

多星系统相对轨道的自适应协同控制

马广富, 梅 杰

(哈尔滨工业大学 航天学院 控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 基于一致性理论, 在无向拓扑结构上对多星系统相对轨道的协同控制问题进行了研究. 本文考虑近地卫星相对轨道的非线性方程, 首先设计控制律使得多星系统形成目标队形, 并给出了速度阻尼和通信拓扑(相对速度间的拓扑关系)连通性之间的关系; 其次, 针对卫星质量具有不确定性的情形, 设计了新的辅助变量, 提出了自适应的协同控制律, 这里要求传感(相对位置间的拓扑关系)和通信具有相同的拓扑结构. 最后对4颗卫星的编队飞行进行了仿真分析, 仿真结果表明本文设计的协同控制律是有效可行的.

关键词: 多星系统; 相对轨道; 协同控制; 一致性; 自适应控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive cooperative control for relative orbits of multi-satellite systems

MA Guang-fu, MEI Jie

(Department of Control Science and Engineering, School of Astronautics HIT, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Based on the consensus theory, the cooperative control for relative orbits of a multi-satellite system is investigated under a general undirected topology. We consider the nonlinear equations for the relative orbits of near-earth satellites. Control algorithms are developed for the multi-satellite system to fly in a desired formation pattern; the relation between the velocity damping and the connectivity of communication topology is given. To deal with the uncertainty of the satellite mass, we employ auxiliary variables and propose an adaptive control law with identical topology in sensing and communication. Simulation results of the formation flight of four satellites are provided to show the effectiveness of the proposed control schemes.

Key words: multi-satellite systems; relative orbits; cooperative control; consensus; adaptive control

1 引言(Introduction)

卫星的相对运动近年来一直受到国内外极大的关注. 通过各颗卫星之间的协作, 整个多星系统可以看作一个虚拟的大卫星, 完成单颗复杂卫星的各项任务. 与单颗卫星相比, 多星系统中各颗卫星功能相对简化, 可以降低成本. 在某颗卫星失效时, 可以通过调整卫星的队形降级使用, 因此比单颗卫星具有更高的灵活性和生存能力. 但多星系统也对各颗卫星间的协作控制提出更高的要求. 本文主要研究多星系统相对轨道的协同控制问题.

近年来, 许多学者对各种模型下多星系统的编队飞行进行了广泛的研究^[1~4]. 基于圆轨道上编队卫星相对轨道的线性化模型(Hill-Clohessy-Wiltshire方程^[5]), 文献[1]提出了线性的脉冲控制律. 对圆轨道上相对轨道的非线性方程, 在质量存在不确定性的情形下, 文献[2]提出了自适应控制律来保证系统渐近稳定. 文献[3, 4]在无需速度测量的情况下, 设计了输出反馈控制律. 以上文献均考虑主从式的编队飞行, 从星根据主星的位置和速度对主星进行跟踪,

从星之间没有信息交换, 这种结构可以简化为只有一颗从星和一颗主星的编队飞行. 利用个体之间的通讯信息对多智能体系统进行队形控制也引起了广泛的关注^[6~9]. 文献[6]利用个体之间的信息交换研究了多智能体系统的队形控制问题, 每个智能体的动力学均为线性的. 文献[7]在有向拓扑结构下研究了多星系统的相对轨道和相对姿态, 但是考虑的卫星相对轨道为二阶积分系统. 文献[8]在无向拓扑结构下研究了编队航天器的相对轨道和相对姿态, 其相对轨道的参考点运行于圆轨道. 文献[9]利用非线性压缩原理研究了多系统的相对轨道和相对姿态控制问题, 但是考虑的是环形的拓扑结构. 针对组网 Euler-Lagrange系统, 文献[10]基于一致性理论提出了控制律使得各个系统位置趋于一致.

本文考虑多星系统相对轨道的非线性方程, 卫星之间可以通过无向拓扑结构传播和接收邻近卫星的信息. 与主从式编队飞行^[1~4]相比, 本文利用卫星间的信息交换对整个多星系统的队形进行控制; 文献[6, 7]研究了线性系统的队形控制问题, 本文考虑的

是卫星相对轨道的非线性动力学方程;文献[9]考虑的是环形的拓扑结构,本文在一般无向拓扑结构下研究多星系统的协同控制;与文献[10]和文献[8]相比,本文引入了参考轨迹(即目标队形),对速度阻尼和通信拓扑连通性之间的关系进行了分析,而且考虑卫星质量的不确定性,设计新的辅助变量,提出了自适应控制律。

2 数学背景与问题描述(Mathematic background and problem statement)

2.1 图论(Graph theory)

本节首先对文中涉及的图论相关知识进行简单的介绍,关于图论的详细内容读者可参考文献[11]。图是由若干给定的顶点及连接两顶点的边所构成的图形,记为 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$,其中: $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$ 为所有顶点组成的集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 是所有边组成的集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是带权的邻接矩阵。本文中 v_i 表示第 i 颗卫星。边 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 表示卫星 i 能够与卫星 j 交换信息。邻接矩阵的元素 a_{ij} 为卫星 i 和 j 之间信息交互的权值,当 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} = a_{ji} > 0$;否则, $a_{ij} = a_{ji} = 0$ 。一般假设顶点与自身没有连通性,即 $a_{ii} = 0$ 。注意到 \mathcal{A} 是对称的,这种图称为无向图,否则为有向图。本文中用无向图 \mathcal{G} 来描述多星系统中各个卫星之间的拓扑关系。无向图的路径为一个有限的顶点序列 v_{i_1}, \dots, v_{i_k} ,满足 $(v_{i_s}, v_{i_{s+1}}) \in \mathcal{E}$ 。如果图中任意两个不同顶点之间都存在路径,那么称图 \mathcal{G} 是连通的;否则为非连通的。图 \mathcal{G} 的Laplacian矩阵 L 定义为

$$L = \mathcal{D} - \mathcal{A}, \quad (1)$$

其中 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_1, \dots, d_n\}$, $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 。

2.2 相对轨道模型(Model of relative orbit)

多星系统的相对轨道如图1所示。如下定义参考轨道坐标系(也称为LVLH坐标系): x 轴由地心指向参考点, z 轴垂直于参考轨道平面, y 轴与 z 轴和 x 轴形成右手坐标系。则LVLH坐标系中卫星 i 相对轨道的非线性动力学模型可以表示为

$$M_i \ddot{p}_i + C_i \dot{p}_i + g_i = u_i, \quad (2)$$

其中: $i = 1, \dots, n$, $M_i = m_i I_3$, m_i 为卫星 i 的质量, I_3 为三维的单位矩阵。在编队飞行过程中,假设 m_i 为常值并且有界的。 $p_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ 为卫星 i 到参考点的位置矢量在LVLH坐标系中的表示, u_i 为卫星 i 的控制输入,

$$C_i = 2m_i \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = M_i \tilde{C}_i, \quad (3)$$

$$g_i = m_i \begin{bmatrix} -\omega^2 x - \dot{\omega} y + \frac{\mu(R_0 + x)}{R_i^3} - \frac{\mu}{R_0^2} \\ -\omega^2 y + \dot{\omega} x + \frac{\mu y}{R_i^3} \\ \frac{\mu z}{R_i^3} \end{bmatrix} = M_i \tilde{g}_i, \quad (4)$$

其中: ω 为参考轨道的角速度, $\dot{\omega}$ 为轨道角加速度, R_0 和 R_i 分别为参考点和卫星 i 到地心的距离, μ 为引力常数。由于 m_i 和 ω 均为有界的,那么 C_i 也是有界的。

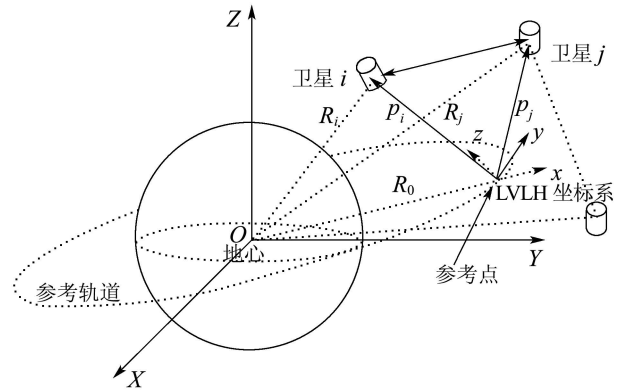


图1 近地多星系统示意图

Fig. 1 Schematic representation of the multi-satellite system near Earth

3 控制律设计(Controller design)

本节对多星系统编队飞行的几种情形进行控制律设计。为方便之后的谈论,假设如下的记号: $p = [p_1^T \dots p_n^T]^T$, $g = [g_1^T \dots g_n^T]^T$, $u = [u_1^T \dots u_n^T]^T$, $M = \text{diag}\{M_1, \dots, M_n\}$, $C = \text{diag}\{C_1, \dots, C_n\}$ 。那么对整个多星系统,式(2)可以写成如下的向量形式:

$$M \ddot{p} + C \dot{p} + g = u. \quad (5)$$

3.1 质量已知的相对轨道控制律设计(Controller design for relative orbit with known masses)

在很多航天任务中,要求整个多星系统保持一定的队形。设 $\{p_i^* | i = 1, \dots, n\}$ 表示想要达到的队形(目标队形), $p^* = [p_1^{*T} \dots p_n^{*T}]^T$ 。假设 p^* , \dot{p}^* , \ddot{p}^* 均为有界的。注意到如果 $p_i - p_i^*$ 达到一致(即对任意 i, j , $p_i - p_i^* \rightarrow p_j - p_j^*$),整个多星系统形成目标队形。设 $q_i = p_i - p_i^*$,对卫星 i ,设计如下的控制律:

$$u_i = M_i \ddot{p}_i^* + C_i \dot{p}_i^* + g_i - \alpha \sum_{j=1}^n a_{ij} (q_i - q_j) - K_i \dot{q}_i, \quad (6)$$

其中: a_{ij} 为邻接矩阵 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 的第 i 行、第 j 列元素,表示卫星间相对位置的拓扑关系(传感拓扑); $\alpha > 0$ 为正常数, K_i 为三维正定对称增益矩阵,设 $K = \text{diag}\{K_1, \dots, K_n\}$ 。

定理 1 考虑系统(5),在控制输入式(6)的作用

下, 如果传感拓扑 \mathcal{G}_A 为连通的无向图, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $q_i \rightarrow q_j, \dot{q}_i \rightarrow 0$.

证 将式(6)写成如下向量形式:

$$u = M\dot{p}^* + C\dot{p}^* + g - \alpha(L_A \otimes I_3)q - K\dot{q}, \quad (7)$$

其中: \otimes 表示Kronecker积, L_A 为图 \mathcal{G}_A 的Laplacian矩阵, $q = [q_1^T \cdots q_n^T]^T$.

将式(7)代入式(5), 多星系统的闭环动力学方程为

$$M\ddot{q} = -C\dot{q} - \alpha(L_A \otimes I_3)q - K\dot{q}. \quad (8)$$

设Lyapunov函数有如下形式:

$$V = \frac{\alpha}{2}q^T(L_A \otimes I_3)q + \frac{1}{2}\dot{q}^T M\dot{q}. \quad (9)$$

因为 \mathcal{G}_A 为无向图,

$$q^T(L_A \otimes I_3)q = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \|q_i - q_j\|^2 [10],$$

那么将 $q_i - q_j (a_{ij} \neq 0)$ 和 \dot{q} 看做自变量, 并注意到 $a_{ij} \geq 0$ 且 M 对称正定, 则 V 在自变量 $q_i - q_j (a_{ij} \neq 0)$ 和 \dot{q} 下是对称正定的. 对上式求导可得

$$\dot{V} = \alpha\dot{q}^T(L_A \otimes I_3)q + \dot{q}^T M\ddot{q}. \quad (10)$$

将闭环动力学方程(8)代入到式(10)中, 并注意 C 是反对称的, 且 K 为对称正定的, 有

$$\dot{V} = -\dot{q}^T K\dot{q} \leq 0. \quad (11)$$

从上式中可以看出, $V(t) \leq V(0)$, 另一方面从 V 的定义式(9)可以得到 $V \geq 0$, 则有 $V \in \mathcal{L}_\infty$. 因此, $q_i - q_j \in \mathcal{L}_\infty (a_{ij} \neq 0)$, $\dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$. 注意到 M, C, L_A 均为有界的, 从式(8)可以得到 $\ddot{q} \in \mathcal{L}_\infty$. 对式(11)求导, 注意到 K 正定对称,

$$\|\dot{V}\| = \|-2\dot{q}^T K\ddot{q}\| \leq 2\|\dot{q}\| \|K\| \|\ddot{q}\|,$$

这表明 \dot{V} 是有界的. 因此, \dot{V} 是一致连续的. 由Barbalat引理[12], 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V} \rightarrow 0$. 由式(11)可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{q} \rightarrow 0$. 对式(8)两边求导, 可得 \ddot{q} 是有界的, 因此 \ddot{q} 一致连续. 再次利用Barbalat引理, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\ddot{q} \rightarrow 0$, 则由式(8)可得当 $t \rightarrow \infty$ 时, $(L_A \otimes I_3)q \rightarrow 0$. 由于 \mathcal{G}_A 为无向连通图, 那么 L_A 有且仅有一个特征值为0, 对应的特征向量为 $\mathbf{1}_n = (1, \dots, 1)^T$, 则当 $t \rightarrow 0$ 时, $q \rightarrow \mathbf{1}_n \otimes c, c \in \mathbb{R}^3$ 为任意常向量, 即对任意 $i, j, q_i \rightarrow q_j$. 证毕.

与文献[10]相比, 式(6)中没有用到卫星间的相对速度信息. 卫星间相对速度的拓扑(通信拓扑)用邻接矩阵 $\mathcal{B} = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示, 假设 \mathcal{G}_B 为无向图. 一般来说, \mathcal{G}_B 可能为非连通的. 在这种情况下, 假设 \mathcal{G}_B 由 l 个不相交的连通子图组成, 记为 $\mathcal{G}_{B_1}, \mathcal{G}_{B_2}, \dots, \mathcal{G}_{B_l}, 1 \leq l \leq n (l = 1$ 表示 \mathcal{G}_B 为连通的, $l = n$ 表示卫星无

法通过通信得到其他卫星的速度信息). 每个连通子图 \mathcal{G}_{B_m} 包含 k_m 颗卫星($\sum_{m=1}^l k_m = n$). 为保证整个多星系统仍然能形成目标队形, 控制律设计中至少需要 l 个速度阻尼项($K_i \dot{q}_i$). 以下对这一情形进行分析. 对卫星进行重新编号, 记为 $i_1^1, \dots, i_{k_1}^1, \dots, i_1^l, \dots, i_{k_l}^l$. 不失一般性, 假设需要速度阻尼项的 l 颗卫星为 $i_1^1, i_2^1, \dots, i_{k_1}^1, L_{B_m} \in \mathbb{R}^{k_m \times k_m} (m \in \{1, \dots, l\})$ 为图 \mathcal{G}_{B_m} 的Laplacian矩阵, 那么图 \mathcal{G}_B 的Laplacian矩阵可以写为 $L_B = \text{diag}\{L_{B_1}, \dots, L_{B_l}\}$. 控制律如下所示:

$$u_i = M_i \dot{p}_i^* + C_i \dot{p}_i^* + g_i - K_i \dot{q}_i - \alpha \sum_{j=1}^n a_{ij} (q_i - q_j) - \beta \sum_{j=1}^n b_{ij} (\dot{q}_i - \dot{q}_j), \quad (12)$$

其中: 当 $i \in \{i_1^1, \dots, i_{k_1}^1\}$ 时, K_i 为对称正定增益阵; 否则, $K_i = \mathbf{0}_{3 \times 3}, \beta$ 为正常数.

选择如式(9)所示的Lyapunov函数, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\beta \dot{q}^T (L_B \otimes I_3) \dot{q} - \sum_{i \in \{i_1^1, \dots, i_{k_1}^1\}} \dot{q}_i^T K_i \dot{q}_i = \\ & - \sum_{m=1}^l (\beta (\dot{q}^m)^T (L_{B_m} \otimes I_3) \dot{q}^m + \dot{q}_{i_1^m}^T K_{i_1^m} \dot{q}_{i_1^m}) \leq 0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $\dot{q}^m = [\dot{q}_{i_1^m}^T \cdots \dot{q}_{i_{k_m}^m}^T]^T$. 根据定理1证明中的有界性分析, 利用Barbalat引理, 很容易得到当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V} \rightarrow 0$, 即

$$\sum_{m=1}^l (\beta (\dot{q}^m)^T (L_{B_m} \otimes I_3) \dot{q}^m \rightarrow 0 + \dot{q}_{i_1^m}^T K_{i_1^m} \dot{q}_{i_1^m}) \rightarrow 0.$$

因为对任意 $m \in \{1, \dots, l\}, \mathcal{G}_{B_m}$ 是连通的, 即 L_{B_m} 有且仅有一个特征值为0, 对应的特征向量为 $\mathbf{1}_{k_m}$, 其余 $k_m - 1$ 个特征值均大于0, 因此

$$(\dot{q}^m)^T (L_{B_m} \otimes I_3) \dot{q}^m \geq 0,$$

等号成立当且仅当 $\dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_j, i, j \in \{i_1^m, \dots, i_{k_m}^m\}$. 注意到 $K_{i_1^m}$ 对称正定, 因此 $(\dot{q}^m)^T (L_{B_m} \otimes I_3) \dot{q}^m \rightarrow 0, \dot{q}_{i_1^m}^T K_{i_1^m} \dot{q}_{i_1^m} \rightarrow 0$, 即 $\dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_j, i, j \in \{i_1^m, \dots, i_{k_m}^m\}, \dot{q}_{i_1^m} \rightarrow 0$. 因此, 所有 \dot{q}_i 都趋于0. 与定理1的证明过程一样, 可以得到当 $t \rightarrow \infty$ 时, 对任意 $i, j, q_i \rightarrow q_j, \dot{q}_i \rightarrow 0$.

从以上的分析可以看出, 式(6)为式(12)的一种特殊情况($l = n$). 当通信拓扑 \mathcal{G}_B 为无向连通图时, 控制律设计中仅仅需要一个速度阻尼. 从数学的观点来说, 就是要保证 $L_B \otimes I_3 + K$ 是对称正定的.

在定理1中, $\dot{q}_i \rightarrow 0$. 事实上, 如果要求队形保持特定的相对速度, 即 $\dot{q}_i \rightarrow v_d \in \mathbb{R}^3$, 可以对控制律进行如下修正:

$$u_i = M_i (\dot{p}_i^* + \dot{v}_d) + C_i (\dot{p}_i^* + v_d) + g_i -$$

$$\alpha \sum_{j=1}^n a_{ij}(q_i - q_j) - K_i \dot{q}_i, \quad (14)$$

其中 $\tilde{q}_i = q_i - \int_0^t v_d(\tau) d\tau$, 那么 $\dot{\tilde{q}}_i = \dot{q}_i - v_d$, $\ddot{\tilde{q}}_i = \ddot{q}_i - \dot{v}_d$.

推论 1 考虑系统(5), 在控制输入式(14)的作用下, 如果传感拓扑 \mathcal{G}_A 为连通的无向图, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $q_i \rightarrow q_j$, $\dot{q}_i \rightarrow v_d$.

3.2 质量未知的相对轨道控制律设计(Controller design for relative orbit with unknown masses)

在很多空间任务中, 卫星的质量并不是精确已知的, 因此有必要设计自适应的协同控制律, 使得整个多星系统达到目标队形. 由式(3)和式(4)可得: $C = M\bar{C}$, $g = M\bar{g}$, 其中: $\bar{C} = \text{diag}\{\bar{C}_1, \dots, \bar{C}_n\}$, $\bar{g} = [\bar{g}_1^T \dots \bar{g}_n^T]^T$ 是已知的.

首先引入如下所示的辅助变量:

$$\dot{q}_i^r = \dot{p}_i^* - \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(q_i - q_j), \quad (15)$$

$$s_i = \dot{p}_i - \dot{q}_i^r = \dot{q}_i + \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(q_i - q_j), \quad (16)$$

$i = 1, \dots, n$, λ 为正常数.

定理 2 考虑系统(5), 在卫星质量未知的情形下, 设计如下所示的控制律:

$$u_i = \hat{m}_i(\ddot{q}_i^r + \bar{C}_i \dot{q}_i^r + \bar{g}_i) - K_i^d s_i - k^p \dot{q}_i, \quad (17)$$

其中: K_i^d 为对称正定增益矩阵, k^p 为正常数. 卫星 i 的质量通过如下自适应律实现:

$$\dot{\hat{m}}_i = -\gamma_i s_i^T (\ddot{q}_i^r + \bar{C}_i \dot{q}_i^r + \bar{g}_i), \quad (18)$$

其中 $\gamma_i > 0$ 为正常数, 如果 \mathcal{G}_A 为连通的无向图, 那么当 $t \rightarrow \infty$ 时, $q_i \rightarrow q_j$, $\dot{q}_i \rightarrow 0$.

证 为证明的方便, 假设 $\Psi_i = \ddot{q}_i^r + \bar{C}_i \dot{q}_i^r + \bar{g}_i$, 可将式(17)写成如下向量形式:

$$u = \hat{M}\Psi - K^d s - k^p \dot{q}, \quad (19)$$

其中: $\Psi = [\Psi_1^T \dots \Psi_n^T]^T$, $s = [s_1^T \dots s_n^T]^T$, $K^d = \text{diag}\{K_1^d, \dots, K_n^d\}$, $\hat{M} = \text{diag}\{\hat{m}_1, \dots, \hat{m}_n\} \otimes I_3$.

将式(15)(19)以及式(16)代入到式(5)可以得到

$$M\dot{s} = -Cs - \hat{M}\Psi - K^d s - k^p \dot{q}, \quad (20)$$

其中: $\tilde{M} = \text{diag}\{\tilde{m}_1, \dots, \tilde{m}_n\} \otimes I_3$, $\tilde{m}_i = m_i - \hat{m}_i$. 考虑如下所示的Lyapunov函数:

$$V = \frac{\lambda}{2} k^p q^T (L_A \otimes I_3) q + \frac{1}{2} s^T M s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{m}_i \gamma_i^{-1} \tilde{m}_i. \quad (21)$$

注意到式(16)可以写成向量形式 $s = \dot{q} + \alpha(L_A \otimes I_3)q$. 对上式沿闭环系统(20)求导可得

$$\dot{V} = \lambda k^p q^T (L_A \otimes I_3) \dot{q} + s^T M \dot{s} + \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{m}_i \dot{\tilde{m}}_i =$$

$$\begin{aligned} & \lambda k^p q^T (L_A \otimes I_3) \dot{q} - s^T C s - k^p s^T \dot{q} - \\ & s^T K^d s - s^T \tilde{M} \Psi + \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{m}_i \dot{\tilde{m}}_i = \\ & \lambda k^p q^T (L_A \otimes I_3) \dot{q} - s^T C s - k^p (\dot{q} + \lambda(L_A \otimes I_3)q)^T \dot{q} - \\ & s^T K^d s - \sum_{i=1}^n \tilde{m}_i s_i^T \Psi_i + \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{m}_i \dot{\tilde{m}}_i. \end{aligned} \quad (22)$$

因为 m_i 为常数, M 也是常数. 由式(18)可得

$$\dot{\tilde{m}}_i = -\dot{m}_i = \gamma_i s_i^T \Psi_i. \quad (23)$$

将式(23)代入到式(22)中, 并注意到 C 是反对称的, 且 $k^p > 0$, K^d 对称正定, 可以得到

$$\dot{V} = -k^p \dot{q}^T \dot{q} - s^T K^d s \leq 0. \quad (24)$$

从上式中可以看出, $V(t) \leq V(0)$, 另一方面从 V 的定义式(21)可以得到 $V \geq 0$, 则有 $V \in \mathcal{L}_\infty$; 因此, $q_i - q_j \in \mathcal{L}_\infty$ ($a_{ij} \neq 0$), $s \in \mathcal{L}_\infty$ 以及 $\tilde{M} \in \mathcal{L}_\infty$. 由 s 的定义式(16)可以得到 $\dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$. 由式(15)及其导数可以看出 $\dot{q}_i^r, \ddot{q}_i^r \in \mathcal{L}_\infty$. 注意到 M, C, L_A 均为有界的, 则 Φ 是有界的, 从式(20)可以得到, $\dot{s} \in \mathcal{L}_\infty$. 对式(24)求导可得

$$\dot{\dot{V}} = -2k^p \dot{q}^T \ddot{q} - 2s^T K^d \dot{s}, \quad (25)$$

那么

$$\|\dot{\dot{V}}\| \leq 2k^p \|\dot{q}\| \|\ddot{q}\| + 2\lambda_{\max} K^d \|s\| \|\dot{s}\|, \quad (26)$$

其中 $\lambda_{\max}(K^d)$ 为 K^d 的最大特征值, 因此 $\dot{\dot{V}}$ 是有界的, 那么 \dot{V} 一致连续. 由 Barbalat 引理, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V} \rightarrow 0$. 因此, 由式(24)可得, $\dot{q}_i \rightarrow 0$, $s \rightarrow 0$. 由 s 的定义式(16), 可以得到 $(L_A \otimes I_3)q \rightarrow 0$. 因为图 \mathcal{G}_A 是连通的, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $q_i - q_j \rightarrow 0$. 证毕.

注 1 注意到在控制律(17)中, 用到了 \ddot{q}_i^r 和 s_i , 即 $\sum_{j=1}^n a_{ij}(\ddot{q}_i - \ddot{q}_j)$ 和 $\sum_{j=1}^n a_{ij}(q_i - q_j)$. 这表明在自适应协同控制律设计中, 要求传感拓扑(相对位置)和通信拓扑(相对速度)是相同的, 且均为无向连通的, 这是与质量已知情形不同的地方.

4 仿真结果(Simulation results)

为了验证本文控制律设计的有效性, 对近地4颗卫星相对轨道队形控制的情形进行了仿真分析. 假设参考点在椭圆轨道上运行, 具有如下初始轨道根数:

$$[a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ f] = [7136.6 \ 0.09 \ 60^\circ \ 10^\circ \ 30^\circ \ 0^\circ], \quad (27)$$

其中: a 为参考轨道的半长轴(km), e 为轨道偏心率, i 为轨道倾角, Ω 为升交点赤经, ω 为近地点幅角, f 为初始时刻的真近点角.

为了方便, 假设传感拓扑和通讯拓扑是相同的. 图2表示4颗卫星间的拓扑关系及其Laplacian矩阵. 各颗卫星在LVLH坐标系中的初始状态以及目标队形参数如表1所示.

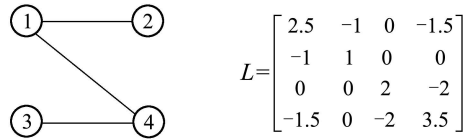


图 2 卫星间的拓扑图及其Laplacian矩阵

Fig. 2 Graph of four satellites and its Laplacian matrix

表 1 卫星初始状态及目标队形参数

Table 1 Parameter values of satellite initial states and desired formation

质量/kg	$[m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4] = [25 \ 35 \ 40 \ 45]$
相对位置/m	$p_1(0) = [200 \ 200 \ -150]^T$
	$p_2(0) = [150 \ 100 \ 300]^T$
	$p_3(0) = [150 \ -100 \ 300]^T$
	$p_4(0) = [150 \ -100 \ 300]^T$
相对速度/(m·s ⁻¹)	$\dot{p}_i(0) = 0 (i = 1, 2, 3, 4)$
目标队形/m	$p_1^* = [50 \ 50 \ -50]^T$
	$p_2^* = [50 \ 50 \ 50]^T$
	$p_3^* = [50 \ -50 \ 50]^T$
	$p_4^* = [50 \ -50 \ -50]^T$

考虑一个轨道周期下多星系统的相对轨道在控制律(6)和式(17)下的变化情况. 在仿真中, 自适应控制律(17)中卫星质量的估计初值取为真值的50%, 即 $\hat{m}_i(0) = 0.5m_i$. 表2为仿真中的控制器参数.

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

式(6)中参数:	$K_i = 0.5I_3, \alpha = 1$
式(17)中参数:	$K_i^d = 0.5I_3, \lambda = 1, k^p = 0.05$
自适应增益:	$\gamma_i = 1000, i = 1, 2, 3, 4$

图3表示控制律(6)作用下卫星相对位置 $q_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 各轴的误差. 仿真结果表明 q_i 达到一致, 即形成目标队形. 图4表示控制律(6)作用下卫星相对速度的变化曲线, 结果表明 $\dot{q}_i \rightarrow 0 (i = 1, 2, 3, 4)$. 图5为各个卫星所施加的控制输入.

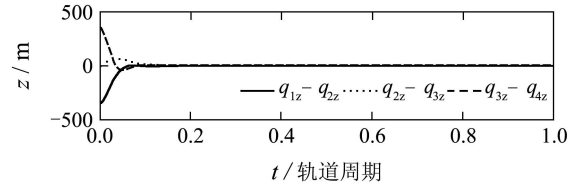
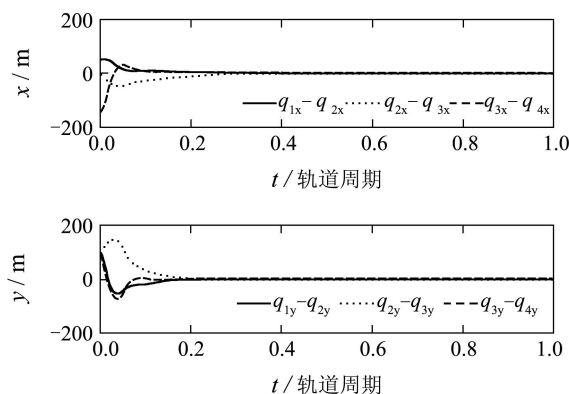


图 3 式(6)作用下相对位置的误差向量 q_i

Fig. 3 Error of relative positions by q_i using equation (6)

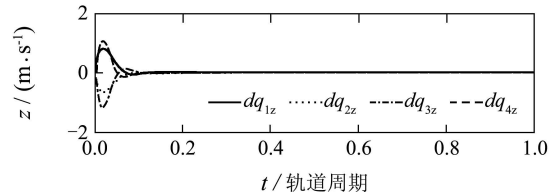
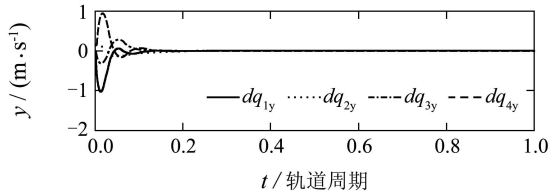
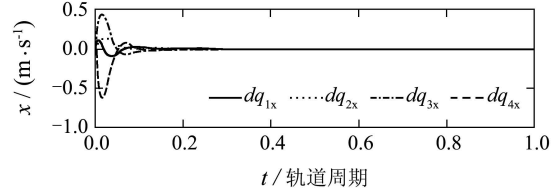


图 4 式(6)作用下相对速度的误差向量 \dot{q}_i

Fig. 4 Error of relative velocities by \dot{q}_i using equation (6)

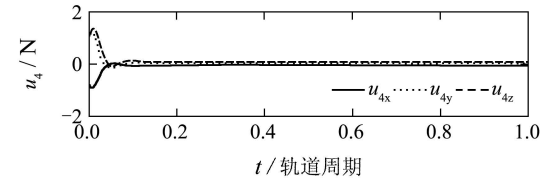
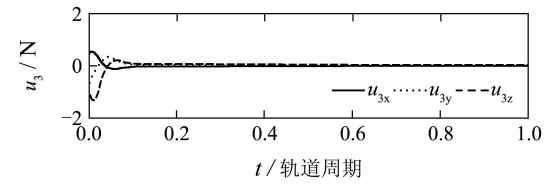
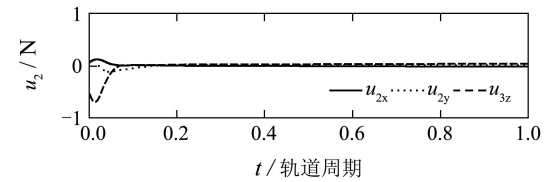
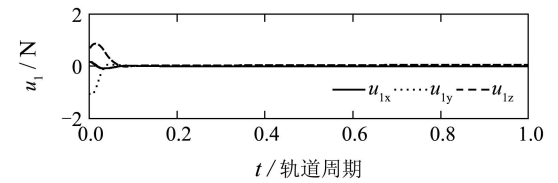


图 5 式(6)作用下各颗卫星的控制输入

Fig. 5 Control input of each satellite using equation (6)

图6表示自适应控制律(17)作用下卫星相对位置 q_i ($i = 1, 2, 3, 4$)各轴的误差. 仿真结果表明 q_i 达到一致, 即形成目标队形. 图7表示自适应控制律(17)作用下卫星相对速度的变化曲线, 结果表明 $\dot{q}_i \rightarrow 0$ ($i = 1, 2, 3, 4$). 图8为各个卫星所施加的控制输入.

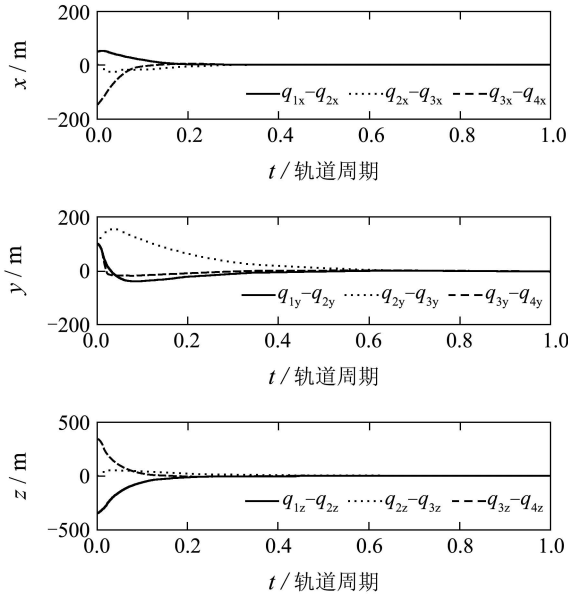


图6 式(17)作用下相对位置的误差向量 q_i

Fig. 6 Error of relative positions by q_i using equation (17)

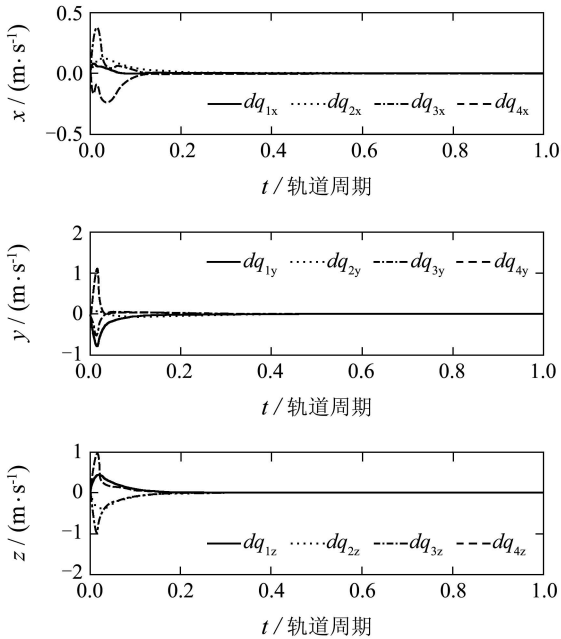


图7 式(17)作用下相对速度的误差向量 \dot{q}_i

Fig. 7 Error of relative velocities by \dot{q}_i using equation (17)

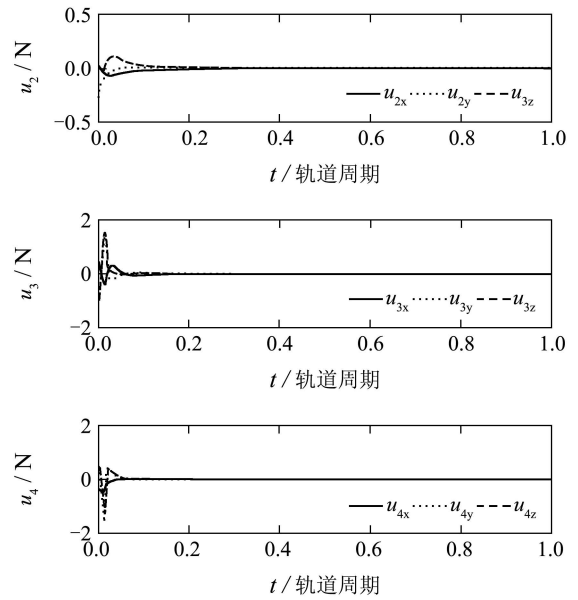
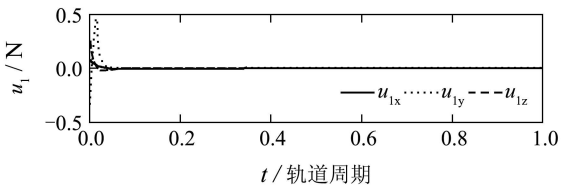


图8 式(17)作用下各颗卫星的控制输入

Fig. 8 Control input of each satellite using equation (17)

5 结论(Conclusion)

对多星系统的相对轨道, 基于一致性理论, 在无向连通拓扑结构下提出了协同控制律, 使得整个多星系统形成目标队形, 并对速度阻尼和通信拓扑(相对速度间的拓扑关系)连通性之间的关系进行了分析. 针对卫星质量具有不确定性的情形, 设计了新的辅助变量, 提出了自适应的协同控制律, 这里要求传感(相对位置间的拓扑关系)和通信具有相同的拓扑结构. 最后对4颗卫星的相对轨道进行了仿真分析, 仿真结果表明本文设计的协同控制律是有效可行的. 下一步的工作是将本文的结论推广到有向和时变的拓扑结构.

参考文献(References):

- [1] KAPILA V, SPARKS A, BUFFINGTON J, et al. Spacecraft formation flying: dynamics and control[J]. *Journal of Guidance, Control & Dynamics*, 2000, 23(3): 561 – 564.
- [2] DE QUEIROZ M, KAPILA V, YAN Q. Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2000, 23(3): 385 – 390.
- [3] WONG H, KAPILA V, SPARKS A. Adaptive output feedback tracking control of spacecraft formations[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12(2/3): 385 – 390.
- [4] KRISTINANSEN R, LORIA A, CHAILLET A, et al. Adaptive output feedback control of spacecraft relative translation[C] // *Proceedings of the 45th Conference on Decision and Control*. New York: IEEE, 2006: 6010 – 6015.
- [5] SCHAUB H, JUNKINS J. *Analytical Mechanics of Space Systems*[M]. Oakland, CA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [6] FAX J, MURRAY R. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1465 – 1476.

- [7] REN W. Formation keeping and attitude alignment for multiple spacecraft through local interactions[J]. *Journal of Guidance, Control & Dynamics*, 2007, 30(2): 633 – 638.
- [8] 毕鹏, 罗建军, 张博. 一种基于一致性理论的航天器编队飞行协同控制方法[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 70 – 74.
(BI Peng, LUO Jianjun, ZHANG Bo. Cooperate control algorithm for spacecraft formation flying based on consensus theory[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(1): 70 – 74.)
- [9] CHUNG S, AHSUN U, SLOITINE J. Application of synchronization to formation flying spacecraft: Lagrangian approach[J]. *Journal of Guidance, Control & Dynamics*, 2009, 32(2): 512 – 526.
- [10] REN W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems[J]. *International Journal of Control*, 2009, 82(11): 2137 – 2149.
- [11] GODSIL C, ROYLE G. Algebraic graph theory[M] // *Graduate Texts in Mathematics*. [s.l.]: Springer, 2001.
- [12] SLOITINE J, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. NJ: Prentice-Hall, 1991.

作者简介:

马广富 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为导航、制导与控制, E-mail: magf@hit.edu.cn;

梅杰 (1986—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性系统协同控制, E-mail: jmei@hit.edu.cn.

下 期 要 目

- 基于信息势能的鲁棒估计器及其在同时定位与地图构建问题中的应用 刘 鹏, 任雪梅, A. B. RAD
- 欠驱动船舶航迹Backstepping自适应模糊控制 潘永平, 黄道平, 孙宗海
- 一类不确定非线性系统的全局鲁棒有限时间镇定 李 鹏, 郑志强, 马建军
- 动态环境的人工免疫网络多Agent优化策略 史旭华, 钱 锋
- 色噪声下卡尔曼滤波焊缝跟踪算法与试验研究 高向东, 仲训杲, 游德勇, KATAYAMA Seiji
- 表情机器人的动态情绪调节过程研究 刘 欣, 解 仑, 王志良, 付晟森
- 基于最小二乘法的高维目标减少算法 郑金华, 周 聪, 李 珂, 吕 卉
- 基于传输控制协议的无线自组网主动队列管理建模 陈 亮, 张 宏
- 全自主机器人足球系统的全局地图构建研究 张学习, 杨宜民, 谢 云
- 电网故障下双馈风力发电机网侧变换器的高阶滑模控制 郑雪梅, 徐殿国, 王 卫, 李 巍
- 改进的高斯粒子概率假设密度滤波算法 周承兴, 刘贵喜, 侯连勇, 钟兴质
- 基于混合类电磁机制算法的混沌系统控制与同步 任子武, 熊 蓉, 褚 健
- 遥操作系统力觉接口的无源性设计 刘彦文, 李 佳, 何 朕, 王广雄
- 具分布概率变时滞随机系统鲁棒稳定性 李亚军, 邓飞其, 彭云建
- 机械臂鲁棒自适应运动控制 于志刚, 沈永良, 宋申民
- 高鲁棒性格型无限脉冲响应数字滤波器结构设计 高和平, 黄朝耿, 李 刚, 郭淑琴, 徐 红