

文章编号: 1000-8152(2011)03-0309-06

具有一步随机通讯时延的网络化切换系统 H_∞ 滤波

蔡逢煌, 王 武, 林琼斌, 李玉榕

(福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108)

摘要: 针对数据包在网络中传输的一步随机时延情形, 研究任意切换律作用下的离散切换系统的 H_∞ 滤波问题. 时延数据包包含系统的测量输出信号和切换信号, 其时延由一个满足Bernoulli分布的随机变量来描述. 选用切换Lyapunov函数, 设计全阶和降阶的切换滤波器使得滤波误差系统在均方意义下指数稳定且具有扰动衰减度 γ . 滤波器的参数通过求解一组线性矩阵不等式获得. 数值仿真表明了所提出设计方法的有效性.

关键词: 网络化切换系统; H_∞ 滤波; 随机通讯时延; 线性矩阵不等式; 切换Lyapunov函数

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

H-Infinity filtering for networked switched systems with random communication time-delays

CAI Feng-huang, WANG Wu, LIN Qiong-bin, LI Yu-rong

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350108, China)

Abstract: To deal with random communication time-delays, the H-Infinity filtering problem is investigated for a class of discrete-time switched systems with arbitrary switching laws. The delayed data packets include the measured output and the switched signal; and the delay-time satisfies the Bernoulli random binary distribution. By using the switched Lyapunov function, we obtain the full and reduced-order switched filters. The systems of filtering errors are exponentially mean-square stable and satisfy the prescribed H-Infinity performance constraint. The filter parameters can be obtained by solving a set of linear matrix inequalities(LMIs). Finally, a numerical example is provided to illustrate the application of the proposed design method.

Key words: networked switched system; H-Infinity filtering; random communication time-delays; linear matrix inequality(LMI); switched Lyapunov functional

1 引言(Introduction)

切换系统是一种由子系统以及在这些子系统间的切换规则组成的混杂系统, 其在工程实践中大量存在, 如汽车引擎控制、机器人行走控制等. 由于切换系统的实用性, 近年来对它的分析与设计引起了学者们的广泛兴趣, 并在稳定性、鲁棒控制方面取得了许多的研究成果, 见文献[1]及其参考文献.

对切换系统的研究, 很大部分的文献是研究如何在任意切换律下降低系统稳定的保守性. 研究结果表明在任意切换律下, 采用切换Lyapunov方法(也称多Lyapunov方法)比共同Lyapunov方法具有更小的设计保守性. 学者们利用切换Lyapunov方法进行了稳定性^[2]、 H_∞ 控制^[3]、 H_2 控制^[4]、 H_∞ 滤波^[5,6]、 l_2 - l_∞ 滤波^[7]以及混合 H_2/H_∞ 滤波^[8]的研究, 取得了很多优越的结果.

近来由于网络技术的飞速发展, 对网络化系统

的控制和滤波研究成为新的研究热点^[9,10]. 由于网络的引入, 出现了数据包丢失、时延等情况的发生, 这给设计带来了新的挑战. 学者对网络的建模提出了多种的建模方法, 其中的一种Bernoulli序列的建模方法, 简单并且物理意义明确, 被广为采用. 学者们利用满足Bernoulli性质的随机变量来描述随机时延, 解决了线性离散系统、线性离散不确定时滞系统等许多系统的滤波器设计问题, 但据作者所知对于切换系统的研究还未见报道, 特别由于切换系统不仅具有测量数据包的延迟, 同时切换信号传输给滤波器也会出现延迟, 因此更具挑战性. 本文延续文献[11~13]的网络建模方法, 采用取值为0和1的Bernoulli序列来描述数据包网络传输的一步通讯时延, 同时考虑测量信号和切换信号的一步随机通讯时延, 研究了任意切换律作用下的网络化切换系统的 H_∞ 滤波问题.

收稿日期: 2009-09-23; 收修改稿日期: 2010-05-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60604027); 福建省自然科学基金资助项目(2008J0191, 2009J01279); 福州大学科技发展基金资助项目(2009-XQ-05).

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下离散切换系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_\alpha x_k + B_\alpha w_k, \\ z_k = L_\alpha x_k + T_\alpha w_k, \\ y_k = C_\alpha x_k + D_\alpha w_k, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态, $w_k \in \mathbb{R}^r$ 为外部扰动输入, 且 $w_k \in l_2[0, \infty)$, $y_k \in \mathbb{R}^p$ 为系统输出信号, $z_k \in \mathbb{R}^q$ 为待估计状态; 切换信号 $\alpha: [0, \infty) \rightarrow \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$, $\alpha = i$ 表示第 i 个子系统被激活, $A_i, B_i, C_i, D_i, L_i, T_i (i \in \mathcal{I})$ 为系统相应维数的定常矩阵.

对 $\forall i = 1, \dots, N$, $\alpha_i^{(k)} = 1$ 表示第 k 时刻第 i 个子系统被激活, 否则 $\alpha_i^{(k)} = 0$, 那么 k 时刻有 $\sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} = 1$. 则系统(1)可写为

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} (A_i x_k + B_i w_k), \\ z_k = \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} (L_i x_k + T_i w_k), \\ y_k = \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} (C_i x_k + D_i w_k). \end{cases} \quad (2)$$

假设切换信号 α 可以实时得到, 那么利用测量输出 y_k , 可以构造如下的 n_k 阶切换滤波器(当 $n_k = n$ 时为全阶滤波器, 当 $1 \leq n_k < n$ 时为降阶滤波器):

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_{f\alpha} \hat{x}_k + B_{f\alpha} y_k, \\ \hat{z}_k = C_{f\alpha} \hat{x}_k + D_{f\alpha} y_k. \end{cases} \quad (3)$$

利用文献[5]的方法就可以得到滤波器存在的充分条件. 在本文中, 系统(2)和滤波器(3)之间是通过受限的通讯网络进行信号传递的, 也就是系统(2)的切换信号 α 和测量输出 y_k 是通过该受限网络传输给滤波器(3). 由于网络本身的特性, 数据包传输会出现时延, 这里假设测量信号和切换信号在网络中传输所具有的一步随机时延满足以下关系:

$$\begin{cases} \hat{y}_k = \beta_k y_k + (1 - \beta_k) y_{k-1}, \\ \hat{\alpha}^{(k)} = \beta_k \alpha^{(k)} + (1 - \beta_k) \alpha^{(k-1)}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\hat{y}_k \in \mathbb{R}^p$ 为传感器测量输出信号, $\hat{\alpha}^{(k)}$ 为经过传感器得到的切换信号, $\alpha^{(k)}$ 和 $\alpha^{(k-1)}$ 分别表示第 $k, k-1$ 时刻的切换律. 随机变量 $\beta_k \in \mathbb{R}$ 描述了测量信号和切换信号的一步随机延迟, 假设它满足 Bernoulli 分布的序列, 取值为 0 和 1, 且概率为

$$\begin{cases} P\{\beta_k = 1\} = E\{\beta_k\} := \bar{\beta}, \\ P\{\beta_k = 0\} = 1 - E\{\beta_k\} := 1 - \bar{\beta}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\bar{\beta}$ 为已知的正数. 此时, n_k 阶切换滤波器形式如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_{f\hat{\alpha}} \hat{x}_k + B_{f\hat{\alpha}} \hat{y}_k, \\ \hat{z}_k = C_{f\hat{\alpha}} \hat{x}_k + D_{f\hat{\alpha}} \hat{y}_k, \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^{n_k}$ 为滤波器状态, $\hat{z}_k \in \mathbb{R}^q$ 为 z_k 的估计值, $A_{f\hat{\alpha}}, B_{f\hat{\alpha}}, C_{f\hat{\alpha}}, D_{f\hat{\alpha}}, \hat{\alpha} \in \mathcal{I}$ 为待设计的滤波器参数. 由式(5)以及 $\beta_k(1 - \beta_k) = 0$, $\beta_k^2 = \beta_k$, $(1 - \beta_k)^2 = 1 - \beta_k$, 式(6)可写为

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_{f\hat{\alpha}} \hat{x}_k + B_{f\hat{\alpha}} \hat{y}_k = \\ \beta_k \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} (A_{fi} \hat{x}_k + B_{fi} y_k) + \\ (1 - \beta_k) \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k-1)} (A_{fi} \hat{x}_k + B_{fi} y_{k-1}), \\ \hat{z}_k = C_{f\hat{\alpha}} \hat{x}_k + D_{f\hat{\alpha}} \hat{y}_k = \\ \beta_k \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} (C_{fi} \hat{x}_k + D_{fi} y_k) + \\ (1 - \beta_k) \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k-1)} (C_{fi} \hat{x}_k + D_{fi} y_{k-1}). \end{cases} \quad (7)$$

注 1 在网络环境下, 切换律在传输中发生延迟, 那么文献[5, 6]所设计的切换滤波器就无法实现了, 此时一种解决方案就是采用单一的滤波器, 这样可以消除这种因切换信号延迟而产生的切换信号无法实时获取的困扰, 但是该方法要牺牲设计的保守性.

定义 $\eta_k = [x_k^T \hat{x}_k^T]^T$, $v_k = [w_k^T w_{k-1}^T]^T$, $e_k = z_k - \hat{z}_k$, 由式(2)和式(7)得滤波误差系统为

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} \sum_{l=1}^N \alpha_l^{(k-1)} \{A_{cl} \eta_k + A_{dcl} K \eta_{k-1} + B_{cl} v_k\}, \\ e_k = \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} \sum_{l=1}^N \alpha_l^{(k-1)} \{C_{cl} \eta_k + C_{dcl} K \eta_{k-1} + D_{cl} v_k\}, \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} K &= [I_{n \times n} \quad 0_{n \times n}], \\ A_{cl} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ \beta_k B_{fi} C_i & \beta_k A_{fi} + (1 - \beta_k) A_{fl} \end{bmatrix}, \\ A_{dcl} &= \begin{bmatrix} 0 \\ (1 - \beta_k) B_{fl} C_l \end{bmatrix}, \\ B_{cl} &= \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ \beta_k B_{fi} D_i & (1 - \beta_k) B_{fl} D_l \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= [L_i - \beta_k D_{fi} C_i \quad -\beta_k C_{fi} - (1 - \beta_k) C_{fl}], \\ C_{dcl} &= (\beta_k - 1) D_{fl} C_l, \\ D_{cl} &= [T_i - \beta_k D_{fi} D_i \quad (\beta_k - 1) D_{fl} D_l]. \end{aligned}$$

本文的设计目标是为切换系统(1)设计切换滤波器(6), 对于所有可能出现的传感器测量随机时延(4), 以任意切换律同时满足 Q1) 和 Q2), 即:

Q1) 在外部扰动 $v(k) = 0$ 情况下, 滤波误差系统(8)是均方指数稳定的;

Q2) 零初始条件下, 滤波误差系统(8)具有H_∞性能 γ ,

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|e_k\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|v_k\|^2\}, \quad (9)$$

对于任意的非零 $v_k \in l_2[0, \infty)$, $\gamma > 0$ 为给定的数.

3 主要结果(Main results)

定义:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ \bar{\beta}B_{fi}C_i & \bar{\beta}A_{fi} + (1 - \bar{\beta})A_{fl} \end{bmatrix}, \\ \tilde{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fi}C_i & A_{fi} - A_{fl} \end{bmatrix}, \\ \tilde{A}_d &= \begin{bmatrix} 0 \\ (1 - \bar{\beta})B_{fl}C_l \end{bmatrix}, \tilde{A}_{d1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -B_{fl}C_l \end{bmatrix}, \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ \bar{\beta}B_{fi}D_i & (1 - \bar{\beta})B_{fl}D_l \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fi}D_i & -B_{fl}D_l \end{bmatrix}, \\ \tilde{C} &= [L_i - \bar{\beta}D_{fi}C_i \quad -\bar{\beta}C_{fi} - (1 - \bar{\beta})C_{fl}], \\ \tilde{C}_1 &= [-D_{fi}C_i \quad -C_{fi} + C_{fl}], \\ \tilde{C}_d &= (\bar{\beta} - 1)D_{fl}C_l, \tilde{C}_{d1} = D_{fl}C_l, \\ \tilde{D} &= [T_i - \bar{\beta}D_{fi}D_i \quad (\bar{\beta} - 1)D_{fl}D_l], \\ \tilde{D}_1 &= [-D_{fi}D_i \quad D_{fl}D_l], \end{aligned}$$

那么

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \tilde{A} + (\beta_k - \bar{\beta})\tilde{A}_1, A_{dcl} = \tilde{A}_d + (\beta_k - \bar{\beta})\tilde{A}_{d1}, \\ B_{cl} &= \tilde{B} + (\beta_k - \bar{\beta})\tilde{B}_1, C_{cl} = \tilde{C} + (\beta_k - \bar{\beta})\tilde{C}_1, \\ D_{cl} &= \tilde{D} + (\beta_k - \bar{\beta})\tilde{D}_1. \end{aligned}$$

首先给出滤波误差系统(8)均方指数稳定且具有H_∞性能 γ 的充分条件.

定理 1 给定 $\gamma > 0$ 以及滤波器参数 $\{A_{fi}, B_{fi}, C_{fi}, D_{fi}\}_{i=1}^N$. 滤波误差系统(8)均方指数稳定且具有H_∞性能 γ 的充分条件存在矩阵 $\{P_i = P_i^T > 0\}_{i=1}^N$, $\{Q_l = Q_l^T > 0\}_{l=1}^N$, 满足

$$\left\{ \begin{aligned} & \begin{bmatrix} K^T Q_i K - P_i & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -Q_l & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ P_j \tilde{A} & P_j \tilde{A}_d & P_j \tilde{B} & -P_j & * & * & * \\ aP_j \tilde{A}_1 & aP_j \tilde{A}_{d1} & aP_j \tilde{B}_1 & 0 & -aP_j & * & * \\ \tilde{C} & \tilde{C}_d & \tilde{D} & 0 & 0 & -I & * \\ a\tilde{C}_1 & a\tilde{C}_{d1} & a\tilde{D}_1 & 0 & 0 & 0 & -aI \end{bmatrix} < 0, \\ & \{i, j, l\} \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}, \end{aligned} \right. \quad (10)$$

其中 $a = \bar{\beta}(1 - \bar{\beta})$.

证 对系统(8)构建如下切换Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} V_k &= \eta_k^T \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} P_i \right) \eta_k + \\ & \eta_{k-1}^T K^T \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k-1)} Q_i \right) K \eta_{k-1}, \quad (11) \end{aligned}$$

其中 P_1, \dots, P_N 和 Q_1, \dots, Q_N 均为正定对称阵. 那么引入

$$\Delta V_k = V_{k+1} - V_k, W_k = -e_k^T e_k + \gamma^2 v_k^T v_k,$$

则

$$\begin{aligned} \Delta V_k - W_k &= \\ & \sum_{i=1}^N \alpha_i^{(k)} \sum_{j=1}^N \alpha_j^{(k+1)} \sum_{l=1}^N \alpha_l^{(k-1)} \xi_k^T T_0 \xi_k, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \xi_k &= [\eta_k^T \quad (K\eta_{k-1})^T \quad v_k^T]^T, \\ T_0 &= \text{diag}\{K^T Q_i K - P_i, -Q_l, -\gamma^2 I\} + \\ & \Pi_1^T P_j \Pi_1 + a\Pi_2^T P_j \Pi_2 + \\ & \Pi_3^T \Pi_3 + a\Pi_4^T \Pi_4, \\ \Pi_1 &= [\tilde{A} \quad \tilde{A}_d \quad \tilde{B}], \Pi_2 = [\tilde{A}_1 \quad \tilde{A}_{d1} \quad \tilde{B}_1], \\ \Pi_3 &= [\tilde{C} \quad \tilde{C}_d \quad \tilde{D}], \Pi_4 = [\tilde{C}_1 \quad \tilde{C}_{d1} \quad \tilde{D}_1]. \end{aligned}$$

由式(10)通过Schur补引理可知

$$\Delta V_k - W_k < 0. \quad (12)$$

a) 当 $v(k) = 0$ 时,

$$\Delta V_k < W_k = -e_k^T e_k < 0,$$

即 $V_{k+1} < V_k$, 因此滤波误差系统(8)是均方指数稳定的.

b) 式(12)成立, 即:

$$\begin{aligned} E\{V_{k+1}\} - E\{V_k\} + E\{e_k^T e_k\} - \gamma^2 E\{v_k^T v_k\} < 0, \\ \sum_{k=0}^{\infty} \{E\{V_{k+1}\} - E\{V_k\} + E\{e_k^T e_k\} - \gamma^2 E\{v_k^T v_k\}\} < 0. \end{aligned}$$

由零初始及 $V_k > 0$, 有

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|e_k\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|v_k\|^2\} - E\{V_{\infty}\} < \\ & \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|v_k\|^2\}. \end{aligned}$$

证毕.

注 2 如果对系统(8)选择共同的Lyapunov函数

$$V_k = \eta_k^T P \eta_k + \eta_{k-1}^T Q \eta_{k-1}, \quad (13)$$

可以得到滤波误差系统(8)均方指数稳定且具有H_∞性能 γ 的充分条件. 显然这个条件比定理1的条件有更大的保守性.

定理1中, 由于Lyapunov矩阵 $\{P_i\}_{i=1}^N$ 和 $\{Q_i\}_{i=1}^N$ 与系统矩阵耦合, 无法进行滤波器的设计. 参考文献[8]的方法, 通过引入一个自由矩阵 G , 可得到以下定理.

定理 2 给定 $\gamma > 0$ 以及滤波器参数 $\{A_{fi}, B_{fi}, C_{fi}, D_{fi}\}_{i=1}^N$. 滤波误差系统(8)均方指数稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的充分条件: 存在矩阵 $\{P_i = P_i^T > 0\}_{i=1}^N$, $\{Q_i = Q_i^T > 0\}_{i=1}^N$, G 满足

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} K^T Q_i K - P_i & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -Q_l & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * \\ G^T \tilde{A} & G^T \tilde{A}_d & G^T \tilde{B} & \tilde{P}_j & * & * & * \\ aG^T \tilde{A}_1 & aG^T \tilde{A}_{d1} & aG^T \tilde{B}_1 & 0 & a\tilde{P}_j & * & * \\ \tilde{C} & \tilde{C}_d & \tilde{D} & 0 & 0 & -I & * \\ a\tilde{C}_1 & a\tilde{C}_{d1} & a\tilde{D}_1 & 0 & 0 & 0 & -aI \end{bmatrix} < 0, \\ \{i, j, l\} \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}, \end{array} \right. \quad (14)$$

其中:

$$\tilde{P}_j = P_j - G^T - G, \quad a = \bar{\beta}(1 - \bar{\beta}).$$

下面给出滤波器存在的充分条件和设计方法.

定理 3 给定 $\gamma > 0$. 对于系统(1)存在滤波器(6)使得滤波误差系统(8)均方指数稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的充分条件是存在矩阵

$$\begin{aligned} \{P_{1i} = P_{1i}^T > 0\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ \{P_{3i} = P_{3i}^T > 0\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}, \\ \{Q_i = Q_i^T > 0\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ \{P_{2i}\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{n \times n_k}, V_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ V_2 &\in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}, V_3 \in \mathbb{R}^{n \times n_k}, \\ \{\bar{A}_{fi}\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}, \{\bar{B}_{fi}\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{n_k \times p}, \\ \{\bar{C}_{fi}\}_{i=1}^N &\in \mathbb{R}^{q \times n_k}, \{D_{fi}\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{q \times p} \end{aligned}$$

满足

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & * \\ \Xi_2 & \Xi_3 \end{bmatrix} < 0, \quad \{i, j, l\} \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}. \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= \begin{bmatrix} Q_i - P_{1i} & * & * \\ -P_{2i}^T & -P_{3i} & * \\ 0 & 0 & -Q_l \end{bmatrix}, \\ \Xi_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & (1 - \bar{\beta})E\bar{B}_{fl}C_l \\ \gamma_3 & aE(\bar{A}_{fi} - \bar{A}_{fl}) & -aE\bar{B}_{fl}C_l \\ a\bar{B}_{fi}C_i & a(\bar{A}_{fi} - \bar{A}_{fl}) & -a\bar{B}_{fl}C_l \\ \gamma_4 & \gamma_5 & (\bar{\beta} - 1)D_{fl}C_l \\ -aD_{fi}C_i & -a\bar{C}_{fi} + a\bar{C}_{fl} & aD_{fl}C_l \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Xi_3 = \begin{bmatrix} -\gamma^2 I & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ V_1^T B_i + \bar{\beta} E \bar{B}_{fi} D_i & (1 - \bar{\beta}) E \bar{B}_{fl} D_l & \bar{P}_{1j} & * \\ V_3^T B_i + \bar{\beta} \bar{B}_{fi} D_i & (1 - \bar{\beta}) \bar{B}_{fl} D_l & \bar{P}_{2j} & \bar{P}_{3j} \\ aE\bar{B}_{fi}D_i & -aE\bar{B}_{fl}D_l & 0 & 0 \\ a\bar{B}_{fi}D_i & -a\bar{B}_{fl}D_l & 0 & 0 \\ T_i - \bar{\beta}D_{fi}D_i & (\bar{\beta} - 1)D_{fl}D_l & 0 & 0 \\ -aD_{fi}D_i & aD_{fl}D_l & 0 & 0 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ a\bar{P}_{1j} & * & * & * \\ a\bar{P}_{2j} & a\bar{P}_{3j} & * & * \\ 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & -aI \end{bmatrix}.$$

其中:

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I_{n_k \times n_k} \\ 0_{(n-n_k) \times n_k} \end{bmatrix}, \quad \bar{P}_{1j} = P_{1j} - V_1 - V_1^T, \\ \bar{P}_{2j} &= P_{2j}^T - V_3^T - V_2^T E^T, \quad \bar{P}_{3j} = P_{3j} - V_2 - V_2^T, \\ a &= \bar{\beta}(1 - \bar{\beta}), \quad \gamma_1 = V_1^T A_i + \bar{\beta} E \bar{B}_{fi} C_i, \\ \gamma_2 &= \bar{\beta} E \bar{A}_{fi} + (1 - \bar{\beta}) E \bar{A}_{fl}, \quad \gamma_3 = a E \bar{B}_{fi} C_i, \\ \gamma_4 &= L_i - \bar{\beta} D_{fi} C_i, \quad \gamma_5 = -\bar{\beta} \bar{C}_{fi} - (1 - \bar{\beta}) \bar{C}_{fl}. \end{aligned}$$

进而, 控制器参数可由下式求得:

$$\begin{aligned} A_{fi} &= V_2^{-1} \bar{A}_{fi}, \quad B_{fi} = V_2^{-1} \bar{B}_{fi}, \\ C_{fi} &= \bar{C}_{fi}, \quad D_{fi} = D_{fi}. \end{aligned} \quad (16)$$

证 由定理2知滤波误差系统(6)均方指数稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的充分条件是式(14)成立.

选取 G 为以下形式:

$$G = \begin{bmatrix} V_1 & V_3 M^{-1} G_{22} \\ M E^T & G_{22} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中:

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I_{n_k \times n_k} \\ 0_{(n-n_k) \times n_k} \end{bmatrix}, \quad V_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ V_3 &\in \mathbb{R}^{n \times n_k}, \quad M \in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}, \quad G_{22} \in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}. \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} V_2 &= M^T G_{22}^{-1} M, \quad J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G_{22}^{-1} M \end{bmatrix}, \\ J^T P_i J &= \begin{bmatrix} P_{1i} & * \\ P_{2i}^T & P_{3i} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{fi} = M^T A_{fi} G_{22}^{-1} M, \\ \bar{B}_{fi} &= M^T B_{fi}, \quad \bar{C}_{fi} = C_{fi} G_{22}^{-1} M. \end{aligned}$$

选择变换阵 $\text{diag}\{J, I, I, J, J, I, I\}$, 对式(14)进行合同变换, 整理即可得式(15).

由滤波器传递函数

$$\begin{aligned} T_f &= C_{fi}(zI - A_{fi})^{-1}B_{fi} + D_{fi} = \\ \bar{C}_{fi}(zM^T G_{22}^{-1}M - \bar{A}_{fi})^{-1}\bar{B}_{fi} + D_{fi} = \\ \bar{C}_{fi}(zI - V_2^{-1}\bar{A}_{fi})^{-1}V_2^{-1}\bar{B}_{fi} + D_{fi}, \end{aligned} \quad (18)$$

那么滤波器参数可按式(16)求取。 证毕。

注3 在式(15)中, 令

$$\begin{aligned} P_1 &= P_1^T = \{P_{1i} = P_{1i}^T > 0\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{n \times n}, \\ P_2 &= P_2^T = \{P_{2i}\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{n \times n_k}, \\ P_3 &= P_3^T = \{P_{3i} = P_{3i}^T > 0\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{n_k \times n_k}, \\ Q &= Q^T = \{Q_i = Q_i^T > 0\}_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{n \times n}, \end{aligned}$$

那么式(15)就退化为基于共同Lyapunov函数方法设计的滤波器存在条件。

4 仿真例子(Design example)

假设系统有两个子系统, 参数如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.6 & 0.01 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= [0.4 \ 1], D_1 = 0.01, \\ L_1 &= [0.3 \ 0.1], T_1 = 0, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= [-0.2 \ -0.7], D_2 = 0.4, \\ L_2 &= [0.2 \ 0.8], T_2 = 0, \end{aligned}$$

并假设传感器随机时延 $\bar{\beta} = 0.8$. 采用MATLAB LMI 工具箱, 取 $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 应用定理3, 可得最优 $\gamma = 0.7487$, 以及全阶滤波器

$$\begin{aligned} A_{f1} &= \begin{bmatrix} 0.5857 & -1.0985 \\ 0.1176 & -0.6914 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} -0.6388 \\ 0.1359 \end{bmatrix}, \\ C_{f1} &= [-0.1994 \ 0.0265], D_{f1} = 0.2562, \\ A_{f2} &= \begin{bmatrix} 0.7637 & -1.2669 \\ 0.1467 & -0.2296 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} 0.8402 \\ 0.0917 \end{bmatrix}, \\ C_{f2} &= [-0.1366 \ -0.3219], D_{f2} = -0.5643. \end{aligned}$$

此时, 取系统的初始状态 $x_0 = [1 \ -1]^T$ 和滤波器初始状态 $\hat{x}_0 = [0 \ 0]^T$. 假设传感器的随机时延 $\bar{\beta} = 0.8$ 的实现如图1, 切换律如图2, 外部扰动 $w_k = 1/(2k)$, 那么系统状态 x_k 和滤波器状态 \hat{x}_k 的响应见图3和图4, 估计误差 e_k 见图5. 从这些图可见所设计的H_∞滤波器满足要求并工作良好。

为了比较各种设计方法的保守性, 在一定的数据包时延概率 $1 - \bar{\beta} = 0.2$ 下, 表1给出了采用切换Lyapunov和共同Lyapunov函数方法的最小H_∞性能的比较。

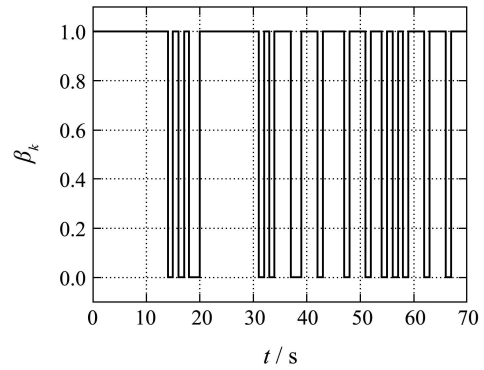


图1 传感器随机时延 β_k

Fig. 1 The random sensor delays β_k

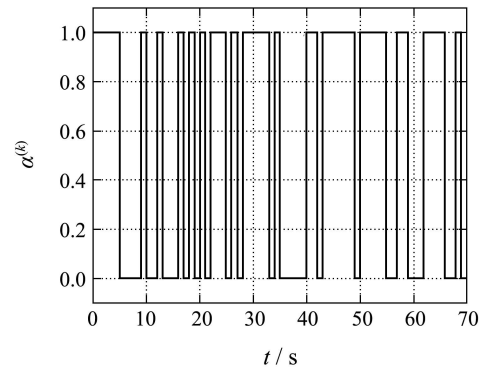


图2 切换律

Fig. 2 The switch rule

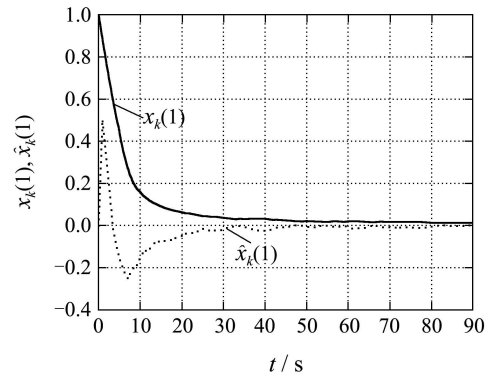


图3 状态响应 $x_k(1)$ 和 $\hat{x}_k(1)$

Fig. 3 State response of $x_k(1)$ and $\hat{x}_k(1)$

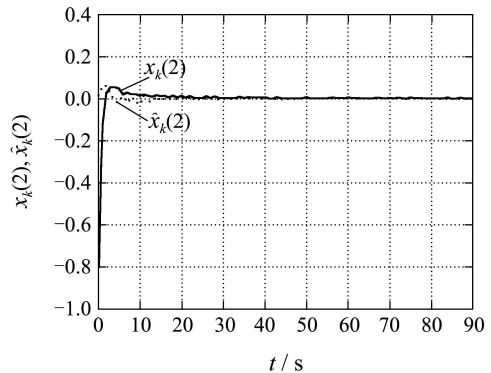


图4 状态响应 $x_k(2)$ 和 $\hat{x}_k(2)$

Fig. 4 State response of $x_k(2)$ and $\hat{x}_k(2)$

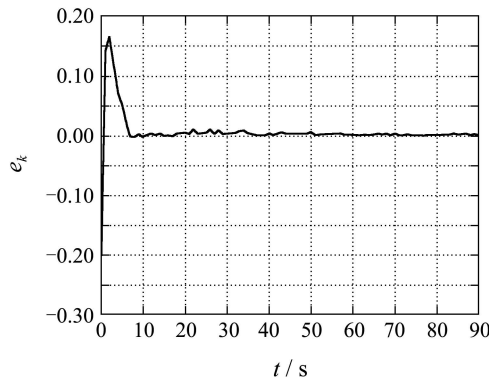
图5 估计误差 e_k Fig. 5 Filter error e_k .表1 切换Lyapunov和共同Lyapunov函数方法下最小 H_∞ 性能的比较

Table 1 Comparison of minimum H-infinity performances for switched and common Lyapunov function method

方法	滤波器(n_k)	γ
定理3	全阶	0.7487
定理3	降阶	0.7572
注3	全阶	0.9149
注3	降阶	0.9172

5 结论(Conclusion)

本文研究了具有传感器随机时延的非线性离散切换系统的 H_∞ 滤波问题。采用切换Lyapunov方法,给出了低保守性滤波器的LMI条件和设计方法,所设计的滤波器保证滤波误差系统在任意切换律下均方指数稳定且满足 H_∞ 性能。基于文献[12]的多包数据丢失描述方法,可以用本文的方法研究具有测量数据多包丢失情形下的离散切换系统的 H_∞ 滤波问题。

参考文献(References):

- [1] LIN H, ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(2): 308 – 322.
- [2] DAAFOUZ J, RIEDINGER P, IUNG C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1883 – 1887.
- [3] 付主木, 费树岷. 一类不确定切换奇异系统的动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制[J]. *自动化学报*, 2008, 34(4): 482 – 487. (FU Zhumu, FEI Shumin. Robust H_∞ dynamic output feedback stabilization for a class of uncertain switched singular systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(4): 482 – 487).
- [4] DU D, ZHOU S, ZHANG B. Generalized H_2 output feedback controller design for uncertain discrete-time switched systems via switched Lyapunov functions[J]. *Nonlinear Analysis*, 2006, 65(11): 2135 – 2146.
- [5] DU D, JIANG B, SHI P, et al. H_∞ filtering of discrete-time switched systems with state delays via switched Lyapunov function approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1520 – 1525.
- [6] ZHANG L, SHI P, WANG C, et al. Robust H_∞ filtering for switched linear discrete-time systems with polytopic uncertainties[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2006, 20(6): 291 – 304.
- [7] QIU J, FENG G, YANG J. New results on robust energy-to-peak filtering for discrete-time switched polytopic linear systems with time-varying delay[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2008, 2(9): 795 – 806.
- [8] QIU J, FENG G, YANG J. Robust mixed H_2/H_∞ filtering design for discrete-time switched polytopic linear systems[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2008, 2(5): 420 – 430.
- [9] YANG F, WANG Z, HUNG Y, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 511 – 518.
- [10] 王武, 杨富文. 具有测量数据部分丢失的离散系统的 H_∞ 滤波器设计[J]. *自动化学报*, 2006, 32(1): 107 – 111. (WANG Wu, YANG Fuwen. H_∞ filter design for discrete-time systems with missing measurements[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(1): 107 – 111.)
- [11] 王武, 杨富文. 随机时延网络化不确定系统的鲁棒 H_∞ 滤波[J]. *自动化学报*, 2007, 33(5): 557 – 560. (WANG Wu, YANG Fuwen. Robust H_∞ filtering for networked uncertain systems with random time delays[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(5): 557 – 560.)
- [12] YANG F, WANG Z, HO D, et al. Robust H_∞ control with missing measurement and time delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1666 – 1672.
- [13] 王武, 林琼斌, 杨富文. 具有随机通讯时延的离散网络化系统的 H_∞ 滤波器设计[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 366 – 370, 379. (WANG Wu, LIN Qiongbina, YANG Fuwen. H_∞ filter design for discrete-time networked systems with random communication delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 33(5): 557 – 560.)

作者简介:

蔡逢煌 (1976—), 男, 副教授, 博士, 目前研究方向为网络化控制系统的迭代学习控制, E-mail: caifenghuang@fzu.edu.cn;

王武 (1973—), 男, 副教授, 博士, 目前研究方向为网络化系统的控制与滤波、非脆弱控制等;

林琼斌 (1976—), 男, 讲师, 博士, 目前研究方向为智能系统、网络控制系统的研究;

李玉榕 (1973—), 女, 副教授, 目前研究方向为信号处理、人工智能等。