

一类有输入噪声扰动的逆系统无偏参数辨识算法研究

刘清¹, 岳东²

(1. 南京师范大学 数学与计算机科学学院, 江苏 南京 210097;

2. 南京师范大学 电气与自动化学院, 江苏 南京 210042)

摘要: 对逆系统建模时,原系统的输出作为逆系统参数辨识时的输入. 由于原系统输出存在测量噪声,且噪声方差未知,采用普通最小二乘法辨识,无法得到逆系统参数的一致无偏估计.为此,本文研究了一种有输入扰动的逆系统无偏参数辨识算法,该算法先通过小波变换估计输入信号噪声的方差,再由估计得到的方差,通过偏差消除的递推最小二乘法,对逆系统的参数进行无偏辨识.该算法降低了对输入辨识信号为白噪声的要求,具有较强的实用性.由于采用递推运算,该算法也可以用于逆系统参数的在线辨识.最后,通过实验验证了该算法的有效性.

关键词: 逆系统; 参数辨识; 输入噪声; 偏差消除

中图分类号: TP212.6 **文献标识码:** A

A class of unbiased identification for inverse system with input noises

LIU Qing¹, YUE Dong²

(1. School of Mathematics and Computer Science, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210049, China;

2. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210042, China)

Abstract: In identifying the inverse system, the input is the output from the original system. This signal is corrupted by noises with unknown variance. When the ordinary least-squares method is applied to estimate the parameters of the inverse system, the estimates turn out to be biased. A new identification algorithm for bias compensation is proposed. Therein, the noise variance of the inverse system input is first estimated using the wavelet transform, and then, a recursive least-squares method with bias-elimination is used to estimate the parameters of the inverse system. Thus, the proposed algorithm does not require the input signal to be the white noise with a zero mean. Since the computation is recursive, it can be implemented online for estimating parameters of the inverse system. Experimental results show that the approach is effective.

Key words: inverse system; parameter identification; input noise; bias-eliminated

1 引言(Introduction)

在系统辨识中,如何消除因输入/输出噪声所产生参数估计偏差^[1~3],近几年来,已有许多人进行了大量研究.在这些偏差消除辨识算法中,都是假设系统输入信号是白噪声.而在逆系统的参数估计中,是将系统的输出,作为逆系统参数估计的输入^[4~6],由于系统的输出噪声的方差是未知的.这就限制了这些算法在逆系统参数辨识中的应用.为解决这个问题,本文研究了一种有输入噪声扰动的逆系统无偏辨识算法.该算法采用阶跃信号或近似于脉冲信号作为系统的输入信号.这样,系统的输出信号就可以用一个分段平滑的多项式表示.由

于一个具有 M 阶消失矩的小波函数,在对多项式信号进行小波变换时,可以消除信号所对应多项式的前 $M-1$ 项.所以,利用小波消失矩原理可以对输出信号的噪声进行方差估计.再利用估计得到的方差,通过偏差消除的递推最小二乘法进行逆系统参数的辨识,以保证逆系统参数估计的一致无偏性.

2 问题的描述(Problem statement)

逆系统的参数辨识原理如图1所示.图中: $x(t)$ 为输入激励信号, $u(t)$, $y(t)$ 为系统和逆系统的输出信号, $\delta(t)$ 为系统输出端的测量噪声, $d(t)$ 为逆系统的希望输出, θ 为逆系统待辨识的参数.设需要辨识的逆系统为线性时不变系统,且系统的阶次已知,则逆

系统 $\bar{G}(z)$ 的输出可表示为

$$y(t) = -\sum_{i=1}^p a_i y(t-i) + \sum_{j=0}^q b_j u(t-j). \quad (1)$$

式中： a_i 和 b_j 为逆系统的参数， p 和 q 为逆系统的阶次。对逆系统 $\bar{G}(z)$ 的设计，是通过实验数据对参数 θ 的系统辨识过程。但是，在系统输出端的测量噪声 $\delta(t)$ 是不可避免的，且噪声模型和参数是未知的。而在噪声扰动下，采用普通的最小二乘辨识算法，无法得到逆系统参数 θ 的无偏估计^[1~3]。

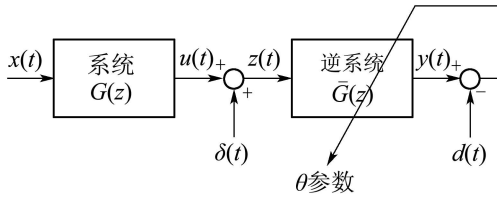


图1 逆系统辨识原理图

Fig. 1 Inverse system identification principle diagram

3 最小二乘估计的偏差(Asymptotic bias of LS estimator)

由于测量噪声 $\delta(t)$ 的存在，则在对逆系统参数进行辨识时的实际输入为

$$z(t) = u(t) + \delta(t). \quad (2)$$

设逆系统实际参数向量为： $\theta = (a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q)^T$ 。由图1可知，参数辨识的输入信号向量 $s(t)$ 为：

$$\begin{aligned} s(t) &= (-d(t-1), \dots, -d(t-p), z(t), \dots, z(t-q))^T = \\ &= (-d(t-1), \dots, -d(t-p), u(t), \dots, u(t-q))^T + \\ &= \underbrace{(0, \dots, 0, \delta(t), \dots, \delta(t-q))^T}_p \\ &= r(t) + \psi(t). \end{aligned} \quad (3)$$

其中： $r(t)$ 为无噪声向量， $\psi(t)$ 为噪声向量。则逆系统的实际输出可表示为

$$y(t) = s^T(t)\theta = r^T(t)\theta + \psi^T(t)\theta = d(t) + v(t). \quad (4)$$

其中 $v(t)$ 为噪声引起的偏差。

采用普通的最小二乘法对逆系统参数进行估计，得到参数 θ 的最小二乘估计 $\hat{\theta}_{LS}$ 为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{LS} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{i=1}^N s(i)s^T(i) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N s(i)d(i) = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s(i)s^T(i) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s(i)d(i) = \\ &= E[(s(i)s^T(i))^{-1} E[(s(i)d(i))] = R_{ss}^{-1} R_{sd}. \end{aligned} \quad (5)$$

这里， $R_{ss} = E[(s(i)s^T(i))]$ ， $R_{sd} = E[(s(i)d(i))]$ ，将式(4)代入到式(5)中，可得到

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{LS} &= R_{ss}^{-1} E[(s(i)(s^T(i)\theta - \psi^T(i)\theta))] = \\ &= \theta - R_{ss}^{-1} E[s(i)\psi^T(i)]\theta = \\ &= \theta + \Delta\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

式中： $\Delta\theta$ 为有输入噪声干扰的最小二乘估计的参数偏差，可表示为

$$\Delta\theta = -R_{ss}^{-1} E[s(i)\psi^T(i)]\theta. \quad (7)$$

由于叠加在输出信号的噪声 $\delta(t)$ 与输出信号不相关，将式(3)代入式(6)，则 $\Delta\theta$ 为

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= -R_{ss}^{-1} E[(r(i) + \psi(i))\psi^T(i)]\theta = \\ &= -R_{ss}^{-1} E[\psi(i)\psi^T(i)]\theta = \\ &= -R_{ss}^{-1} \begin{bmatrix} O_p & O_{qp} \\ O_{pq} & \sigma^2 I_q \end{bmatrix} \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

其中： σ 为输出信号噪声 $\delta(t)$ 的标准差。 O_{pq} 为 $p \times q$ 的0矩阵， O_{qp} 为 $q \times p$ 的0矩阵； O_p 为 $p \times p$ 的0矩阵。

4 偏差消除的最小二乘辨识算法(Bias Compensation LS estimator)

4.1 偏差补偿(Bias Compensation)

如果能够在最小二乘估计 $\hat{\theta}_{LS}$ 中，消除偏差 $\Delta\theta$ ，可以得到参数的无偏估计。定义矩阵：

$$\Xi_t^{-1} = \sum_{i=1}^t [s(i)s^T(i)]^{-1}. \quad (9)$$

将公式(9)代入式(8)可得 t 时刻对偏差 $\Delta\theta$ 的估计为

$$\Delta\hat{\theta}_t = -t\Xi(t) \begin{bmatrix} O_p & O_{qp} \\ O_{pq} & \hat{\sigma}_t^2 I_q \end{bmatrix} \theta. \quad (10)$$

其中 $\hat{\sigma}_t$ 是噪声方差 σ 的 t 时刻估计。这样，偏差消除的递推最小二乘法为

$$\hat{\theta}_{B,t} = \hat{\theta}_{LS,t} + N\Xi(t) \begin{bmatrix} O_p & O_{qp} \\ O_{pq} & \hat{\sigma}_t^2 I_q \end{bmatrix} \hat{\theta}_{B,t-1}. \quad (11)$$

式中， $\hat{\theta}_{B,t}$ 和 $\hat{\theta}_{LS,t}$ 为 t 时刻逆系统参数无偏和最小二乘渐进估计， $\hat{\theta}_{LS,t}$ ， $\Xi(t)$ 采用递推最小二乘法得到。

4.2 噪声方差估计(Variance estimation of noise)

由上面偏差消除的递推最小二乘法的分析可知，要实现该算法，必须对噪声方差进行估计。在单位阶跃信号或近似于脉冲信号作为系统的输入信号，由Stone-Weierstrass^[7]理论可知，系统的输出信号 $u(t)$ 就可以用一个分段平滑的 L 阶多项式表示，这样，逆系统的输入 $z(t)$ 可表示为

$$z(t) = u(t) + \delta(t) = \beta_0 t^0 + \dots + \beta_L t^L + \delta(t). \quad (12)$$

设 $\varphi(t)$ 是一个小波函数, 且有

$$\varphi_\alpha(t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\varphi\left(\frac{t}{\alpha}\right). \quad (13)$$

式中 α 是尺度因子. 对 $z(t)$ 的小波变换能够被表示为

$$W_z(\alpha, t) = u(t) * \varphi_\alpha(t) + \delta(t) * \varphi_\alpha(t). \quad (14)$$

式中 $*$ 为卷积运算. 设 $\varphi(t)$ 有 k 个消失矩, 且 $k > L$, 则对于一切正整数 $k > L$, 有

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k \varphi(t) dt = 0. \quad (15)$$

由式(12)(14)可知, $\varphi(t)$ 小波函数的 L 阶消失矩, 将使信号 $z(t)$ 在小波展开时, 消去前 $L - 1$ 项, 即 $z(t)$ 的小波变换只保留噪声成分, 式(14)可表示为

$$W_z(\alpha, t) = \delta(t) * \varphi_\alpha(t) = W_\delta(\alpha, t). \quad (16)$$

由上式可知, 利用小波变换系数可以进行噪声标准差估计, 在 t 时刻的标准差估计值为^[7]

$$\hat{\sigma}_t \approx \frac{1}{0.6745} \text{Med}[|W_z(\alpha, t)|]. \quad (17)$$

式中尺度 α 为 $1/2$, $\text{Med}(\cdot)$ 为中值函数.

将 t 时刻的标准差估计值 $\hat{\sigma}_t$ 带入式(11), 通过递推最小二乘法可得到逆系统的渐进无偏参数估计 $\hat{\theta}_{B,N}$. 其中, N 为信号序列的长度.

5 应用研究(Application research)

为了验证有输入噪声扰动的逆系统参数无偏辨识算法的有效性. 以薄膜热电偶传感器动态补偿为背景进行了应用研究. 薄膜热电偶是一种用于瞬态温度测量的传感器, 由于其频带不够宽, 在时域上表现为, 动态响应需要经过漫长的过程才到达稳态值, 从而在对瞬态信号测量时出现动态误差. 通过在薄膜热电偶之后增加一个动态补偿器, 扩展传感器频带, 可以补偿其动态误差. 而对补偿器的参数 θ 设计是一个基于模型参考的逆系统参数辨识过程^[6]. 由在薄膜热电偶的输出信号中, 不可避免地存在噪声干扰. 所以, 需要采用本文所研究的偏差消除的最小二乘辨识算法, 进行逆系统参数辨识.

为使薄膜热电偶的输出快速达到稳态值, 参考模型选用较大固有频率的2阶低通滤波器

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi_0\omega_0s + \omega_0^2}. \quad (18)$$

式中, 阻尼比 $\xi_0 = 0.8$, 固有频率

$$\omega_0 = 2\pi \text{ (rad/s)},$$

ω_0 远大于传感器的固有频率. 而补偿器被设计为带

通滤波器^[6]. 其参数为:

$$\theta = (a_1, a_2, b_0, b_1, b_2).$$

通过由动态校准实验, 得到补偿器参数辨识的实验数据. 实验过程如下: 采用激光脉冲加热薄膜热电偶表面, 利用红外测温仪获得热电偶表面温升, 再由双通道瞬态仪记录下红外仪输出 $x(t)$ (热电偶激励信号)和传感器输出信号 $z(t)$.

将 $x(t)$ 再作为参考模型的激励, 得到补偿器的希望输出 $d(t)$. 分别采用普通最小二乘(LS)和偏差消除的递推最小二乘算法(BLS), 对补偿器的参数 θ 进行50次参数辨识, 取其平均值. 得到补偿器的参数分别为 $\hat{\theta}_{LS}$ 和 $\hat{\theta}_{BLS}$, 具体为:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{LS} &= (-1.9992, 0.9994, 0.0206, -0.0011, -0.0193), \\ \hat{\theta}_{BLS} &= (-1.9342, 0.9366, 0.4407, 0.0945, -0.5329). \end{aligned}$$

为了验证补偿效果, 在补偿器动态标定的实验条件下(不同的加热时间)得到的另外的3组实验数据, 进行动态补偿. 补偿的结果如表1所示. 从表中可以看出, 采用偏差消除的递推最小二乘算法得到的补偿器 $\bar{G}(z)_{BLS}$ 的补偿效果, 要优于采用普通最小二乘(LS)得到的补偿器 $\bar{G}(z)_{LS}$. 但由于测量噪声的干扰, 仍然不能无失真地恢复出原信号.

表 1 补偿后动态误差(°C)

Table 1 error of dynamic compensation(°C)

	实验1	实验2	实验3
红外探测器温度	240.35	275.19	305.72
无补偿传感器温度	102.73	172.53	215.87
动态误差	137.62	102.66	89.85
$\bar{G}(z)_{LS}$ 补偿传感器温度	197.78	241.67	281.13
动态误差	42.57	33.52	24.59
$\bar{G}(z)_{BLS}$ 补偿传感器温度	230.56	266.83	298.21
动态误差	10.79	8.36	7.51

6 结语(conclusion)

针对逆系统参数辨识中, 输入噪声扰动产生的参数估计偏差问题, 研究了一种偏差消除的逆系统辨识算法. 该算法利用逆系统输入可以用多项式逼近的原理, 通过具有高阶消失矩的小波函数对输入信号进行噪声方差估计, 再利用估计得到的方差, 由偏差消除递推最小二乘, 进行逆系统参数的辨识. 算法提高了逆系统参数辨识精度, 同时降低了辨识对系统输入信号为白噪声的要求, 具有较强的实用性.

参考文献(References):

- [1] ZHENG W X. Fast identification of autoregressive signals from noisy observations[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, 2005, 52(1): 43 – 48
- [2] SO H C. Unbiased equation-error based algorithms for efficient system identification using noisy measurements[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(6): 1014 – 1030.
- [3] RAO Y N, ERDOGMUS D, RAO G Y, et al. Fast error whitening algorithms for system identification and control with noisy data[J]. *Neurocomputing*, 2005, 69(1): 158 – 181.
- [4] JAN W M, BERGMANS, MARIA Y L, et al. The adaptive MSINR algorithm to improve error rate for channel equalization[J]. *Signal Processing*, 2005, 85(7): 1301 – 1313.
- [5] ZHANG Y, YE Z F, XU X. An adaptive method for channel equalization in MFL inspection[J]. *NDT & E International*, 2007, 40(2): 127 – 139.
- [6] XU K J, LI C, ZHU Z N. Dynamic modeling and compensation of robot six-axis wrist force/torque sensor[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2007, 56(5): 2094 – 2100.
- [7] XU L J, ZHANG J Q, YAN Y. A wavelet-based multisensor data fusion algorithm[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2004, 53(6): 1539 – 1545.

作者简介:

刘清 (1962—), 男, 南京师范大学计算机科学系副教授, 工学博士, 目前主要从事智能控制与现场总线测控系统的研究与开发, E-mail: njnulq@163.com;

岳东 男, 博士生导师, 现为南京师范大学电气与自动化学院特聘教授, 主要研究方向: 非线性与时滞系统的鲁棒控制, 模糊控制, 基于网络的智能机器人控制, CIMS, E-mail: medongy@njnu.edu.cn.