

无人机的追逃对抗仿真研究

龚华军, 杨长锋, 王彪, 杨忠

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 代数图论方法较之微分对策建立的无人机追逃对抗模型更易仿真求解, 利用梯度方法改变Laplacian 矩阵的非零特征值给出了对抗双方的控制输入, 仿真证明了该方法的可行性. 利用边界权值函数考虑无人机通信或感知能力的变化. 然后, 针对仿真过程中遇到的问题提出根据实际情况构造不同的性能指标. 仿真表明逃逸者为迷惑追击者不时交叉逃逸; 而追击者也会更换追击目标; 相对距离不断变化.

关键词: 代数图论; Laplacian矩阵; 追逃对抗; 协同控制

中图分类号: TP29 **文献标识码:** A

Simulation of pursuit-evasion among multi-UAV

GONG Hua-jun, YANG Chang-feng, WANG Biao, YANG Zhong

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: Comparing with the confrontation model in differential game theory, the pursuit-evasion model of unmanned aerial vehicles(UAVs) constructed by algebraic graph theory is easier to be simulated. Therein, the control inputs of pursuers and evaders are implemented by changing nonzero eigenvalues of Laplacian matrix based on gradient method, and the communication variation or sensing degradation of UAVs is investigated through the boundary weighting function. Simulation provides information for combining the real conditions to compose the guidelines for practical applications. Simulations indicate that evaders may change to a crossing escaping trajectory to confuse the pursuers, and pursuers may also change their objects, thus, the relative distances is continuously change.

Key words: algebraic graph theory; Laplacian matrix; pursuit-evasion game; cooperative control

1 引言(Introduction)

目前描述无人机追逃对抗问题都是利用对策论或微分对策论, 但对抗问题复杂多变, 以及初始条件的随机性, 使得问题很难解决^[1]. 另外, 微分对策模型的求解计算量大, 并不适合于仿真, 且不能体现协同性. 微分协商对策论通过建立总的目标矩阵来解决对抗双方的协同问题^[2], 同样需要大量计算.

在无人机编队飞行控制中利用动态图对移动个体建模, 将期望的群体行为控制转化为图的性质, 从而利用图论知识得到控制输入^[3]. 文献5用代数图论方法研究追逃对抗问题, 但仅根据个体间的相对距离控制智能体, 智能体的机动特性不能体现出来. 针对这种情况本文通过构造性能指标对其进行控制, 通过仿真表明, 本文提出的方法更符合实际情况, 追逃对抗形式更复杂: 逃逸者为迷惑追击者不时交叉

逃逸, 逃逸者会转到追击者背后脱离追击者视野范围; 而追击者不断更换追击目标.

2 最大化Laplacian矩阵的频谱(Maximizing the spectrum of Laplacian matrix)

2.1 动态图模型(Dynamic graph model)

设 \mathbb{R}^n 中的 N 个移动智能体, 记 $x_i \in \mathbb{R}^n$ 为智能体 i 的状态, 动态方程为: $\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), u_i(t))$, $u_i \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, $i = 1, \dots, N$. 令

$$x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T,$$

$$u = [u_1^T, u_2^T, \dots, u_N^T]^T,$$

则有 $\dot{x} = f(x, u)$. 设智能个体对应状态图 $g(t) = (v(t), \varepsilon(t), A(t))$ 中的结点 v , 其中 $v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]$, 结点 v_i 的邻接集合定义为 $N_i = \{j \in I : a_{ij} \geq 0\}$; 边 $e_{ij} \in \varepsilon(t) (i \neq j)$ 表示个体 i ,

j 间的联系; $A(t) = [a_{ij}]$ 为权重邻接矩阵, 其中对于 $\forall i, j \in I = \{1, 2, \dots, n\} : i \neq j, a_{ij} \geq 0; a_{ii} = 0$. 权值为 $a_{ij} = \omega(\|x_i - x_j\|)$, ω 为可微函数, 其大小介于 $0-1$ 之间, 表示结点间的关联程度. 权值函数倾向于选择为: $\omega(y) = e^{(r-y)/(R-r)}, \epsilon > 0, y \geq r$; 其优点是可微性及实用性^[3]. 权值矩阵为 $A(x) = [a_{ij}]$, 进而可得Laplacian矩阵为: $L_g(x) = \Delta(x) - A(x)$, 其中 $\Delta(x)$ 为对角阵, $[\Delta(x)_{ii}] = \sum_{j,j \neq i} a_{ij}$. 由定义知Laplacian矩阵为对称半正定阵, 假设其频谱顺序为: $0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$, 其中 λ_2 称为代数连通性^[4], 可以描述群体中智能个体间的相互联系性. 通常情况下, λ_2 越大, 表明联系性能愈强.

2.2 最大化Laplacian矩阵的频谱(Maximizing the spectrum of Laplacian matrix)

在动态图中, 为加强个体间的联系, 需相应增大Laplacian矩阵的特征值, 有半正定阵叠代法^[3]、超陡度^[6]等方法, 本文使用梯度方法.

定理 1 令 $\lambda_k(x)$ 和 ν_k 分别为 $L_g(x)$ 的第 k 个特征值及对应的标准特征向量(即 $\nu_k^T \nu_k = 1$), 对于 $i \neq j, x_i \neq x_j$ 时有下式成立:

$$\nabla_{x_i} \lambda_k(x) = \sum_{j,j \neq i} \nu_{ki}(\nu_{ki} - 2\nu_{kj})(\omega) \left\| \frac{x_i - x_j}{\|x_i - x_j\|} \right\|. \quad (1)$$

其中: ν_{ki} 为向量 ν_k 的第 i 个元素, ω 是关于欧式距离的权值函数^[5].

显然有 $\nabla_x \lambda_k(x) = [\nabla_{x_1} \lambda_k^T(x), \dots, \nabla_{x_N} \lambda_k^T(x)]^T$, 所以 $\dot{\lambda}_k = \nabla_x \lambda_k \cdot f(x, u)$. 进而利用代数图论方法得到队形控制中智能体的控制输入为

$$u(x) = \arg \max_u \{ \nabla_x \lambda_k^T(x) \cdot f(x, u) \}. \quad (2)$$

即智能体的控制输入用来增强智能体间的联系.

3 追逃对抗中的应用(Application to pursuit-evasion games)

微分对策对抗模型不易求取Nash平衡点, 很难得到解析解, 利用代数图论方法求解追逃对抗问题正是利用其易于求解的特点. 对追踪者P来说倾向于加强同逃逸者间的联系, 因此P的控制量用来增大Laplacian矩阵特征值; 而逃逸者E则相反.

3.1 追逃对抗控制输入(The control inputs of pursuit-evasion games)

在追逃对抗中, 记 P, E 分别为追击者序列和逃逸者序列, $P = [1, \dots, N]; E = [1, \dots, M]$. 考

虑 \mathbb{R}^n 空间中的对抗, 令 $x_p^i \in \mathbb{R}^n (x_e^j \in \mathbb{R}^n)$ 表示追击者 $i \in P$ (逃逸者 $j \in E$)的状态变量, 其状态方程分别为: $\dot{x}_p^i = f_p^i(x_p^i, \mu_i), \dot{x}_e^j = f_e^j(x_e^j, \nu_j)$. 将追逃双方看作动态图中的结点, 追逃对抗双向边只存在于追击者同逃逸者之间, 同类智能体之间不存在边. 令 $\kappa_{N,M}$ 表示点列 P, E 间的双向图, N 个结点表示追击者, 而 M 个结点表示逃逸者.

为加快其收敛速度, 考虑Laplacian矩阵的所有非零特征值^[5], 有下式:

$$J_{PE} = \ln \left(\prod_{N+M-K+1}^{N+M} \lambda_{L\kappa} \right),$$

其中 $2 \leq K \leq N + M$ 且 $K = \min(N, M)$. 可得追击者和逃逸者的控制输入分别为:

$$\mu_p = \operatorname{argmax} \{ \nabla_{x_p} J_{PE} \cdot f_p(x_p, \mu_p) \}, \quad (3)$$

$$\nu_e = \operatorname{argmin} \{ \nabla_{x_e} J_{PE} \cdot f_e(x_e, \nu_e) \}. \quad (4)$$

3.2 仿真结果(Simulation results)

考虑 \mathbb{R}^2 空间的无人机运动方程 $\dot{x}_p^i = \mu_i$ 其中 $i \in P : \dot{x}_e^j = \nu_j$ 其中 $j \in E$; 且 $\|\mu_i\| = \bar{\mu}, \|\nu_j\| = \bar{\nu}$; 为简化仿真令 $\bar{\mu} > \bar{\nu}$, 另设双方都以最大速度行驶; 状态量为无人机在平面上的位置. 边界权值函数中 $R = 10, r = 0.5$, 二对二对抗仿真初始参数为: $P1, P2, E1, E2$ 初始位置分别为 $(0, 0), (-5, -5), (-1, 3), (1, 5)$; 初始控制输入为0; 追击者速度 $\bar{\mu}$ 为2, 逃逸者速度 $\bar{\nu}$ 为1.

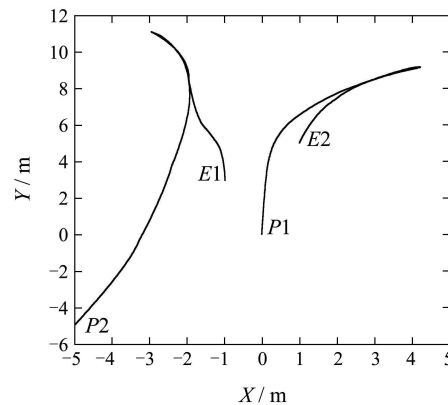


图1 追逃对抗轨迹曲线

Fig. 1 Pursuit-evasion trajectories

仿真曲线如图1所示, 可以看出: 使用代数图论方法可以很好的解决追逃对抗问题, 追逃双方还可体现协同性(逃逸者分散逃逸, 追击者则分别确定追击目标进行追击). 改变追逃对抗初始参数及参与对抗的追击者和逃逸者数目进行仿真, 均证明了该方法的可行性. 然而, 在仿真中得出: 逃逸者在快要被追上时仍然按直线轨迹运动, 由于速度上的劣势, 逃逸

者最后定会被追上, 这同实际情况不符, 这时逃逸者应采取其它措施, 比如转弯等操作.

4 基于指标的追逃对抗控制(Guidelines-based pursuit-evasion games control)

无人机具有多个不同性质状态时, 若仅考虑欧氏距离的权值函数, 则意义不明确、控制效果不理想. 因此, 本文提出基于性能指标的代数图论控制, 根据状态综合出有实际意义的性能指标作为对抗双方的控制方向(增大或减小该性能指标).

4.1 构造性能指标(Development of performance guidelines)

以无人机2维平面上的运动为例: 考虑其机动性, 追击者速度大时, 最小转弯半径就要大些, 追逃双方都有优势, 而不再只考虑一方的优势. 设追击者和逃逸者视线距离为 d_{PE} , 追击者视线 PE 与追击者速度 V_P 方向间的夹角为 θ , 如图2所示. 以 θ 为夹角, d_{PE} 为半径作扇形, 以扇形面积 S 为追逃双方增大或减小的目标. 这样权值函数不再只是空间距离的函数, 可得邻接矩阵元素为 $a_{ij} = \omega(S)$. 由定理1得Laplacian矩阵的第 k 个非零特征值对智能体 i 状态的梯度为

$$\nabla_{x_i} \lambda_k(x) = \sum_{j, j \neq i} \nu_{ki} (\nu_{ki} - 2\nu_{kj}) (\dot{\omega}) \Big|_S \frac{dS}{dx_i}. \quad (5)$$

然后可得如式(3)(4)形式的控制输入. 对本文中的性能指标(扇形面积)可以理解为逃逸者想尽快逃离追击者的视觉范围; 追击者则采取措施增大逃逸者停留在其视野范围的时间, 以免丢失追击目标.

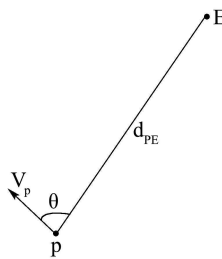


图2 追逃双方相对位置示意图

Fig.2 Relative position of pursuit and evader

4.2 仿真结果(Simulation results)

考虑2维平面上的无人机运动状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_p = V_p \cos \theta_p, & \dot{x}_e = V_e \cos \theta_e, \\ \dot{y}_p = V_p \sin \theta_p, & \dot{y}_e = V_e \sin \theta_e, \\ \dot{\theta}_p = V_p \mu / R_p, & \dot{\theta}_e = V_e \nu / R_e. \end{cases} \quad (6)$$

V_p, V_e 为追逃双方的速率, 且不变; R_p, R_e 为最小转弯半径; θ_p, θ_e 为双方的航向, 在本文中为速度方向

与 x 轴正向之间的夹角; μ, ν 为其控制输入且 $|\mu| \leq 1, |\nu| \leq 1$; 边界权值函数中 $R = 10000, r = 20$, 二对二追逃仿真参数初值见表1.

表1 仿真参数初值

Table 1 Simulation parameters initial values

	P1	P2	E1	E2
初始位置	(70, -32)	(-183, -167)	(-138, 63)	(-56, 8)
初始航向(弧度)	4.99	0.105	1.32	0.22
最小转弯半径	50	50	20	20
速度	3	3	2	2

由仿真知: 逃逸者不再一味的减小同追击者之间的距离, 有时会转到追击者身后, 逃离追击者视野. 同时在追逃过程中追击者改换追击目标, 以及协同追击同一目标; 而对逃逸者来说, 不时出现交叉以迷惑追击者. 图3为追击者同逃逸者间的距离, 不难看出, 距离不断发生变化, 而且最小距离在10个单位左右, 与仅以距离为目标相比追击者追上目标的难度增加. 因此, 可以根据不同情况(所关心的问题)改变追逃双方的控制指标, 比如对逃逸者来说在某时刻着重于改变追逃双方之间的距离, 而在另一时刻重点调整同追击者的相位关系, 以达到逃逸的目的.

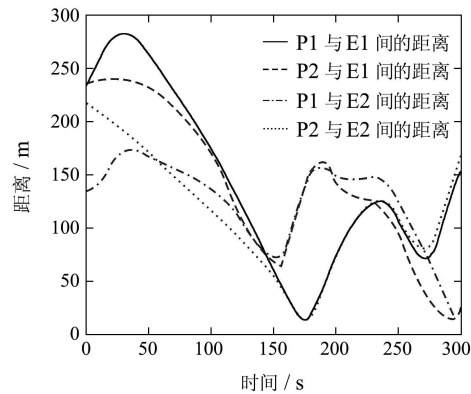


图3 追击者与逃逸者间的距离变化曲线

Fig.3 Distance between pursuers and evaders

5 结论(Conclusion)

代数图论方法是解决追逃对抗问题的新方法, 较之微分对策更容易仿真计算, 并可体现协同控制效果. 另外, 通过权值函数来考虑由于状态变化引起的通信或感知能力下降. 针对仿真过程中出现的问题, 提出根据不同情况构造性能指标, 把性能指标作为追逃双方的矛盾体, 仿真证明能更符合实际情况.

参考文献(References):

- [1] 秦艳琳, 吴晓平. 单个追击者与两目标追逃对抗建模及仿真[J]. 微机计算机信息, 2006, 22(5-1): 293 – 295.
(QIN Yanlin, WU Xiaoping. Pursuit-evasion resist model with one pursuer and two evaders and it's emulator[J]. *Control & Automation*, 2006, 22(5-1): 293 – 295.)
- [2] 李建勋, 佟明安, 金德琨. 协商微分对策理论及其在多机空战分析中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 6(6): 68 – 72.
(LI Jianxun, TONG Ming'an, JIN Dekun. Bargaining differential game theory and application to multiple-airplane combat analysis[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 1997, 6(6): 68 – 72.)
- [3] KIM Y, MESBAHI M. On maximizing the second smallest eigenvalue of a state-dependent graph laplacian[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(1): 116 – 120.
- [4] GODSIL C. *Algebraic Graph Theory*[M]. New York: Springer, 2001.
- [5] LI D X, CRUZ J B. Graph-based strategies for multi-player pursuit evasion games[C]//*Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans: [s.n.], 2007: 12-14.
- [6] GENNARO M C, JADBABAIE A. Decentralized control of connectivity for multi-agent systems[C]//*Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: [s.n.], 2006: 3628 – 3633.

作者简介:

龚华军 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为飞行控制、智能控制、计算机控制, E-mail: ghj301@nuaa.edu.cn;

杨长锋 (1981—), 男, 硕士研究生, 研究方向为系统建模与仿真, E-mail: ycf200710@qq.com;

王彪 (1975—), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为飞行控制与仿真等, E-mail: wangbiao@nuaa.edu.cn;

杨忠 (1969—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为先进飞行控制、智能测控等, E-mail: YZ.NUAA@163.com.