} , P_i 点到 Q_{i-1} 点的距离为 d_i , P_i 点到 Q_{i-1} 点的距离为 f_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

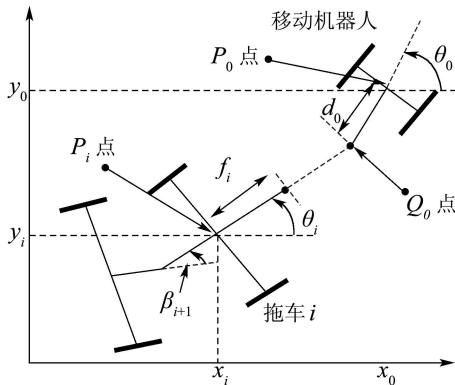


图 1 离轴式拖车移动机器人
Fig. 1 Off-axle tractor-trailers

由图1可以得到移动机器人和各节离轴式拖车的运动学关系式. 移动机器人的运动学关系式为

$$\dot{x}_0 = v_0 \cos \theta_0, \dot{y}_0 = v_0 \sin \theta_0, \dot{\theta}_0 = \omega_0. \quad (1)$$

离轴式拖车的运动学关系式为

$$\begin{cases} v_i = v_{i-1} \cos \beta_i + d_{i-1} \dot{\theta}_{i-1} \sin \beta_i, \\ \dot{x}_i = v_i \cos \theta_i, \\ \dot{y}_i = v_i \sin \theta_i, \\ \dot{\theta}_i = \frac{1}{f_i} (v_{i-1} \sin \beta_i - d_{i-1} \dot{\theta}_{i-1} \cos \beta_i). \end{cases} \quad (2)$$

由关系式(1)(2)可以看出, $(x_0, y_0, \theta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 为一个独立变量组、且其他变量都可以由这组独立变量表示, 因此可作为系统(1)(2)的一组状态变量.

n 节离轴式拖车的移动机器人的镇定控制问题可叙述为: 设计控制律 $v_0(\cdot), \omega_0(\cdot)$ 使得系统(1)(2)的状态 $(x_0, y_0, \theta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 收敛到原点或在有限时间内收敛到原点的小邻域内.

3 时间-状态能控形的镇定(Stabilization of time-state controllable form)

针对无漂移非完整系统的近似线性化系统不可

控且不存在光滑镇定控制律的特点, 文献[13]提出了一种基于时间-状态能控形的镇定控制策略, 本节简要介绍文献[13]给出的时间-状态能控形及其镇定控制策略.

考虑具有 m 个控制 $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ 和 n 个状态 $[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 的无漂移非线性控制系统

$$\dot{x} = G(x)u. \quad (3)$$

假定存在非奇异的状态和输入变换

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \xi \\ \tau \end{pmatrix} = T(x), T(0) = 0, \\ \mu_i = v_i(x, u), i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (4)$$

使得系统(3)转化为如下形式:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = f_0(\xi) + f_1(\xi)\mu_1 + \dots + f_{m-1}(\xi)\mu_{m-1}, \quad (5)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \mu_m, \quad (6)$$

则称系统(5)(6)为原系统(3)的时间-状态模型.

如果状态控制部分(5)的第一近似是可控的, 即系统

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{\partial f_0}{\partial \xi}(0)\xi + f_1(0)\mu_1 + \dots + f_{m-1}(0)\mu_{m-1} = \\ &A\xi + b_1\mu_1 + \dots + b_{m-1}\mu_{m-1} \end{aligned} \quad (7)$$

是一个可控的线性系统, 则称系统(5)(6)为原系统(3)的时间-状态能控形.

假定系统(7)能控, 则可以设计线性控制律 $[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{m-1}]^T = -K_1\xi$ 使得当 $\tau > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \infty$ 时系统(5)为局部渐近稳定; 同样, 也可以设计线性控制律 $[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{m-1}]^T = -K_2\xi$ 使得当 $\tau < 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = -\infty$ 时系统(5)的逆时间系统

$$\frac{d\xi}{d(-\tau)} = -f_0(\xi) - f_1(\xi)\mu_1 - \dots - f_{m-1}(\xi)\mu_{m-1}$$

为局部渐近稳定. 其中 K_1, K_2 分别使得 $A - BK_1, -A + BK_2$ 为Hurwitz阵, $B = [b_1, b_2, \dots, b_{m-1}]$.

适当切换应用上述两种控制律, 可以保证系统的状态 (ξ, τ) 收敛到原点的小邻域内^[13].

4 离轴式拖车移动机器人的镇定(Stabilization of off-axle tractor-trailers)

4.1 时间-状态线性化模型的推导(Derivation of the linearizing time-state form)

为了利用上节所介绍的方法对离轴式拖车移动机器人实施镇定, 需要首先通过坐标和输入变换将拖车移动机器人系统模型(1)(2)转换为(5)(6)的形式, 并证明状态控制部分(5)的局部能控性.

为此需要将运动学关系式(1)(2)表达成以 $(x_0,$

$y_0, \theta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$)为状态的状态方程形式; 由于精确状态方程的表达式非常复杂, 并且考虑到控制器设计只需要状态控制部分(5)的近似线性化模型, 因此我们不推导系统(1)(2)的精确状态方程, 而直接推导系统(1)(2)的时间-状态形式的状态控制部分的近似线性化模型.

模型(1)(2)中不含 x_0 , 因此选择 x_0 为时间量程, 相应地可得到时间控制部分方程为

$$\dot{x}_0 = v_0 \cos \theta_0 = \mu_2. \quad (8)$$

记 $z' = \frac{dz}{dx_0}$, 则可得到 $y_0, \theta_0, \beta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 在原点附近相对时间量程 x_0 的近似线性化方程

$$X' = AX + B\mu_1. \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} X &= [y_0, \theta_0, \beta_1, \dots, \beta_n]^T, \\ X' &= [y'_0, \theta'_0, \beta'_1, \dots, \beta'_n]^T, \\ a_1(n) &= (-1)^{n-2} \frac{d_{n-2} \cdots d_1}{f_{n-1} \cdots f_1} \left(1 + \frac{d_{n-1}}{f_n}\right), \\ a_2(n) &= (-1)^{n-3} \frac{d_{n-2} \cdots d_2}{f_{n-1} \cdots f_2} \left(1 + \frac{d_{n-1}}{f_n}\right), \\ a_3(n) &= (-1)^{n-1} \frac{d_{n-2} \cdots d_0}{f_{n-1} \cdots f_1} \left(1 + \frac{d_{n-1}}{f_n}\right), \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{f_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) & -\frac{1}{f_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & a_1(n) & a_2(n) & \cdots & -\frac{1}{f_n} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$B = [0 \ 1 \ 1 + \frac{d_0}{f_1} \ -\frac{d_0}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) \ \cdots \ a_3(n)]^T.$$

4.2 能控性分析(Controllability analysis)

本节分析状态控制部分的近似线性化方程(9)的能控性.

定理 1 设 $d_i > 0 (i = 0, 1, \dots, n-1)$, $f_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$, 则 $\{A, B\}$ 为能控对.

证 根据PBH秩判据, 只需要证明对于 A 的所有特征值 λ_i 均成立:

$$\text{rank}[\lambda_i I - A, B] = n + 2.$$

由 A 的表达式知其特征值分别为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_{i+2} = -1/f_i (i = 1, 2, \dots, n)$.

由 A, B 的表达式可以得到

$$[SI - A, B] = \begin{bmatrix} s-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & s + \frac{1}{f_1} & 0 & \cdots & 0 & 1 + \frac{d_0}{f_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) & s + \frac{1}{f_2} & \cdots & 0 & -\frac{d_0}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -a_1(n) & -a_2(n) & \cdots & s + \frac{1}{f_n} & a_3(n) \end{bmatrix}.$$

首先, 当 $s = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$ 时, 由上式的第2, 3, \dots , $n+3$ 列组成的矩阵 D_n 的行列式为

$$\det D_n = (-1)^{n+1} \prod_{i=1}^n \frac{1}{f_i} \neq 0,$$

因此 $\text{rank}[sI - A, B] = n + 2$.

其次, 当 s 分别等于 $\lambda_3, \dots, \lambda_{n+2}$ 时, 由于 $f_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 均大于零, 因此有 $s < 0$. 以下对 n 应用数学归纳法证明 $\text{rank}[sI - A, B] = n + 2$.

当 $n = 1$ 时, 也即 $s = \lambda_3 = -\frac{1}{f_1}$ 时有

$$[sI - A, B] = \begin{bmatrix} s-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & -1 \\ 0 & 0 & s + \frac{1}{f_1} & 1 + \frac{d_0}{f_1} \end{bmatrix}.$$

由第1, 2, 4列所组成的矩阵 D_1 的行列式为 $\det D_1 = s^2 \left(1 + \frac{d_0}{f_1}\right) > 0$, 因此 $\text{rank}(SI - A, B) = 3 = n + 2$.

当 $n = k$, 即当 $s = \lambda_3, \lambda_4, \dots, \lambda_{k+2}$ 时有

$$[SI - A, B] = \begin{bmatrix} s-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & s + \frac{1}{f_1} & 0 & \cdots & 0 & 1 + \frac{d_0}{f_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) & s + \frac{1}{f_2} & \cdots & 0 & -\frac{d_0}{f_1} \left(1 + \frac{d_1}{f_2}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -a_1(k) & -a_2(k) & \cdots & s + \frac{1}{f_k} & a_3(k) \end{bmatrix}.$$

假定由上式中的第1, 2, 3, $\dots, k+1, k+3$ 列所组成的矩阵 D_k 的行列式大于零, 即 $\det D_k > 0$, 则当 $n = k+1$, 即 $s = \lambda_3, \lambda_4, \dots, \lambda_{k+3}$ 时, 由 $(SI - A, B)$ 的第1, 2, 3, 4, $\dots, k+2, k+4$ 列所组成的矩阵 D_{k+1} 的行列式为

$$\begin{aligned} \det(D_{k+1}) &= \\ & \left(s + \frac{1}{f_k}\right) \left[-\frac{d_{k-1}}{f_k} \left(1 + \frac{d_k}{f_{k+1}}\right) \left(1 + \frac{d_{k-1}}{f_k}\right)^{-1}\right] \det D_k + \\ & \frac{1}{f_k} \left(1 + \frac{d_k}{f_{k+1}}\right) \det D_k = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{f_k} \left(1 + \frac{d_k}{f_{k+1}}\right) \left(1 + \frac{d_{k-1}}{f_k}\right)^{-1} \det D_k \times$$

$$\left[-d_{k-1} \left(s + \frac{1}{f_k}\right) + \left(1 + \frac{d_{k-1}}{f_k}\right)\right] =$$

$$\frac{1}{f_k} \left(1 + \frac{d_k}{f_{k+1}}\right) \left(1 + \frac{d_{k-1}}{f_k}\right)^{-1} \det D_k (1 - s d_{k-1}).$$

由于

$$s < 0, f_k > 0, f_{k+1} > 0,$$

$$d_{k-1} > 0, d_k > 0, \det D_k > 0,$$

因此 $\det(D_{k+1}) > 0$, 即

$$\text{rank}[sI - A, B] = k + 3 = n + 2.$$

因此根据数学归纳法可知, 对任意 n , 当 $s = \lambda_3, \lambda_4, \dots, n + 2$ 时, 均有 $\text{rank}(sI - A, B) = n + 2$.

综合以上推导知, 对于 A 的所有特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n + 2)$, 均成立 $\text{rank}(sI - A, B) = n + 2$, 因此 (A, B) 为能控对.

证毕.

4.3 镇定控制策略(Stabilizing control scheme)

由于 (A, B) 能控, 因此基于时间-状态模型可以得到如下控制策略:

第1步 对时间控制部分 $\dot{x}_0 = v_0 \cos \theta_0 = \mu_2$, 为使 $\dot{x}_0 > 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} = \infty$, 取 $v_0 = a / \cos \theta_0$, 即 $\mu_2 = a > 0$ (a 为正常数). 对状态控制部分 $X' = AX + B\mu_1$, 设计状态反馈 $\mu_1 = -K_1 X$ 使得 $A - BK_1$ 为 Hurwitz 阵.

第2步 当 $\|X\|_2 \leq \epsilon$ 时, 对第1步中的控制器进行切换. 其中, 对时间控制部分 $\dot{x}_0 = v_0 \cos \theta_0 = \mu_2$, 为了将 x_0 在有限时间内镇定到零, 取 $v_0 = -\frac{a}{\cos \theta_0} \text{sgn } x_0$, 即 $\mu_2 = -a \text{sgn } x_0$; 对状态控制部分 $X' = AX + B\mu_1$, 取控制

$$\mu_1 = \begin{cases} -K_1 X, & x_0 \leq 0, \\ -K_2 X, & x_0 > 0, \end{cases}$$

使得状态控制部分在 $\dot{x}_0 = a$ 或 $\dot{x}_0 = -a$ 时都能保持稳定, 其中 K_2 使得 $-A + BK_2$ 为 Hurwitz 阵.

第3步 如果 X 和 x_0 满足精度要求, 即 $\| \begin{matrix} x_0 \\ X \end{matrix} \|_2 \leq \epsilon$, 则停止, 即令 $v_0 = \omega_0 = 0$; 反之, 则重复第1, 2步. 其中 ϵ 为事先给定的反映控制精度要求的小正数.

5 仿真结果(Simulation results)

针对带4节离轴式拖车的移动机器人系统, 假定系统的几何参数为 $f_i = 1 (i = 1, 2, 3, 4)$, $d_i = 1 (i = 0, 1, 2, 3)$, 取 x_0 的速度和控制精度分别为 $a = 1$, $\epsilon = 0.01$. 选取 $A - BK_1$ 和 $-A + BK_2$ 的期望极点均为

$$S = -\{1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5\}.$$

可以得到反馈系数矩阵分别为

$$K_1 = [0.1512, 0.6738, -0.0808,$$

$$0.006, -0.0002, 0],$$

$$K_2 = [0.1512, -1.8834, 0.7322,$$

$$2.4296, 0.1333, 1.7442].$$

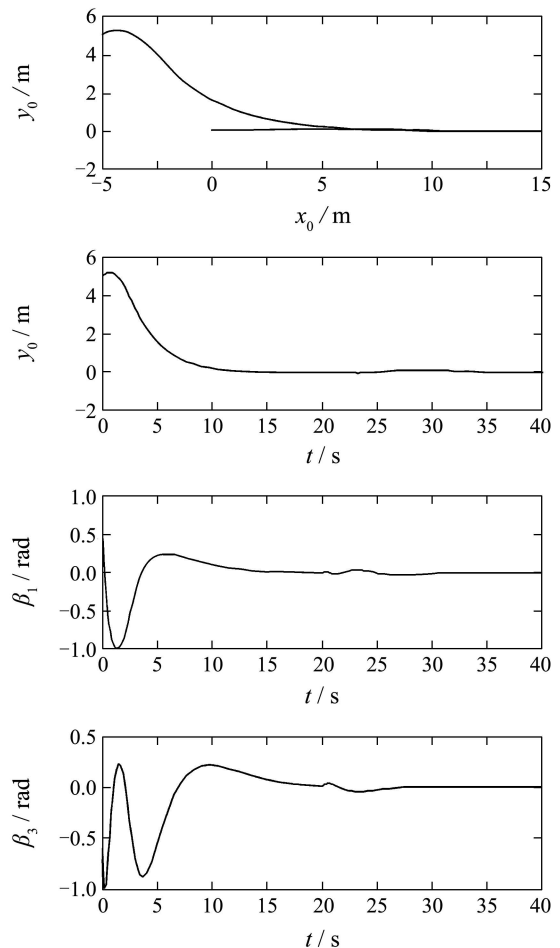
移动机器人和各节拖车的初始位置和姿态取为

$$[x_0, y_0, \theta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4] =$$

$$[-5, 5, \pi/4, \pi/6, -\pi/6, \pi/6].$$

利用 MATLAB 进行仿真得到的拖车移动机器人车头轮轴中心的几何运动轨迹和状态的时间轨迹如图2所示, 可以看出在时间 $t = 35$ s 时已经实现了给定精度的镇定.

从图2可以看出, 拖车移动机器人的运动轨迹可以分为两段: 第1段为前进运动, 在此期间, $\dot{x}_0 = 1$, 车头和各节拖车在前进运动的同时均向过原点的水平直线趋近; 当趋近误差小于 $\epsilon (t = 20$ s) 时, 控制发生切换, 切换后 $\dot{x}_0 = -1$, 拖车移动机器人开始进入第2段后退运动, 在此期间, 车头和各节拖车均沿过原点的水平直线后退, 直至到达 $x_0 = 0$ 时停止运动.



(a)

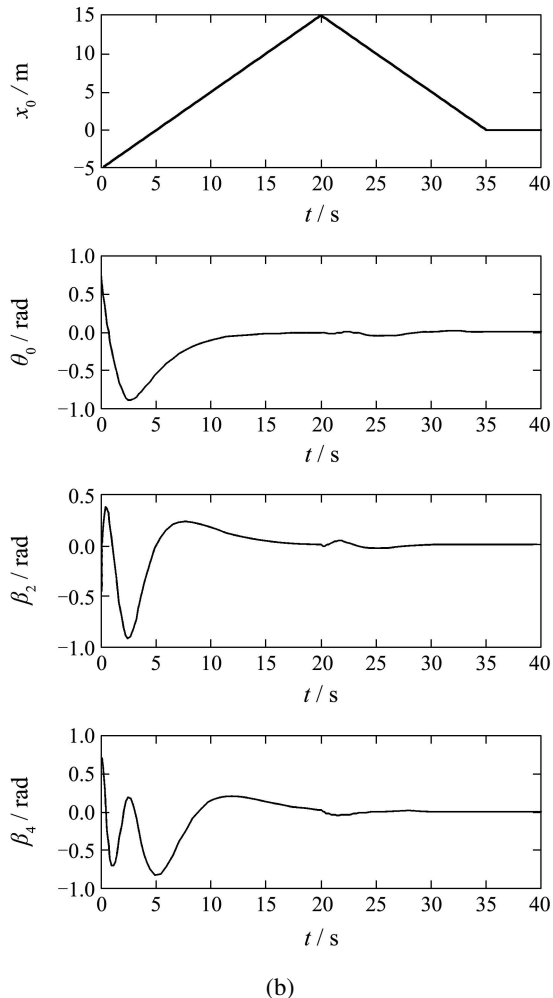


图2 拖车移动机器人的几何轨迹和状态的时间轨迹
Fig. 2 Geometric trajectory and state time trajectories of the tractor-trailers

6 结论(Conclusion)

本文基于时间-状态模型方法研究了一般离轴式拖车移动机器人的反馈镇定问题. 推导出一般离轴式拖车移动机器人的时间-状态近似线性化模型, 并证明了其能控性; 基于时间-状态近似线性化能控模型设计了线性切换控制律, 该控制律可以在有限时间内将拖车移动机器人的状态局部镇定到原点的小邻域内; 对4节离轴式拖车移动机器人进行了仿真研究, 证实了所提出的控制律的有效性. 和文献[6]中的控制算法相比, 本文控制律形式为非时变分段线性, 具有计算量小、容易实时实现的优点, 其缺陷是不能实现渐近镇定, 还有待进一步的改进.

参考文献(References):

[1] SORDALEN O J. Conversion of kinematics of a car with n trailers into a chained form[C] //IEEE Conference on Robotics and Automa-

tion. Atlanta: IEEE, 1993: 382 – 387.

- [2] SORDALEN O J, WICHLUND K Y. Exponential stabilization of car with n Trailers[C] //Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control. San Antonio, Texas: IEEE, 1993: 978 – 983.
- [3] NAKAMURA Y, EZAKI H, TAN Y, et al. Design of steering mechanism and control of nonholonomic trailer systems[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(3): 367 – 374.
- [4] DELIGIANNIS V, DAVRAZOS G, MANESIS S, et al. Flatness conservation in the n -trailer system equipped with a sliding king-pin mechanism[J]. *Journal of Intelligent Robot Systems*, 2006, 46: 151 – 162.
- [5] VENDITTELLI M, ORIOLO G. Stabilization of the general two-trailer system[C] //Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco: IEEE, 2000: 1817 – 1823.
- [6] LIZARRAGE D A, MORIN P, SAMSON C. Chained form approximation of a drift-less system: application to the exponential stabilization of the general n -trailer system[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(16): 1612 – 1629.
- [7] DESANTIS R M, BOURGEOT J M, TODESCHI J N, et al. Path-tracking for tractor-trailers with hitching of both the on-axle and the off-axle kind[C] //Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control. Vancouver, Canada: IEEE, 2002: 206 – 211.
- [8] ALTAFINI C. Following a path of varying curvature as an output regulation problem[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(9): 1551 – 1556.
- [9] ASTOLFI A, BOLZERN P, LOCATELLI A. Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths: a Lyapunov-based approach[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2004, 20(1): 154 – 160.
- [10] PARK M, CHUNG W, KIM M, et al. Control of a mobile robot with passive multiple trailers[C] //Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, LA: IEEE, 2004: 4369 – 4374.
- [11] 周火凤, 马保离. 离轴式拖车移动机器人系统的路径跟踪控制[C] //第26届中国控制会议. 中国湖南省张家界: IEEE, 2007: 283 – 286.
(ZHOU Huofeng, MA Baoli. Path following control of tractor-trailers with off-axle hitching[C] //Proceedings of the 26th Chinese Control Conference. Zhangjiajie, Hunan, China: IEEE, 2007: 283 – 286.)
- [12] YUAN J, HUANG Y, SUN F, et al. Optimization design for connection relation of tractor – trailer mobile robot with variable structure[C] //Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing: IEEE, 2006: 4971 – 4976.
- [13] SAMPEI M. A Control strategy for a class of nonholonomic systems[C] //Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, FL: IEEE, 1994: 1120 – 1121.

作者简介:

何战斌 (1980—), 男, 中航六一八所飞控部部工程师, 目前研究方向为飞行控制、机器人控制, E-mail: buaa007@gmail.com;

马保离 (1963—), 男, 北京航空航天大学七研教师, 目前研究方向为非线性系统控制、机器人控制, E-mail: mabaoli@buaa.edu.cn.