

文章编号: 1000-8152(2011)05-0675-06

# 可逆冷带轧机速度张力系统的分散重叠控制

刘礼新, 方一鸣, 李建雄, 李冬生

(燕山大学 电气工程学院 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 针对可逆冷带轧机速度张力系统的耦合和协调控制问题, 提出了速度张力分散重叠控制方法。该方法首先利用包含原理和重叠结构分解, 扩展原系统的状态空间, 得到多个解耦的重叠子系统, 并应用线性二次型(LQ)最优控制和顺序设计方法, 设计各子系统的控制律。其次, 将所设计的控制律收缩至原系统的状态空间, 得到原系统的控制器。最后对某1422 mm可逆冷带轧机的速度张力控制系统进行了仿真研究。结果表明, 本文所提出的速度张力分散重叠控制方法能有效弱化速度与张力间的耦合, 实现主轧机与左、右卷取机间的协调控制, 同时改善了张力控制系统的动态性能, 保证了轧机升降速时的张力控制精度。

**关键词:** 分散重叠控制; 可逆冷带轧机; 速度张力系统; 线性二次型最优控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Decentralized overlapping control for speed and tension in reversing cold-strip mill

LIU Li-xin, FANG Yi-ming, LI Jian-xiong, LI Dong-sheng

(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, College of Electric Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

**Abstract:** To tackle the coupling between the speed and tension and to coordinate their control, we propose a decentralized overlapping control strategy for a reversing cold-strip rolling mill. The original state space is expanded into multiple decoupled overlapped subsystems based on the principles of inclusion and overlapping decomposition. The control law for each subsystem is developed by applying the linear quadratic(LQ) optimization and the sequential control method. By contracting the designed control laws to the original state space, we obtain the desired controller for the original system. A simulation is carried out on the speed and tension control system of 1422 mm reversing cold-strip mill. Results show that the proposed strategy reduces the coupling between the speed and tension, realizes the coordinated control for main rolling, the left and right coilers, improves the dynamic performance of the tension control system and raises the precision of the tension during acceleration and deceleration.

**Key words:** decentralized overlapping control; reversing cold-strip mill; speed and tension system; linear quadratic optimal control

## 1 引言(Introduction)

在冷轧带钢生产过程中, 张力直接影响轧制的顺利进行和带钢的质量。由于速度与张力间存在耦合, 且轧机系统的结构是分散的<sup>[1,2]</sup>, 因此轧制速度与左右卷取张力之间需要解耦, 使主轧机与左右卷取机协调运行, 为自动厚度控制系统(AGC)提供优良的轧制环境。文献[3,4]从张力闭环干扰抑制的角度, 分别提出自抗扰张力控制和 $H_\infty$ 混合灵敏度鲁棒张力控制, 削弱了速度张力间的耦合; 文献[5,6]直接针对速度张力间的耦合问题, 分别提出完全解耦速度张力控制和变增益 $H_\infty$ 速度张力控制。

分散重叠控制<sup>[7,8]</sup>首先利用包含原理, 扩展原系统的状态空间, 然后在扩展后的系统空间上设计分散控制律, 最后将所得的控制律收缩至原系统, 以实

现对原系统的有效控制。由于分散重叠控制可以处理系统间的互联耦合问题, 该方法已经广泛应用于电力<sup>[9]</sup>、汽车自动编队<sup>[10]</sup>等系统。

本文综合考虑速度张力系统的分散结构和速度张力的耦合问题, 将分散重叠控制应用到冷带轧机速度张力控制系统中, 并应用线性二次型(linear quadratic, LQ)最优控制和顺序设计方法设计速度张力分散重叠控制器, 该方法可削弱速度张力间的耦合, 使主轧机与左、右卷取机能够协调运行, 有效抑制张力波动, 改善速度、张力控制系统的动态性能。

## 2 问题描述(Problem formulation)

可逆冷带轧机由主轧机、左右卷取机等设备组成, 其结构如图1所示, 主轧机电机工作在速度控制方式, 左右卷取电机工作在转矩控制方式, 张力调

收稿日期: 2009-12-17; 收修改稿日期: 2010-07-07.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61074099).

节器(ATR)输出与给定张力转矩一起作为电流调节器(ACR)的给定来控制带钢张力。

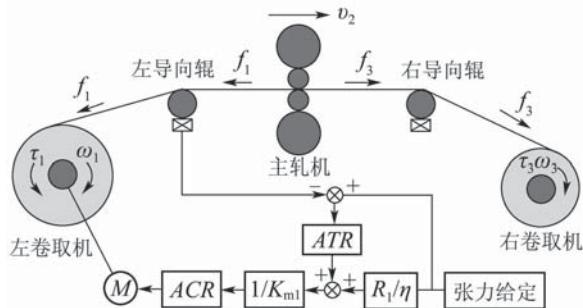


图1 可逆冷带轧机组成及典型的张力控制结构

Fig. 1 The components of reversing cold-strip mill and the structure of typical tension control

由于左右卷取机的钢卷卷径和转动惯量是慢时变的,根据轧制理论和电机转动方程,可得可逆冷带轧机的速度张力系统模型如下:

左卷取张力系统 $S_1$ :

$$\begin{cases} \dot{f}_1 = K_{t1}((1-s_1)v_2 - v_1 - s_1\theta_1v_{20}f_1), \\ \dot{v}_1 = \frac{K_{m1}R_1\eta_1}{J_1}i_1 - \frac{R_1^2\eta_1}{J_1}f_1 - \frac{\mu_1}{J_1}v_1, \\ \dot{i}_1 = \frac{1}{l_1}u_1 - \frac{K_{b1}\eta_1}{l_1}R_1v_1 - \frac{r_1}{l_1}i_1, \end{cases} \quad (1)$$

主轧机速度系统 $S_2$ :

$$\begin{cases} \dot{v}_2 = \frac{K_{m2}R_2\eta_2}{J_2}i_2 - \frac{R_2^2\eta_2}{J_2}(f_3 - f_1) - \frac{\mu_2}{J_2}v_2, \\ \dot{i}_2 = \frac{1}{l_2}u_2 - \frac{K_{b2}\eta_2}{l_2}R_2v_2 - \frac{r_2}{l_2}i_2, \end{cases} \quad (2)$$

右卷取张力系统 $S_3$ :

$$\begin{cases} \dot{f}_3 = K_{t3}(v_3 - (1+s_3)v_2 - s_3\theta_3v_{20}f_3), \\ \dot{v}_3 = \frac{K_{m3}R_3\eta_3}{J_3}i_3 - \frac{R_3^2\eta_3}{J_3}f_3 - \frac{\mu_3}{J_3}v_3, \\ \dot{i}_3 = \frac{1}{l_3}u_3 - \frac{K_{b3}\eta_3}{l_3}R_3v_3 - \frac{r_3}{l_3}i_3, \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $i_j$ 为电机电流;  $u_j$ 为电枢输入电压;  $l_j$ 为电枢电感;  $r_j$ 为电枢电阻;  $J_j$ 为传动系统的转动惯量总和;  $K_{mj}$ 为额定磁通下的转矩电流比;  $K_{bj}$ 为额定磁通下的电动势转速比;  $\eta_j$ 为减速比;  $v_j$ 为线速度;  $K_{tj}$ 为弹性系数; 下脚标 $j=1, 2, 3$ 分别表示左卷取机、主轧机和右卷取机的参数;  $f_1, f_3$ 分别为左、右卷取张力;  $R_1, R_3$ 分别为左、右卷取机钢卷半径;  $R_2$ 为主轧机轧辊半径;  $s_1, s_3$ 分别为无张力时的后滑、前滑系数;  $\theta_1, \theta_3$ 分别为张力对后滑、前滑的影响因子;  $v_{20}$ 为主轧机在工作点处的线速度, 其将影响左、右卷取张力模型。

根据式(1)~(3), 忽略张力 $f_1, f_3$ 对主轧机速度 $v_2$ 的影响, 得速度张力系统的状态方程表达式

$$S: \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}x + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (4)$$

式中:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -K_{t1}s_1\theta_1v_{20} & -K_{t1} & 0 \\ -R_1^2\eta_1 & -\frac{\mu_1}{J_1} & \frac{K_{m1}R_1\eta_1}{J_1} \\ 0 & -\frac{K_{b1}\eta_1}{Rl_1} & -\frac{r_1}{l_1} \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_2}{J_2} & \frac{K_{m2}R_2\eta_2}{J_2} \\ -\frac{K_{b2}\eta_2}{Rl_2} & -\frac{r_2}{l_2} \end{bmatrix},$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} -K_{t3}s_3\theta_3v_{20} & K_{t3} & 0 \\ -\frac{R_3^2\eta_3}{J_3} & -\frac{\mu_3}{J_3} & \frac{K_{m3}R_3\eta_3}{J_3} \\ 0 & -\frac{K_{b3}\eta_3}{Rl_3} & -\frac{r_3}{l_3} \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} K_{t1}(1-s_1) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{32} = \begin{bmatrix} -K_{t3}(1+s_3) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$x^T = [u_1 \ u_2 \ u_3], \quad C = \text{diag}\{C_{11}, C_{22}, C_{33}\},$$

$$C_{11} = C_{33} = [1 \ 0 \ 0], \quad C_{22} = [0 \ 1 \ 0],$$

$$x^T = [x_1^T \ x_2^T \ x_3^T], \quad x_1^T = [f_1 \ v_1 \ i_1], \quad x_2^T = [v_2 \ i_2],$$

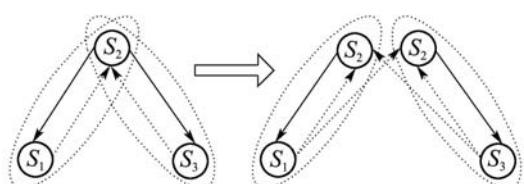
$$x_3^T = [f_3 \ v_3 \ i_3], \quad B = \text{diag}\{B_{11}, B_{22}, B_{33}\},$$

$$B_{jj} = [0 \ 0 \ \frac{k_j}{l_j}]^T, \quad j = 1, 2, 3.$$

### 3 速度张力系统的分散重叠控制(Decentralized overlapping control of the speed and tension system)

#### 3.1 速度张力系统的重叠结构分解(Overlapping decomposition of the speed and tension system)

根据可逆冷带轧机的速度张力系统模型, 可得速度张力系统的拓扑结构如图2(a)所示。图2中, 实线表示强影响, 点线表示弱影响, 系统 $S_1, S_3$ 受到系统 $S_2$ 的强影响, 同时也对系统 $S_2$ 产生弱影响。



(a) 原系统 $S$ 的拓扑结构 (b) 扩展系统 $\tilde{S}$ 的拓扑结构

图2 重叠结构分解

Fig. 2 Overlapping decomposition

利用重叠结构分解方法, 将系统 $S$ 扩展成图2(b)

所表示的两个含有弱连接的的重叠子系统, 这两个子系统可以分开来独立处理.

重叠结构分解的理论基础是包含原理, 其关键是找到状态扩展-收缩矩阵对( $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ )和输入扩展-收缩矩阵对( $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ ), 以满足包含原理的条件. 首先根据文献[9], 选择如下状态扩展-收缩矩阵对、状态互置矩阵 $\mathbf{P}_A$ 及状态补偿矩阵 $\mathbf{M}_A$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \text{diag}\{\mathbf{I}_{3 \times 3}, [\mathbf{I}_{2 \times 2} \ \mathbf{I}_{2 \times 2}]^T, \mathbf{I}_{3 \times 3}\}, \\ \mathbf{U} &= \text{diag}\{\mathbf{I}_{3 \times 3}, 0.5[\mathbf{I}_{2 \times 2} \ \mathbf{I}_{2 \times 2}], \mathbf{I}_{3 \times 3}\}, \\ \mathbf{P}_A &= \text{diag}\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{I}_{2 \times 2}, \mathbf{I}_{3 \times 3}\right\}, \\ \mathbf{M}_A &= 0.5 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_{12} & -\mathbf{A}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} & -\mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

输入扩展-收缩矩阵对( $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ )、输入补充矩阵 $\mathbf{M}_B$ 及输入互置矩阵 $\mathbf{P}_B, \mathbf{P}_B^{-1}$ 的选择方法类同.

然后利用包含原理

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{P}_A^{-1} (\mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V} + \mathbf{M}_A) \mathbf{P}_A, \\ \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{P}_B^{-1} (\mathbf{R} \mathbf{B} \mathbf{Q} + \mathbf{M}_B) \mathbf{P}_B, \end{cases} \quad (5)$$

扩展系统 $S$ 的输入和状态空间, 得扩展系统 $\tilde{S}$ :

$$\tilde{S}: \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}, \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\xi}} &= [\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^T \ \tilde{\boldsymbol{\xi}}_2^T]^T, \quad \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1 = [v_2 \ i_2 \ f_1 \ v_1 \ i_1]^T, \\ \tilde{\boldsymbol{\xi}}_2 &= [v_2 \ i_2 \ f_3 \ v_3 \ i_3]^T, \quad \tilde{\boldsymbol{\zeta}} = [\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^T \ \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_2^T]^T, \\ \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_2 &= [u_2 \ u_3]^T, \quad \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1 = [u_2 \ u_1]^T, \\ \tilde{\mathbf{A}} &= \text{diag}\{\tilde{\mathbf{A}}_1, \tilde{\mathbf{A}}_2\}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \text{diag}\{\tilde{\mathbf{B}}_1, \tilde{\mathbf{B}}_2\}, \\ \tilde{\mathbf{A}}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{12} \ \mathbf{A}_{11} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{32} \ \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{B}}_1 &= \text{diag}\{\mathbf{B}_{22}, \mathbf{B}_{11}\}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_2 = \text{diag}\{\mathbf{B}_{22}, \mathbf{B}_{33}\}.\end{aligned}$$

扩展系统 $\tilde{S}$ 的重叠子系统可分别表示为:

$$\tilde{S}_1: \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}_1 = \tilde{\mathbf{A}}_1 \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1 + \tilde{\mathbf{B}}_1 \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1, \quad (7)$$

$$\tilde{S}_2: \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}_2 = \tilde{\mathbf{A}}_2 \tilde{\boldsymbol{\xi}}_2 + \tilde{\mathbf{B}}_2 \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_2. \quad (8)$$

重叠子系统 $\tilde{S}_1, \tilde{S}_2$ 是下三角结构且互为解耦的两个独立系统,  $(\tilde{\mathbf{A}}_1, \tilde{\mathbf{B}}_1)$ 和 $(\tilde{\mathbf{A}}_2, \tilde{\mathbf{B}}_2)$ 完全能控.

### 3.2 扩展系统的分散控制律设计(Design of decentralized control law of the expanded system)

由式(6)所表示的是一个包含两个独立子系统的扩展系统, 在扩展的状态空间上, 可利用分散控制方法得到扩展系统 $\tilde{S}$ 的分散控制律.

首先设计重叠子系统 $\tilde{S}_1$ 的控制律. 根据式(7), 重叠子系统 $\tilde{S}_1$ 可由以下两个子模型来表示:

$$\tilde{S}_{1,1}: \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}_1^1 = \mathbf{A}_{22} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 + \mathbf{B}_{22} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^1, \quad (9)$$

$$\tilde{S}_{1,2}: \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}_1^2 = \mathbf{A}_{11} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^2 + \mathbf{A}_{12} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 + \mathbf{B}_{11} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2, \quad (10)$$

式中:  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 = [v_2 \ i_2]^T$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^2 = [f_1 \ v_1 \ i_1]^T$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^1 = u_2$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2 = u_1$ .

根据文献[7,10]所描述的顺序设计方法, 并采用跟踪LQ最优控制, 分别为子模型 $\tilde{S}_{1,1}, \tilde{S}_{1,2}$ 设计控制律. 定义子模型 $\tilde{S}_{1,1}$ 的性能指标为

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{1,1} = & \int_{t_0}^{\infty} ((\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 - \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^1)^T \tilde{\mathbf{Q}}_{1,1} (\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 - \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^1) + \\ & (\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^1)^T \tilde{\mathbf{R}}_{1,1} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^1) dt,\end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^1 = [v_{2r} \ i_{2r}]^T$ 是与向量 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1$ 各元素对应的参考向量, 权矩阵 $\tilde{\mathbf{Q}}_{1,1} \geqslant 0$ ,  $\tilde{\mathbf{R}}_{1,1} > 0$ .

根据性能指标 $\tilde{J}_{1,1}$ 的最小化条件, 可以得到最优跟踪控制律

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 = -\tilde{\mathbf{K}}_{1,1} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^1 - [\tilde{\mathbf{M}}_{1,1} \ \mathbf{0}] \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^1, \\ \tilde{\mathbf{K}}_{1,1} = \tilde{\mathbf{R}}_{1,1}^{-1} \mathbf{B}_{22}^T \tilde{\mathbf{P}}_{1,1}, \\ \tilde{\mathbf{M}}_{1,1} = [\mathbf{C}_{22} (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{B}_{22} \tilde{\mathbf{K}}_{1,1})^{-1} \mathbf{B}_{22}]^{-1}. \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{K}}_{1,1}$ 是子模型 $\tilde{S}_{1,1}$ 的状态反馈矩阵;  $\tilde{\mathbf{M}}_{1,1}$ 是子模型 $\tilde{S}_{1,1}$ 的前馈矩阵;  $\tilde{\mathbf{P}}_{1,1}$ 是如下Riccati方程的解:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{1,1} \mathbf{A}_{22} + \mathbf{A}_{22}^T \tilde{\mathbf{P}}_{1,1} - \tilde{\mathbf{P}}_{1,1} \mathbf{B}_{22} \tilde{\mathbf{R}}_{1,1}^{-1} \mathbf{B}_{22}^T \tilde{\mathbf{P}}_{1,1} + \tilde{\mathbf{Q}}_{1,1} = 0.$$

定义子模型 $\tilde{S}_{1,2}$ 的性能指标 $\tilde{J}_{1,2}$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{1,2} = & \int_{t_0}^{\infty} (\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^2 - \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^2)^T \tilde{\mathbf{Q}}_{1,2} (\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^2 - \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^2) + (\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2)^T \tilde{\mathbf{R}}_{1,2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2 dt,\end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_{1r}^2 = (v_{2r}, i_{2r}, f_{1r}, v_{1r}, i_{1r})^T$ 是与向量 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1^2$ 各元素对应的参考向量, 权矩阵 $\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2} \geqslant 0$ ,  $\tilde{\mathbf{R}}_{1,2} > 0$ , 且取 $\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}$ 为以下特殊形式:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{11} & \tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{12} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{21} & \tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{22} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{11} = \text{diag}\{p_1, p_2\},$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{21} = (\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{12})^T = \begin{bmatrix} 0 & -p_1 & 0 \\ 0 & 0 & -p_2 \end{bmatrix}^T,$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{1,2}^{22} = \text{diag}\{q_{33}, q_{44} + p_1, q_{55} + p_2\},$$

其中:  $q_{33}, q_{44}, q_{55}$ 分别表示子模型 $\tilde{S}_{1,2}$ 的状态 $f_1, v_1, i_1$ 的权重;  $p_1, p_2$ 分别表示子模型 $\tilde{S}_{1,1}$ 状态 $v_2, i_2$ 对子模型 $\tilde{S}_{1,2}$ 状态 $v_1, i_1$ 的影响的权重. 将式(14)代入式(13), 得性能指标 $\tilde{J}_{1,2}$ 的另一个表达形式

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{1,2} = & \int_{t_0}^{\infty} (q_{33}(f_1 - f_{1r})^2 + q_{44}(v_1 - v_{1r})^2 + \\ & q_{55}(i_1 - i_{1r})^2 + p_1(v_2 - v_1)^2 + \\ & p_2(i_2 - i_{1r})^2 + (\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2)^T \tilde{\mathbf{R}}_{1,2} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2) dt.\end{aligned} \quad (15)$$

根据性能指标 $\tilde{J}_{1,2}$ 的最小化条件, 可以得到子模型 $\tilde{S}_{1,2}$ 的最优跟踪控制律 $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_1^2$ [10]:

$$\begin{cases} \tilde{\zeta}_1^2 = -\tilde{K}_{1,2}\tilde{\xi}_1 - [\tilde{M}_{1,21} \mathbf{0} \ \tilde{M}_{1,2} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}] \tilde{\xi}_{1r}, \\ \tilde{K}_{1,2} = \tilde{R}_{1,2}^{-1} \mathbf{B}_{11}^T [\tilde{P}_{1,21} \ \tilde{P}_{1,2}], \\ \tilde{M}_{1,2} = \mathbf{B}_{11}^{-1} (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{B}_{11} \tilde{R}_{1,2}^{-1} \mathbf{B}_{11} \tilde{P}_{1,2}) \mathbf{C}_{11}^{-1}, \\ \tilde{M}_{1,21} = \tilde{R}_{1,2}^{-1} \mathbf{B}_{11}^T \tilde{F}_{1,2}^{-T} \tilde{P}_{1,21} \mathbf{B}_{22} \tilde{M}_{1,1}, \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\tilde{K}_{1,2}$  是子模型  $\tilde{S}_{1,2}$  的状态反馈矩阵,  $\tilde{M}_{1,2}$  是子模型  $\tilde{S}_{1,2}$  的前馈矩阵, 前馈矩阵  $\tilde{M}_{1,21}$  将补偿子模型  $\tilde{S}_{1,1}$  对子模型  $\tilde{S}_{1,2}$  的影响,  $\tilde{P}_{1,2}$  是 Riccati 方程

$$\tilde{P}_{1,2} \tilde{F}_{1,2} + \tilde{F}_{1,2}^T \tilde{P}_{1,2} + \tilde{Q}_{1,2}^{22} - \tilde{P}_{1,2} \mathbf{B}_{11} \tilde{R}_{1,2}^{-1} \mathbf{B}_{11}^T \tilde{P}_{1,2} = 0$$

的解,  $\tilde{P}_{1,21}$  是 Lyapunov 方程

$$\tilde{P}_{1,21} \tilde{F}_{1,1} + \tilde{F}_{1,2}^T \tilde{P}_{1,21} = -\tilde{Q}_{1,2}^{21} - \tilde{P}_{1,2} \mathbf{A}_{12}$$

的解, 用于计算  $\tilde{M}_{1,21}$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{1,1} &= \mathbf{A}_{22} - \mathbf{B}_{22} \tilde{K}_{1,1}, \\ \tilde{F}_{1,2} &= \mathbf{A}_{11} - \mathbf{B}_{11} \mathbf{R}_{1,2}^{-1} \mathbf{B}_{11}^T \tilde{P}_{1,2}. \end{aligned}$$

将式(12)(16)代入式(7), 可得到重叠子系统  $\tilde{S}_1$  的闭环状态方程

$$\dot{\tilde{\xi}}_1 = (\tilde{\mathbf{A}}_1 - \tilde{\mathbf{B}}_1 \tilde{K}_1) \tilde{\xi}_1 - \tilde{\mathbf{B}}_1 \tilde{M}_1 \tilde{\xi}_{1r}, \quad (17)$$

式中:

$$\tilde{K}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{1,1}^1 & \tilde{K}_{1,1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{K}_{1,2}^1 & \tilde{K}_{1,2}^2 & \tilde{K}_{1,2}^3 & \tilde{K}_{1,2}^4 & \tilde{K}_{1,2}^5 \end{bmatrix}$$

为  $\tilde{S}_1$  的状态反馈阵,

$$\tilde{M}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{1,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \tilde{M}_{1,21} & \mathbf{0} & \tilde{M}_{1,2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

为  $\tilde{S}_1$  的前馈阵,  $\tilde{K}_{1,1}^i (i = 1, 2)$  为反馈矩阵  $\tilde{K}_{1,1}$  的第  $i$  项,  $\tilde{K}_{1,2}^j (j = 1, \dots, 5)$  为反馈矩阵  $\tilde{K}_{1,2}$  的第  $j$  项. 其中矩阵  $\tilde{K}_1$ ,  $\tilde{M}_1$  都是下三角形(LBT)结构, 与  $\tilde{S}_1$  的结构相同, 因此  $\tilde{S}_1$  的各状态都将受到控制.

同样, 可得重叠子系统  $\tilde{S}_2$  的闭环状态方程为

$$\dot{\tilde{\xi}}_2 = (\tilde{\mathbf{A}}_2 - \tilde{\mathbf{B}}_2 \tilde{K}_2) \tilde{\xi}_2 - \tilde{\mathbf{B}}_2 \tilde{M}_2 \tilde{\xi}_{2r}, \quad (18)$$

式中:  $\tilde{\xi}_{2r}^T = [v_{2r} \ i_{2r} \ f_{3r} \ v_{3r} \ i_{3r}]$  是向量  $\tilde{\xi}_2$  的设定值;  $\tilde{S}_2$  的反馈阵为

$$\tilde{K}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{2,1}^1 & \tilde{K}_{2,1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{K}_{2,2}^1 & \tilde{K}_{2,2}^2 & \tilde{K}_{2,2}^3 & \tilde{K}_{2,2}^4 & \tilde{K}_{2,2}^5 \end{bmatrix},$$

前馈阵为

$$\tilde{M}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{2,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \tilde{M}_{2,21} & \mathbf{0} & \tilde{M}_{2,2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$\tilde{K}_{2,1}^i (i = 1, 2)$  为反馈矩阵  $\tilde{K}_{2,1}$  的第  $i$  项,  $\tilde{K}_{2,2}^j (j = 1, \dots, 5)$  为反馈矩阵  $\tilde{K}_{2,2}$  的第  $j$  项.

由重叠子系统  $\tilde{S}_1$ ,  $\tilde{S}_2$  的闭环状态方程式(17)(18), 可得扩展系统  $\tilde{S}$  的闭环状态方程为

$$\dot{\tilde{\xi}} = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{K}) \tilde{\xi} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{M} \tilde{\xi}_r, \quad (19)$$

式中:  $\tilde{\xi}_r = [\tilde{\xi}_{1r}^T \ \tilde{\xi}_{2r}^T]^T$  是与向量  $\tilde{\xi}$  各元素对应的参考向量;  $\tilde{K} = \text{diag}\{\tilde{K}_1, \tilde{K}_2\}$ ,  $\tilde{M} = \text{diag}\{\tilde{M}_1, \tilde{M}_2\}$  分别为扩展系统  $\tilde{S}$  的反馈矩阵和前馈矩阵.

### 3.3 扩展系统的分散控制律收缩(Contraction of decentralized control law of expanded system)

由包含原理可知, 扩展系统  $\tilde{S}$  的控制律也满足原系统  $S$  的性能要求, 但要实现对原系统  $S$  的控制, 还需要将所设计的控制律收缩至原系统  $S$ .

根据包含原理, 原系统  $S$  的反馈矩阵  $\mathbf{K}$ 、前馈矩阵  $\mathbf{M}$  可分别由下式得到:

$$\mathbf{K} = \mathbf{Q}(\mathbf{P}_B \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{P}_B^{-1}) \mathbf{V}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{Q}(\mathbf{P}_B \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{P}_B^{-1}) \mathbf{V}. \quad (20)$$

最终, 原系统  $S$  的闭环状态方程为

$$\dot{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})x - \mathbf{B}\mathbf{M}x_r, \quad (21)$$

式中  $x_r = [x_{1r}^T \ x_{2r}^T \ x_{3r}^T]^T$  是与  $x^T$  各元素对应的参考向量; 原系统的反馈阵和前馈阵分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \tilde{M}_{1,2} & 0 & 0 & \tilde{M}_{1,21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{M}_{1,1} + \tilde{M}_{2,1}}{2} & \frac{\tilde{M}_{1,1} + \tilde{M}_{2,1}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{M}_{2,21} & 0 & \tilde{M}_{2,2} & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} \tilde{K}_{1,2}^3 & \tilde{K}_{1,2}^4 & \tilde{K}_{1,2}^5 & \tilde{K}_{1,2}^1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{K}_{1,1}^1 + \tilde{K}_{2,1}^1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{K}_{2,2}^1 \\ \tilde{K}_{1,2}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{K}_{1,1}^2 + \tilde{K}_{2,1}^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{K}_{2,2}^2 & \tilde{K}_{2,2}^3 & \tilde{K}_{2,2}^4 & \tilde{K}_{2,2}^5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

设计参数是根据原系统  $S$  的性能要求来选择权矩阵, 并根据仿真结果, 调整相应的权矩阵. 最终所计算出的控制律( $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ )可使得主轧机速度系统  $S_2$  和卷取张力系统  $S_1$ ,  $S_3$  具有预期的性能.

### 4 仿真研究(Simulation)

根据某1422 mm可逆冷带轧机的实际电机及轧制参数, 对分散重叠速度张力控制系统进行仿真研究, 并与直接张力控制和间接张力控制进行比较.

各电机等参数如表1所示, 左右卷筒半径  $R_1 = 0.255$  m,  $R_3 = 0.89$  m, 主轧机轧辊半径  $R_2 = 0.20635$  m;  $L_1 = L_3 = 3$  m; 带钢宽  $W = 1.250$  m; 杨氏模量  $E = 2.058 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>. 选取第4道次的轧制参数:  $h_1 = 2.060 \times 10^{-3}$  m,  $h_3 = 1.582 \times 10^{-3}$  m; 左卷取张力给定  $f_{1r} = 1.20 \times 10^5$  N, 右卷取张力给定  $f_{3r} = 1.20 \times 10^5$  N; 前滑  $s_3 = 0.065$ , 后滑  $s_1 = 0.182$ ; 影响因子  $\theta_1 = 6.511 \times 10^{-5}$ ,  $\theta_3 = 5.0 \times 10^{-5}$ .

设计参数选择为:  $\tilde{Q}_{1,1} = \tilde{Q}_{2,1} = \text{diag}\{300, 0.1\}$ ,  $\tilde{R}_{1,1} = \tilde{R}_{2,1} = 300$ ,  $p_1 = 100$ ,  $p_2 = 0.1$ ,  $q_{33} = 0.005$ ,  $q_{44} = 0$ ,  $q_{55} = 0$ ,  $\tilde{R}_{1,2} = \tilde{R}_{2,2} = 1$ . 经计算得:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = & \begin{bmatrix} -0.0295 & -7546.2 & 2.672 & 6154.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0291 \\ 0 & 0 & 0 & -20549 \\ -0.0182 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0083 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1595 & 0.0458 & 19221 & 2.307 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{M} = & \begin{bmatrix} -0.0717 & 0 & 0 & -0.6663 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -16.5676 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.7849 & 0 & -0.0709 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

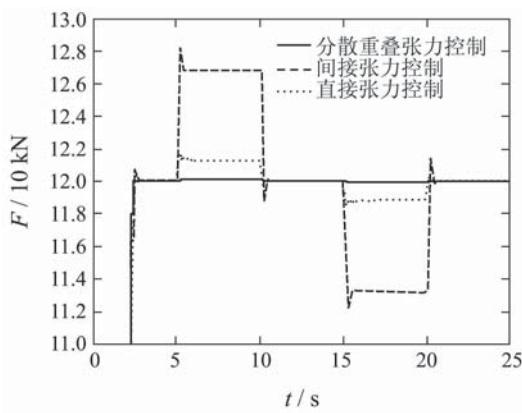
表 1 某1422 mm冷带轧机电机参数

Table 1 Motor parameters of certain 1422 mm mill

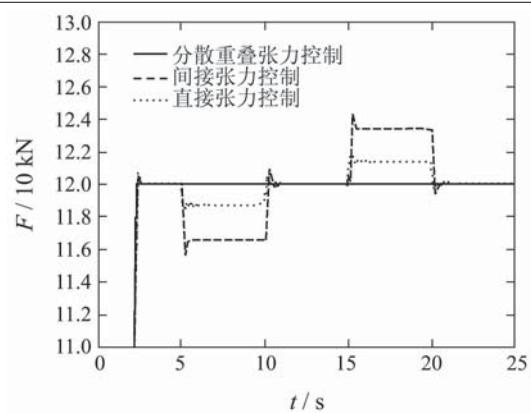
参数名称	左/右卷取机	主轧机
额定功率 $P_N$ /kW	1125	1800
转动惯量 $J/(kg \cdot m^2)$	480	1274.5
电机电枢电阻 $r/\Omega$	0.021	0.016
电机电枢电感 $l/H$	0.0148	0.013
电机额定电压 $U_N/V$	800	1000
电机额定电流 $I_N/A$	1502	1902
转矩电流比 $K_m/(N \cdot m \cdot A^{-1})$	23.6749	32.6089
电动势转速比 $K_b/(V \cdot (rad \cdot s^{-1})^{-1})$	2.4790	3.4145
摩擦系数 $\mu/(N \cdot m \cdot (rad \cdot s^{-1})^{-1})$	0.3014	0.8699
传动比 $\eta$	1.807	1

模拟可逆冷带轧机第4道次的轧制工序, 其过程如下: 首先左、右卷取张力在1~2.4 s内升至给定值, 然后主轧机线速度在5~10 s内升至3.5 m/s, 待轧机稳定运行5 s后, 主轧机线速度在16~20 s内降至0, 左、右卷取张力保持不变。

仿真结果如图3~图5所示。图3显示了整个轧制过程中的左、右卷取张力的变化。从图中可以看出, 在主轧机速度升降过程中, 与间接张力控制、直接张力控制相比, 分散重叠控制大大地减小了左、右卷取张力的波动幅度, 且过渡过程平稳。



(a) 左卷取张力



(b) 右卷取张力

图3 3种张力控制策略的比较

Fig. 3 Comparison of the three tension control strategies

图4为轧机系统各处带钢线速度比较曲线。由于前滑、后滑的存在, 主轧机线速度低于右卷取机线速度而高于左卷取机线速度, 若将主轧机线速度换算成轧机出口、入口带钢线速度, 则左、右卷取机的线速度分别与轧机入口、出口带钢线速度完全相等。

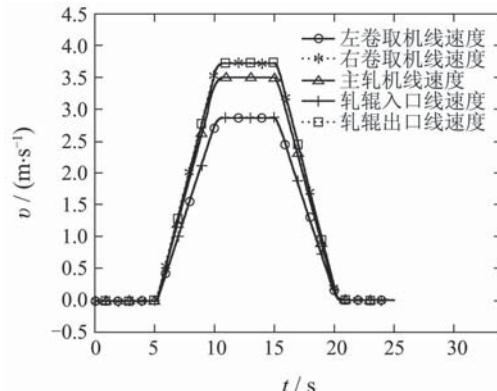


图4 轧机各处的线速度比较

Fig. 4 Comparison of velocities on different points of mill

图5以左卷取张力为例, 研究了在不同主轧机线速度情况下卷取张力的波动情况。从图中可以看出, 卷取张力随主轧机速度变化的量较小, 因此分散重叠控制有效抑制了主轧机速度对卷取张力的影响。

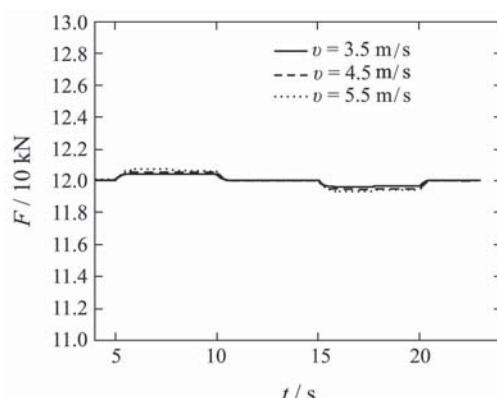


图5 不同主轧机线速度下的左卷取张力比较

Fig. 5 Comparison of tensions for left coil under different velocities

综上,图3说明了左、右卷取张力受主轧机线速度的影响较小,轧制速度与卷取张力之间的耦合被削弱;图4显示了轧机入口、出口的带钢线速度与左、右卷取机的带钢线速度是一致的,主轧机和左、右卷取机是协调运行的;图3和图5说明,速度张力重叠控制提高了张力控制系统的动态性能。

## 5 结论(conclusions)

本文针对可逆冷带轧机速度张力系统的耦合和协调控制问题,提出了速度张力分散重叠控制方法,并根据实际参数,对冷带轧机速度张力分散重叠控制系统进行了仿真,结果表明:

- 1) 与传统的速度张力控制方法相比,分散重叠控制大幅度弱化了速度与张力间的耦合,削弱了主轧机速度对左右卷取张力的影响,实现了主轧机与左、右卷取机之间的协调控制;
- 2) 分散重叠控制有效抑制了因主轧机线速度的改变引起的卷取张力波动,使卷取张力的动态过程平滑,改善了张力控制系统的动态性能,保证了轧机升降速时的张力控制精度。

## 参考文献(References):

- [1] YOUNG G E, REID K N. Lateral and longitudinal dynamic behavior and control of moving webs[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1993, 115(2b): 309 – 317.
- [2] 张进之, 张小平. 连轧张力公式[J]. 南方金属, 2007, (1): 4 – 10.  
(ZHANG Jinzhi, ZHANG Xiaoping. Tension calculations in continuous rolling[J]. *Southern Metals*, 2007, (1): 4 – 10.)
- [3] ZHOU W K, GAO Z Q. An active disturbance rejection approach to tension and velocity regulations in web processing lines[C] //The 2007 IEEE International Symposium on Intelligent Control, Singapore. New York: IEEE, 2007: 842 – 848.
- [4] 方一鸣, 陆金波, 刘仙, 等. 冷连轧机张力系统 $H_{\infty}$ 混合灵敏度鲁棒控制器设计[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(8): 1812 – 1814.  
(FANG Yiming, LU Jinbo, LIU Xian, et al. Design of  $H_{\infty}$  mixed sensitivity robust controller for tension system of tandem cold rolling mill[J]. *Journal of System Simulation*, 2004, 16(8): 1812 – 1814.)
- [5] 贺建军, 喻寿益, 钟掘. 板带钢平整机张力–速度解耦控[J]. 控制与决策, 2003, 18(5): 522 – 526.  
(HE Jianjun, YU Shouyi, ZHONG Jue. Tension-speed decoupling control of temper mill for plate-strip steel[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(5): 522 – 525.)
- [6] KOC H, KNITTEL D. Modeling and robust control of winding systems for elastic webs[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(2): 197 – 208.
- [7] SILJAK D D. *Decentralized Control of Complex System*[M]. New York: Academic, 1991.
- [8] BAKULE L. Decentralized control: an overview[J]. *Annual Reviews in Control*, 2008, 32(1): 87 – 98.
- [9] CHEN X B, STANKOVIC S S. Decomposition and decentralized control of systems with multi-overlapping structure[J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1765 – 1772.
- [10] STANKOVIC S S, STANOJEVIC M J, SILJAK D D. Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(5): 816 – 832.

## 作者简介:

- 刘礼新** (1984—), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为冷带轧机的速度张力协调控制, E-mail: iw11\_2@126.com;
- 方一鸣** (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化、系统集成与计算机控制, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;
- 李建雄** (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为预测控制、鲁棒自适应控制等, E-mail: liljx\_2008@sina.com;
- 李冬生** (1984—), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为水泥窑温度自适应模糊控制, E-mail: 382317609@qq.com.