

不确定条件下控制分配问题的鲁棒优化方法

马建军, 李文强, 郑志强, 胡德文

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对具有冗余执行机构的过驱动系统, 在考虑控制效率不确定性的条件下, 提出了一种基于鲁棒优化理论的控制分配算法. 研究了原始不确定鲁棒优化模型的建立和基于椭球不确定集的鲁棒对等式的转化问题, 并推广到可由锥二次不等式表示的不确定集的情况. 讨论了鲁棒优化控制分配算法的求解方法及其计算复杂度. 最后, 针对多操纵面飞机的最优控制分配问题与传统算法进行了仿真比较, 结果表明鲁棒优化算法能有效降低控制效率不确定性的影响, 使分配结果更为合理, 从而具有更好的鲁棒性, 同时能有效提高操纵面故障情况下闭环系统的控制重构能力, 很好地改善了飞控系统的性能.

关键词: 控制效率; 不确定性; 控制分配; 鲁棒优化; 控制重构

中图分类号: V249 **文献标识码:** A

Control of allocation under uncertainty based on robust optimization

MA Jian-jun, LI Wen-qiang, ZHENG Zhi-qiang, HU De-wen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: A robust optimal control algorithm for allocation is proposed for over-actuated systems with redundant actuators when the control effectiveness is uncertain. Based on the original uncertain robust optimal model, we study the robust transformation from the ellipsoidal uncertain set to equality. This result is extended to the uncertain set represented by a conic quadratic inequality. The solution of robust control of allocation is discussed along with the computation complexity. Simulation of the control by using the proposed algorithm in allocating effectors in an aircraft with multiple effectors is carried out. Comparison of the results with those obtained from traditional algorithms shows that the proposed algorithm effectively reduces the impacts of the uncertainty in control effectiveness, achieves a more reasonable allocation and results in a higher robustness. Meanwhile, it improves the capability of control reconfiguration for the closed-loop control system in the event of actuator failure in the flight control system.

Key words: control effectiveness; uncertainty; control allocation; robust optimization; control reconfiguration

1 引言(Introduction)

为了提高系统安全性, 可靠性和有效性, 控制系统通常被设计成具有冗余执行机构的过驱动系统. 冗余执行机构的引入提高了系统可靠性的同时给控制系统的设计带来以下两个问题: 1) 执行机构的冗余和耦合程度增强, 如何有效的分配控制指令到各个执行机构? 2) 如何满足执行机构的物理约束?

控制分配技术是解决以上过驱动控制系统设计的有效途径, 已日益引起人们的研究兴趣^[1], 并在诸如飞行器系统^[2~4]、自主车系统^[5,6]、舰船控制系统^[7,8]以及水下航行器系统^[9]等领域得到广泛的研究和应用. 对于控制分配算法, 主要方法归结起来可以分为: 广义逆及其改进算法^[10]、直接分配算法^[11]和基于数学规划的优化算法^[12]. 这些算法均存在一个隐含假设: 控制效率矩阵 B 是精确无误的. 而不确定性在实际系统中是普遍存在的, 如飞行器气动数据往往存在偏差, 目前针对控制分配问题中的

建模误差进行鲁棒设计的研究还很少^[13], 因此, 研究不确定性条件下的控制分配问题具有重要意义.

本文在分析现有方法局限性的基础上提出了一种新的鲁棒控制分配算法, 首先分析了控制分配问题中的不确定性及其影响, 建立了不确定条件下的鲁棒优化模型, 研究了基于椭球不确定集以及可锥二次表示的不确定集条件下的鲁棒对等式的转化问题及其求解方法. 多操纵面飞机最优控制分配的仿真实验证明了鲁棒优化算法在气动系数存在不确定性偏差的条件下具有更优良的性能和适应能力, 闭环控制系统仿真实验表明本文方法相对于传统方法能有效地提高执行器故障条件下的控制重构性能, 很好地改善了飞控系统的性能.

2 问题描述(Problem formulation)

对于过驱动系统, 期望控制指令可以通过不同的执行器组合输入或设置而实现, 将控制指令合理分

配到冗余受限的执行机构从而实现期望效应的过程称为控制分配. 控制分配器的输入是需要产生的总控制效应, 称之为伪控制指令, 由 $v \in \mathbb{R}^m$ 表示; 输出是真实的控制输入 $\delta \in \mathbb{R}^n$, 假设操纵机构偏转量与其产生的控制力矩之间为线性关系, 则可得到线性控制分配问题的数学描述为

$$B\delta = v. \quad (1)$$

实际系统中执行机构受到结构、载荷等物理约束, 即 δ 的偏转范围和偏转速率是受限的, 必须满足

$$\begin{aligned} \delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}, \\ \dot{\delta}_{\min} \leq \dot{\delta} \leq \dot{\delta}_{\max}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中: δ_{\min} 和 δ_{\max} 为最小和最大位置约束, $\dot{\delta}_{\min}$ 和 $\dot{\delta}_{\max}$ 为最小和最大速率约束. 计算机的离散处理方式使得速率约束可以以控制系统计算帧为单元进行处理, 若控制系统计算周期为 Δt , 则在 $\Delta t + 1$ 时刻, 可行变化范围受位置和速率共同约束, 可得

$$\underline{\delta} \leq \delta \leq \bar{\delta}, \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{\delta} = \min(\delta + \dot{\delta}_{\max}\Delta t, \delta_{\max}), \\ \underline{\delta} = \max(\delta - \dot{\delta}_{\min}\Delta t, \delta_{\min}). \end{cases} \quad (4)$$

综合式(2)和(4)就得到线性控制分配问题的一般描述为

$$\begin{cases} B\delta = v, \\ \text{s.t. } \underline{\delta} \leq \delta \leq \bar{\delta}. \end{cases} \quad (5)$$

目前的控制分配算法均存在一个隐含假设, 即假定得到的控制效率矩阵 B 是精确无误差的, 而实际系统中, 建模、计算都会存在不确定性因素. 以飞行器最优控制分配问题为例, 由于飞行器是一种不确定时变非线性的受控系统, 其在空间的运动规律比较复杂, 精确地建立其数学模型难度很大. 因此, 在建立数学模型的过程中, 不可避免地要进行一些简化假设和线性化处理^[4]. 所以, 飞行器数学模型和实际系统之间具有很大的不确定性. 而计算控制效率矩阵 B 的气动系数本身是存在计算偏差的, 因此, B 是含有不确定性的, 而传统控制分配算法并未考虑不确定时对模型的可行性和稳定性的影响, 所以当数据发生扰动偏离名义值时, 原问题的解可能不再适合扰动后的问题, 得到的解存在较大误差.

3 不确定性优化问题的鲁棒优化理论 (Robust optimization theory of uncertain optimization problem)

3.1 鲁棒优化的基本原理 (Basic principle of robust optimization)

数学规划的经典范例是在输入数据准确知道并

且等于某些标称值的假设条件下建立模型, 并利用已有的数学规划求解方法得到最优解. 这种方法没有考虑数据不确定性的影响. 因此, 当数据的取值不同于标称值时, 一些约束可能不满足, 原来得到的最优解可能不再最优甚至变得不可行. 因此, 需要找到一种优化方法使得优化解免受数据不确定性的影响, 这种方法就是鲁棒优化方法 (robust optimization, 简称RO)^[15].

定义 1 含不确定参数的优化问题可描述为

$$\begin{aligned} \min f(x, \xi), \\ \text{s.t. } g_i(x, \xi) \leq 0, \forall \xi \in \Xi, i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: x 为决策变量, f 为目标函数, g_i 为约束函数, ξ 表示的是不确定的参数, Ξ 为不确定集. 若 Ξ 为有界闭集, 则称式(6)为鲁棒优化问题.

鲁棒优化的目的是求得这样一个解, 对于可能出现的所有情况, 约束条件均满足, 并且使得最坏情况下的目标函数值最优. 其核心思想是将原始问题以一定的近似程度转化为一个具有多项式计算复杂度的凸优化问题, 关键是建立相应的鲁棒对等模型 (robust counterpart, 简称RC), 然后利用相关的优化理论将其转化为可求解的“近似”鲁棒对等问题, 并给出鲁棒最优解.

3.2 鲁棒优化模型的建模步骤 (Modeling procedure of robust optimization model)

鲁棒优化方法的优化解的鲁棒性突破了过去优化模型中不确定参数过多依赖先验知识以及服从概率分布的假定. 为了建立不确定优化问题的鲁棒优化模型, 首先要对实际问题从优化的角度进行深入分析, 确定问题的优化目标、决策变量、约束条件等, 其具体步骤为^[16]:

- 1) 建立系统理论优化模型. 确定优化目标、输入变量、输出变量、变量维数等. 确定系统的各种约束条件.
- 2) 确定不确定参数, 选择不确定集模型, 并初步确定其变化范围.
- 3) 建立不确定优化模型. 根据理轮模型, 将目标函数、约束函数、不确定集用数学公式进行描述.
- 4) 转化为鲁棒对等问题. 根据不确定集的选取, 将不确定优化模型转化为等价的鲁棒对等问题.
- 5) 建模后的求解工作. 根据不确定集的不同选择, 对转化后的确定性优化问题进行求解.

4 不确定控制分配问题的鲁棒优化模型 (Robust optimization model of control allocation under uncertainty)

4.1 鲁棒控制分配的理论模型 (Theoretic model for robust control allocation)

首先按照最优化问题的形式建立鲁棒控制分配

问题的理论模型描述. 输入变量为上层控制器给出的伪控制指令以及控制效率矩阵; 输出变量为各个执行机构的偏转指令; 约束条件为执行机构偏转角度和速率的限制; 不确定因素包括气动系数的随机偏差导致的控制效率不确定性.

选择误差最小和控制量最小作为优化目标, 可得到控制分配问题的线性优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{\delta} & \{ \|B\delta - v\|_1 + \|W_{\delta}(\delta - \delta_p)\|_1 \}, \\ \text{s.t.} & \underline{\delta} \leq \delta \leq \bar{\delta}. \end{aligned} \quad (7)$$

进而可转化为标准的线性规划形式:

$$\begin{aligned} \min_x & c^T x, \\ \text{s.t.} & Ax \geq b. \end{aligned} \quad (8)$$

其中:

$$c = [0 \ \cdots \ 0 \ w_1 \ \cdots \ w_n \ 1 \ \cdots \ 1]^T, \quad (9)$$

$$x = [\delta \ s_1 \ s_2]^T, \quad (10)$$

$$Ax = [s_1, s_2, \delta, -\delta, -B\delta + s_2, B\delta + s_2, -\delta + s_1, \delta + s_1]^T, \quad (11)$$

$$b = [0, 0, -\bar{\delta}, \underline{\delta}, -v, v, -\delta_p, \delta_p]^T. \quad (12)$$

w_1, w_2, \dots, w_n 为加权矩阵 W_{δ} 的对角元素, s_1 和 s_2 分别为偏转量和误差量松弛因子, δ_p 为理想偏转位置, 通常设为零. 考虑控制效率矩阵 B 存在不确定性, 可得到控制分配的鲁棒优化问题:

$$\begin{aligned} \min_x & c^T x, \\ \text{s.t.} & a_i x \geq b_i, \forall a_i \in \Xi_i, i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: a_i 表示含有不确定性的矩阵 A 的第 i 行, 且在不确定集 Ξ_i 内取值.

4.2 椭球不确定集下的鲁棒对等式(Robust counterpart with ellipsoidal uncertainty set)

首先考察椭球不确定集模型描述下原始控制分配问题的鲁棒对等式. 定义 \mathbb{R}^K 空间内的椭球为

$$U = \{ \Pi(u) \mid \|Qu\| \leq 1 \}, \quad (14)$$

其中: $u \rightarrow \Pi(u)$ 为 \mathbb{R}^L 到 \mathbb{R}^K 的仿射, Q 为 $M \times L$ 的矩阵. 在此基础上, 给出椭球不确定性的定义^[17]:

定义 2 不确定集 $\Xi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是椭球不确定集, 若满足

A) 对于给定的 Q_l 和 $\Pi_l(\cdot)$, Ξ 为有限多个椭球体的交集:

$$\Xi = \bigcap_{l=0}^k U(\Pi_l, Q_l), \quad (15)$$

B) Ξ 是有界的;

C) 满足 Slater 条件. 即至少存在一个矩阵 $A \in \Xi$,

属于每个椭球的“相对内点”:

$$\forall l \leq k \exists u_l : A = \Pi_l(u_l), \|Q_l u_l\| < 1. \quad (16)$$

针对椭球不确定集模型的鲁棒控制分配问题(13), 有以下结论:

定理 1 带有椭球不确定性的鲁棒控制分配问题(13), 若满足

1) 矩阵 A 中的行 a_i 含有不确定性, 但位于椭球范围内:

$$\Xi_i = \{ a_i : a_i = \bar{a}_i + \Theta_i u_i, \|u_i\|_2 \leq \rho \}, \quad (17)$$

其中: $i = 1, \dots, M$, \bar{a}_i 为标称值, Θ_i 为对称正(半)定矩阵.

2) 行 a_i 的假设值是相互独立的.

则等价于以下确定的锥二次优化问题:

$$\begin{aligned} \min_x & c^T x, \\ \text{s.t.} & \bar{a}_i^T x - \rho \|\Theta_i x\|_2 \geq b_i, \forall i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (18)$$

证 带有椭球不确定性的鲁棒控制分配问题(13)可改写成

$$\begin{cases} \min_x c^T x, \\ \text{s.t.} \bar{a}_i^T x + x^T \Theta_i u_i - b_i \geq 0, \\ \forall \|u_i\|_2 \leq \rho, i = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (19)$$

以上问题进而可等价于

$$\begin{cases} \min_x c^T x, \\ \text{s.t.} \bar{a}_i^T x - b_i + \min_{u_i \in \Omega} x^T \Theta_i u_i \geq 0 \\ \Omega = \{ u_i \mid \|u_i\|_2 \leq \rho \}, i = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (20)$$

而事实上有以下等式成立:

$$\min_{u_i \in \{u_i \mid \|u_i\|_2 \leq \rho\}} x^T \Theta_i u_i = -\rho \|\Theta_i^T x\|_2. \quad (21)$$

将式(21)代入式(20)就有

$$\begin{aligned} \min_x & c^T x, \\ \text{s.t.} & \bar{a}_i^T x - \rho \|\Theta_i x\|_2 \geq b_i, \forall i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (22)$$

问题(22)是一个锥二次优化问题^[18]. 这样, 就得到了椭球不确定集下控制分配问题的鲁棒对等式.

4.3 可锥二次表示不确定集下的鲁棒对等式(Robust counterpart with conic quadratic represented uncertainty set)

利用 2 阶锥 $K = \{ (x_1; \bar{x}) \in \mathbb{R}^n : x_1 \geq \|\bar{x}\|, x_1 \geq 0 \}$, 在 \mathbb{R}^n 上可定义一个用 \geq_K 表示的偏序关系: $x \geq_K y \Leftrightarrow x - y \geq_K 0 \Leftrightarrow x - y \in K$, 其中 $x, y \in \mathbb{R}^n$. 则可将定理 1 推广到不确定集可锥二次表示的情形. 首先给出锥二次表示的定义^[19]:

定义 3 若存在一个具有有限个形式为

$A_j \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} - b_j \geq_{L^m} 0$ 的向量不等式的系统 S (其中 $x \in \mathbb{R}^n$ 为变量, u 为附加变量), 当 X 是 S 的解集在 x 平面上的映射时, 称 $X \in \mathbb{R}^n$ 是可由锥二次不等式表示的 (CQr), 且 S 为集合 X 的锥二次表示.

可锥二次表示的函数有仿射函数、欧几里得范数、凸二次函数、锥函数以及 \mathbb{R}^n 中由有限个线性不等式给出的多面体集等.

定理 2 考虑不确定线性控制分配问题

$$LP(\Xi) = \{ \min_{x: Ax \geq b} c^T x | (c, A, b) \in \Xi \}. \quad (23)$$

假设不确定集 Ξ 是可锥二次表示的:

$$\begin{cases} \xi = (c, A, B) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{m \times n} \times \mathbb{R}^m, \\ \Xi = \{ \xi | \exists u: A(\xi, u) \equiv P\xi + Qu + r \geq_K 0 \}, \end{cases} \quad (24)$$

其中: $A(\xi, u)$ 为仿射映射, K 为 2 阶锥的直积. 若 Ξ 的 CQr 是严格可行的^[19]:

$$\exists (\bar{\xi}, \bar{u}) : A(\bar{\xi}, \bar{u}) >_K 0, \quad (25)$$

那么, 可锥二次表示不确定集下的鲁棒控制分配问题等价于一个锥二次优化问题.

证^[19] 引入变量 t , 利用 $z = (t, x)$ 表示扩展后的设计变量, 同时引入一个合适的向量 d , 则可将不确定线性规划问题写成问题 ($LP[\xi]$):

$$\min_z \{ d^T z | \alpha_i^T(\xi) z - \beta_i(\xi) \geq 0, i = 1, \dots, m+1 \}. \quad (26)$$

其中: $\alpha_i(\xi) = A_i \xi + a_i$, $\beta_i(\xi) = b_i^T \xi + c_i$ 为 ξ 的仿射. 则鲁棒对等式为以下最优化问题 (RC_{ini}):

$$\begin{cases} \min_z d^T z, \\ \text{s.t. } \alpha_i^T(\xi) z - \beta_i(\xi) \geq 0, \\ \forall \xi \in \Xi, \forall i = 1, \dots, m+1. \end{cases} \quad (27)$$

固定 i , 若需要 z 满足有限个线性不等式约束 (C_i):

$$\alpha_i^T(\xi) z - \beta_i(\xi) \geq 0, \forall \xi \in \Xi, \quad (28)$$

则要求最优化问题: $\min_{\tau, \xi} \{ \tau | \tau \geq \alpha_i^T(\xi) z - \beta_i(\xi), \forall \xi \in \Xi \}$ 的最优值非负. 考察 Ξ 的定义, 可知该问题等价于一个设计变量为 τ, ξ, u 的锥二次规划问题 ($CQ_i[z]$)^[19]:

$$\begin{cases} \min_{\tau, \xi} \{ \tau | \tau \geq \alpha_i^T(\xi) z - \beta_i(\xi), A(\xi, u) \geq_K 0 \}, \\ \alpha_i(\xi) = A_i \xi + a_i, \\ \beta_i(\xi) = b_i^T \xi + c_i, \\ A(\xi, u) \equiv P\xi + Qu + r. \end{cases} \quad (29)$$

因此, z 满足 (C_i) 当且仅当 ($CQ_i[z]$) 的最优值非负. 假设具有锥不等式: $A(\xi, u) \geq_K 0$ 的系统是严格

可行的, 那么问题 ($CQ_i[z]$) 是严格可行的. 基于锥对偶定理^[20], 若锥二次优化问题 ($CQ_i[z]$) 的最优解非负, 那么其对偶问题允许对偶目标具有一个非负值的可行解. 根据弱对偶原理可知, ($CQ_i[z]$) 的最优解非负的事实等价于其对偶问题允许对偶目标具有一个非负的可行解, 基于以上讨论, 令 $\text{Opt}(CQ_i[z])$ 表示问题 ($CQ_i[z]$) 的最优解, 则以下推导成立^[19]:

$$\begin{aligned} z \text{ satisfied}(C_i) &\Leftrightarrow \text{Opt}(CQ_i[z]) \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\begin{cases} \exists \lambda \in \mathbb{R}, \xi \in \mathbb{R}^N, \\ \lambda [a_i^T z - c_i] - \xi^T r \geq 0, \\ \lambda = 1, \\ -\lambda A_i^T z + b_i + P^T \xi = 0, \\ Q^T \xi = 0, \lambda \geq 0, \xi \geq_K 0. \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\begin{cases} \exists \xi \in \mathbb{R}^N, \\ a_i^T z - c_i - \xi^T r \geq 0, \\ -A_i^T z + b_i + P^T \xi = 0, \\ Q^T \xi = 0, \xi \geq_K 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

而满足 (C_i) 的向量 z 的集合是 CQr 的, 即

$$z \text{ satisfied}(C_i) \Leftrightarrow \begin{cases} \exists \xi \in \mathbb{R}^N, \\ a_i^T z - c_i - \xi^T r \geq 0, \\ A_i^T z - b_i - P^T \xi = 0, \\ Q^T \xi = 0, \xi \geq_K 0. \end{cases} \quad (31)$$

此时, 问题 (23) 的鲁棒对等式被转化为一个在 CQr 集上具有线性目标的锥二次优化问题^[21]:

$$\min d^T z \begin{cases} a_i^T z - c_i - \xi^T r \geq 0, \\ A_i^T z - b_i - P^T \xi = 0, i = 1, \dots, m+1, \\ Q^T \xi = 0, \xi \geq_K 0. \end{cases} \quad (32)$$

其设计变量为 $z, \xi_1, \dots, \xi_{m+1}$. 其中 A_i, a_i, b_i, c_i 来自仿射函数 $\alpha_i(\xi) = A_i \xi + a_i, \beta_i(\xi) = b_i^T \xi + c_i, P, Q, r$ 来自不确定集 Ξ 的描述:

$$\Xi = \{ \xi | \exists u : P\xi + Qu + r \geq_K 0 \}, \quad (33)$$

4.4 鲁棒控制分配问题的求解 (Problem solving of robust control allocation)

在鲁棒优化模型研究步骤中, 通过对所建的鲁棒优化模型进行理论推导得到其鲁棒对等式后, 需要对其进行求解. 根据结论, 带有可锥二次表示不确定集的控制分配模型转化为一个锥二次优化问题. 目前对其求解效率最高是属于多项式时间算法的内点算法^[22]. 为了提高计算效率, 本文采用一种改进的求解凸优化问题的算法: 基于非精确障碍函数的原始-对偶内点算法^[23]. 该算法仅对原障碍函数的梯度和 Hessian 矩阵进行非精确评估, 而对偶障碍函数及其导数无需参与. 在标准假设下该方法能在多项式数目的有限迭代次数内获得 ε 最优解.

控制分配算法的应用, 特别是在飞行器中的应用, 一个主要评价指标就是是否满足实时应用的要求. 带有可锥二次表示的不确定模型的鲁棒控制分配问题转化为二次锥优化问题, 可利用具有多项式时间复杂度的内点算法进行求解, 其本质与同规模的线性规划问题的计算复杂度相当. 因此本文提出的鲁棒控制分配方案的计算复杂度与线性规划算法相同, 具有较好的实时应用前景. 通过以上分析, 可得到上述方法的几个特点: 1) 该方法基于鲁棒优化概念, 可获得不确定性最坏情况下的最优解; 2) 能有效处理可由锥二次不等式表示的不确定集模型的鲁棒控制分配问题; 3) 建立于鲁棒优化的理论框架,

可利用各种先进鲁棒优化算法进行算法研究和性能提升; 4) 算法复杂度与同规模线性规划问题相当, 易于计算机实时应用.

5 仿真实验(Simulation experiment)

5.1 仿真模型(Simulation model)

根据美国革新性操纵面计划(innovative control effectors, 简称ICE)的验证机风洞数据建立仿真系统模型^[24]. 考虑8组操纵面: 左升降副翼、右升降副翼、全动翼尖、俯仰推力矢量、偏航推力矢量、被动孔隙、俯仰襟翼和扰流片. 取飞行条件为 $H = 3566 \text{ m}$, $Ma = 0.6$, 控制效率矩阵为

$$B^0 = \begin{bmatrix} -3368.4 & -3368.4 & 0 & -1089.8 & 0 & 0 & -2698.6 & 0 \\ 2268.1 & -2268.1 & 1531.9 & 0 & 0 & 6395.1 & 0 & 1929.7 \\ 95.7 & -95.7 & -443.6 & 0 & -1089.8 & 1162.7 & 0 & 1516.8 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

控制舵面位置约束为

$$u_{\min} = [-30 \quad -30 \quad 0 \quad -15 \quad -15 \quad 0 \quad -30 \quad 0]^T (^\circ), \quad (35)$$

$$u_{\max} = [30 \quad 30 \quad 60 \quad 15 \quad 15 \quad 8 \quad 30 \quad 50]^T (^\circ). \quad (36)$$

5.2 控制效率不确定性描述(Uncertainty formulation of control effectiveness)

考虑气动系数的建模不确定性导致 B 中每个元素存在偏差, 假设 B^0 是精确模型, 并对 B^0 中每个元素施加随机干扰. 令 b_{ij} 为 B 中第 i 行第 j 列元素, 建立参数向量:

$$\theta = [b_{11} \quad b_{12} \quad \cdots \quad b_{1n} \quad \cdots \quad b_{m1} \quad b_{m2} \quad \cdots \quad b_{mn}]^T, \quad (37)$$

其中: θ 为 $(n \times m)$ 的向量. 假设模型参数服从正态分布, 不确定性描述呈椭球形状. 则 θ 的范围就在如下集合描述的空间内:

$$\theta \in \Theta \triangleq \{\theta : (\theta - \theta_c)^T W (\theta - \theta_c) \leq 1\}, \quad (38)$$

其中: θ_c 是正态分布的均值, 正定对称阵 W 定义椭球半轴的长度和方向, 即 W 特征值的倒数的平方根是椭球半轴的长, 对应的特征向量的方向沿半轴的方向.

5.3 开环仿真实验(Open-loop simulation)

为了验证本分配算法的有效性, 首先进行多操纵面飞机的控制分配开环仿真实验, 即考察算法对于控制效率存在不确定性时, 本文算法跟

踪力矩指令的性能. 三轴控制力矩指令为: 滚转力矩指令一直为 $0 \text{ N} \cdot \text{m}$; 从第 1 s 开始持续 4 s 幅值为 $67787 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的方波俯仰力矩指令和幅值为 $135575 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的方波偏航力矩指令. 分别使用标准线性规划算法和鲁棒控制分配算法进行控制分配求解.

某次随机实验的仿真结果如图1~图3所示, 图1中左侧为传统算法结果, 右侧为本文算法结果, 实线表示期望的力矩指令, 虚线表示控制分配获得的控制力矩. 为比较算法的鲁棒性能, 进行 1000 次随机实验, 计算各轴平均误差和最大误差, 使用 tic 和 toc 指令计算算法运行时间, 性能比较见表 1. 由图 1~图 3 和表 1 可得出结论, 考虑不确定性因素的鲁棒控制分配方法对于系统建模不确定性具有更好的鲁棒性能, 得到的解具有较强的抗干扰能力, 能更精确的获得控制力矩, 操纵面的偏转效率也更高, 且本文算法具有与传统线性规划算法相当的计算复杂度, 满足实时应用的要求.

表 1 性能比较

算法	平均时间/ms	最大时间/ms	平均误差	最大误差
LP	1.53	2.41	$\begin{bmatrix} 288.4 \\ 7526.6 \\ 31722.9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2875.1 \\ 21084.1 \\ 85952.8 \end{bmatrix}$
RO	1.82	2.74	$\begin{bmatrix} 4.14 \\ 381.2 \\ 1896.4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13.6 \\ 652.4 \\ 2167.6 \end{bmatrix}$

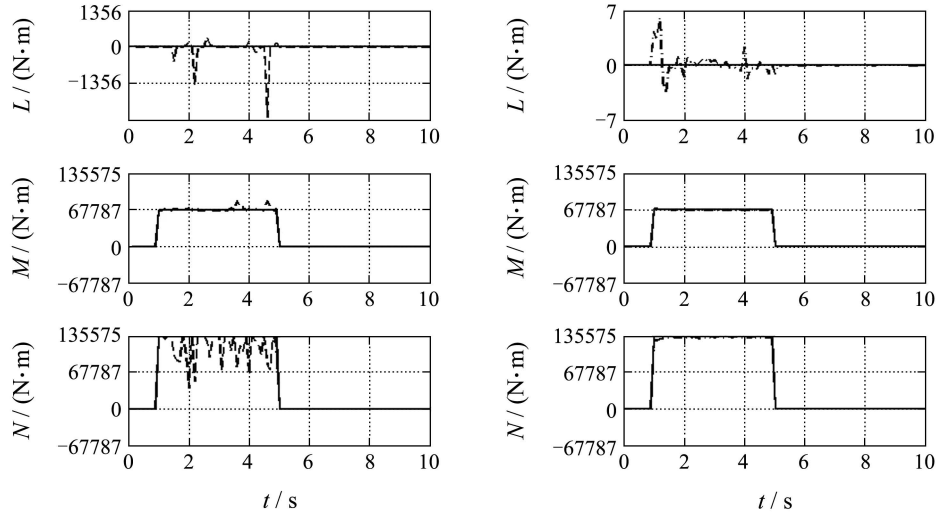


图1 期望与获得的控制力矩
Fig. 1 Desire and achieve control moments

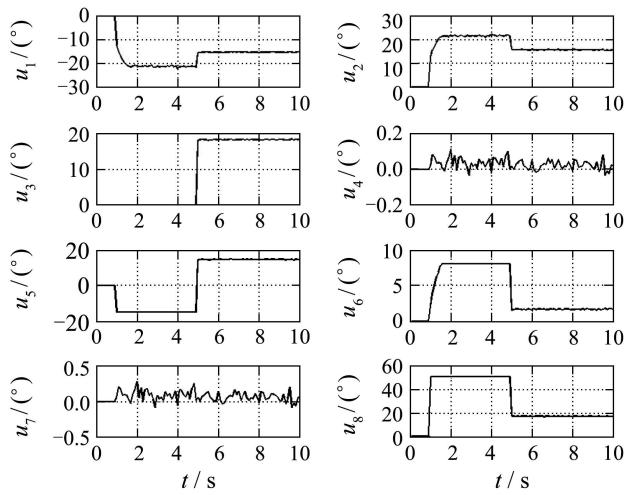


图2 传统算法的操纵面偏转
Fig. 2 Surfaces deflections of conventional algorithm

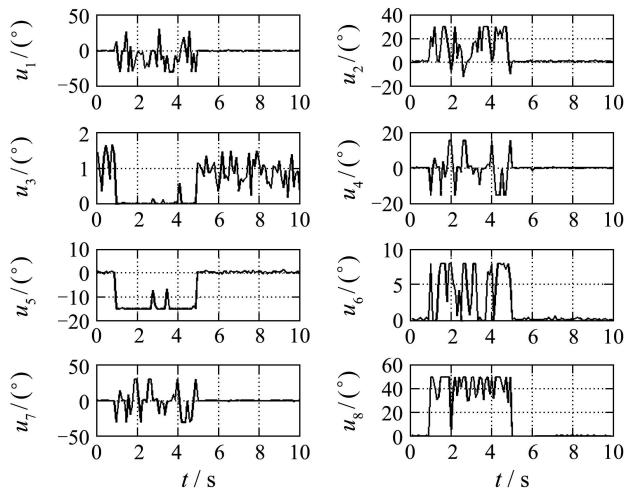


图3 本文算法的操纵面偏转
Fig. 3 Surfaces deflections of proposed algorithm

5.4 闭环仿真实验(Closed-loop simulation)

为了考察操纵面发生故障情况下基于鲁棒控制分配算法的控制重构能力, 以下进行闭环飞行控制系统的仿真实验. 控制系统结构如图4所示.

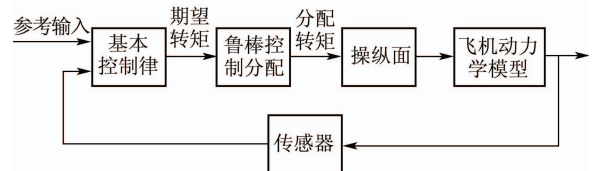


图4 控制系统结构
Fig. 4 Control system framework

基本控制律采用线性二次调节器, 仿真环境为 MATLAB/Simulink, 选取攻角 α , 侧滑角 β , 滚转速率 p , 俯仰速率 q 和偏航速率 r 为状态量, 跟踪控制指令为第2s时刻开始的阶跃信号: $\alpha = 5^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $p = 20^\circ/s$. 故障类型设为在第5s时右升降副翼失效90%, 图5~图7为系统输出响应.

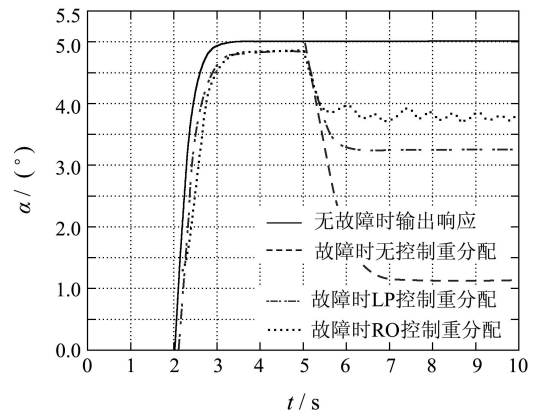


图5 攻角输出响应
Fig. 5 Output respond of angle of attack

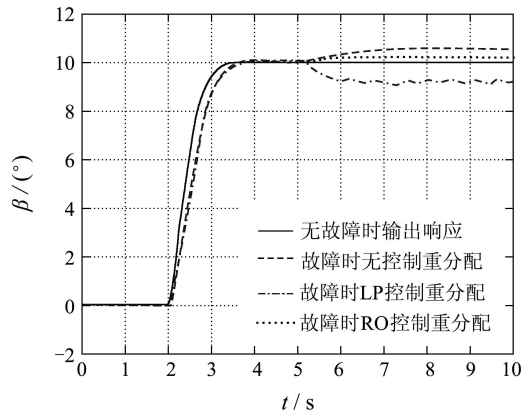


图6 侧滑角输出响应

Fig. 6 Output response of sideslip angle

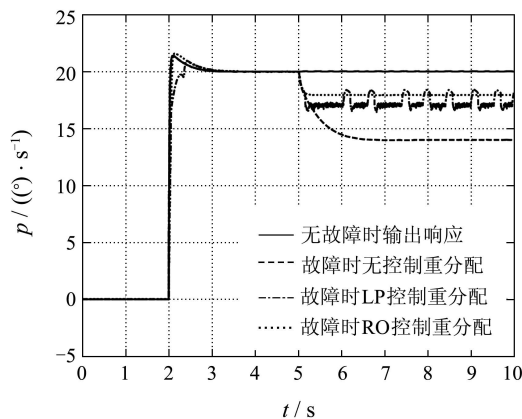


图7 滚转速率输出响应

Fig. 7 Output response of roll rate

可以看出控制系统无故障时系统输出的稳态误差几乎为0;当操纵面故障时,跟踪误差变得很大;采用标准LP控制分配算法和本文RO控制分配算法进行控制重构都能较好的减小跟踪误差,但基于本文方法的控制重构效果更好,跟踪性能损失更小,很好的提高了飞控系统的性能。

6 结论(Conclusions)

论文研究了不确定系统鲁棒优化模型的建立与求解问题及其在不确定控制分配问题中的应用。通过对控制分配问题建模不确定性的深入分析,结合鲁棒优化模型的核心思想,建立了控制效率不确定条件下控制分配问题的理论优化模型及其基于椭球不确定集和可由锥二次不等式表示的不确定集模型的鲁棒对等式。进行了多操纵面飞机开环和闭环控制系统的仿真验证。通过与传统算法的比较,证明了RO算法对于气动系数不确定条件下的优良性能和较强适应能力,且能有效提高操纵面故障情况下的控制重构性能,很好地改善了飞控系统的性能。

参考文献(References):

- [1] BENOSMAN M, LIAO F, LUM K Y, et al. Nonlinear control allocation for non-minimum phase systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(2): 394 – 404.
- [2] ALWI H, EDWARDS C H. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation[J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1859 – 1866.
- [3] LIAO F, LUM K Y, WANG J L. Constrained control allocation for linear systems with internal dynamics[C] // *Proceedings of the 17th World Congress on International Federation of Automatic Control*. Seoul: IFAC Press, 2008: 3092 – 3097.
- [4] ZHANG Y M, RABBATH C A, SU C Y. Reconfigurable control allocation applied to an aircraft benchmark model[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Washington: IEEE, 2008: 1052 – 1057.
- [5] JOHANSEN T A, FUGLSET T P, TONDEL P, et al. Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders[J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(4): 457 – 464.
- [6] JOHANNES T, JOHANSEN T A. Adaptive control allocation[J]. *Automatica*, 2008, 44(11): 2754 – 2765.
- [7] WANG J, SOLIS J, LONGORIA R G. On the control allocation for coordinated ground vehicle dynamics control systems[C] // *Proceedings of American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 5724 – 5729.
- [8] BRAD SCHOFIELD, TORE HAGGLUND. Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Washington: IEEE, 2008: 3231 – 3236.
- [9] YU J C, ZHANG A Q, WANF X H, et al. Adaptive neural network control with control allocation for a manned submersible in deep sea[J]. *China Ocean Engineering*, 2007, 21(1): 147 – 161.
- [10] BORDIGNON K. *Constrained control allocation for systems with redundant control effectors*[D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996.
- [11] DURHAM W C. Constrained control allocation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993, 16(4): 717 – 725.
- [12] OLA HARKEGARD. *Backstepping and control allocation with applications to flight control*[D]. Sweden: Department of Electrical Engineering of Linköping University, 2003.
- [13] 张艳, 陈宗基, 魏晨. 一种基于广义逆的无人机鲁棒控制分配方法[J]. *航空学报*, 2008, 29(suppl): 198 – 203. (ZHANG Yan, CHEN Zongji, WEI Chen. New algorithm for robust control allocation of UAV based on generalized inverse[J]. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 2008, 29(suppl): 198 – 203.)
- [14] STEVENS B L, LEWIS F L. *Aircraft Control and Simulation(2nd edition)*[M]. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2003.
- [15] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust optimization-methodology and applications[J]. *Mathematical Programming*, 2002, 92(3): 453 – 480.
- [16] 宗群, 王维佳, 何彦昭. 基于鲁棒优化理论的电梯群控调度策略[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(4): 743 – 748. (ZONG Qun, WANG Weijia, HE Yanzhao. Elevator group scheduling based on robust optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 743 – 748.)
- [17] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust convex optimization[J]. *Mathematics of Operations Research*, 1998, 23(4): 769 – 805.
- [18] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust solutions of uncertain linear programs[J]. *Operations Research Letters*, 1999, 25(1): 1 – 13.
- [19] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. *Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms and Engineering Applications*[M]. Philadelphia: SIAM, 2001: 43 – 137.

- (LI Xiang, DING Zhenliang, YUAN Feng. Distributed filtering techniques of multiresolution multisensor based on wavelet transform[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 275 – 278.)
- [13] GODBOLE S. Kalman filtering with no a priori information about noise—White noise case: Identification of covariances[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(5): 561 – 563.
- [14] MALLAT S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*[M]. Second Edition. Beijing: China Machine Press, 2003.
- [15] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425 – 455.
- [16] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage via wavelet shrinkage[J]. *Journal of the American Statistical Association(JASA)*, 1995, 90(432): 1200 – 1224.
- [17] XU L, ZHANG J, YAN Y. A Wavelet-based multisensor data fusion algorithm[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2004, 53(6): 1539 – 1545.
- [18] 高羽, 张建秋. 小波变换域估计观测噪声方差的Kalman滤波算法及其在数据融合中的应用[J]. *电子学报*, 2007, 35(1): 108 – 111. (GAO Yu, ZHANG Jianqiu. Kalman filter with wavelet based unknown measurement noise estimation and its application for information fusion[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(1): 108 – 111.)
- [19] ZHOU D H, XI Y G, ZHANG Z J. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. *Chinese Journal of Automation*, 1992, 4(2): 145 – 152.
- [20] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器[J]. *自动化学报*, 1991, 17(6): 689 – 695. (ZHOU Donghua, XI Yugeng, ZHANG Zhongjun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1991, 17(6): 689 – 695.)
- [21] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 96 – 97. (ZHOU Donghua, YE Yinzong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 96 – 97)
- [22] 闫章更, 祁载康. 射表技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. (YAN Zhanggeng, QI Zaikang. *Firing Table Technologies*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.)
- [23] 陈杰, 邓方, 陈文颀. 基于间接数据的参数辨识及其在弹道模型中的应用[J]. *北京理工大学学报*, 2007, 27(1): 118 – 122. (CHEN Jie, DENG Fang, CHEN Wenjie. Parameters identification from indirect data and its application in the identification of ballistic parameters[J]. *Transaction of Beijing Institute of Technology*, 2007, 27(1): 118 – 122.)

作者简介:

陈杰 (1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂系统优化与决策、智能控制、约束系统非线性控制, E-mail: chenjie@bit.edu.cn;

邓方 (1981—), 男, 博士, 教师, 主要研究方向为非线性系统的参数辨识与状态估计、故障诊断与容错控制, E-mail: dengfang@bit.edu.cn, 本文通讯作者;

陈文颀 (1974—), 男, 讲师, 主要研究方向为模式识别与图像处理技术;

马韬 (1984—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应滤波.

(上接第737页)

- [20] ALIZADEH F, GOLDFARB. Second-order cone programming[J]. *Mathematical Programming*, 2003, 95(1): 3 – 51.
- [21] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust solutions of uncertain quadratic and conic-quadratic programs[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2002, 13(2): 535 – 560.
- [22] DAVID G, LUENBERGER, YINYU YE. *Linear and Nonlinear Programming*[M]. Third edition. Berlin: Springer Verlag, 2008: 111 – 140.
- [23] SCHURR S P, OLEARY D P, TITS A L. A polynomial-time interior-point method for conic optimization, with inexact barrier evaluations[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2009, 20(1): 458 – 471.
- [24] ADDINGTON G A, MYATT J H. *Control-surface deflection effects on the innovative control effectors(ICE 101)design*: AFRL-VA-WP-TR-2000-3027[R]. Ohio, USA: Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, 2000.

作者简介:

马建军 (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为容错飞行控制、控制分配, E-mail: mjjcl@yahoo.com.cn;

李文强 (1979—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为鲁棒飞行控制;

郑志强 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为精确制导与控制、多机器人控制;

胡德文 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 长期从事系统辨识、神经网络、图像信号处理和认知科学等方面的研究.