文章编号: 1000−8152(2010)10−1307−08

斜拉索的磁流变半主动自适应控制器设计

樊晓平[1,2], 武利冲[1], 杨胜跃[1]

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 湖南财政经济学院 信息管理系, 湖南 长沙 410205)

摘要: 考虑描述磁流变(MR)阻尼器力学行为的LuGre动态摩擦模型, 建立了新的斜拉索–MR阻尼器系统模型, 该模型能够很好地描述斜拉索–阻尼器系统的动态特性, 且能够实时辨识MR阻尼器内部参数. 对于新的系统模型, 基于Lyapunov直接法设计了抑制斜拉索振动的半主动自适应控制方法; 原系统可变换为带有小参数的奇摄动系统, 采用奇摄动理论对该系统进行分析, 得到了另一类半主动自适应控制方法. 仿真结果表明提出的两种控制方法均能够很好地抑制拉索振动.

关键词: 斜拉索; MR阻尼器; Lyapunov直接法; LuGre动态摩擦模型

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Design of semi-active adaptive controllers for the stay cables using magneto-rheological damper

FAN Xiao-ping[1,2], WU Li-chong[1], YANG Sheng-yue[1]

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;
2. Department of Information Management, Hunan University of Finance and Economics, Changsha Hunan 410205, China)

Abstract: Using the LuGre dynamic friction model to describe the magneto-rheological damper behavior, we establish a new model for the cable-magneto-rheological(MR) damper system. The resulting model provides a good description of system dynamic characteristics; the parameters of the magneto rheological damper can be easily identified in real-time. Firstly, for the new model of cable-damper system, a semi-active adaptive control law is derived to suppress the vibration of stay cables; and the controller design is achieved using Lyapunov direct method. Secondly, a singular perturbation analysis allows reducing the new model to obtain another semi-active adaptive control law. The analysis of numerical simulations shows that the proposed control laws can effectively mitigate the vibration of stay cables.

Key words: stay cable; magneto rheological damper; Lyapunov direct method; LuGre dynamic friction model

1 引言(Introduction)

拉索结构由于结构合理、外型美观, 从而在土木建筑中,尤其是在大型拉索屋面、斜拉桥结构中得到了广泛的应用. 然而, 由于斜拉索质量轻、阻尼小、柔性大, 极易在风、雨、车辆、支座激励等外界因素作用下产生不同机理的振动[1]. 斜拉索有多种振动机理, 大致可分为由结构运动引起的参数共振和空气动力不稳定引起的风致振动[2]. 在现有的一些斜拉桥上, 已经观测到大量的斜拉索风雨振现象, 振幅可达到索径的5∼10倍[1]. 因此, 如何抑制斜拉索的振动是一个具有重要工程意义的研究课题.

基于对斜拉索振动机理的认识, 在过去的几十年中, 主要采用各种被动控制(气动减振法、辅助索法和阻尼器法)或主动控制(模态控制和波控制)的减振方法和装置来减少斜拉索的振动. 抑制斜拉索振动的被动控制和主动控制存在弱点, 随着ER/MR阻尼器的发展及其在土木工程中的应用, 斜拉索振动的半主动控制方法逐渐成为当今结构控制中的研究热点[1,2]. 半主动控制具备了被动控制和主动控制的优点, 该控制系统只需要极小的外部力量就可调整作动器的参数对结构进行实时控制, 可以近似地取得主动控制的控制效果, 且不会影响结构的稳定性[2].

MR阻尼器是一种新型的结构半主动控制装置, 具有结构简单、阻尼力连续逆顺可调并且可调范围大、响应快、温度稳定性好等优点,目前已在结构控制领域得到了广泛应用. MR阻尼器具有强非线性特征,为了描述MR阻尼器的力学行为, Spencer提出了修正的Bouc-Wen MR阻尼器模型, 修正后的模型是目前描述磁流变阻尼器力学行为最好的模型, 然而该模型有相当数量的参数, Spencer等根据实验得

收稿日期: 2009−07−06; 收修改稿日期: 2009−11−14.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774023, 60870010, 60776834).

到的模型参数并不能精确地表示阻尼器在低速阶段的力学行为[2], 因此该模型在实时控制中面临着参数实时辨识的难题. Luis Alvarez利用LuGre摩擦模型来描述MR阻尼器的力学行为, 得到的新模型比Bouc-Wen模型结构简单, 便于分析且能很好的描述阻尼器力学特性; 同时也很好的解决了参数实时辨识的问题[3].

采用MR阻尼器作为半主动控制装置, 控制效果完全取决于控制算法的设计. 半主动控制算法包括分散Bang-Bang控制算法和最大能量耗散的算法、剪切型最优控制算法、调制均匀摩擦算法、基于Lyapunov直接法等[4,5]. 将MR阻尼器应用到抑制斜拉桥拉索振动的算法有: B.B. Soneji基于Lyapunov直接法来设计斜拉索振动控制算法[6]; E.A.Johnson等采用最优控制算法来抑制拉索振动[7]; 基于最优阻尼比的思想, Lou给出了采用MR阻尼器作半主动控制的方法; Ni和陈勇提出了半主动LQG控制算法和神经网络控制的方法等[8,9]. 上述各种算法能够取得比被动控制更好的抑制系统振动效果, 综合下来基于Lyapunov直接法的算法、剪切型最优控制算法和调制均匀摩擦算法的抑制振动效果更好[4,5].

Luis Alvarez将描述MR阻尼器力学行为的LuGre摩擦模型应用到楼房结构的振动上, 建立了楼房–MR阻尼器系统模型, 基于Lyapunov直接法设计了控制方法, 取得了很好的控制效果; 进一步将系统模型转换为带有小参数的奇摄动系统模型, 忽略快变模态从而降低系统的阶数来设计控制率[10]. 然而, 基于这样的简化模型设计的控制效果往往与设计要求相距甚远[11]. 本文将Luis Alvarez提出的LuGre摩擦模型应用到斜拉索上, 建立了新的斜拉索–MR阻尼器系统模型, 该模型考虑了阻尼器的动态特性, 能够更好地描述斜拉索–阻尼器系统的动态特性; 进一步将原系统转化为带有小参数的奇摄动系统, 采用奇摄动理论分析该系统和设计控制率. 控制算法的设计基于以下假设: 1) MR阻尼器内部参数是已知的(在实际工程中参数可以实时辨识[3]); 2) MR阻尼器内部状态可以通过一个非线性观测器来估计. 针对本文建立的新的斜拉索–MR阻尼器系统及奇摄动系统, 在假设1)2)的基础上, 基于Lyapunov直接法设计了两种抑制斜拉索振动的方法, 相应地进行了稳定性分析和仿真. 采用结构响应(位移、速度、加速度)均方根RMS(root mean square)和斜拉索的中点位移作为反映阻尼器减振效果的指标.

2 斜拉索–MR阻尼器系统模型(Cable-MR damper system model)

如图1所示, 以考虑Irvine参数的斜拉索和MR阻尼器组成的系统为研究对象.

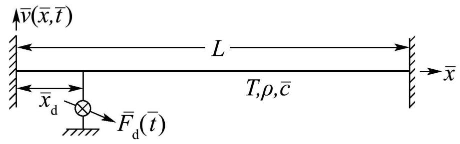

图 1 斜拉索–MR阻尼器系统

Fig. 1 Cable-MR damper system

图1中: $\bar{v}(\bar{x},\bar{t})$为索的横向位移; $\bar{x}_{\rm d}$为阻尼器安装位置距离斜拉索底部的距离; $\bar{F}_{\rm d}(\bar{t})$为阻尼器作用于索上的力; $\bar{c}$为索的单位长度阻尼系数; L为索长; T为沿索长的张力; ρ为单位长度质量.

斜拉索–MR阻尼器系统振动方程可以描述为[7]

$$\ddot{v}(x,t)+c\dot{v}(x,t)-\frac{1}{\pi^2}v''(x,t)= F(x,t)+F_{\rm d}(t)\delta(x-x_{\rm d}), \tag{1}$$

式中:

$$t=\omega_0\bar{t},\ x=\bar{x}/L,\ c=\bar{c}/\rho\omega_0,$$
$$v(x,t)=\bar{v}(\bar{x},\bar{t})/L,\ \omega_0^2=T\pi^2/\rho L^2,$$
$$\delta(x-x_{\rm d})=L\bar{\delta}(\bar{x}-\bar{x}_{\rm d}),$$
$$F(x,t)=L\bar{F}(\bar{x},\bar{t})/\pi^2T,$$
$$F_{\rm d}(t)=\bar{F}_{\rm d}(\bar{t})/\pi^2T.$$

“$\cdot$”和“$'$”分别是对t和x的偏导; F为索上外荷载, 且F有界; $\delta(\cdot)$为Dirac delta函数; ω_0为索的基本自然频率, $0\leqslant x\leqslant 1$.

E.A.Johnson等将Galerkin法应用于索横向振动位移表示, 此时

$$v(x,t)=\sum_{j=1}^{n}q^{\rm T}(t)\phi(x). \tag{2}$$

式中: $q(t)=[q_1(t)\ \ q_2(t)\ \ \cdots\ \ q_n(t)]^{\rm T}$, $q_j(t)$为广义位移坐标; $\phi(x)=[\phi_1(x)\ \ \phi_2(x)\ \ \cdots\ \ \phi_n(x)]^{\rm T}$, $\phi_j(x)$为形函数, n为形函数的数目.

将式(2)代入式(1), 并于式(1)两边左乘$\phi(x)$, 再沿索长积分可得

$$M\ddot{q}+C\dot{q}+Kq=f+\varphi(x_{\rm d})F_{\rm d}(t). \tag{3}$$

式中: $M=[m_{ij}]$为n阶质量矩阵,

$$m_{ij}=\int_0^1\phi_i(x)\phi_j(x){\rm d}x;$$

$C=[c_{ij}]$为n阶阻尼矩阵, $c_{ij}=c\int_0^1\phi_i(x)\phi_j(x){\rm d}x$;

$K=[k_{ij}]$为n阶刚度矩阵,

$$k_{ij}=\frac{1}{\pi^2}\int_0^1\phi_i'(x)\phi_j'(x)\mathrm{d}x;$$

$f=f(t)=[f_1\ \ f_2\ \cdots\ f_n]^{\mathrm{T}}$为外荷载列阵,

$$f_i(t)=\frac{1}{\pi^2}\int_0^1F(x,t)\phi_i(x)\mathrm{d}x,$$
$$|f_i|\leqslant d_{\max},\ d_{\max}>0;$$

$\varphi(x_{\mathrm{d}})=\phi(x_{\mathrm{d}})$为阻尼器位置矩阵.

对于自由索, 其振动形函数

$$\phi_i(x)=\sin(i\pi x),\ i=1,2,3,\cdots,n. \tag{4}$$

当存在阻尼器时, 采用式(4)的振型往往需要取$n=200\sim300$才能较精确表达系统阻尼特性. 若取阻尼力作用下拉索的静位移为第一振型, 只要较少的振型就能很好地描述系统阻尼特性. 第一振型取为

$$\phi_1=\begin{cases}x/x_{\mathrm{d}}, & 0\leqslant x\leqslant x_{\mathrm{d}},\\(1-x)/(1-x_{\mathrm{d}}), & x_{\mathrm{d}}<x\leqslant1.\end{cases} \tag{5}$$

其余振型取为

$$\phi_{i+1}=\sin(i\pi x),\ i=1,2,3,\cdots n-1. \tag{6}$$

将式(5)(6)代入质量矩阵$\boldsymbol{M}$和阻尼矩阵$\boldsymbol{K}$, 得

$$\begin{cases}[M]_{ij}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\delta_{ij}, & i>1,\ j>1,\\ \dfrac{1}{3}, & i=1,\ j=1,\\ \dfrac{\sin(k\pi x_{\mathrm{d}})}{x_{\mathrm{d}}(1-x_{\mathrm{d}})k^2\pi^2}, & \text{其他}\end{cases}\\ [K]_{ij}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(i-1)^2\delta_{ij}, & i>1,\ j>1,\\ \dfrac{1}{x_{\mathrm{d}}(1-x_{\mathrm{d}})\pi^2}, & i=1,\ j=1,\\ \dfrac{\sin(k\pi x_{\mathrm{d}})}{x_{\mathrm{d}}(1-x_{\mathrm{d}})\pi^2}, & \text{其他}.\end{cases}\end{cases} \tag{7}$$

式中: $k=\max\{i,j\}-1$, 而阻尼矩阵$C=cM$.

定义状态向量$\bar{\zeta}=[q^{\mathrm{T}}\ \ \dot{q}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 则系统的状态空间方程为

$$\dot{\bar{\zeta}}=A\bar{\zeta}+BF_{\mathrm{d}}(t)+Gf. \tag{8}$$

式中:

$$A=\begin{bmatrix}0_{n\times n} & I_{n\times n}\\ -M^{-1}K & -M^{-1}C\end{bmatrix},$$
$$B=\begin{bmatrix}0_{n\times1}\\ M^{-1}\varphi\end{bmatrix},\ G=\begin{bmatrix}0_{n\times n}\\ M^{-1}\end{bmatrix}.$$

由文献[3]可知, Luis Alvarez 等将 MR 阻尼器的LuGre动态摩擦模型表示为

$$\dot{z}=\dot{x}-\sigma_0a_0\left|\dot{x}\right|(1+a_1v)z, \tag{9}$$
$$\bar{F}_{\mathrm{d}}=\sigma_0zv+\sigma_1\dot{z}+\sigma_2\dot{x}. \tag{10}$$

式中: $\sigma_0,\sigma_1,\sigma_2,a_0,a_1$为已知常数; v为施加到阻尼器上的电压; $\dot{x}$是MR阻尼器与被安装结构接触面的相对速度; z是MR阻尼器内部摩擦状态, 满足$|z|<z_{\max}$; 由文献[3]可知估计阻尼器内部状态z的非线性观测器与式(9)右边相同, 为方便起见, MR阻尼器状态估计值仍用z来表示.

此时, $\dot{x}$为MR阻尼器与被安装结构接触面的相对速度, 即

$$\dot{x}=\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}}).$$

定义状态向量

$$\zeta=[q^{\mathrm{T}}\quad\dot{q}^{\mathrm{T}}\quad z]^{\mathrm{T}},$$

由于阻尼力连续逆顺可调, 令 $\bar{F}_{\mathrm{d}}=-F_{\mathrm{d}}$. 由式(3)(7)(9)(10)可得改进的系统状态空间方程为

$$\dot{\zeta}=A_1\zeta+B_1f+A_2z+B_2zv. \tag{11}$$

式中:

$$A_1=\begin{bmatrix}0_{n\times n} & I_{n\times n} & 0_{n\times1}\\ -M^{-1}K & [-M^{-1}C-M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\varphi^{\mathrm{T}}(x_{\mathrm{d}})(\sigma_1+\sigma_2)] & 0_{n\times1}\\ 0_{1\times n} & \varphi^{\mathrm{T}}(x_{\mathrm{d}}) & -a\end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0_{n\times n}\\ M^{-1}\\ 0\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0_{n\times1}\\ M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\sigma_0\sigma_1a_0|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|-\sigma_0a_0\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|+a\end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix}0_{n\times1}\\ M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})(\sigma_0\sigma_1a_0a_1|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|-\sigma_0)-\sigma_0a_0a_1|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|\end{bmatrix}.$$

式中a是大于零的任意正常数.

为方便起见,下文中称系统(11)为原系统.

注 1　对于任意的c和x_{d}, 系统矩阵A_1是Hurwitz阵.

注 2　原系统不是完全可控的, 但由注1可知原系统是可镇定的.

3 斜拉索的MR半主动自适应控制器设计(MR semi-active adaptive control strategy for the stay cables)

控制方法的设计分为两部分: 1) 针对原系统, 采用Lyapunov直接法设计控制算法; 2) 原系统可以转换为带有小参数的奇摄动系统, 对于该系统, 引入奇摄动理论分析和设计控制率.

3.1 基于原系统的自适应控制算法设计(Design of algorithm of adaptive control based on original system)

在讨论控制器设计之前, 采用Jeffrey L.Kuehn的方法[12], 定义如下稳定集:

$$\zeta_{\rm d}=2Q_1^{-1}P_1([B_1\lambda_1\ A_2\lambda_2]\begin{bmatrix}d_{\max}\\ z_{\max}\end{bmatrix})\ , \tag{12}$$

$$E_{\zeta_{\rm d}}=\{\zeta:\zeta^{\rm T}Q_1\zeta\geqslant\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q_1\zeta_{\rm d}\}\ . \tag{13}$$

式中: $\lambda_1=[\lambda_{11}\ \ \lambda_{12}\ \cdots\ \lambda_{1n}]^{\rm T}$, $-1\leqslant\lambda_{1i},\ \lambda_2\leqslant 1$. Q_1为任意给定的正定对称阵, P_1为满足Lyapunov方程$A_1^{\rm T}P_1+P_1A_1=-Q_1$ 的正定对称解(由注1可知解P_1存在).

针对原系统有如下结论:

定理 1 如果原系统的状态满足$\zeta\in E_{\zeta_{\rm d}}$, 那么在控制率

$$v=\begin{cases}0, & 如果\zeta^{\rm T}P_1B_2z\geqslant 0,\\ v_{\max}, & 如果\zeta^{\rm T}P_1B_2z<0\end{cases} \tag{14}$$

作用下系统是渐近稳定的. 式中$v_{\max}$为施加到MR阻尼器的最大电压.

证 定义Lyapunov函数:

$$V=\zeta^{\rm T}P_1\zeta.$$

沿原系统对V取微分得

$$\begin{aligned}\dot V=&\zeta^{\rm T}(A_1^{\rm T}P_1+P_1A_1)\zeta+\\ &2\zeta^{\rm T}P_1(B_1f+A_2z+B_2zv).\end{aligned} \tag{15}$$

由式(12)(14)(15)得

$$\begin{aligned}&\dot V\leqslant-\zeta^{\rm T}Q\zeta+2\zeta^{\rm T}P_1(B_1f+A_2z)=\\ &-\zeta^{\rm T}Q_1\zeta+2\zeta^{\rm T}P_1([B_1\lambda_1\ \ A_2\lambda_2]\begin{bmatrix}d_{\max}\\ z_{\max}\end{bmatrix})=\\ &-\zeta^{\rm T}Q_1\zeta+\zeta^{\rm T}Q_1\zeta_{\rm d}.\end{aligned} \tag{16}$$

采用Jeffrey L.Kuehn等稳定性证明的方法[12], 对ζ进行分解, 进而证明$\dot V\leqslant 0$.

因为Q_1为正定对称阵, 则存在矩阵W, 使得$Q_1=W^{\rm T}W$, 令$Z=\{\zeta_1\in\mathbb{R}^{2n+1}|W\zeta_1\perp W\zeta_{\rm d}\}$, 于是对于任意给定的$\zeta\in\mathbb{R}^{2n+1}$, 存在唯一的$\zeta_1\in Z$和$\lambda$使得

$$W\zeta=W\zeta_1+\lambda W\zeta_{\rm d} \tag{17}$$

成立, 其中$W\zeta_1$和$\lambda W\zeta_{\rm d}$是正交的.

由式(17), 式(16)可变形为

$$\begin{aligned}&\dot V\leqslant-\zeta^{\rm T}Q\zeta+\zeta^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-\zeta^{\rm T}Q\zeta+(\zeta_1+\lambda\zeta_{\rm d})^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-\zeta^{\rm T}Q\zeta+(W\zeta_1)^{\rm T}(W\zeta_{\rm d})+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-\zeta^{\rm T}Q\zeta+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}.\end{aligned} \tag{18}$$

若$\lambda<1$, $\zeta\in E_{\zeta_{\rm d}}$, 由式(18)有

$$\begin{aligned}&\dot V\leqslant-\zeta^{\rm T}Q\zeta+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}\leqslant\\ &-\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-(1-\lambda)\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}<0.\end{aligned} \tag{19}$$

若$\lambda\geqslant 1, \zeta\in E_{\zeta_{\rm d}}$, 由式(18)有

$$\begin{aligned}&\dot V\leqslant-\zeta^{\rm T}Q\zeta+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-(\zeta_1+\lambda\zeta_{\rm d})^{\rm T}Q(\zeta_1+\lambda\zeta_{\rm d})+\lambda\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}=\\ &-\zeta_1^{\rm T}Q\zeta_1-(\lambda^2-\lambda)\zeta_{\rm d}^{\rm T}Q\zeta_{\rm d}\leqslant 0.\end{aligned} \tag{20}$$

由式(19)(20)可知如果原系统的状态满足$\zeta\in E_{\zeta_{\rm d}}$, 那么在控制率(14)下原系统是渐近稳定的.

3.2 基于奇摄动系统的自适应控制算法设计(Design of algorithm of adaptive control based on singularly perturbed system)

如果系统中存在一些小的常数, 则会使得作为数学模型的微分方程有相当高的阶数, 以及病态的数值特性. 奇异摄动方法是有效处理这类问题的工具. 其思想是首先忽略快变量以降低系统阶数, 然后通过引入边界层校正来提高近似程度. 这两个降阶的系统就可以用来近似原系统的动力学行为[11]. 在这一节, 我们将原系统转换为带有小参数的奇摄动系统, 采用奇摄动理论分析该等价系统, 从而设计控制率. 在奇异摄动稳定性分析方面, 采用文献[13]的稳定性分析方法, 使得设计的复合Lyapunov函数满足文献[13]中定理1的3个假设和摄动参数上界的条件.

定义$\bar z=\sigma_0a_0z, \epsilon=\dfrac{1}{\sigma_0a_0}$, 则式(9)可以变形为

$$\epsilon\dot{\bar z}=\dot x-|\dot x|\,(1+a_1v)\bar z, \tag{21}$$

式中$\dot x=\dot q^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})$.

定义状态向量$\eta=[q^{\mathrm{T}}\ \ \dot{q}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 则原系统可以转换为如下奇摄动系统:

$$\begin{cases}\dot{\eta}=f(\eta,\bar{z}),\\ \epsilon\dot{\bar{z}}=g(\eta,\bar{z},\epsilon).\end{cases}\tag{22}$$

式中:

$$f(\eta,\bar{z})=A\eta+Bf+\bar{C}\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\bar{z}+D\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\bar{z}v+E\bar{z}v,$$

$$g(\eta,\bar{z},\epsilon)=\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})-\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|(1+a_1v)\bar{z},$$

$$A=\begin{bmatrix}0_{n\times n} & I_{n\times n}\\ -M^{-1}K & [-M^{-1}C-M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\varphi^{\mathrm{T}}(x_{\mathrm{d}})(\sigma_1+\sigma_2)]\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}0_{n\times n}\\ M^{-1}\end{bmatrix},\ \bar{C}=\begin{bmatrix}0_{n\times 1}\\ M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\sigma_1\end{bmatrix},$$

$$D=\begin{bmatrix}0_{n\times 1}\\ M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\sigma_1a_1\end{bmatrix},\ E=\begin{bmatrix}0_{n\times 1}\\ -\dfrac{1}{a_0}M^{-1}\varphi(x_{\mathrm{d}})\end{bmatrix}.$$

系统(22)可以分解为一个慢系统和一个快系统. 令$\epsilon=0$, 则系统(22)可以化为

$$\dot{\eta}=A\eta+Bf+\bar{C}\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\bar{z}_s+D\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\bar{z}_sv+E\bar{z}_sv.\tag{23}$$

式中:

$$\bar{z}_s=\begin{cases}\dfrac{\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})}{|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|(1+a_1v)}, & \left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\neq 0,\\ \dfrac{1}{1+a_1v}, & \dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\to 0^{+},\\ -\dfrac{1}{1+a_1v}, & \dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\to 0^{-}\end{cases}$$

是 MR 阻尼器的内部摩擦状态 $\bar{z}$ 的准稳态, 是方程$g(\eta,\bar{z},0)=0$的惟一孤立根; 方程(23)是系统(22)的降阶模型, 即系统(22)的慢系统. 由文献[10]可知当$\epsilon=0$时系统(22)有唯一解$\eta,\bar{z}$的必要条件是$\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\neq 0$, 为此, 假设$\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|>\mu$, $\forall t\in[0,\infty)$, $0<\mu\ll 1$.

定义一个快时间刻度: $\tau=\dfrac{t}{\epsilon}$, 得

$$\frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\tau}=\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}}-\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|(1+a_1v)\bar{z},\tag{24}$$

式(24)称为边界层模型, 即系统(22)的快系统.

设计控制率之前, 需要引入下列条件:

假设 1　MR阻尼器与斜拉索接触面的相对速度有界, 即$\mu<\left|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})\right|\leqslant S$.

假设 2　阻尼器参数σ_0,a_0,a_1满足: $\sigma_0a_0>0,\ 1+a_1v>0$.

假设 3　慢系统(23)的 Lyapunov 函数$V(\eta)$满足

$$(\nabla_\eta V)^{\mathrm{T}}f(\eta,\bar{z}_s)\leqslant-\omega_1\psi^2(\eta),\ \omega_1>0,$$

$\psi(\eta)$是一标量函数, 当且仅当$\eta=0$, $\psi(\eta)=0$.

假设 4　快系统(24)的Lyapunov函数 $W(\bar{z})$ 满足

$$(\nabla_{\bar{z}}W)^{\mathrm{T}}g(\eta,\bar{z},0)\leqslant-\omega_2\varphi^2(\bar{z}-\bar{z}_s),\ \omega_2>0,$$

$\varphi(\bar{z}-\bar{z}_s)$是一标量函数, 当且仅当$\bar{z}-\bar{z}_s=0$, $\varphi(\bar{z}-\bar{z}_s)=0$.

假设 5　不等式

$$(\nabla_\eta V)^{\mathrm{T}}[f(\eta,\bar{z})-f(\eta,\bar{z}_s)]\leqslant\beta_1\psi(\eta)\varphi(\bar{z}-\bar{z}_s),\ \beta_1>0$$

成立.

引理 1[13]　令$0<d<1$, 存在

$$\epsilon^*(d)=\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1\gamma+[\beta_1(1-d)+\beta_2d]^2/4d(1-d)},$$

对任意的$\epsilon<\epsilon^*(d)$, 若奇摄动系统(22)满足假设3~5, 则$\bar{V}(\eta,\bar{z})=(1-d)V(\eta)+dW(\bar{z})$ 可作为该系统的Lyapunov函数. 式中γ,β_2 皆为任意的非负常数.

由于A是Hurwitz阵, 对于任意给定的正定对称阵Q, Lyapunov方程$A^{\mathrm{T}}P+PA=-Q$存在正定对称解P. 定义

$$E_{\eta_{\mathrm{d}}}=\{\eta:\|\eta\|>\frac{2(\|PB\lambda_1\|d_{\max}+\|P\bar{C}\|\dfrac{S}{1+a_1v}+\|PE\|\dfrac{v}{1+a_1v})}{q-\lambda}\},$$

$$\psi(\eta)=|\eta^{\mathrm{T}}P(\bar{C}|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|+Dv|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|+Ev)|,$$

$$\varphi(\bar{z}-\bar{z}_s)=|\sqrt{\mu(1+a_1v)}(\bar{z}-\bar{z}_s)|.\tag{25}$$

式中: $\|\cdot\|$为向量2–范数, $\lambda_1=[\lambda_{11}\ \ \lambda_{12}\ \cdots\ \lambda_{1n}]^{\mathrm{T}}$, $-1\leqslant\lambda_{1i}\leqslant 1$. q为Q的最小特征根,

$$\lambda=\min\{\omega_1||P\bar{C}|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|+PDv|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|+PEv||:0\leqslant v\leqslant v_{\max},\ \mu<|\dot{q}^{\mathrm{T}}(t)\varphi(x_{\mathrm{d}})|\leqslant S\},$$

$0<\omega_1\ll 1$, 且$q-\lambda>0$.

为方便起见, 称系统(22)为奇摄动系统, 针对该系统有如下结论:

定理 2　如果奇摄动系统满足假设1,2, 且状

态变量满足$\eta \in E_{\eta_{\rm d}}$, 那么在控制率

$$v = \begin{cases} 0, & \text{如果}\eta^{\rm T} P D \dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d}) \geqslant 0, \\ v_{\max}, & \text{如果}\eta^{\rm T} P D \dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d}) < 0 \end{cases} \tag{26}$$

下系统是渐近稳定的.

证 定理的证明分为3个部分.

1) 证明假设3是成立的.

定义慢系统(23)的Lyapunov函数:

$$V = \eta^{\rm T} P \eta,$$

沿慢系统(23)对V取微分得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leqslant & \eta^{\rm T}(A^{\rm T}P + PA)\eta + 2\eta^{\rm T}P(Bf + \\ & \bar{C}\frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{1+a_1 v} + Dv\frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{1+a_1 v} + \\ & Ev\frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})|(1+a_1 v)}). \end{aligned} \tag{27}$$

将式(26)代入式(27), 由假设1,2可得

$$\begin{aligned} & \dot{V} \leqslant \\ & \eta^{\rm T}(A^{\rm T}P + PA)\eta + 2\eta^{\rm T}P(Bf + \\ & \bar{C}\frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{1+a_1 v} + Ev\frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})|(1+a_1 v)}) \leqslant \\ & -q\|\eta\|^2 + 2\|\eta\|\,[\|PB\lambda_1\|\,d_{\max} + \|P\bar{C}\|\frac{S}{1+a_1 v} + \\ & \|PE\|\,\frac{v}{1+a_1 v})]. \end{aligned}$$

由定理假设条件可知, 奇摄动系统的状态满足$\eta \in E_{\eta_{\rm d}}$, 故可得

$$\dot{V} \leqslant -\omega_1 \psi^2(\eta),\ 0 < \omega_1 \ll 1,$$

即

$$(\nabla_\eta V)^{\rm T} f(\eta, \bar{z}_s) \leqslant -\omega_1 \psi^2(\eta),\ 0 < \omega_1 \ll 1. \tag{28}$$

2) 证明假设4是成立的.

$\bar{z}, \bar{z}_s$皆为数量级很小的量, 故存在常数C_1, 成立

$$W(\bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} (x - \bar{z}_s){\rm d}x + C_1 > 0,$$

定义快系统(24)的Lyapunov函数为$W(\bar{z})$.

沿快系统(24)对W取微分得

$$\begin{aligned} & \dot{W}(\bar{z}) = \\ & (\bar{z} - \frac{\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})}{|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})|(1+a_1 v)})(\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d}) - \\ & \left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|(1+a_1 v)\bar{z}) = \\ & \frac{1}{(1+a_1 v)}[-\bar{z}^2\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|(1+a_1 v)^2 + \\ & 2\bar{z}\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})(1+a_1 v) - \left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|] = \\ & -\frac{\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|}{(1+a_1 v)}[\bar{z}(1+a_1 v) \pm 1]^2. \end{aligned} \tag{29}$$

式中: 若$\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d}) > 0$, 则为$-$, 否则为$+$.

取$0 < \omega_2 < 1$, 由式(25)(29)得

$$\dot{W}(\bar{z}) \leqslant -\omega_2 \varphi^2(\bar{z} - \bar{z}_s),$$

即

$$(\nabla_{\bar{z}} W)^{\rm T} g(\eta, \bar{z}, 0) \leqslant -\omega_2 \varphi^2(\bar{z} - \bar{z}_s), 0 < \omega_2 < 1, \tag{30}$$

3) 证明慢系统(23)与快系统(24)关联假设5是成立的.

$$\begin{aligned} & (\nabla_\eta)[f(\eta, \bar{z}) - f(\eta, \bar{z}_s)] = \\ & 2\eta^{\rm T}P(\bar{C}\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|(\bar{z} - \bar{z}_s) + \\ & Dv\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right|(\bar{z} - \bar{z}_s) + Ev(\bar{z} - \bar{z}_s)) = \\ & 2\sqrt{\frac{1}{\mu(1+a_1 v)}}\eta^{\rm T}P(\bar{C}\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right| + \\ & Dv\left|\dot{q}^{\rm T}(t)\varphi(x_{\rm d})\right| + Ev)\sqrt{\mu(1+a_1 v)}(\bar{z} - \bar{z}_s) \leqslant \\ & \beta_1 \psi(\eta)\varphi(\bar{z} - \bar{z}_s), \end{aligned} \tag{31}$$

式中$\beta_1 = 2\sqrt{\dfrac{1}{\mu(1+a_1 v)}}$.

由1)2)3), 可知假设3~5得到满足.

对于奇摄动系统定义如下函数:

$$\bar{V}(\eta, \bar{z}) = (1-d)V(\eta) + dW(\bar{z}), \tag{32}$$

式中: 取γ, β_2为足够小的非负常数, $d = \beta_1/(\beta_1 + \beta_2)$, 则摄动参数$\epsilon < \epsilon^*(d)$易于满足. 由引理1可知式(32)为奇摄动系统的Lyapunov函数, 故在控制率(26)下奇摄动系统是渐近稳定的.

4 仿真结果(Simulation results)

仿真中取单位长度阻尼系数$c = 0.0001$; 阻尼器安装位置为$x_{\rm d} = 0.02L$; 最大电压$v_{\max} = 2.25$ V; 振型的阶次$n = 50$; 图2给出了计算所采用的外荷载, 该荷载为一随机荷载, 但沿位置保持不变, 均匀作用在索面内的水平方向; MR阻尼器的主要参数参见表1[14]. 这里将采用使用范围更广的评价方法和工程上关心的指标, 来反映阻尼器的减振效果. 即位移均方根$v_{\rm RMS}$和中点位移. 位移RMS$v_{\rm RMS}$定义为[15,16]

$$\begin{aligned} & v_{\rm RMS}^2(t) = \int_0^1 v^2(x,t){\rm d}x = \\ & \int_0^1 [\sum_{i=1}^n q_i(t)\phi_i(x)]^2{\rm d}x = q^{\rm T}Mq. \end{aligned}$$

图3、图4分别给出了在自适应控制算法(14)下斜拉索位移 RMS$v_{\mathrm{RMS}}(t)$ 和中点位移时程图. 图5、图6给出了在自适应控制算法(26)下斜拉索位移RMS$v_{\mathrm{RMS}}(t)$和中点位移时程图.

由图3、图5可知, 采用半主动自适应控制算法(14)(26)进行控制后, 斜拉索位移RMS得到了明显的降低, 并且算法(26)的控制效果优于算法(14); 此外, 从图4、图6可见斜拉索的中点位移幅值有了极大的减少, 自适应控制算法(14)(26)取得了良好的控制效果.

表 1　MR阻尼器参数

Table 1　Parameters of MR damper

σ_0	σ_1	σ_2	a_0	a_1
1059300	5700	2300	0.003	−0.1444

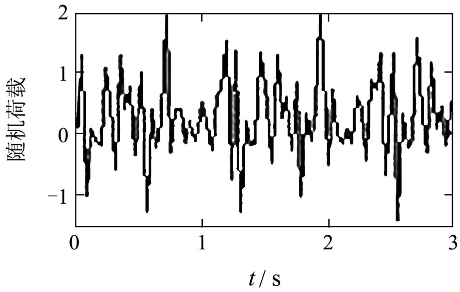

图 2　随机荷载

Fig. 2　Random load

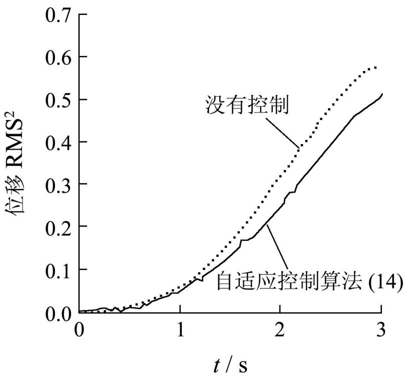

图 3　斜拉索位移RMS时程

Fig. 3　Time histories of RMS cable displacement

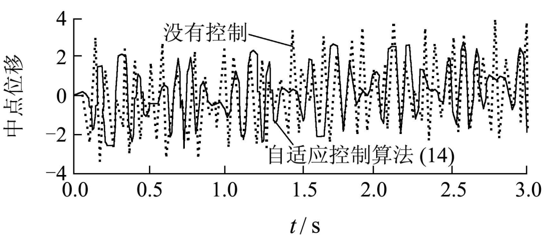

图 4　斜拉索的中点振动位移时程

Fig. 4　Time histories of displacement of midpoint of cable

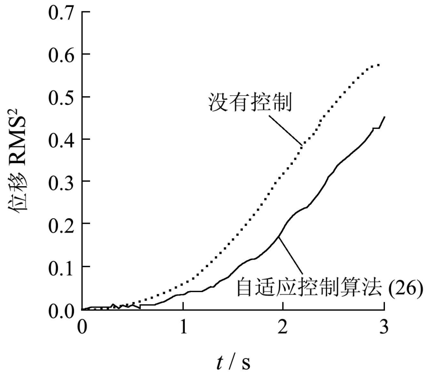

图 5　奇摄动分析下的斜拉索位移RMS时程

Fig. 5　Time histories of RMS cable displacement under singular perturbation analysis

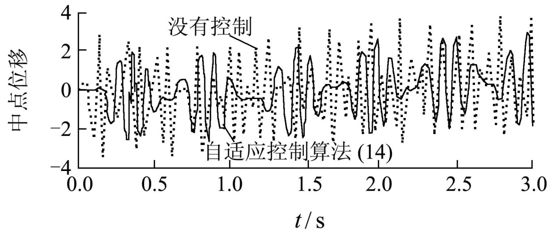

图 6　奇摄动分析下的斜拉索的中点振动位移时程

Fig. 6　Time histories of displacement of midpoint of cable under singular perturbation analysis

上述两种控制算法中, 半主动自适应控制算法(26)的控制效果整体上优于算法(14), 可知对于带有摄动参数的斜拉索–MR阻尼器系统(22), 基于奇摄动理论设计的控制算法能够更好地满足工程控制要求.

5　结论(Conclusions)

将描述MR阻尼器动态特性的LuGre动态摩擦模型融入到斜拉桥系统中, 建立了新的斜拉索–MR阻尼器系统模型, 得到的新模型结构简单, 便于分析且能够实时辨识MR阻尼器内部参数. 原系统可以变换为带有小参数的奇摄动系统, 采用奇摄动理论对奇摄动系统进行分析, 设计控制率. 针对原系统及奇摄动系统, 基于Lyapunov直接法设计了两种半主动自适应控制算法, 相应地进行了稳定性分析. 以斜拉索的位移RMS和中点位移作为衡量振动效果的性能指标, 对斜拉索振动进行了半主动控制的仿真研究, 结果表明: 在上述两种性能指标下, 提出的两种控制算法取得了很好的控制效果, 并且基于奇摄动理论设计的控制算法能够更好地满足工程控制要求.

参考文献(References):

[1] 陈勇, 孙炳楠, 楼文娟, 等. 斜拉索振动的ER-MR阻尼器半主动神

经网络控制[J]. 振动工程学报, 2003, 16(2): 224 – 228.
(CHEN Yong, SUN Bingnan, LOU Wenjuan, et al. Semi-active neuro-control of stay cables using ER-MR dampers[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2003, 16(2): 224 – 228.)

[2] 邬喆华. 磁流变阻尼器对斜拉索振动控制的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.
(WU Zhehua. *Vibration control of stay–cable using magneto rheological damPer*[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003.)

[3] ALVAREZ L, JIMENEZ R. Real-time identification of magneto-rheological dampers[C] //*Proceedings of the 15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*. Barcelona, Spain: [s.n.], 2002: 1017 – 1022.

[4] JANSEN L M, DYKE S J. Semiactive control strategies for MR dampers: comparative study[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(8): 795 – 803.

[5] DYKE S J, SPENCER JR BF. A comparison of semi-active control strategies for the MR damper[C] //*1997 IASTED International Conference on Intelligent Information Systems (IIS'97)*. Los Alamitos, California: IEEE Computer Society, 1997: 580 – 584.

[6] SONEJI B B, JANGID R S. Seismic control of cable-stayed bridge using semi-active hybrid system[J]. *Bridge Structures*, 2006, 2(1): 45 – 60.

[7] JOHNSON E A, BAKER G A, SPENCER JR BF, et al. Semiactive damping of stay cables[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2007, 133(1): 1 – 11.

[8] 陈勇. 采用ER/MR阻尼器作斜拉索振动的半主动控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2002.
(CHEN Yong. *Semi-active control of cable vibration using electro/magneto rheologocal damper*[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2002.)

[9] 陈勇, 孙炳楠, 楼文娟, 等. 基于降阶模型的斜拉索振动的半主动神经网络控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 211 – 216.
(CHEN Yong, SUN Bingnan, LOU Wenjuan, et al. Semi-active neuro-control of cable vibration based on reduced-order model[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 211 – 216.)

[10] ALVAREZ L, JIMENEZ R. Semi-active control of civil structures using magnetorheological dampers[C] //*Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado, USA: [s.n.], 2003, 2: 1428 – 1433.

[11] 刘华平, 孙富春. 奇异摄动控制系统: 理论与应用[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 1 – 7.
(LIU Huaping, SUN Fuchun. Survey of singularly perturbed conrol systems: theory and applications[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(1): 1 – 7.)

[12] JEFFEY L K, HAROLD L S. Stability of lyapunov controller for a semi-active structural control system with nonlinear actuator dynamics[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Application*, 2000, 251(2): 940 – 957.

[13] SABERI A, KHALIL H. Quadratic-type Lyapunov functions for singularly perturbed systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29(6): 542 – 550.

[14] JIMENEZ R, ALVAREZ L. Civil structures semi-active control with limited measurements[C] //*Proceedings of the American Control Conference*. Boston, Massachusetts, USA: [s.n.], 2004, 6: 5467 – 5471.

[15] 王修勇. 斜拉桥拉索振动控制新技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2002.
(WANG Xiuyong. *Study of new techniques for suppressing cables vibration on the cable-stayed bridges*[D]. Changsha: Central South University, 2002.)

[16] BAKER G A, JOHNSON E A, SPENCER JR BF, et al. Modeling and semiactive damping of stay cables[C/CD] //*Proceedings of the 13th ASCE Engineering Mechanics Division Conference*. Baltimore, Maryland: [s.n.], 1999.

作者简介:

樊晓平 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、机器人控制和无线传感器网络等研究, E-mail: xpfan@mail.csu.edu.cn;

武利冲 (1983—), 男, 硕士, 从事控制理论研究, E-mail: lxlwlc@163.com;

杨胜跃 (1969—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 从事先进控制理论与方法、机器人控制和智能信息处理等研究, E-mail: yangsy@mail.csu.edu.cn.