

基于仿射控制输入的输入状态稳定非线性预测控制

史冬琳^{1,2}, 毛志忠¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 东北电力大学 自动化工程学院, 吉林 吉林 132012)

摘要: 针对有扰动的约束非线性系统, 提出了一种基于仿射控制输入的反馈预测控制策略. 采用无穷范数定义有限时域代价函数, 对其进行极大极小优化得到预测控制律, 并应用输入状态稳定分析了闭环系统的鲁棒稳定性, 同时还给出了确定容许扰动上界的方法. 最后, 数值仿真说明本文的预测控制策略是有效的.

关键词: 非线性系统; 模型预测控制; 输入状态稳定性; 仿射控制输入; 扰动

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Input-to-state stabilizing nonlinear model-predictive-control based on affine control input

SHI Dong-lin^{1,2}, MAO Zhi-zhong¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;

2. School of Automation Engineering, Northeast Dianli University, Jilin Jilin, 132012, China)

Abstract: The paper is concerned with a feedback model-predictive-control(MPC) scheme based on an affine control input for constrained nonlinear systems with disturbances. The control actions of MPC can be obtained by solving a min-max optimal problem of a finite horizon cost-function defined by an infinite norm. The robust stabilization of the closed-loop system is analyzed by the notion of input-to-state stability(ISS), and the determination of the upper bound of admissible disturbance is addressed. Finally, a numerical simulation shows the effectiveness of the MPC scheme.

Key words: nonlinear systems; model-predictive-control; input-to-state stability; affine control input; disturbances

1 引言(Introduction)

模型预测控制(model predictive control, MPC)是一种能够处理状态约束和输入约束的优化控制策略, 它一般采用滚动时域优化, 即在每个采样时刻在线求解有限时域的开环优化控制问题, 从而得到最优控制序列, 将最优控制序列的第一个控制量作用于被控对象^[1~3]. 近些年来, 随着模型预测控制在许多领域的成功应用, 研究重点也转向了它的鲁棒特性方面^[3,4]. 针对存在扰动的非线性系统, 学者们提出了各种鲁棒预测控制^[4~8]. 文献[5,6]提出了名义MPC策略, 即忽略扰动项以名义模型作为预测模型, 所得的闭环系统具有固有的鲁棒性, 但是这类MPC策略的前提是假设扰动项的存在不会降低问题的可行性, 所以往往使得扰动项的上界极其保守或者根本不存在. 于是学者们又将极大极小优化思想引入到了MPC策略中, 分析在最坏情况下扰动项带来的影响, 分为极大极大开环MPC和极大极大反馈MPC两种策略^[1~4,7]. 由于扰动项的存在, 开

环MPC的解不能完全令人满意, 存在着一定的保守性; 闭环MPC虽然很好地解决了可行性问题, 但是计算量较大, 具有一定的复杂性. 考虑到上述原因, 本文设计了一种基于仿射控制输入的反馈MPC策略, 是在复杂性和可行性间的一种折衷方法. 仿射控制输入的参数离线计算, 降低了在线计算的复杂性; 状态反馈策略可以抑制扰动, 提高了优化问题的可行性. 同时还给出了该MPC策略对持续扰动是输入状态稳定的充分条件和容许扰动的上界的求解方法, 最后通过仿真实验验证了该MPC策略是可行的和有效的.

2 预备知识(Preliminary knowledge)

考虑离散非线性系统

$$x(k+1) = F(x(k), w(k)), k \geq t. \quad (1)$$

其中: $F(0,0) = 0$, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态, $w(k) \in W \subset \mathbb{R}^n$ 为扰动输入(可能为附加的), W 为包含原点为内点的紧集. 系统(1)以 $x(t) = \bar{x}$ 为初始状态,

以 w 为输入, 在 k 时刻的解表示为 $x(k, \bar{x}, w)$.

定义 1 已知集合 $\Xi \subseteq \mathbb{R}^n$, 如果 $F(x, w) \in \Xi, \forall x \in \Xi, \forall w \in W$, 则称 Ξ 为系统(1)的鲁棒正定不变集(robust positively invariant set, RPI)^[8].

定义 2 给定包含原点为内点的紧集 $\Xi \subset \mathbb{R}^n$. 如果 Ξ 为系统(1)的RPI, 且存在一个 KL 类函数 β 和一个 K 类函数 γ , 满足 $\forall k \geq t, \forall \bar{x} \in \Xi$:

$$\|x(k, \bar{x}, w)\| \leq \beta(\|\bar{x}\|, k) + \gamma(\|w\|), \quad (2)$$

则称系统(1)在 Ξ 内是输入状态稳定的^[8,9].

定义 3 已知连续函数 $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, 如果存在 K_∞ 类函数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 K 类函数 ρ 满足

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|), \quad \forall \bar{x} \in \Xi, \quad (3)$$

$$V(F(x, w)) - V(x) \leq -\alpha_3(\|x\|) + \rho(\|w\|), \quad \forall \bar{x} \in \Xi, \forall w \in W, \quad (4)$$

则称 V 为ISS-Lyapunov函数^[8,9].

引理 1 设包含原点为内点的紧集 Ξ 为系统(1)的正定不变集, 如果系统(1)在 Ξ 内存在ISS-Lyapunov函数, 则系统(1)在 Ξ 内是输入状态稳定的^[8,9].

注 1 输入状态稳定表明系统(1)在不受扰动或仅受衰减扰动作用时, 闭环系统在原点是渐近稳定的; 而当系统扰动为持续有界扰动时, 闭环系统是有界稳定的^[4,10].

注 2 文中 $\|\cdot\|$ 均表示无穷范数, 后同.

3 控制策略(Control scheme)

考虑一个带扰动的离散非线性系统

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + w(k). \quad (5)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, $w(k) \in \mathbb{R}^n$ 为扰动, $x(t) = \bar{x}$ 为初始状态, $k = 0, 1, \dots$; $x(k) \in X, u(k) \in U$ 分别为系统的状态约束和输入约束, X, U 均为紧的凸集, 且 $\{0\} \subset X, \{0\} \subset U$.

注 3 w 一般可以用来描述建模误差、模型老化、不确定项或扰动, 本文中 $w(k)$ 指持续有界扰动.

假设 1 $u = 0, f(0) = 0$ 为系统(5)的平衡点, 系统(5)的状态是完全能观的.

假设 2 $w(k)$ 在有界集 W_r 内变化, 并称这样的扰动为容许扰动.

$$W_r = \{w(k) \in \mathbb{R}^n \mid \|w(k)\| \leq r, r \geq 0, k \geq t\}. \quad (6)$$

考虑系统(5), 定义预测步长为 N 的仿射控制序列^[10]

$$u(k) = Kx(k) + e(k), \quad k \in [t, t + N - 1]. \quad (7)$$

其中: 仿射系数阵 K 为常系数阵, 离线计算; 偏差 $e(k)$ 为优化变量, 与 $u(k)$ 是一一对应的关系. 为了表示方便, 令 $u_{t,t+N-1} = [u_t \ u_{t+1} \ \dots \ u_{t+N-1}]$. 针对系统(5)定义有限时域的代价函数

$$V(x, N) = \min_e \max_w J(\bar{x}, u, w, N), \quad (8)$$

$$\text{s.t. } x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) + w(k),$$

$$x(k) \in X, u(k) \in U, w(k) \in W_r, x(t) = \bar{x},$$

$$x(k+N) \in X_T, k \in [t, t + N - 1].$$

这里:

$$J(\bar{x}, u, w, N) =$$

$$\sum_{k=t}^{k=t+N-1} (L(x(k), u(k)) - L_w(w(k))) + V_f(x(k+N)) =$$

$$\sum_{k=t}^{k=t+N-1} (\|Qx(k)\| + \|Ru(k)\| - \|Q_w w(k)\|) + \|Px(k+N)\|. \quad (9)$$

其中: $P \in \mathbb{R}^{m_p \times n}, Q \in \mathbb{R}^{m_q \times n}, R \in \mathbb{R}^{m_r \times m}, Q_w \in \mathbb{R}^{m_w \times n}$ 均为列满秩矩阵, 设 Q, R 和 Q_w 均为已知, X_T 为终端域. 如果优化问题(8)的最优解存在, 即 $e_{t,t+N-1}^* := [e_t^* \ e_{t+1}^* \ \dots \ e_{t+N-1}^*]$ 存在, 相应的最优控制序列为 $u_{t,t+N-1}^* := [u_t^* \ u_{t+1}^* \ \dots \ u_{t+N-1}^*]$, 则反馈控制律为 $u^{\text{MPC}}(\bar{x}) = u_t^*$, 作用于系统(5), 令 $k = k + 1$, 进行下一次迭代, 从而实现滚动优化. 控制的目标就是让系统的状态在 N 步(或少于 N 步)内收敛到终端域内.

3.1 参数 K 和 P 的计算(Calculation of the parameters K and P)

参数 K 和 P 是用于构建仿射输入控制律和代价函数的常系数阵, 采用离线计算方法. 首先将系统(5)在原点处进行线性化,

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k), \quad k \geq t. \quad (10)$$

其中: $A = \frac{\partial f(0)}{\partial x}, B = g(0)$.

假设 3 系统(10)存在列满秩矩阵 $P \in \mathbb{R}^{m_p \times n}$ 和反馈系数阵 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ (这时状态反馈控制律为 $u = Kx$), 使得下式成立:

$$V_f(x(k+1)) - V_f(x(k)) \leq -L(x(k), u(k)) + L_w(w(k)). \quad (11)$$

其中: $\forall x(k) \in X_T, \forall w(k) \in W_r, k \geq t$

如果假设3成立, 根据式(11)可得

$$\|P(A+BK)x + Pw\| - \|Px\| + \|Qx\| + \|RKx\| - \|Q_w w\| \leq 0. \quad (12)$$

引理 2 如果存在列满秩矩阵 $P \in \mathbb{R}^{m_p \times n}$ 满足不等式(13), 则不等式(14)的解 (P, K, α) 也满足式(12):

$$\|Pw\| - \|Q_w w\| \leq \alpha \|Px\|, \forall x \in X_T, \alpha \geq 0, \quad (13)$$

$$\|P(A+BK)P^{-L}\| + \|QP^{-L}\| + \|RKP^{-L}\| \leq 1 - \alpha. \quad (14)$$

其中 $P^{-L} = (P^T P)^{-1} P^T$ 为 P 的左 Moore-Penrose 逆.

证 如果式(13)成立, 并将式(14)的两端同时乘上 $\|Px\|$, 根据范数的性质和三角不等式整理可得

$$\begin{aligned} 0 &\geq \\ &(\|P(A+BK)P^{-L}\| + \|QP^{-L}\| + \\ &\|RKP^{-L}\| - 1 + \alpha) \cdot \|Px\| \geq \\ &\|P(A+BK)P^{-L}\| \cdot \|Px\| + \|QP^{-L}\| \cdot \|Px\| + \\ &\|RKP^{-L}\| \cdot \|Px\| - \|Px\| + \alpha \|Px\| \geq \\ &\|P(A+BK)P^{-L}Px\| + \|QP^{-L}Px\| + \\ &\|RKP^{-L}Px\| - \|Px\| + \|Pw\| - \|Q_w w\| \geq \\ &\|P(A+BK)x + Pw\| - \|Px\| + \|Qx\| + \\ &\|RKx\| - \|Q_w w\|. \end{aligned}$$

证毕.

为了方便求解优化问题(8), 可取 $Q_w = P$, 这时根据引理2, 有下述推论成立.

推论 1 如果列满秩矩阵 $P \in \mathbb{R}^{m_p \times n}$ 和系数阵 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 满足不等式(15), 则 (P, K) 也满足不等式(14)^[11].

$$\|P(A+BK)P^{-L}\| + \|QP^{-L}\| + \|RKP^{-L}\| \leq 1. \quad (15)$$

证 因为 $\alpha \geq 0$, 由式(14)可推出式(15).

证毕.

注 4 对于式(15), 求解参数 P 和 K 可使用 MATLAB 中的 `fmincon` 或 `fminunc` 函数.

3.2 终端域及扰动上界的确定(Determination of the terminal region and the upper bound of admissible disturbance)

引理 3 如果假设1~3成立, 优化问题(8)在 t 时刻是可行的, 且扰动的上界满足条件(16), 则优化问题(8)在 $t+1$ 时刻也是可行的, 并且存在常数 $c > 0$, 使得终端域 $X_T := \{x \in X \mid \|Px\| \leq c\}$ 是系统(5)的一个鲁棒不变集.

$$r \leq \frac{1 - \|P(A+BK)P^{-L}\|}{\|P\|} \cdot c. \quad (16)$$

证 优化问题(8)在 t 时刻是可行的意味着 t 时刻

系统(5)在优化序列 $u_{t,t+N-1}^*$ 的顺序作用下, 使得状态 $x(t+N; x(t), u_{t,t+N-1}^*, w) \in X_T$. 要想证明优化问题(8)在 $t+1$ 时刻也是可行的, 则需要证明系统(5)以 $x(t+1; x(t), u^{\text{MPC}}(x(t)), w)$ 为初始条件, $u_{t+1,t+N}^* := [u_{t+1}^* \cdots u_{t+N-1}^* \quad Kx(t+N)]$ 为它的一个可行输入序列, 即证明在 $t+N+1$ 时刻系统的状态 $x(t+N+1; x(t+1), u_{t+1,t+N}^*, w) \in X_T$. 当线性控制律 Kx 作用于系统(5)时, 由范数的性质和三角不等式可知

$$\begin{aligned} &\|Px(k+1)\| = \\ &\|P(A+BK)x(k) + Pw(k)\| \leq \\ &\|P(A+BK)x(k)\| + \|Pw(k)\| \leq \\ &\|P(A+BK)P^{-L}\| \cdot \|Px(k)\| + \\ &\|P\| \cdot \|w(k)\| \leq \\ &\|P(A+BK)P^{-L}\| \cdot c + \|P\| \cdot r \leq \\ &\|P(A+BK)P^{-L}\| \cdot c + \\ &\|P\| \cdot \frac{(1 - \|P(A+BK)P^{-L}\|)}{\|P\|} c \leq c, \\ &\forall x \in X_T. \end{aligned}$$

证毕.

注 5 求解式(15)得到的参数 P 和 K 需要满足条件: $1 - \|P(A+BK)P^{-L}\| > 0$, 才能使得引理3中扰动的上界有意义.

由终端域的定义式(见引理3)可知, c 的大小决定了终端域的大小, 为了解 c , 可采用式(17)的简单估计方法.

定义 4 $X_U := \{x \in X \mid Kx \in U\}$, 令^[11]

$$c \leq \sup\{\mu > 0 \mid \{x \in X \mid \|Px\| \leq \mu\} \subseteq X_U\}. \quad (17)$$

因为 X 和 U 均为包含原点为内点的非空紧凸集, 给定参数 P 之后, 总能找到一个 $c > 0$ 满足上式.

4 鲁棒稳定性(Robust stability)

定理 1 用 $X^{\text{MPC}}(N)$ 表示优化问题(8)存在解时系统状态的集合. 如果假设1~3成立且优化问题(8)在 t 时刻是可行的, 当扰动上界满足式(16)时, 系统(5)在仿射输入(7)的作用下在 $X^{\text{MPC}}(N)$ 内是 ISS 稳定的.

证 已知 $X^{\text{MPC}}(N) \subseteq X$, 并且 $\{0\} \subset X_T \subseteq X^{\text{MPC}}(N)$ 为系统(5)的 RPI.

$$\begin{aligned} V(x, N) &:= J(\bar{x}, u_{t,t+N-1}^*, w_{t,t+N-1}^*, N) \geq \\ &\min_u J(\bar{x}, u_{t,t+N-1}, 0, N) > \\ &L(x, u^{\text{MPC}}(\bar{x})) > \|Qx\| > \\ &\alpha_q \|x\|, \forall x \in X^{\text{MPC}}(N). \quad (18) \end{aligned}$$

其中 $\alpha_q = \lambda_q / \sqrt{m_q}$, λ_q 为 Q 的最小奇异值.

为了证明 $V(x, N)$ 存在上界, 预测时域取为 $N + 1$, 令

$$\bar{u}_{t,t+N} = \begin{cases} u_{t,t+N-1}^*, & t \leq k \leq t + N - 1, \\ Kx(t + N), & k = t + N. \end{cases}$$

由假设3可知

$$\begin{aligned} & J(\bar{x}, \bar{u}_{t,t+N-1}, w_{t,t+N-1}, N + 1) = \\ & V_f(x(t + N + 1)) - V_f(x(t + N)) + \\ & L(x(t + N), Kx(t + N)) - L_w(w(t + N)) + \\ & \sum_{k=t}^{t+N-1} \{L(x(k), u(k)) - L_w(w(k))\} + \\ & V_f(x(t + N)) \leq \\ & \sum_{k=t}^{t+N-1} \{L(x(k), u(k)) - L_w(w(k))\} + \\ & V_f(x(t + N)), \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} & V(x, N + 1) \leq \\ & \max_{w \in W_r} J(\bar{x}, \bar{u}_{t,t+N-1}, w_{t,t+N-1}, N + 1) \leq \\ & \max_{w \in W_r} \sum_{k=t}^{t+N-1} \{L(x(k), u(k)) - L_w(w(k))\} + \\ & V_f(x(t + N)) = V(x, N), \\ & \forall x \in X^{\text{MPC}}(N), \forall w \in W_r, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} & V(x, N) \leq \dots \leq V(x, 0) = V_f(x) = \\ & \|Px\| \leq \|P\| \cdot \|x\|, \forall x \in X_T. \end{aligned} \quad (19)$$

另外,

$$\begin{aligned} & V(x, N) = \\ & V(f(x) + g(x)u^{\text{MPC}}(\bar{x}) + w, N - 1) + \\ & L(x, u^{\text{MPC}}(\bar{x})) - L_w(w) \geq \\ & V(f(x) + g(x)u^{\text{MPC}}(\bar{x}) + w, N) + \\ & L(x, u^{\text{MPC}}(\bar{x})) - L_w(w), \\ & \forall x \in X^{\text{MPC}}(N), \forall w \in W_r. \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} & V(f(x) + g(x)u^{\text{MPC}}(\bar{x}) + w, N) - V(x, N) \leq \\ & -L(x, u^{\text{MPC}}(\bar{x})) + L_w(w) = \\ & -\|Qx\| - \|Ru^{\text{MPC}}(\bar{x})\| + \|Q_w w\| \leq \\ & -\|Qx\| + \|Q_w w\| \leq -\alpha_q \|x\| + \|Q_w\| \cdot \|w\|. \end{aligned} \quad (20)$$

综合式(18)~(20), 由引理 1 可知, $V(x, N)$ 是 $X^{\text{MPC}}(N)$ 内的ISS-Lyapunov函数, 定理得证.

证毕.

5 仿真(Simulation)

考虑如下仿射非线性模型:

$$\begin{cases} x_1(k + 1) = \\ 0.55x_1(k) + 0.12x_2(k) + \\ (0.01 - 0.6x_1(k) + \\ x_2(k))u(k) + w(k), \\ x_2(k + 1) = \\ 0.67x_2(k) + (0.15 + x_1(k) - \\ 0.8x_2(k))u(k) + w(k). \end{cases} \quad (21)$$

其中: 状态约束和输入约束分别为 $X = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x_i| \leq 0.5, i = 1, 2\}$ 和 $U = \{u \in \mathbb{R} : |u| \leq 0.2\}$, $w(k)$ 为持续正弦扰动输入.

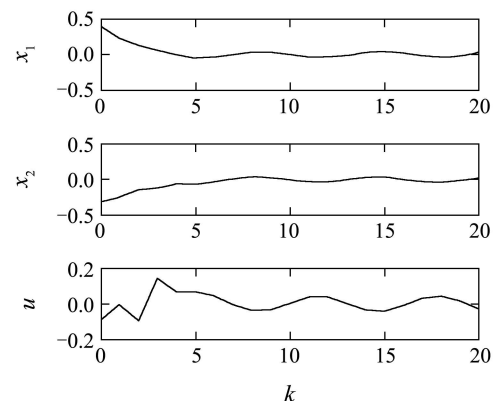
将系统(21)在其平衡点(0,0)处进行线性化, 预测时域设为 $N = 5$, 加权系数阵分别为 $Q = 0.1 \cdot I_2$ 和 $R = 0.1$, 并且取 $Q_w = P$, 根据式(15)解得

$$\begin{aligned} & P = \begin{bmatrix} 1.8174 & 3.4272 \\ -1.9893 & 1.1249 \\ 0.0020 & -0.0123 \end{bmatrix}, \\ & K = [0.0137 \quad -1.1696]. \end{aligned}$$

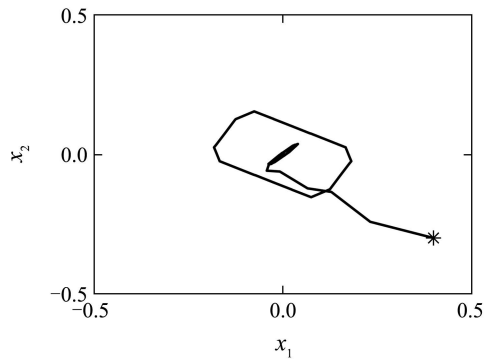
根据式(16)(17)解得终端域为 $X_T = \{x \in X \mid \|Px\| \leq 0.39\}$, 扰动上界 $r = 0.033$, 即

$$w(k) = 0.033 \sin k, \quad k \geq t.$$

当初值为 $\bar{x} = (0.4, -0.3)$ 时, 系统的状态轨迹和控制输入曲线如图1. 可以看出, 闭环系统对有界持续扰动输入是有界稳定的, 系统的状态和控制输入均满足各自的约束. 当初值 $\bar{x} = (0.6, 0.4) \notin X$ 时, 系统的状态轨迹和控制输入曲线如图2. 可以看出, 虽然初值不满足状态约束, 但是闭环系统仍然是鲁棒稳定的, 说明本文设计的MPC策略是可行的.

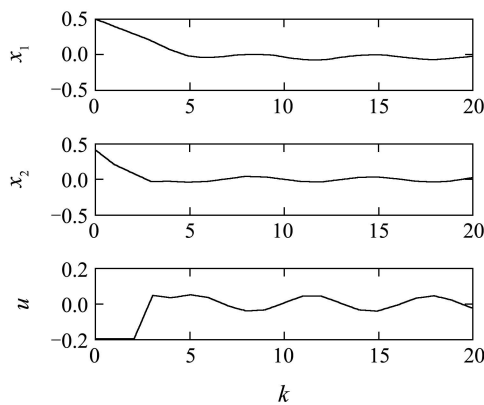


(a) 状态轨迹和控制输入曲线

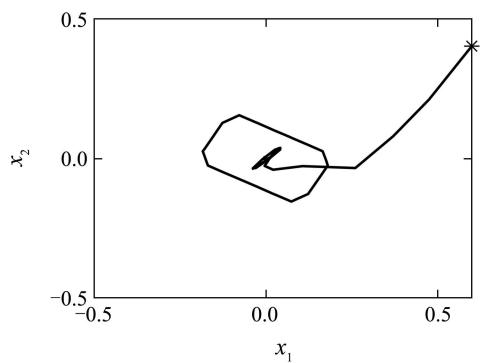


(b) 终端约束域

图1 系统初值为(0.4, -0.3)时的响应曲线
Fig. 1 Response curves of system for an initial value (0.4, -0.3)



(a) 状态轨迹和控制输入曲线



(b) 终端约束域

图2 系统初值为(0.6, 0.4)时的响应曲线
Fig. 2 Response curves of system for an initial value (0.6, 0.4)

6 结论(Conclusion)

本文针对离散扰动非线性系统, 设计了基于仿射控制输入的反馈式预测控制策略. 采用了基于无穷范数的有限时域代价函数, 通过对代价函数进行极

大极小优化得到优化控制律, 并在理论上证明了闭环预测控制系统对持续扰动是输入输出稳定的, 最后数值仿真验证了算法的有效性和可行性. 另外, 在求解扰动上界和终端域的过程中, 由于 (P, K) 的不唯一性及三角不等式的应用, r 和 c 的值具有一定的保守性.

参考文献(References):

- [1] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: stability and optimality[J]. *Automatica*, 2000, 36(6): 789 – 814.
- [2] RAIMONDO D M, LIMON D, LAZAR M, et al. Min-max model predictive control of nonlinear systems: a unifying overview on stability[J]. *European Journal of Control*, 2009, 15(1): 5 – 21.
- [3] MAGNI L, SCATTOLINI R. Robustness and robust design of MPC for nonlinear discrete-time systems[C] // *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control*. Berlin Heidelberg: Springer, 2007: 239 – 254.
- [4] LIMON D, ALAMO T, SALAS F, et al. Input to state stability of min-max MPC controllers for nonlinear systems with bounded uncertainties[J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 797 – 803.
- [5] LAZAR M, HEEMELS W P M H, ROSET B J P, et al. Input-to-state stabilizing sub-optimal NMPC with an application to DC-DC converters[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(8): 890 – 904.
- [6] LIMON D, ALAMO T, CAMACHO E F. Input-to-state stable MPC for constrained discrete-time nonlinear systems with bounded additive uncertainties[C] // *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas, Nevada USA: IEEE, 2002: 4619 – 4624.
- [7] LAZAR M, MUNOZ DE LA PENNA D, HEEMELS W P M H, et al. On input-to-state stability of min-max nonlinear model predictive control[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(1): 39 – 48.
- [8] MAGNI L, RAIMONDO D M, SCATTOLINI R. Regional input-to-state stability for nonlinear model predictive control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1548 – 1553.
- [9] JIANG Z P, WANG Y. Input-to-state stability for discrete-time nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2001, 37(6): 857 – 869.
- [10] 何德峰, 季海波, 郑涛. 持续有界扰动下的非线性 H_∞ 鲁棒预测控制[J]. *自动化学报*, 2008, 34(2): 215 – 219. (HE Defeng, JI Haibo, ZHENG Tao. Nonlinear H_∞ robust predictive control with bounded persistent disturbances[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(2): 215 – 219.)
- [11] LAZAR M, HEEMELS W P M H, WEILAND S, et al. Stabilizing model predictive control of hybrid systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(11): 1813 – 1818.

作者简介:

史冬琳 (1979—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为非线性系统的预测控制, E-mail: shidonglin@163.com;

毛志忠 (1961—), 男, 东北大学信息学院自动化所副所长, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂工业系统建模、控制与优化, E-mail: maozhizhong@ise.neu.edu.cn.