

T形交叉口信号配时的周期线性微分自动机建模与分析

陈阳舟¹, 李宏峰², 倪金¹

(1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124; 2. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044)

摘要: 本文将周期线性微分自动机(CLDA)理论应用于T形交叉口的信号配时问题. 建立了T形交叉口排队的一类特殊形式的CLDA模型-切换服务系统. 在假定车辆到达率和驶离率满足某种条件的情况下, 基于该模型证明了在定相序情况下按照车辆排空后切换信号的配时策略能使车辆排队长度全局周期稳定, 并给出了信号配时周期的计算公式. 以北京市怀柔区富乐大街处的T形交叉口为例, 针对全天候的车辆到达率和驶离率变化情况, 应用本文结果进行了分时段信号配时. 并使用CheckMate 3.6混杂系统工具箱进行了仿真, 仿真结果进一步验证了本文结论的正确性.

关键词: 线性微分自动机; T形交叉口; 配时周期; 稳定性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Modeling and analysis of cyclic linear differential automata for T-intersection signal timing

CHEN Yang-zhou¹, LI Hong-feng², NI Jin¹

(1. College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;
2. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: This paper applies the theory of cyclic linear differential automata(CLDA) to the signal timing problem of T-intersection. A special CLDA model, which is called a switched service system, is set up to describe the length of the vehicles queue. Under the specified arriving rate and the leaving rate of the vehicles, it is proved that, based on this model and for a given phase sequence, the signal timing strategy 'emptying vehicle and then switching signal' can compel the length of the vehicles queue to vary periodically and form a globally stable queue. Moreover, the cyclic formula of the signal timing is formulated. The presented method has been applied to the T-intersection in Fule Avenue of Huai-rou district in Beijing. Considering the arriving rate and the leaving rate of the vehicles in a whole day, we set up a signal timing schedule of multiple periods and performed the simulation using the toolbox CheckMate 3.6. The results confirm the obtained conclusions.

Key words: linear differential automata; T-intersection; timing cycle; stability

1 引言(Introduction)

混杂动态系统是一类既包含连续状态也包含离散状态、连续和离散动态过程耦合在一起且相互影响的动态系统. 周期线性微分自动机是一类特殊的混杂动态系统, 其中连续向量场为常向量, 离散状态切换按照给定的次序周期变化. 周期线性微分自动机的一个典型特例是切换服务系统^[1]. 切换服务系统由1台服务器和 n 台缓冲器组成, 缓冲器中的容量以某一定常速率变化, 服务器按照一定的规则在各个缓冲器之间切换. 近年来, 这样的系统得到了相当程度的关注^[2~7]. 文献[2, 3]分别通过使用混杂Petri网模型和构造李雅普诺夫函数, 研究了包含1台服务器和3台缓冲器的切换服务系统在到达率

相等情况下的一致渐进稳定性问题, 但都未曾考虑系统的周期性. 文献[6]针对具有一台服务器和任意多台缓冲器的切换服务系统, 在不要求到达率相等的假设下, 使用周期线性微分自动机理论证明了该切换服务系统在一些假设条件下具有周期线性微分自动机的周期和稳定性.

在某种意义上, 交叉口的车道可以看作缓冲器, 而信号灯看作服务器. 因而, 交叉口的信号配时可以看作一种切换服务系统的切换规则问题. 本文试图建立T形交叉口的切换服务系统模型, 并在此基础上探讨信号配时周期和信号灯切换策略. 首先, 在三相位设置的假设下, 将T形交叉口信号配时问题建模为一个具有1台服务器和3台缓冲器的切换服务系统.

然后基于该模型在假设车辆到达率 $p_j (j = 1, 2, 3)$ 和驶离率 p 满足 $p > \sum_{j=1}^3 p_j$ 的条件下, 给出定相序情况下“排空切换”的信号配时策略, 并证明了这样的信号配时策略能使车辆排队长度全局周期稳定, 在此基础上给出信号配时周期的计算公式. 最后, 以北京市怀柔区富乐大街处的T形交叉口为例, 针对全天候的车辆到达率和驶离率变化情况, 应用所得理论结果进行分段信号配时, 并采用CheckMate3.6混杂系统工具箱进行仿真.

2 T形交叉口的切换服务系统模型的建立 (Modeling T-intersection as the switched server system model)

本节首先建立T形交叉口的切换服务系统模型, 然后基于周期线性微分自动机^[6]的定义, 验证该模型是一个阶为6的周期线性微分自动机.

考虑一个典型的T形交叉口, 假设由北向南方向的车流和右转向车流均不予控制(当存在汇合冲突时遵循让行交通规则), 如图1所示.

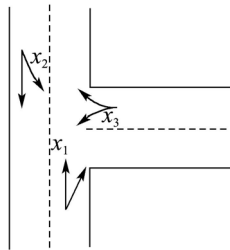


图1 T形交叉口交通模型

Fig. 1 Traffic flow model of T-intersection

$x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 分别表示 t 时刻由南向北、由北向南左转以及由东向西左转方向车道的车辆排队长度. 该交叉口的三相位设置如图2所示.

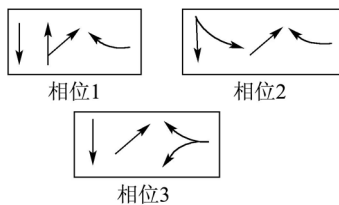


图2 T形交叉口三相位设置

Fig. 2 Three phases of T-intersection

根据T形交叉口每个方向全天的车流量大小, 本文将考虑多时段定周期信号配时(见后面的实例分析). 假设每个时段内各个方向的车辆到达率近似为定值 $p_i (i = 1, 2, 3)$. 车辆驶离率虽然受车道宽度等因素的影响^[8], 但在实际情况中一般也假设为定值, 设为 p . 用 q_0, q_2, q_4 分别表示3个相位的有效绿灯时间状态. 每个状态中, 各个车道对应的车辆排队长度的变化率分别为: $\mathbf{a}(q_0) = (p_1 - p, p_2, p_3)^T$, $\mathbf{a}(q_2) = (p_1, p_2 - p, p_3)^T$, $\mathbf{a}(q_4) = (p_1, p_2, p_3 - p)^T$.

换句话说, 对于信号灯为有效绿灯时的车道, 车辆排队的变化由到达率和驶离率决定, 即 $\dot{x}_j(t) = p_j - p$. 同时, 其余两个车道的信号灯为黄灯、全红或处于绿灯损失时间, 此时车辆排队的变化只受到到达率影响, 即 $\dot{x}_i(t) = p_i, i \neq j$. 用 q_1, q_3, q_5 分别表示由第1相位切换到第2相位、由第2相位切换到第3相位以及由第3相位切换回第1相位时的黄灯、全红和绿灯损失状态. 在每个状态中, 由于假设所有方向没有车辆驶离, 各个车道对应的车辆排队长度的变化率分别为: $\mathbf{a}(q_1) = \mathbf{a}(q_3) = \mathbf{a}(q_5) = (p_1, p_2, p_3)^T$. 假设相应切换过程中的总损失时间分别为 $\delta_{01}, \delta_{12}, \delta_{23}$, 各车道车辆的初始排队长度为 $(x_{01}, x_{02}, x_{03}), x_{0i} \geq 0, i = 1, 2, 3$.

于是, T形交叉口的切换服务系统模型可表达为

$$\begin{aligned} \text{如果 } q(t) = q_i, \text{ 那么 } \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{a}(q_i), \\ i &= 0, 1, \dots, 5. \end{aligned} \quad (1)$$

假设信号灯配时策略如下:

1) 不失一般性, 假设信号灯从第1个相位为绿灯时开始运行.

2) 当第1个相位由南向北方向车道车辆排队长度 $x_1(t)$ 为零时, 切换到第2个相位, 切换过程要经过时间 δ_{01} ; 当第2个相位由北向南左转方向车道车辆的排队长度 $x_2(t)$ 为零时, 经过时间 δ_{12} 切换到第3个相位; 当相位3由东向西左转方向车道车辆的排队长度 $x_3(t)$ 为零时, 经过时间 δ_{23} , 切换到相位1. 再从第1个相位开始, 如此周期循环下去.

根据信号灯配时策略, 本文取:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0 &= (1, 0, 0)^T, \mathbf{r}_2 = (0, 1, 0)^T, \mathbf{r}_4 = (0, 0, 1)^T, \\ \mathbf{r}_1 &= (-1, 0, 0)^T, \mathbf{r}_3 = (0, -1, 0)^T, \\ \mathbf{r}_5 &= (0, 0, -1)^T, c_0 = c_2 = c_4 = 0, \\ c_1 &= -\delta_{01}p_1, c_3 = -\delta_{12}p_2, c_5 = -\delta_{23}p_3. \end{aligned}$$

而且, 假设车辆到达率和驶离率满足 $p > \sum_{j=1}^3 p_j$.

这个条件保证了每个方向车道的车辆排队长度在有效绿灯时间内可以排空.

这样, 可以验证T形交叉口模型满足:

1) 在 \mathbb{R}^3 中, 存在6个超平面:

$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{r}_i^T \mathbf{x} = c_i\}, i = 0, 1, \dots, 5. \quad (2)$$

且有下列条件成立:

1A) 集合 X_0 满足 $X_0 \subseteq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{r}_0^T \mathbf{x} \geq c_0\}$, 且 X_0 是存在内点的闭集;

1B) 不等式 $\mathbf{r}_i^T \mathbf{a}(q_i) < 0$ 成立, 对所有的 $i = 0, 1, \dots, 5$;

1C) 函数 $\delta(\cdot, \cdot)$ 被定义为: 若 $\mathbf{r}_i^T \mathbf{x} = c_i$, 那么 $q_{i+1} = \delta(q_i, \mathbf{x}) (i = 0, \dots, 4)$; 若 $\mathbf{r}_5^T \mathbf{x} = c_5$, 那么 $q_0 = \delta(q_5, \mathbf{x})$, 即可表达为如图3所示.

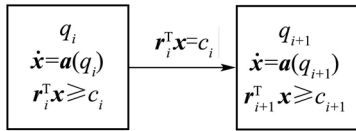


图 3 切换规则

Fig. 3 Graph of the switch regulation

2) 对任意 $\mathbf{x}(t_*) \in X_0$, 使得 $\mathbf{r}_i^T \mathbf{x}(t_*) = c_i$, $q(t_*) = q_i$ ($i = 0, \dots, 4$), 那么 $\mathbf{r}_{i+1}^T \mathbf{x}(t_*) > c_{i+1}$; 如果 $\mathbf{r}_5^T \mathbf{x}(t_*) = c_5$, $q(t_*) = q_5$, 那么 $\mathbf{r}_0^T \mathbf{x}(t_*) > c_0$.

于是, T形交叉口模型是一个6阶周期线性微分自动机, 如图4所示.

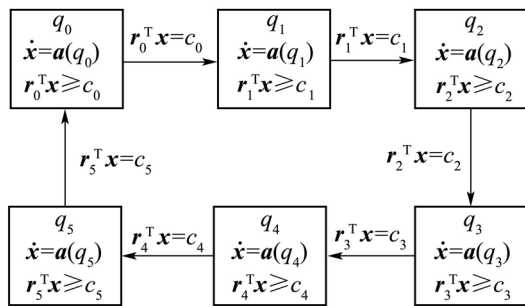


图 4 T形交叉口CLDA框图

Fig. 4 The block-diagram of T-intersection's CLDA

3 信号配时的稳定性分析与周期公式 (Stability analysis and cycle formula for signal timing)

为了方便研究, 本节给出了周期线性微分自动机可以转化为离散时间线性周期系统^[6]的结论以及周期线性微分自动机全局稳定的判定定理^[6].

定理 1 1) 对任意给定的初始状态自动机的解 $(q(t), x(t))$ 存在, 且存在一个切换时间序列 $0 = t_0 \leq t_1 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots$, 使得当 $t \in \bigcup_{j=0}^{\infty} [t_{j m+1}, t_{j m+i+1})$ 时, 有 $q(t) = q_i$.

2) 连续状态变量在切换时刻 t_k 是如下周期系统的解:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = A_k \mathbf{x}(t_k) + d_k, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

其中:

$$A_k = \bar{A}_{k \bmod(m)}, \quad d_k = \bar{d}_{k \bmod(m)},$$

$$\bar{A}_i = I - \frac{1}{\mathbf{r}_i^T \mathbf{a}(q_i)} \mathbf{a}(q_i) \mathbf{r}_i^T,$$

$$\bar{d}_i = \frac{c_i}{\mathbf{r}_i^T \mathbf{a}(q_i)} \mathbf{a}(q_i), \quad i = 0, 1, \dots, m-1.$$

定理 2 假设集合 X_0 存在内点且 $A = \prod_{i=0}^{m-1} \bar{A}_i$, 则周期线性微分自动机全局稳定当且仅当矩阵 A 的所有特征根位于单位圆内部.

根据已建立的T形交叉口的周期线性微分自动机模型, 应用上面的结论, 下面分析具有三相位设置的T形交叉口的道路交通流运行情况.

定理 3 考虑阶为6的T形交叉口的周期线性微分自动机模型, 假设满足条件 $p > \sum_{j=1}^3 p_j$, 则存在周期变化且全局稳定的排队长度, 信号周期为

$$T = \frac{p(\delta_{01} + \delta_{12} + \delta_{23})}{p - a}, \quad a = \sum_{j=1}^3 p_j.$$

证 根据定理2, 只需验证 A 的特征值在单位圆内. 根据式(3), 可计算得到:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{p_2}{p_1 - p} & 1 & 0 \\ -\frac{p_3}{p_1 - p} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{p_1}{p_2 - p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{p_3}{p_2 - p} & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ 0 & 1 & -\frac{p_2}{p_3 - p} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{p_2}{p_1} & 1 & 0 \\ -\frac{p_3}{p_1} & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{p_1}{p_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{p_3}{p_2} & 1 \end{bmatrix}, \quad A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{p_1}{p_3} \\ 0 & 1 & -\frac{p_2}{p_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_5 A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ 0 & 1 & -\frac{p_2}{p_3 - p} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_5 A_4 A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_1 p_3}{(p_3 - p) p_2} & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ 0 & -\frac{p_3}{p_3 - p} & -\frac{p_2}{p_3 - p} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_5 A_4 A_3 A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_3 & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ 0 & \frac{p_2 p_3}{(p_3 - p)(p_2 - p)} & -\frac{p_3 - p}{p_2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_5 A_4 A_3 A_2 A_1 = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_3 & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ \gamma_2 & \frac{p_2 p_3}{(p_3 - p)(p_2 - p)} & -\frac{p_2}{p_3 - p} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A = A_5 A_4 A_3 A_2 A_1 A_0 =$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_4 & \gamma_3 & -\frac{p_1}{p_3 - p} \\ \gamma_5 & \frac{p_2 p_3}{(p_3 - p)(p_2 - p)} & -\frac{p_2}{p_3 - p} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{p_2}{p_2-p} + \frac{p_3}{p_3-p} - \frac{p_2 p_3}{(p_2-p)(p_3-p)}, \\ \gamma_2 &= \frac{p_2 p_3}{p_1(p_3-p)} - \frac{p_2^2 p_3}{p_1(p_2-p)(p_3-p)}, \\ \gamma_3 &= \frac{p_1 p_3}{(p_3-p)(p_2-p)} - \frac{p_1}{p_2-p}, \\ \gamma_4 &= \frac{p_1 p_2}{(p_1-p)(p_2-p)} + \frac{p_1 p_3}{(p_1-p)(p_3-p)} - \frac{p_1 p_2 p_3}{(p_1-p)(p_2-p)(p_3-p)}, \\ \gamma_5 &= \frac{p_2 p_3}{(p_1-p)(p_3-p)} - \frac{p_2^2 p_3}{(p_1-p)(p_2-p)(p_3-p)}. \end{aligned}$$

A的特征值为:

$$\lambda_1 = 0,$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p(p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3) - 2 p_1 p_2 p_3 - p \sqrt{\sigma}}{p(p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3) - p_1 p_2 p_3 - p^2(p_1 + p_2 + p_3 - p)},$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p(p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3) - 2 p_1 p_2 p_3 + p \sqrt{\sigma}}{p(p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3) - p_1 p_2 p_3 - p^2(p_1 + p_2 + p_3 - p)},$$

$$\sigma = (p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3)^2 - 4 p_1 p_2 p_3 (p_1 + p_2 + p_3 - p).$$

由条件 $p > \sum_{j=1}^3 p_j$ 可知, $|\lambda_2|, |\lambda_3| < 1$, 即A的特征根都在单位圆内. 换句话说, 所有排队长度都收敛于周期变化的排队长度.

取 $V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^3 x_i, \forall x_i \in X_0$, 表示T形交叉口在t时刻各个车道的所有车辆排队长度之和. 设T为最小信号周期, 则 $V(\mathbf{x}(T)) = V(\mathbf{x}(0)) + M(T) - L(T)$, 其中 $M(T) = aT$ 为在一个周期内到达的车流量, $L(T) = p(T - (\delta_{01} + \delta_{12} + \delta_{23}))$ 为有效绿灯时间内离开的车流量. 因为 $\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}(0)$, 所以 $M(T) = L(T)$, 即 $aT = p(T - (\delta_{01} + \delta_{12} + \delta_{23}))$. 从而, $T = \frac{p(\delta_{01} + \delta_{12} + \delta_{23})}{p - a}$.

4 实例分析(Example)

为了验证T形交叉口的周期线性微分自动机模型具有周期和稳定性, 本文对北京市怀柔区富乐大街和红螺路交汇的T形路口进行了仿真研究. 笔者实时实地采集了该路口交通流数据(每15 min采集一次, 折合成小汽车当量)该路口3个方向全天的交通流数据如图5所示.

从图5可以看出, 从早晨6点钟开始, 交叉口各个入口的车流量开始逐渐增加, 东、南两入口的车流量在8:00~9:00, 达到全天最大; 而北入口左转车流在10:00~12:00以及下午17:00~18:00达到全天最大. 也可以看出, 北入口左转车流从早7:00到晚21:00一

直比较大, 而且3个入口晚高峰(17:00~18:00)的车流量比早高峰(8:00~9:00)的车流量小, 和早平峰期的车流量差不多. 这样, 在T形交叉口的周期线性微分自动机模型中, 6:00~23:00这段时间内, 各个入口在以小时为单位的时间段内的车流量都取每小时的平均值; 0:00~6:00及23:00~24:00时间段内, 取每小时各入口车流量中平均车流量的最大值, 如图6所示.

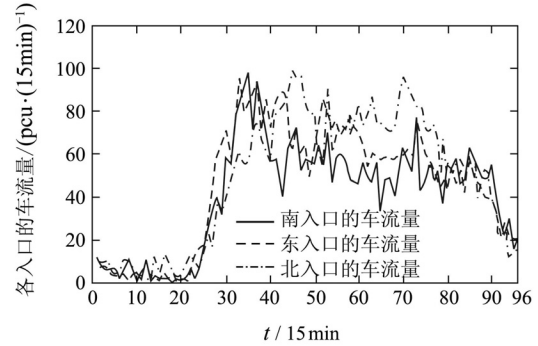


图5 富乐大街各入口全天的车流量

Fig. 5 The whole day's traffic flow of each entrance in the Fule avenue

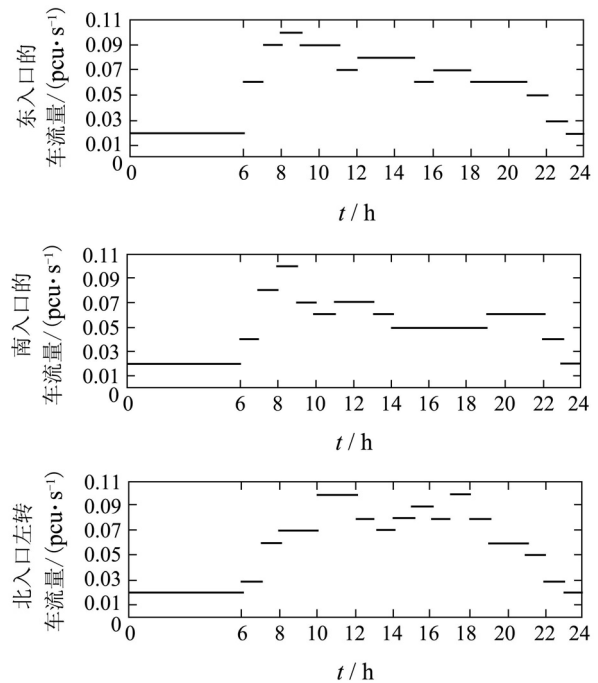


图6 各入口车流量在自动机模型中的取值

Fig. 6 Values of traffic volume of each entrance in the automaton model

分析图6, 根据T形交叉口各入口在相同时间内到达率的和的大小, 可以将交叉口全天的车辆运行情况分成4段, 即到达率的和在0.25 ~ 0.28为高峰时段(8:00~9:00, 10:00~11:00), 在0.21 ~ 0.24为平峰时段(7:00~8:00, 9:00~10:00, 11:00~15:00, 17:00~18:00), 在0.1 ~ 0.2为一般时段(6:00~7:00, 15:00~17:00, 18:00~23:00), 在0~0.06为夜间(23:00~24:00, 0:00~6:00), 每段的参数取值如表1.

表 1 各种情形参数取值

Table 1 Parameters of each situation

情形	p_1	p_2	p_3	p	δ_{01}	δ_{12}	δ_{23}	$x_0(t)$	T/s
高峰时段	0.1	0.08	0.1	0.32	3	4	3	[10,9,12]	80
平峰时段	0.06	0.1	0.08	0.32	3	4	3	[10,9,12]	40
一般时段	0.07	0.05	0.08	0.32	3	4	3	[6,9,4]	28
夜间	0.02	0.02	0.02	0.32	3	4	3	[6,9,4]	13

从表1可以看出, 该T形交叉口可以按四段进行信号灯配时控制, 如图7.

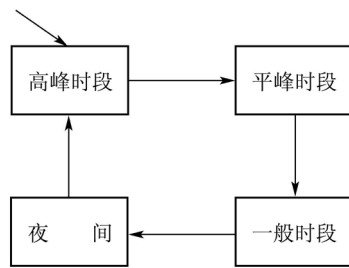


图 7 信号灯定时控制的自动机模型

Fig. 7 Automaton model controlled by signal timing

该自动机由4个离散状态构成, 每个离散状态由一个周期线性微分自动机模型描述, 离散状态之间按时间定时切换. 而且各个子自动机的参数取值如表1所示, 具有不同的周期和到达率. 对每个周期线性微分自动机的仿真研究, 本文采用Carnegie Mellon大学电气与计算机工程系开发设计的CheckMate 3.6^[9,10]混杂系统工具箱在MATLAB环境下进行的. 采用CheckMate建立的基于Stateflow的T形交叉口有限状态自动机模型如图8所示, 使用CheckMate建立的T形交叉口Simulink仿真模型如图9所示.

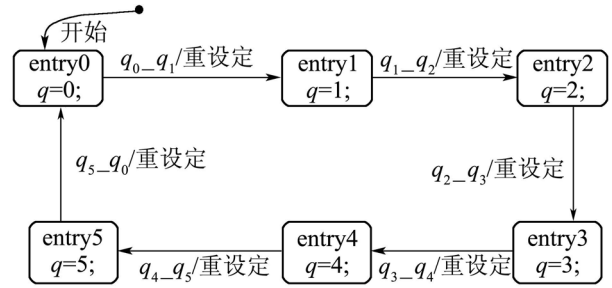


图 8 有限状态混杂自动机模型

Fig. 8 Automaton model of finite-state hybrid

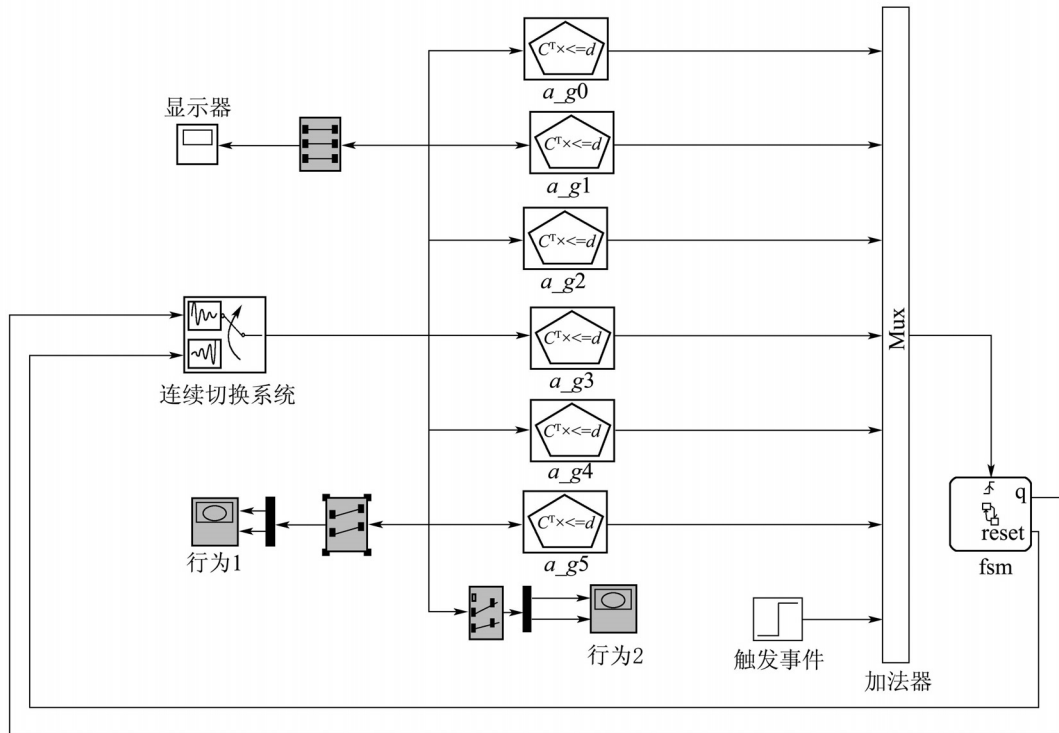


图 9 Simulink 仿真模型

Fig. 9 Simulation model of simulink block for T-intersection

每个离散状态的周期线性微分自动机中, 各个方向车道车辆排队长度仿真结果如图10所示.

从图10可以看出, 在高峰和平峰两个时段, 当车辆初始排队长度相同时, 各方向车道车辆排队长度分别在20 min后、8 min后形成稳定的周期轨迹. 在一般和夜间两个时段, 当车辆初始排队长度相同时, 各方向车道车辆排队长度分别在4 min

后、2 min后形成稳定的周期轨迹.

综上所述, T形交叉口所有车辆排队长度都收敛于周期变化的排队长度. 因此, 富乐大街T形交叉口全天的交通情况可以分4段按本文的配时方法进行信号灯配时控制. 又由于夜间信号灯配时周期特别小, 所以, 该交叉口夜间的信号灯可以采用感应控制方法.

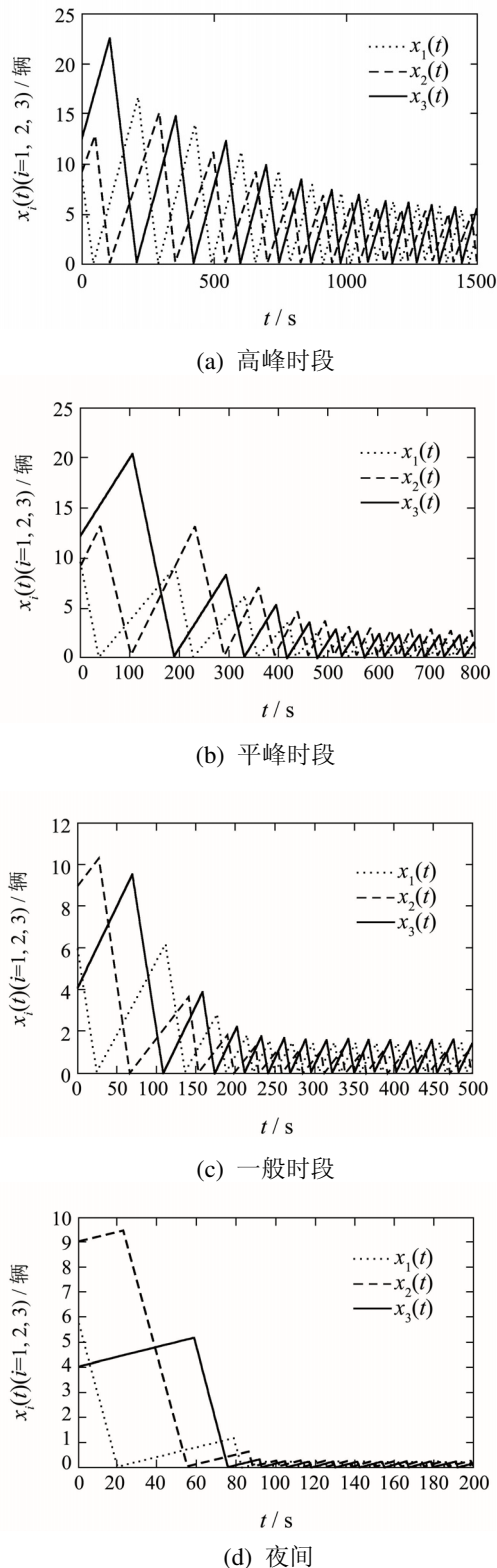


图 10 各方向车道车辆排队长度随时间变化图

Fig. 10 The graph of vehicle queue length change with time in each direction

5 结论(Conclusion)

在T形交叉口中, 动态的车流具有连续时间特性, 信号灯的切换具有离散事件特性, 这导致传统的方法难以对这类问题进行建模和分析. 交叉口各方向的车流随信号灯的切换而变化, 是一个典

型的切换服务系统. 因此, 本文将一个具有3相位设置的T形交叉口建模为切换服务系统模型, 将周期线性微分自动机理论应用于T形交叉口, 证明其存在全局周期稳定的车辆排队长度, 而且得到了信号灯配时的周期计算公式. 最后, 应用本文理论到北京市怀柔区富乐大街处的T形交叉口, 使用CheckMate 3.6工具箱对模型进行仿真研究. 仿真结果显示该理论不仅能够刻画各方向车流的动态变化过程, 而且能够验证信号灯配时方案对交叉口车流控制的有效性, 为T形交叉口提供了一种多时段信号灯配时的控制策略. 不足的是, 文献[6]提出的周期线性微分自动机理论只局限于分析一台服务器轮流服务多台缓冲器的系统. 因此, 在后续研究中, 本文推广了文献[6]的理论, 然后将其应用到十字路口的信号灯配时.

参考文献(References):

- [1] PERKINS J R, KUMAR P R. Stable, distributed, real-time scheduling of flexible manufacturing/assembly/disassembly systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 34(2): 139 – 148.
- [2] LI Z G, SOH C B, XU X H. Stability of hybrid dynamic systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 1997, 28(8): 837 – 846.
- [3] LI Z G, SOH C B, XU X H. Lyapunov stability of a class of hybrid dynamic systems[J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 297 – 302.
- [4] SAVKIN A V, MATVEEV A S. A switched server system of order n with all its trajectories converging to $(n - 1)!$ limit cycles[J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 303 – 306.
- [5] SAVKIN A V, MATVEEV A S. Existence and stability of periodic trajectories in switched server systems[J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 775 – 779.
- [6] SAVKIN A V, MATVEEV A S. Cyclic linear differential automata: a simple class of hybrid dynamical systems[J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 727 – 734.
- [7] 董苗波, 吴铁军. 学习自动机在混杂系统切换控制上的初步应用[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(1): 153 – 156. (DONG Miaobo, WU Tiejun. Applying learning automation on hybrid system switching control[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(1): 153 – 156.)
- [8] 刘智勇. 智能交通控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 6 – 24. (LIU Zhiyong. *Theory and Applications of Intelligent Traffic Control*[M]. Beijing: Science Press, 2003: 6 – 24.)
- [9] SILVA I, KROGH B H. Formal verification of hybrid systems using checkmate: a case study[C] // *Proceedings of the 2000 American Control Conference*. New York: IEEE, 2000: 1679 – 1683.
- [10] CHUTINAN A, KROGH B H. Computational techniques for hybrid system verification[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(1): 64 – 75.

作者简介:

陈阳舟 (1963—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为混杂动态系统与离散事件动态系统、智能交通系统等, E-mail: yzchen@bjut.edu.cn;

李宏峰 (1977—), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为混杂动态系统与智能交通系统, E-mail: lhf139@emails.bjut.edu.cn;

倪金 (1983—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为智能交通.