

## 遗传算法在模糊设计中的应用

谭建豪, 章 兢

(湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 构造了CAD系统模糊设计的一种具体解决方案: 其环境为收集到的现场数据; 学习环节采用基于遗传算法的模糊优化算法; 知识库由设计准则构成; 执行部件为设计单元. 建立了回归方程的模糊优化学习算法, 并构造了该算法的流程. 然后利用该模糊设计系统获得了飞边尺寸设计准则, 且应用实例对该算法的稳定性进行了校验. 为评估该算法的性能, 将其与最小二乘法和免疫遗传算法进行了比较, 结果表明, 该算法速度快, 精度高, 稳定性好.

**关键词:** 模糊设计; 遗传算法; 模糊优化; 回归方程; 飞边尺寸

中图分类号: TP183 文献标识码: A

## Application of genetic algorithms in fuzzy design

TAN Jian-hao, ZHANG Jing

(Electrical and Information Engineering College, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China)

**Abstract:** A practical scheme of fuzzy design in CAD systems is developed, of which the environment is the currently collected data; the learning unit is the fuzzy optimization algorithm based on the genetic algorithms; the knowledge base is composed of design criteria; the executive part is the design unit. The fuzzy optimization learning algorithm of the regression equation is developed, and the corresponding flow chart is built. Then, the design criterion of a flash size is obtained by using this system; and the stability of the algorithm is verified through some examples. To evaluate the performances of the algorithm, we compare it with the least-squares method(LSM) and the immune-genetic algorithm(IGA); the result shows that our algorithm is faster, with higher precision and stability than the other algorithms.

**Key words:** fuzzy design; genetic algorithm; fuzzy optimization; regression equation; flash size

### 1 引言(Introduction)

随着CAD技术的发展, 定量化锻模设计准则显得越来越迫切. 不少学者采用了理论分析、实验研究或两者相结合的办法来实现这一目标<sup>[1]</sup>. 而数据挖掘技术的兴起与发展为人们探索更为有效的制订锻模设计准则的办法提供了一个良好的契机, 让计算机从样例中学习输入到输出的对应关系便是解决此类问题的一种策略. 锻造生产的悠久历史, 为现场数据的收集提供了极为丰富的来源. 利用机器学习获取数据内在规律性的方法主要有3种<sup>[2]</sup>: 经典的参数统计估计方法、人工神经网络方法和统计学习方法.

本文通过在传统机器学习中引入新的元素, 提出了基于遗传算法的模糊优化算法, 其基本思想是, 让统计学习方法(回归分析方法)结合遗传算法和模糊优化, 使得对于某些模型已知的预测问题的求解精度得以上升、效率得以提高. 最后用这种模糊设计方法获取了锻模飞边尺寸设计准则, 验证了这种算

法的收敛性、有效性、高精度和快速性.

### 2 CAD系统中的模糊设计(Fuzzy design in CAD systems)

本文给出CAD系统中模糊设计的一种具体解决方案: 其环境为现场数据, 其知识库为设计准则, 其学习方式采用基于遗传算法的模糊优化算法, 其执行部件为设计单元.

#### 2.1 回归模型(Regression model)

本文的设计准则采用回归模型. 因非线性回归方程的参数估计可通过适当方式转化为线性回归方程的参数估计, 在此只讨论线性回归方程的情形. 线性回归方程可以统一写成如下形式

$$y = \mathbf{x}^T \mathbf{a}. \quad (1)$$

其中:  $y \in \mathbb{R}$  是目标函数,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{m+1}$  是随机向量,  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{m+1}$  是决策向量,  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{a}$  为

$$\mathbf{x} = [1 \ \cdots \ x_m]^T, \mathbf{a} = [a(0) \ a(1) \ \cdots \ a(m)]^T. \quad (2)$$

对应 $y$ 和 $\mathbf{a}$ 的目标空间和决策空间可表示为

$$\mathbf{Y} = \{y|y \in \mathbb{R}\}, \mathbf{A} = \{\mathbf{a}|\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{m+1}\}. \quad (3)$$

回归方程的参数估计过程为: 由已知 $N$ 个实例 $(\mathbf{X}_k, Y_k^*), k = 1, 2, \dots, N$ , 组成一组学习样本, 其中, 实例 $k$ 的输入 $\mathbf{X}_k$ 可表示为一个 $m + 1$ 元向量 $\mathbf{X}_k = (1, x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{mk})$ , 实例 $k$ 的期望输出为单一输出 $Y_k^* = y_k^*$ . 目标函数的计算输出为

$$y_k = \mathbf{X}_k^T \mathbf{a}.$$

那么参数估计问题转化为如下模糊优化问题.

$$\max y_k = \mathbf{X}_k^T \mathbf{a}, k = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

其中 $y_k, k = 1, 2, \dots, N$ 为模糊目标, 其期望值为 $y_k^*$ , 对称容差为 $\varepsilon$ , 变化区域为 $[y_k^* - \varepsilon, y_k^* + \varepsilon]$ . 建立论域 $A$ 上的与 $y_k$ 对应的模糊目标集 $\mathbf{G}_k, k = 1, 2, \dots, N$ , 其隶属函数 $\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})$ 定义如下:

$$\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a}) = \begin{cases} 0, & y_k \leq y_k^* - \varepsilon, \\ 1 - (y_k^* - y_k)/\varepsilon, & y_k^* - \varepsilon \leq y_k \leq y_k^*, \\ 1 - (y_k - y_k^*)/\varepsilon, & y_k^* < y_k < y_k^* + \varepsilon, \\ 0, & y_k \geq y_k^* + \varepsilon. \end{cases} \quad (5)$$

现已知论域 $A$ 上模糊目标集 $\mathbf{G}_k, k = 1, 2, \dots, N$ , 则它们的交集 $\mathbf{G} = \bigcap_{k=1}^N \mathbf{G}_k$ 称为模糊优越集. 基于模糊优化的回归方程的参数估计的基本思想是, 在决策空间 $A$ 中寻找使模糊优越集 $\mathbf{G}$ 的隶属度函数 $\mu_{\mathbf{G}}(\mathbf{a})$ 取最大值的 $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{a}^*$ 称为模糊最优解.  $\mu_{\mathbf{G}}(\mathbf{a})$ 由下式计算<sup>[3,4]</sup>.

$$\mu_{\mathbf{G}}(\mathbf{a}) = \bigwedge_{k=1}^N \mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a}) = \min(\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})|k = 1, 2, \dots, N). \quad (6)$$

模糊优化的数学模型可表示为, 求 $\mathbf{a}^*$ , 使

$$\mu_{\mathbf{G}}(\mathbf{a}^*) = \max(\mu_{\mathbf{G}}(\mathbf{a})) = \max(\min(\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})|k = 1, 2, \dots, N)). \quad (7)$$

## 2.2 学习算法(Learning algorithm)

### 1) 回归方程中的参数估计.

问题(7)是无约束优化问题, 但它的目标不是连续可导的. 这个问题不能采用传统优化方法求解, 但可以用遗传算法进行优化. 本文拟采用由汪定伟和唐家福提出的沿加权梯度方向进行变异的特殊遗传算法来求解<sup>[4,5]</sup>.

对于个体 $\mathbf{a}$ , 设 $\mu_{\min}(\mathbf{a}) = \min(\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})|k = 1, 2, \dots, N)$ . 如果 $\mu_{\min}(\mathbf{a}) \leq \mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a}) < 1$ , 则沿着 $\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})$ 的梯度方向移动. 这样可能改善 $\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})$ 的值.  $\mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a})$ 值越小, 就可能得到越大的改善. 基于上

面的思想构造的加权梯度方向如下:

$$D(\mathbf{a}) = \sum_{k=1}^N w_k \nabla \mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a}). \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \nabla \mu_{\mathbf{G}_k}(\mathbf{a}) &= \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{sgn}(y_k^* - y_k) \nabla y_k = \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{sgn}(y_k^* - y_k) \nabla \mathbf{X}_k^T \mathbf{a} = \\ &= \operatorname{sgn}(y_k^* - y_k) \frac{\mathbf{X}_k}{\varepsilon}, k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (9)$$

$w_k$ 是梯度方向权重, 定义如下:

$$w_k = \begin{cases} 0, & \mu_{\mathbf{G}_k} = 1, \\ 1/(\mu_{\mathbf{G}_k} - \mu_{\min} + e), & \mu_{\min} \leq \mu_{\mathbf{G}_k} < 1. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $e$ 是一个充分小的正数,  $1/e$ 是最大的权重.

根据式(6), 对于一个个体 $\mathbf{a}$ , 它的适应值就是模糊目标集中隶属度中最小的数值. 优化的目标就是使最小隶属度值增大. 于是应该优先改善具有最小隶属度值的目标.

由 $\mathbf{a}^l(t)$ ,  $l$ 代表个体编号,  $t$ 代表遗传代数, 通过沿加权梯度方向 $D(\mathbf{a}^l(t))$ 变异产生的子代 $\mathbf{a}^l(t+1)$ 可以描述如下:

$$\mathbf{a}^l(t+1) = \mathbf{a}^l(t) + \beta^t D(\mathbf{a}^l(t)). \quad (11)$$

其中 $\beta^t$ 是具有下降均值的Erlang分布的随机步长. Erlang分布由随机发生器产生.

在本文的遗传算法中, 沿加权梯度方向的变异是主算子, 算术组合杂交仅在后期使用, 采用比例选择策略在每代中选出新的种群<sup>[6~8]</sup>.

### 2) 模糊优化算法设计.

**算法 1**(基于遗传算法的模糊优化算法) 输入: 训练样本samples. 输出: 回归方程参数. 根据上述基本策略, 构造算法如下:

1° 扫描数据库, 读取样本 $(\mathbf{X}_k, Y_k^*), k = 1, 2, \dots, N$ .

2° 构造目标函数 $y_k = \mathbf{X}_k^T \mathbf{a}$ , 其期望值为 $y_k^* = Y_k^*$ , 给定对称容差为 $\varepsilon$ .

3° 给定参数种群规模pop\_size, 令 $t = 0$ , 初始化参数种群 $\mathbf{a}^l(0), l = 1, 2, \dots, \text{pop\_size}$ .

4° 对每一个体 $\mathbf{a}^l(t)$ , ①由式(4)计算每一目标函数值 $y_k^l(t)$ . ②由式(5)计算模糊目标集的隶属度 $\mu_{\mathbf{G}_k^l(t)}(\mathbf{a}^l(t))$ . ③由式(6)确定模糊优越集的隶属度 $\mu_{\mathbf{G}^l(t)}(\mathbf{a}^l(t))$ . ④由式(9)和式(10)分别确定每一目标的梯度 $\nabla \mu_{\mathbf{G}_k^l(t)}(\mathbf{a}^l(t))$ 和权值 $w_k(t)$ , 由式(9)确定加权梯度方向 $D(\mathbf{a}^l(t))$ .

5° 按比例选择算法选出新的参数种群 $\mathbf{a}^l(t+1)$ .

6° 按算术组合法进行杂交.

7° 由式(11)进行沿加权梯度方向的变异.

8° 是否满足终止条件? ①如不是, 则  $t = t + 1$ , 转4°. ②如是, 则输出使  $\mu_{G^l(t)}(\mathbf{a}^l(t))$  最大的  $\mathbf{a}^l(t)$  作为飞边尺寸设计准则的参数.

### 3 应用举例(Application examples)

该模糊设计系统可解决很多工程设计问题, 本文仅介绍应用该算法确定飞边尺寸设计准则的应用实例.

#### 3.1 飞边尺寸设计准则各变量之间的关系 (Relationship among variables in flash size design criteria)

根据原苏联学者捷捷林关于影响飞边尺寸的因素的研究成果和对某厂生产现场数据的分析, 飞边尺寸设计准则可用下列模型描述<sup>[1]</sup>:

$$H_Y = \beta_0 + \beta_1 * Q_Y^{0.2} + \beta_2 * (D_Y/D_0) * S_Y + \varepsilon_\sigma. \quad (12)$$

式中:  $H_Y$  为预锻模飞边桥部高度尺寸;  $D_0, D_Y$  为毛坯, 预锻件最大直径;  $Q_Y$  为预锻件重量;  $S_Y$  为预锻工步形状复杂系数.

#### 3.2 算例(Examples)

式(12)样本如表1所示.

表1  $H_Y$  回归分析样本表  
Table 1  $H_Y$  training samples of regression analysis

$Q_Y^{0.2}$	$(D_Y/D_0) * S_Y$	$H_Y$
1.33828	1.73525	4.00000
1.24970	5.61601	4.00000
1.34031	4.18778	4.00000
⋮	⋮	⋮
1.26268	3.50018	4.00000

表2 基于模糊优化的飞边尺寸检验结果

Table 2 Test results of flash size based on fuzzy optimization

序号	样本序号	$H_Y$ 预报值	$H_Y$ 实测值	相对误差/%	平均相对误差/%	计算时间/s	遗传算法循环次数
1	4	6.58	6.00	9.726	4.039	145	85
	5	4.68	4.60	1.802			
	6	5.02	5.00	0.589			
2	4	6.38	6.00	6.410	2.545	140	95
	5	4.60	4.60	0.115			
	6	4.94	5.00	1.110			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	4	5.48	6.00	8.562	5.481	146	98
	5	4.74	4.6	3.173			
	6	5.23	5.00	4.708			

在回归方程参数的模糊优化估计中, 利用算法1对式(12)的回归参数进行了估计. 设置遗传算法参数为<sup>[8]</sup>: 个体数目  $NIND = 100$ , 优秀个体数目10; 最大遗传代数  $MAXGEN = 100$ ; 变量个数分别为2, 2, 4, 4, 染色体采用实数编码; 代沟  $GGAP = 0.9$ ; 对称容差  $\varepsilon = 0.1$ ; 交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  采用自适应调整方式设定:

$$P_c = \begin{cases} k_1(f_{\max} - f')/f_{\max} - f_{\text{avg}}, & f' \geq f_{\text{avg}}, \\ k_2, & f' < f_{\text{avg}}. \end{cases}$$

$$P_m = \begin{cases} k_3(f_{\max} - f)/f_{\max} - f_{\text{avg}}, & f \geq f_{\text{avg}}, \\ k_4, & f < f_{\text{avg}}. \end{cases}$$

其中:  $f_{\max}$  为群体中最大的适应度值;  $f_{\text{avg}}$  为每代群体的平均适应度值;  $f'$  为要交叉的两个个体中较大的适应度值;  $f$  为要变异个体的适应度值;  $k_1, k_2, k_3, k_4 \in (0, 1)$ . 根据系统运行结果, 获得预锻模和终锻模飞边桥部高度与宽度尺寸的设计准则为

$$H_Y = 1.56 + 2.20 * Q_Y^{0.2}. \quad (13)$$

由于遗传算法的随机性, 因而算法的结果或多或少地会产生不稳定的现象. 但是, 如果算法的模型选择合理, 算法的参数设置合适, 计算结果就会相对比较稳定. 为验证此算法的稳定性, 选用同样的遗传算法参数, 分别单独进行5次计算, 其预测结果见表2.

从表2中可以看出, 每一次计算的预测和实测值都很接近, 预测精度较高, 满足飞边尺寸设计所要求达到的精度. 算法平均运行速度为142 s, 而且每次运行速度差别不大, 说明算法在保持高效的同时, 稳定性也很高.

本文尝试着用传统的最小二乘法(LSM)<sup>[9]</sup>和免疫遗传算法(IGA)<sup>[10]</sup>对回归方程的参数进行估计, 其相应检验结果见表3.

表3 基于LSM和IGA的飞边尺寸检验结果  
Table 3 Test results of flash size based on LSM and IGA

序号	样本序号	$H_Y$ 实测值	$H_Y$ 预报值		相对误差/%		平均相对误差/%		计算时间/s	
			LSM	IGA	LSM	IGA	LSM	IGA	LSM	IGA
1	4	6.00	6.53	6.43	8.826	7.166	7.347	5.562	132	140
	5	4.60	5.10	4.90	10.780	6.521				
	6	5.00	5.12	5.15	2.435	3.000				
2	4	6.00	6.15	6.20	7.420	3.333	3.915	4.114	129	138
	5	4.60	4.66	4.72	1.215	2.609				
	6	5.00	4.84	5.32	3.11	6.400				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	4	6.00	5.50	5.78	8.262	3.667	6.051	4.628	140	136
	5	4.60	4.75	4.81	3.174	5.217				
	6	5.00	5.34	5.25	6.718	5.000				

将表3与表2进行比较后可以看出, LSM和IGA每一次计算的预测和实测值较接近, 预测精度较高, 但比用模糊优化系统获得的飞边尺寸设计精度要差, 运算速度比模糊优化系统要快一点, 而且每次运行速度差别不大。

#### 4 讨论和结语(Discussion and conclusion)

比较表2和表3, 可以看出: 1) 遗传算法作为一种全局优化搜索算法, 能同时在解空间的多个区域进行搜索, 并且能以较大的概率跳出局部最优, 以找出整体最优解, 从而大大加快了算法的收敛速度; 2) 值得注意的是, 在遗传算法参数设置时, 文献[8]建议群体规模取300以上, 相应优秀个体数目取20以上. 遗传学家认为: 当群体很小时, 选择就不会起作用, 这时有利的基因可能被淘汰, 有害的基因可能被保留. 引起群体结构发生变化的主要因素是随机波动的遗传漂移, 它也是产生未成熟收敛的一个主要原因. 对此可以采用增大群体容量的方法来减缓遗传漂移, 但这样做可能导致算法效率的降低. 在实践中发现, 如果群体规模大于100时, 每一次遗传循环的开销很大, 模型虽然有很强的全局寻优能力, 但收敛速度变得很慢. 所以, 本文遗传算法选择的设置为: 群体规模100, 相应优秀个体数目10. 这样, 模型在保持较强的全局寻优能力的同时, 收敛速度也很快; 3) 模糊优化与遗传算法的结合, 不仅预测结果精度较高, 而且算法稳定。

#### 参考文献(References):

- [1] TEREPUH Γ Π, ΠOXUH ΠU. 热体体积锻工艺过程设计最优化和自动化原理[M]. 肖景容, 李德群译. 北京: 国防工业出版社, 1983.  
(TEREPUH Γ Π, ΠOXUH ΠU. *Optimum and Automation Principles for the Technology Processing of Heat Volume Die-forging*[M]. XIAO Jingrong, LI dequn Translation. Beijing: National Defence In-

dustry Press, 1983.)

- [2] CHENG K, ZHOU Y Y. Power electronics specialists conference[C] // *Fuzzy Optimization Techniques Applied to the Design of a Digital BLDC Servo Drive*. New York: IEEE, 2002, 8: 23 – 27.
- [3] JIMENEZ F, SANCHEZ G, CADENAS J M, et al. A multi-objective evolutionary approach for nonlinear constrained optimization with fuzzy costs[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 2004, 56(3): 124 – 128.
- [4] 玄光南, 程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
(XUAN Guangnan, CHEN Runwei. *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)
- [5] HORIKAWA S. On Fuzzy modeling using fuzzy neural networks with BP algorithm[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 39(5): 25 – 29.
- [6] CHIENS S, DECOSTE D, DOYLE R, et al. Making an impact artificial intelligence at the jet propulsion laboratory[J]. *Artificial Intelligence Magazine*, 1997, 18(1): 103 – 121.
- [7] LIU Y K. Convergent results about the use of fuzzy simulation in fuzzy optimization problems[J]. *Fuzzy Systems*, 2006, 34(7): 85 – 94.
- [8] GUIMARSE F G, CAMPELO F, SALDANLA R R. A hybrid methodology for fuzzy optimization of electromagnetic devices[J]. *IEEE Transaction on Magnetics*, 2006, 82(7): 46 – 51.
- [9] 王明慈, 沈恒范. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.  
(WANG Mingci, SHENG Hengfan. *Probability Theory and Mathematical Statistics*[M]. Beijing: Higher Education Press, 1999.)
- [10] 段玉波, 任伟建, 霍凤财, 等. 一种新的免疫遗传算法及其应用[J]. 控制与决策, 2005, 20(10): 35 – 40.  
(DUAN Yubo, REN Jianwei, HE Fengcai, et al. A kind of new immune genetic algorithm and its application[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(10): 35 – 40.)

#### 作者简介:

谭建豪 (1962—), 男, 博士研究生, 教授, 目前研究方向为人工智能和数据挖掘, E-mail: tanjianhao96@sina.com.cn;

章兢 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统的计算机控制, E-mail: zhangji@hnu.cn.