

离散动力系统混沌化—配置若干个Lyapunov指数

陈旭, 晋建秀, 丘水生

(华南理工大学 电子与信息学院, 广东 广州 510640)

摘要: 对确定性离散时间动力学系统, 提出了一种配置Lyapunov指数为正的混沌化和超混沌化方法. 得到的受控系统所有Lyapunov指数均不为零, 而其中至少一个为正, 并且受控系统满足Devaney的混沌定义. 此外说明了算法可以配置至少两个或者更多个Lyapunov指数为正, 并给出了证明和两个混沌化实例, 仿真结果显示了算法的良好效果.

关键词: 离散时间系统; 状态反馈; 混沌反控制; 混沌; 超混沌

中图分类号: TP271+.8 **文献标识码:** A

Placement of Lyapunov exponents in discrete-time dynamical systems

CHEN Xu, JIN Jian-xiu, QIU Shui-sheng

(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: A new algorithm is proposed for the placement of Lyapunov exponents to make a deterministic discrete-time dynamical system chaotic or hyperchaotic. The resultant controlled system with non-zero Lyapunov exponents is chaotic in the sense of Devaney, with at least one positive Lyapunov exponent being greater than a given positive constant. Besides, this algorithm can make two or more Lyapunov exponents positive, and two chaotic examples are given for the illustration. Simulation results show the effectiveness of this algorithm.

Key words: discrete-time dynamical system; state-feedback; anticontrol of chaos; chaos; hyperchaos

1 引言(Introduction)

自20世纪70年代末在数学分析中正式引入“混沌”这一术语以来, 混沌这个名词在学术界逐渐家喻户晓. 混沌作为非线性科学的重要分支, 与其他学科相互渗透, 在数学、物理学、生命科学、地球科学、信息科学等领域得到了广泛的重视. 混沌化即混沌反控制是一个全新的控制问题, 有助于加深对混沌理论的认识, 而且在高新技术的应用中有十分广阔的前景. 陈关荣等人在离散系统反馈混沌化领域做了开创性和奠基性的工作, 首先给出了一般性方法和严格的数学理论.

目前学术界接受用Lyapunov指数判定混沌的观点, 即如果系统的轨线全局有界并且Lyapunov指数全不为零, 其中至少一个为正, 那么系统就是混沌的; 如果有两个以上为正, 那么系统就是超混沌的. 因此, 离散系统反馈混沌化的一种理论是Lyapunov指数的配置算法. 一方面, 由于混沌只要求一个正Lyapunov指数, 所以只需配置一个Lyapunov指数; 另一方面, 配置了所有的正Lyapunov指数实际上得到

的是超混沌的系统. 此外, 要使得一个非混沌的离散系统变成超混沌, 也不必配置所有的Lyapunov指数, 事实上只需要配置两个正的Lyapunov指数就足够了.

陈关荣和赖德健于1996年提出了Chen-Lai算法^[1~3], 该算法能够使受控系统的Lyapunov指数^[4]全部大于给定的正常数 c , 并且可以产生Devaney意义下的混沌^[5]以及Li-Yorke意义下的混沌^[6]. 随后, 汪小帆和陈关荣又提出了Wang-Chen算法^[7,8], 该算法利用线性状态反馈和对控制器进行取模运算, 使得受控系统的Lyapunov指数全部大于给定的正常数 c , 同时利用小的控制幅值获得显著的控制效果. Chen-Lai算法和Wang-Chen算法的思想都是通过引入反馈, 改变受控系统的雅可比矩阵, 从而配置受控系统的全部Lyapunov指数. Chen-Lai算法和Wang-Chen算法关于配置Lyapunov指数的理论是完全一致的.

在Chen-Lai算法的启发下, 笔者找到了一种新的Lyapunov指数配置方法. 新方法的目标是使受控系统的Lyapunov指数全不为零, 其中至少一个

大于给定的正常数 c . 方法的核心理论是通过引入反馈, 改变受控系统雅可比矩阵的子矩阵, 从而配置Lyapunov指数. 考虑到1阶和2阶子矩阵以及矩阵本身都是子矩阵, 所以不仅可以配置至少一个Lyapunov指数为正, 而且可以配置两个及以上、甚至所有的 Lyapunov 指数为正. 当仅配置一个正 Lyapunov 指数时, 就得到了一个混沌化方案; 当配置两个及以上的正 Lyapunov 指数时, 就又得到了另外一个超混沌化方案.

在探索配置Lyapunov指数新方法的过程中发现, 混沌控制与反控制的理论是相通的. 既然可以通过引入反馈, 将Lyapunov指数配置为正, 那么也可以通过引入反馈将Lyapunov指数配置为零、为负. 这样混沌控制与反控制要处理的问题就包括了混沌化一个非混沌系统、超混沌化一个非超混沌系统、控制超混沌到混沌、控制混沌到超混沌、控制混沌到稳定不动点或者稳定周期解、控制超混沌到稳定不动点或者稳定周期解, 等等. 此外, 对不同系统的Lyapunov指数能否配置成不同的符号的问题, 做了相应的讨论. 笔者发现, 如果系统的状态变量不能解耦, 则对应的Lyapunov指数要么同时为正, 要么同时为负. 因此, 对于不能解耦的状态变量, 配置一个Lyapunov指数的符号就相当于配置所有的Lyapunov指数的符号, 尽管具体数值可能会有区别.

2 配置一个 Lyapunov 指数为正(Place one Lyapunov exponent)

考虑 n 维非线性离散时间系统

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + u_k, \tag{1}$$

式中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态, f_k 为 n 维连续可微映射. 考虑如下的控制问题: 设计控制器 u_k 使得受控系统是混沌的, 即受控系统为全局有界且具有正的 Lyapunov 指数, 并且满足常用的混沌定义(Devaney混沌定义或者Li-Yorke混沌定义).

考虑简单的线性状态反馈

$$u_k = B_k x_k, \tag{2}$$

其中 $B_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为待定矩阵, 则受控系统为

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + B_k x_k. \tag{3}$$

受控系统(3)的Jacobi矩阵为

$$J_j(z) = f'_j(z) + B_j. \tag{4}$$

记

$$T_j = T_j(x_0, \dots, x_j) = J_j(x_j)J_{j-1}(x_{j-1}) \cdots J_1(x_1)J_0(x_0), \tag{5}$$

并记

$$\sigma_i^j = \mu_i[T_j^T T_j] \tag{6}$$

为第 j 个乘积矩阵 $T_j^T T_j$ 的第 i 个特征值, 亦即矩阵 T_j 的第 i 个奇异值的平方.

根据 Lyapunov 指数的定义^[4], 系统 (3) 的第 i 个 Lyapunov 指数为

$$\lambda_i = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k} \ln |\mu_i[T_k^T T_k]|, \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{7}$$

即 $\{T_k\}$ 奇异值序列的极限.

考虑本文的第 1 个目标: 设计反馈增益矩阵 $\{B_k\}_{k=0}^\infty$ 使得受控系统的Lyapunov指数均不为0, 其中一个为正, 即

$$\begin{cases} \lambda_i(x_0) \neq 0, \forall i \in \{1, \dots, n\}, \\ \lambda_i(x_0) \geq c, \exists i \in \{1, \dots, n\}, \end{cases} \tag{8}$$

其中 $c > 0$ 为预先给定常数.

考虑到具体实现, 还要求控制增益矩阵一致有界, 即

$$\sup_{0 \leq k < \infty} \|B_k\| \leq M < \infty, \tag{9}$$

其中: M 为一常数, $\|\cdot\|$ 为谱范数, 即矩阵最大奇异值. 参考文献[1~3]已经证明了式(9)是可以满足的, 只要 $\{f'_k(x_k)\}$ 一致有界, 即存在常数 N , 使得 $\sup_{0 \leq k < \infty} \|f'_k(x_k)\| \leq N < \infty$.

给定初始状态 x_0 , 对于控制系统

$$x_0 = f_0(x_0) + B_0 x_0, \tag{10}$$

计算其Jacobi矩阵

$$J_0(x_0) = f'_0(x_0) + B_0, \tag{11}$$

并记 $T_0 = J_0(x_0)$. 取 $B_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{01} & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{0n} \end{bmatrix}$ 并选取 $\sigma_{01}, \dots, \sigma_{0n}$ 使得矩阵 T_0 有限且非奇异. 参考文献[1~3], 其中的 T_0 为对角占优是方便的但不是必须的.

对 $k = 0, 1, 2, \dots$, 考虑控制系统

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + B_k x_k, \tag{12}$$

式中 $B_k = \begin{bmatrix} \sigma_{k0} & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{kn} \end{bmatrix}$ 已由前一步求得.

现做如下计算:

Step 1 计算Jacobi矩阵

$$J_k(x_k) = f'_k(x_k) + B_k, \tag{13}$$

记 $T_k = J_k T_{k-1}$.

Step 2 选取对角阵 B_k , 使得矩阵 T_k 有限且非奇异. 参考文献[1~3], 其中的 T_k 为对角占优容易验证但不是必须的. 其中 B_k 的某个主对角元素取为 $N + e^c$, 这是对角占优的. 不妨取第1个主对角元素, 即

$$B_k = \begin{bmatrix} N_1 + e^c & & & \\ & N_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & N_n \end{bmatrix}, \quad (14)$$

则系统的Lyapunov指数满足式(8)(后面将证明这一点). 由于矩阵 T_k 有限, 显然有 $\sup_{0 \leq k < \infty} \|B_k\| \leq M < \infty$, 即控制增益矩阵一致有界.

为证明, 可以配置一个Lyapunov指数, 下面引入线性代数的一个结果^[9].

引理 1 令 A 是一个 $m \times n$ 矩阵, 其奇异值 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$, 其中 $r = \min\{m, n\}$. 若 $p \times q$ 矩阵 B 是 A 的子矩阵, 其奇异值 $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_{\min\{p, q\}}$, 则 $\sigma_i \geq \gamma_i, i = 1, 2, \dots, \min\{p, q\}$, 并且 $\gamma_i \geq \sigma_{i+(m-p)+(n-q)}, i \leq \min\{p+q-m, p+q-n\}$.

在上述引理1中取 $A = T_k, B$ 为 1×1 矩阵, 取为 $A = T_k$ 的某主对角元素, 不妨取为第1个主对角元素 t_{k11} . 则根据引理1, $A = T_k$ 的最大奇异值 $\sigma_1 \geq t_{k11}$.

根据Lyapunov指数的定义,

$$\lambda_i = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k} \ln |\mu_i [T_j^T T_j]|, i = 1, 2, \dots, n,$$

可以选取适当的 $\{T_k\}$ 的主对角元素, 使得受控系统的Lyapunov指数均不为0, 其中一个为正, 即满足式(8).

由于Step 2已经使得 $\{T_k\}$ 有限且非奇异, 则 $\{T_k\}$ 的特征值均不为零, 从而 $\{T_k\}$ 的奇异值均不为零即所有Lyapunov指数均不为零. 这表明式(8)的第1个条件可以满足.

对于式(8)的第2个条件, 今只需 $\{T_k\}$ 的某个主对角元素 $t_{kii} \geq e^{kc}$, 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} t_{kii} \geq e^{kc}$. 从而对于某个 i ,

$$\lambda_i = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k} \ln |\mu_i [T_j^T T_j]| \geq c, \\ \exists i = 1, 2, \dots, n.$$

由式(5)(13)(14), 显然有 $t_{k11} \geq e^{kc}$. 这表明式(8)的第2个条件可以满足.

于是证明了

命题 1 通过引入变量的反馈, 并且严格指定某个变量反馈的形式(14), 至少可以配置 n 维非线性离散时间系统(1)的一个Lyapunov指数为正.

3 配置两个或更多个Lyapunov指数为正 (Place two or more Lyapunov exponents)

当需要配置两个及以上的Lyapunov指数为正时, 只需要考虑反馈系统雅克比矩阵的2阶子矩阵.

参考文献[1,8]证明了, 当选取如同式(15)的反馈阵时, 系统所有的 k 个Lyapunov指数均不小于 c .

观察到式(14)(15)两式的差别, 在式(14)中取形如式(15)中只有2个主对角元素为 $N + e^c$ 的2阶子矩阵, 并选取其他主对角元素使矩阵 T_k 有限且非奇异. 由式(7)可见Lyapunov指数是矩阵 T_k 奇异值的函数, 所以Lyapunov指数不小于 c 等价于矩阵 T_k 的奇异值不小于 e^{kc} .

根据引理1, 立即得到了至少2个Lyapunov指数大于预先给定的正常数 c .

$$B_k = \begin{bmatrix} N + e^c & & & \\ & N + e^c & & \\ & & \ddots & \\ & & & N \end{bmatrix}, \quad (15)$$

于是证明了

命题 2 通过引入变量的反馈, 并且严格指定某个变量反馈的形式(15), 至少可以配置 n 维非线性离散时间系统(1)的两个Lyapunov指数为正.

当需要配置更多的Lyapunov指数为正时, 只要考虑更高阶的子矩阵即可. 而当需要配置所有的Lyapunov指数为正, 就必须考虑整个雅克比矩阵. 这时本文的方法自然地演变成Chen-Lai算法或Wang-Chen算法.

4 使得系统轨道全局有界的方法(Bound the trajectory)

目前主要有两种方法可以使得系统轨道全局有界.

第1种方法: 按照参考文献[1,9]给出的Chen-Lai算法, 接第1节中的Step 1和Step 2, 有

Step 3 对控制系统采用如下的模运算:

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + B_k x_k \pmod{1}.$$

上述算法的前两个步骤使得受控系统的Lyapunov指数全不为零, 其中至少一个为正, 从而系统轨道至少在一个方向上扩张. Step 3的模运算使得整个系统轨道全局有界. 利用文献[10]的结果, 文献[11]证明了这两种效果的混合, 使得系统轨道在有界区域内产生混沌行为, 满足Devaney意义下的混沌以及Li-Yorke意义下的混沌.

第2种方法: 根据参考文献[7,8,11]给出的Wang-Chen算法, 考虑稳定的离散时间系统, 仅对控制器取

模, 即 $u_k = B_k x_k \bmod(\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$.

由于Chen-Lai算法采取了对整个系统取模的办法, 因而Chen-Lai算法可用于很大一类离散时间系统. 而Wang-Chen算法只对控制器取模, 因此为了保证受控系统轨道有界, 只适用于本身渐近稳定、有界输入有界输出稳定的系统.

从控制器对受控系统的影响来看, Wang-Chen算法要好一些, 由于只引入一个很小的扰动, 不会对受控系统造成灾难性的影响. 另外根据文献[9~11], 控制器采用锯齿函数、正弦函数或者对整个系统进行锯齿、正弦运算都可以使受控系统产生混沌.

5 线性反馈混沌化的例子(Example of anti-control via linear feedback)

考虑线性系统 $x_{k+1} = Ax_k$, $A = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 \\ 0 & 2/3 \end{bmatrix}$, 给定初值 $x_0 = [0.01 \ 0.01]$. 系统是渐近稳定的, 并且系统的两个状态变量是可解耦的. 现用本文的算法, 使得受控系统是混沌的, 要求最大Lyapunov指数大于1.5. 受控系统为

$$x_{k+1} = Ax_k + u_k = Ax_k + B_k x_k \bmod(1),$$
$$B_k = \begin{bmatrix} N + e^c & \\ & N \end{bmatrix},$$

其中 $c = 1.5$. 系统的谱范数 $\|A\| = 4/3$, 因此可以取 $\|A\| \leq N = 2$. 由式(11)有 T_k 有限且对角占优. 可以算得两个Lyapunov指数为 $\lambda_{1,2} = 2.21, 1.54$. 仿真结果如图1和图2所示. 实际上这样选取的 N , 导致两个Lyapunov指数均大于给定正常数, 实际上与参考文献[1~3]中的混沌化算法效果差不多.

当取 $N = 0$, 可以算得 $\lambda_{1,2} = 1.63, -0.405$. 这时两个Lyapunov指数一个为负而一个大于给定正常数. 而在Chen-Lai算法、Wang-Chen算法中, Lyapunov指数配置为负值是不可能的. 当取 $N = 0$ 的仿真结果如图3和图4所示.

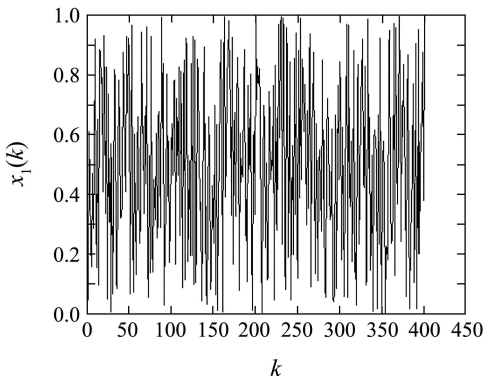


图1 当 $N = 2$ 时 $x_1(k)$
Fig. 1 $x_1(k)$ while $N = 2$

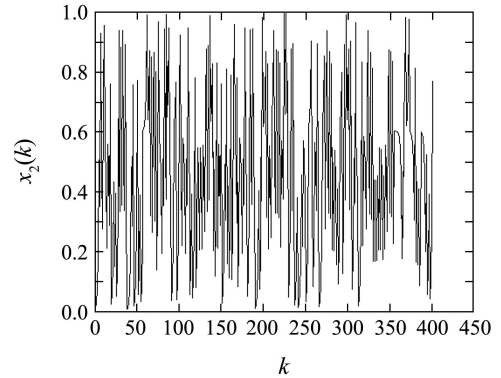


图2 当 $N = 2$ 时 $x_2(k)$
Fig. 2 $x_2(k)$ while $N = 2$

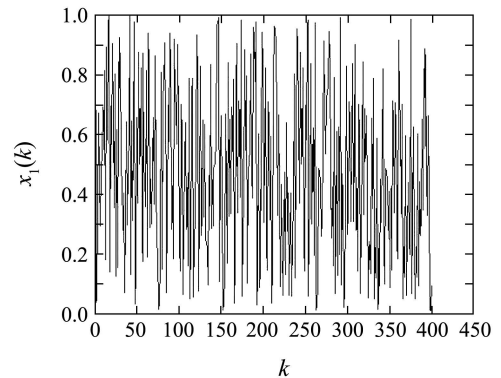


图3 当 $N = 0$ 时 $x_1(k)$
Fig. 3 $x_1(k)$ while $N = 0$

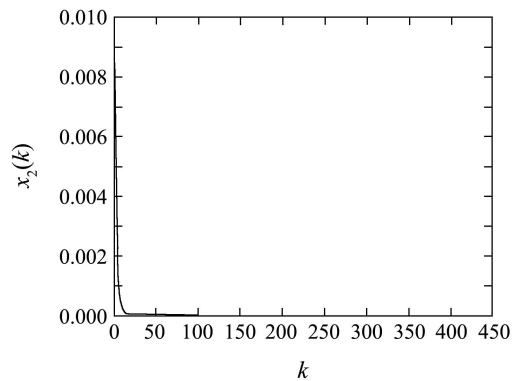


图4 当 $N = 0$ 时 $x_2(k)$
Fig. 4 $x_2(k)$ while $N = 0$

而当取 $N = 1$, 可以算得 $\lambda_{1,2} = 1.812, 0.518$. 这时两个Lyapunov指数均大于零而其中一个大于给定正常数. 当取 $N = 1$ 的仿真结果如图5和图6所示.

从上面Lyapunov指数的计算和仿真图可以看出, 系统的两个Lyapunov指数可以一个为正而另一个为负, 这是因为系统的两个状态变量是可以解耦的. 因此可以得出结论: 如果系统的状态变量可以解耦, 那么就可以分别配置Lyapunov指数的符号.

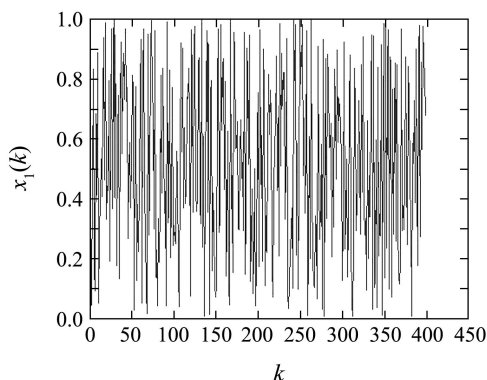


图 5 当 $N = 1$ 时 $x_1(k)$
Fig. 5 $x_1(k)$ while $N = 1$

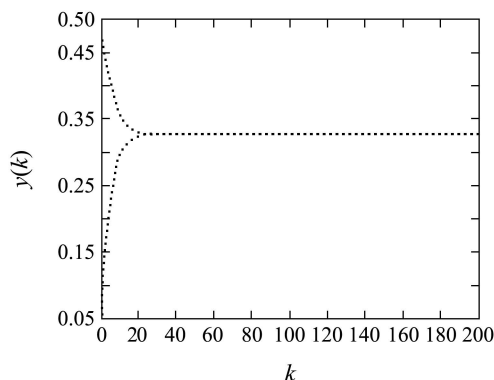


图 8 未受控的 $y(k)$
Fig. 8 $y(k)$ without control

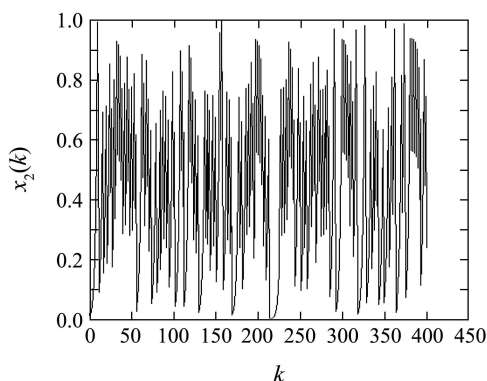


图 6 当 $N = 1$ 时 $x_2(k)$
Fig. 6 $x_2(k)$ while $N = 1$

现用本文的算法, 使得受控系统混沌的, 并要求最大Lyapunov指数大于1.4, 且控制器

$$u_k = B_k x_k \text{ mod } (\varepsilon) \leq \varepsilon = 0.05,$$

其中: $B_k = \begin{bmatrix} N_1 + e^c & \\ & N_2 \end{bmatrix}$, $c = 0.4$. 由式(7)可知, 当 N 足够大时 T_k 有限且非奇异. 当取 $N_1 = N_2 = 3$ 可以算得两个Lyapunov指数为 $\lambda_{1,2} = 1.6, 1.47$, 当然 N_1 可以取得更大, 而 N_2 取得更小. 仿真结果如图9和图10所示. 实际上这样选取的 N_1 和 N_2 , 导致两个Lyapunov指数均大于给定正常数, 实际上与参考文献[1~3]中的混沌化算法效果差不多.

6 微扰反馈混沌化稳定系统的例子 (Example of anticontrol via tiny feedback)

考虑 2 阶 Henon 映射 $\begin{cases} x_{k+1} = 1 - ax_k^2 + y_k, \\ y_{k+1} = 0.3x_k. \end{cases}$

给定初值 $x_0 = [0.3 \ 0.5]$. 由于 $y_{k+1} = 0.3x_k$, 显然两个状态变量是不能解耦的. 系统的不动点为 $x_{1,2} = \frac{-0.7 \pm \sqrt{0.49 + 4a}}{2a}$, 由于当 $0 < a < 0.35$ 不动点是渐近稳定的, 这里取 $a = 0.2$. 未受控时的稳定轨道如图7、图8所示.

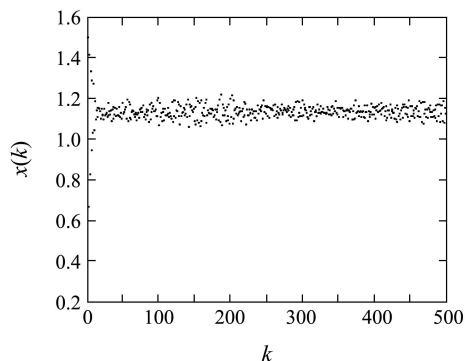


图 9 当 $N_1 = N_2 = 3$ 时 $x(k)$
Fig. 9 $x(k)$ while $N_1 = N_2 = 3$

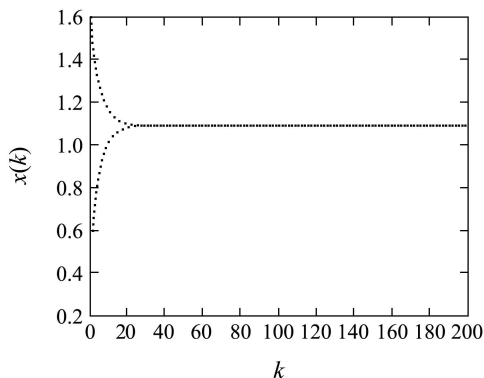


图 7 未受控的 $x(k)$
Fig. 7 $x(k)$ without control

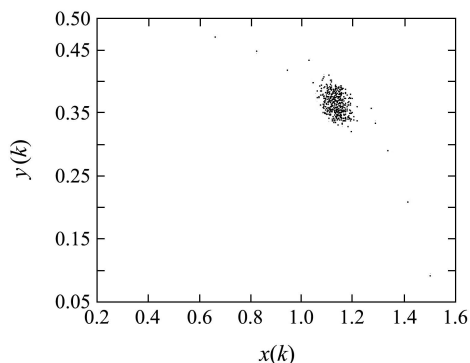


图 10 当 $N_1 = N_2 = 3$ 时的吸引子
Fig. 10 Attractor while $N_1 = N_2 = 3$

此外, 由于 $J_0(x_0)$ 非奇异, 因此也可以取 $N_1 = 3$ 或更大以及 $N_2 = 0$, 使得Lyapunov指数全不为零而至少一个大于给定正常数. 例如, 当取 $N_1 = 3, N_2 = 0$, 可以算得 $\lambda_{1,2} = 1.6, 1.06$. 这时两个Lyapunov指数都不为零, 且一个大于给定的正常数. 仿真结果如图11和图12所示.

从上面的数据和仿真图可以看到, Henon映射的两个Lyapunov指数要么同时为正, 要么同时为负; 这是因为Henon映射不能解耦出两个互相独立的状态变量.

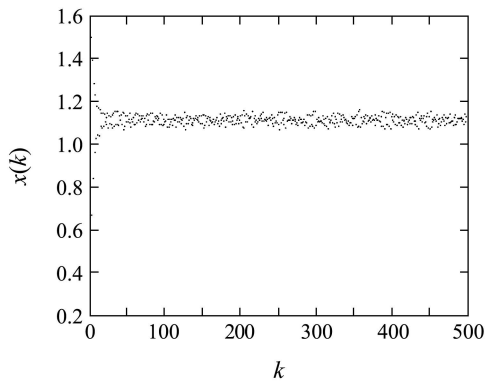


图 11 当 $N_1 = 3, N_2 = 0$ 时 $x(k)$

Fig. 11 $x(k)$ while $N_1 = 3, N_2 = 0$

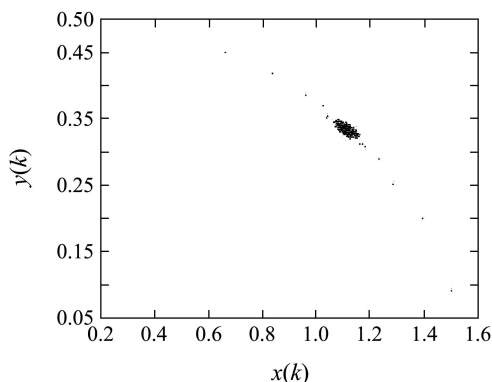


图 12 当 $N_1 = 3, N_2 = 0$ 时的吸引子

Fig. 12 Attractor while $N_1 = 3, N_2 = 0$

7 结论(Conclusions)

本文通过引入反馈改变受控系统的雅可比矩阵, 从而配置系统的Lyapunov指数, 得到了离散时间动力系统混沌化和超混沌化的两个相关结果. 文中的算法可以有效配置受控系统的Lyapunov指数, 使得受控系统的Lyapunov指数全不为零, 其中至少一个或者若干个大于给定的正常数 c . 数值仿真结果表明

了算法是有效的. 如果系统的状态变量可解耦, 则可以配置Lyapunov指数为不同的符号. 对于状态变量不能解耦的系统, 一般是不可能的.

致谢 陈关荣教授审阅了本文的初稿, 并提出了许多具体的修改意见. 作者在此特别感谢陈关荣教授的帮助.

参考文献(References):

- [1] CHEN G, LAI D. Feedback control of Lyapunov exponents for discrete-time dynamical systems[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1996, 6(7): 1341 – 1349.
- [2] CHEN G, LAI D. Anticontrol of chaos via feedback[C]//*Proceedings of the 1997 IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 1997, 10-12: 367 – 372.
- [3] CHEN G, LAI D. Feedback anticontrol of discrete chaos[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1998, 8(7): 1585 – 1590.
- [4] OSELEDEC V I. A multiplicative ergodic theorem: Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems[J]. *Transactions of Moscow Math Society*, 1968, 19: 197 – 231.
- [5] DEVANEY R L. *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*[M]. New York: Addison-Wesley, 1987: 10 – 15.
- [6] LI T Y, YORKE J A. Period three implies chaos[J]. *American Math Monthly*, 1975, 82: 481 – 485.
- [7] WANG X F, CHEN G R. Chaotifying a stable LTI system by tiny feedback control[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2000, 47(3): 410 – 415.
- [8] 汪小帆, 陈关荣. 离散系统的混沌化控制的又一算法[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(3): 336 – 340.
(WANG Xiaofan, CHEN Guanrong. Yet another algorithm for chaotifying control of discrete chaos[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(3): 336 – 340.)
- [9] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
(ZHANG Xianda. *Matrix Analysis and Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.)
- [10] TOUHEY P. Yet another definition of chaos[J]. *American Math Monthly*, 1997, 104(5): 411 – 414.
- [11] 陈关荣, 汪小帆. 动力系统的混沌化—理论、方法与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2006.
(CHEN Guanrong, WANG Xiaofan. *Chaotification of Dynamical Systems—Theory, Method and Applications*[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2006.)

作者简介:

陈旭 (1979—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为混沌与非线性系统, E-mail: bestchenxu@126.com;

晋建秀 (1975—), 女, 讲师, 目前研究方向为混沌系统与保密通信, E-mail: jxjin@scut.edu.cn;

丘水生 (1939—), 男, 教授, 目前研究方向为功率电子学、混沌与非线性系统, E-mail: eeshqiu@scut.edu.cn.