

# 一种飞控系统不确定性建模方法及其鲁棒控制

闫亚宾, 曾建平

(厦门大学信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 针对大包线飞行控制系统, 本文通过摄动参数标称化及多个工作点的数据拟合, 并将拟合误差视为范数有界不确定性, 给出了一种不确定模型描述方法, 以降低系统描述的保守性. 基于二次稳定性准则, 运用线性矩阵不等式的处理方法, 得到了大包线飞控系统动态输出反馈控制器的存在条件和设计方法. 进一步, 通过合适的匹配摄动参数和求解凸优化问题, 以参数向量2-范数的形式给出了闭环系统保持鲁棒稳定所允许的参数最大摄动范围估计方法, 建立了系统摄动参数与二次稳定性之间的联系. 最后通过对飞行控制系统的算例仿真, 验证了文中方法的有效性和可行性.

**关键词:** 鲁棒控制; 不确定性描述; 输出反馈; 飞行控制系统; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP13; V249.122      **文献标识码:** A

## Uncertainty modeling and robust stabilization for large envelope flight control systems

YAN Ya-bin, ZENG Jian-ping

(School of Information Science and Technology, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China)

**Abstract:** We present a modeling method for uncertainty in the large envelope flight control systems to reduce the conservatism on system description. This method is based on the normalization of perturbation parameters and the data fitting at various operation points; the fitting error is treated as the norm-bounded uncertainty. The existence conditions and the design method for dynamic output feedback stabilization controllers are proposed on the basis of quadratic stability criterion; the perturbation parameters are properly matched. The approach for estimating the perturbation ranges is put forward via the convex optimization under the condition that the resulting closed-loop systems are robustly stable. This approach presents the ranges in the 2-norm form and establishes the relationship between perturbation parameters and the quadratic stability. All the formulas are derived in the form of linear matrix inequalities and can be realized conveniently. Simulation results of the flight control system demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed methods.

**Key words:** robust control; uncertainty description; output feedback; flight control systems; linear matrix inequality

### 1 引言(Introduction)

飞行控制系统是一类典型的不确定系统. 在大飞行包线内, 飞机气动参数随着马赫数、高度的变化十分显著, 使得飞机的动力学模型随着飞行状态的改变而产生大幅度变化. 传统大包线飞行控制系统设计方法工作量大, 具有近似性, 难于从理论上保证系统的鲁棒性.

随着控制理论的发展, 鲁棒飞行控制系统设计方法得到了广泛研究<sup>[1-10]</sup>. 在鲁棒控制研究中, 名义模型和模型不确定性的描述将直接影响到系统可达到的性能. 如何建立全面反映不确定信息、结构的不确定模型, 及如何基于该模型针对性的研究不确定系统的分析与综合一直受到学者们的重视. 相比于区间描述和奇异值分解(singular value decomposition, SVD)描述方法, 通过数据拟合建立的适合多个工作

点的不确定模型<sup>[7-10]</sup>, 更能从物理本质上反映不确定性产生的原因及方式, 降低系统描述的保守性. 然而, 数据拟合的过程中不可避免的会产生拟合误差, 由此带来的不确定性是不容忽视的. 文献[11]在采用多项式矩阵描述一类大范围模型参数变化系统的同时, 考虑到了拟合误差带来的不确定性, 具有很好的参考价值. 文献[12]将拟合误差视为范数有界不确定性, 基于区间矩阵特征值估计理论, 初步给出了一种保守性较小的不确定性模型建立方法, 但系统鲁棒控制问题没有得到进一步的研究. 本文基于上述思想, 标称化摄动参数, 采用摄动参数多项式加范数有界摄动形式描述大包线飞控系统, 改进了不确定性建模方法; 考虑到系统输出的可量测属性, 通过变量替换<sup>[13]</sup>, 进一步给出了一种动态输出反馈控制器设计和系统参数最大摄动范围估计的方法. 实例分

析表明所提方法是有效和可行的。

文中假定各矩阵具有适合的维数,  $I$  表示适合维数的单位矩阵。

## 2 不确定性描述(Uncertainty description)

考虑不确定动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + \Delta A(q)] x(t) + [B + \Delta B(q)] u(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^r$  和  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  分别表示系统状态向量、输入向量及输出向量;  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$  和  $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$  为常数矩阵;  $\Delta A(q)$  和  $\Delta B(q)$  表示关于摄动参数向量  $q(t)$  的连续矩阵函数。

设  $q(t) = (q_1, q_2, \dots, q_k)$ ,  $k$  为给定正整数, 并记

$$C_d^{i_1 i_2 \dots i_k} = \frac{d!}{i_1! i_2! \dots i_k! (d - i_1 - i_2 - \dots - i_k)!}$$

有如下定义<sup>[11]</sup>:

**定义 1**  $H_{(d)}(q)$  称为  $d$  阶 ( $k$  元) 齐次多项式矩阵, 如果

$$\begin{aligned} H_{(d)}(q) = & \sum_{i_1 + \dots + i_k = d} \sqrt{C_d^{i_1 \dots i_k}} H_{i_1 \dots i_k} q_1^{i_1} q_2^{i_2} \dots q_k^{i_k} = \\ & M_{(d)}(q) N_{(d)}, \quad 0 \leq i_j \leq d, \quad j = 1, \dots, k, \end{aligned}$$

式中:  $H_{i_1 \dots i_k}$  称为系数矩阵,

$$\begin{aligned} M_{(d)}(q) = & [\sqrt{C_d^{d \dots 0}} q_1^d I \quad \dots \quad \sqrt{C_d^{i_1 \dots i_k}} q_1^{i_1} \dots q_k^{i_k} I \\ & \dots \quad \sqrt{C_d^{0 \dots d}} q_k^d I], \\ N_{(d)} = & [H_{d \dots 0}^T \quad \dots \quad H_{i_1 \dots i_k}^T \quad \dots \quad H_{0 \dots d}^T]^T. \end{aligned}$$

**定义 2**  $H_{[d]}(q)$  称为  $d$  阶 ( $k$  元) 多项式矩阵, 如果

$$H_{[d]}(q) = \sum_{i=0}^d \sqrt{C_d^i} H_{(i)}(q) = M_{[d]}(q) N_{[d]} + H_{(0)}, \quad (2)$$

式中:  $H_{(0)}$  为常数矩阵,

$$\begin{aligned} M_{[d]}(q) = & [\sqrt{C_d^1} M_{(1)}(q) \quad \dots \quad \sqrt{C_d^i} M_{(i)}(q) \\ & \dots \quad \sqrt{C_d^d} M_{(d)}(q)], \\ N_{[d]} = & [N_{(1)}^T \quad \dots \quad N_{(d)}^T]^T. \end{aligned}$$

显见, 任意元素为参数的多项式矩阵均可写成形式(2), 且  $M_{[d]} M_{[d]}^T = ((1 + \|q\|_2^2)^d - 1)I$ 。

当动态系统模型参数与一个或多个外部摄动参数不存在解析函数, 难于得到显式的数学规律, 或者解析函数较为复杂不易控制实现时, 根据已知多个工作点的线性化模型, 基于最小二乘拟合及区间矩阵特征值估计理论, 系统不确定模型可以通过如下步骤建立:

**步骤 1** 标称化摄动参数  $q_j, j = 1, \dots, k$ , 即

$$|\tilde{q}_j| \leq 1, \quad j = 1, \dots, k;$$

**步骤 2** 根据式(2), 拟合已知若干工作点的线性化模型参数, 并将拟合误差视为范数有界不确定性<sup>[12]</sup>, 有

$$\begin{cases} \Delta A(\tilde{q}) = E_a \Sigma_a(\tilde{q}) F_a = E_a (M_{[d]}(\tilde{q}) + R_a) F_a, \\ \Delta B(\tilde{q}) = E_b \Sigma_b(\tilde{q}) F_b = E_b (M_{[d]}(\tilde{q}) + R_b) F_b, \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $E_a, E_b, F_a, F_b$  反映不确定结构,  $R_a, R_b$  反映拟合误差:

$$\|R_a\|_2 \leq \frac{\gamma_{ea}}{\|E_a\|_2 \|F_a\|_2}, \quad \|R_b\|_2 \leq \frac{\gamma_{eb}}{\|E_b\|_2 \|F_b\|_2}.$$

上式中,  $\gamma_{ea}, \gamma_{eb}$  分别表示系统矩阵和控制输入矩阵的拟合误差 2-范数上界, 进而

$$\|\Sigma_a(\tilde{q})\|_2 \leq \sqrt{(1 + \|\tilde{q}\|_2^2)^d - 1} + \frac{\gamma_{ea}}{\|E_a\|_2 \|F_a\|_2} := \gamma_a, \quad (4)$$

$$\|\Sigma_b(\tilde{q})\|_2 \leq \sqrt{(1 + \|\tilde{q}\|_2^2)^d - 1} + \frac{\gamma_{eb}}{\|E_b\|_2 \|F_b\|_2} := \gamma_b. \quad (5)$$

**注 1** 摄动参数标称化处理将其变化范围移至以零点为中心对称. 同时, 名义模型对应的工作点即为摄动范围的中心, 具有实际意义。

**注 2** 当  $d = 1$ , 不考虑拟合误差时, 该不确定模型为线性或多线性参数摄动对象的描述<sup>[10]</sup>; 当  $d > 1$ , 不考虑拟合误差时, 该不确定模型为一类非线性参数摄动对象的描述<sup>[7, 10]</sup>; 当仅考虑二维空间 ( $k = 1$ ) 中两个工作点或三维空间 ( $k = 2$ ) 中三个工作点时,  $\gamma_{ea} = \gamma_{eb} = 0$ , 该不确定模型描述了一类区间对象。

在不确定模型(3)中, 摄动参数多项式可反映系统参数的时变特征, 且各不确定元素均代表了实际物理含义; 范数有界摄动可部分反映实际系统的不确定因素和被简化掉的非线性特征, 较好的符合了实际工作情况, 降低了系统描述的保守性。

## 3 输出反馈控制器设计(Output feedback controllers design)

设动态输出反馈控制器的实现为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_K \hat{x} + B_K y, \\ u = C_K \hat{x} + D_K y. \end{cases} \quad (6)$$

并将控制器参数聚集在变量  $\tilde{K} = \begin{bmatrix} D_K & C_K \\ B_K & A_K \end{bmatrix}$ 。

引入记号

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_a & 0 \\ 0 & \Sigma_b \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \tilde{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

并定义增广状态变量  $\xi = (x^T \hat{x}^T)^T$ , 则闭环系统状态方程可写为  $\dot{\xi} = (\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C} + \tilde{E}\Sigma\tilde{F})\xi$ , 式中:

$$\tilde{E} = [\tilde{E}_a \ \tilde{E}_b], \tilde{F}_a = [F_a \ 0], \tilde{F}_b = [F_b \ 0],$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} \tilde{F}_a \\ \tilde{F}_b\tilde{K}\tilde{C} \end{bmatrix}, \tilde{E}_a = \begin{bmatrix} E_a \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{E}_b = \begin{bmatrix} E_b \\ 0 \end{bmatrix}.$$

记  $\gamma = \max\{\gamma_a, \gamma_b\}$ , 易得  $\|\Sigma\|_2 \leq \gamma$ .

**定理 1** 不确定系统(1)可输出反馈二次镇定的一个充分条件是, 存在常数  $\varepsilon > 0$ , 对称矩阵  $X, Y$  和矩阵  $\hat{A}_K, \hat{B}_K, \hat{C}_K, \hat{D}_K$ , 使如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & E_a & E_b & XF_a^T & \hat{C}_K^T F_b^T \\ \Xi_2^T & \Xi_3 & YE_a & YE_b & F_a^T & C^T \hat{D}_K^T F_b^T \\ E_a^T & E_a^T Y & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 & 0 \\ E_b^T & E_b^T Y & 0 & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ F_a X & F_a & 0 & 0 & -\frac{\varepsilon}{\gamma^2} I & 0 \\ F_b \hat{C}_K & F_b \hat{D}_K C & 0 & 0 & 0 & -\frac{\varepsilon}{\gamma^2} I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0, \quad (8)$$

$$\Xi_1 := AX + XA^T + B\hat{C}_K + (B\hat{C}_K)^T,$$

$$\Xi_2 := A + B\hat{D}_K C + \hat{A}_K^T,$$

$$\Xi_3 := YA + A^T Y + \hat{B}_K C + (\hat{B}_K C)^T.$$

进一步, 若矩阵不等式(7)和(8)可解, 则控制器参数矩阵  $A_K, B_K, C_K, D_K$  可通过下列等式得到:

$$D_K = \hat{D}_K,$$

$$C_K = (\hat{C}_K - D_K C X)(U^T)^{-1}, \quad (9)$$

$$B_K = V^{-1}(\hat{B}_K - Y B D_K),$$

$$A_K = V^{-1}(\hat{A}_K - Y A X - Y B D_K C X)(U^T)^{-1} - B_K C X (U^T)^{-1} - V^{-1} Y B C_K,$$

式中: 非奇异矩阵  $U$  和  $V$  满足如下等式:

$$V V^T = Y - X^{-1}, \quad U = -X V.$$

**证** 由 Schur 补引理, 不等式(8)等价于  $X > 0$ ,  $Y - X^{-1} > 0$ , 则存在非奇异矩阵  $V$ , 使得  $Y - X^{-1} = V V^T$ , 进而

$$Y - V V^T > 0, \quad \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & I \end{bmatrix} > 0.$$

$$\text{令 } P = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & I \end{bmatrix}, \text{ 则 } P^{-1} = \begin{bmatrix} X & U \\ U^T & W \end{bmatrix}, \quad U = -X V.$$

定义

$$F_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ U^T & 0 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & V^T \end{bmatrix},$$

则有  $P F_1 = F_2$ . 由式(9)得

$$\hat{D}_K = D_K, \hat{C}_K = D_K C X + C_K U^T,$$

$$\hat{B}_K = Y B D_K + V B_K,$$

$$\hat{A}_K = Y A X + Y B D_K C X + V B_K C X + Y B C_K U^T + V A_K U^T,$$

则不等式(7)可重写为

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A} & F_2^T \tilde{E} & F_1^T \tilde{F}^T \\ \tilde{E}^T F_2 & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ \tilde{F} F_1 & 0 & -\frac{\varepsilon}{\gamma^2} I \end{bmatrix} < 0,$$

其中  $\mathcal{A} = F_1^T \tilde{A}^T F_2 + F_1^T (\tilde{B}\tilde{K}\tilde{C})^T F_2 + F_2^T \tilde{A} F_1 + F_2^T \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C} F_1$ .

设  $Q = \text{diag}\{F_1, I, I\}$ , 由  $F_2 = P F_1$ , 上式即为

$$Q^T \begin{bmatrix} \mathcal{B} & P \tilde{E} & \tilde{F}^T \\ \tilde{E}^T P & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ \tilde{F} & 0 & -\frac{\varepsilon}{\gamma^2} I \end{bmatrix} Q < 0,$$

其中:  $\mathcal{B} = \tilde{A}^T P + (\tilde{B}\tilde{K}\tilde{C})^T P + P \tilde{A} + P \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C}$ , 由  $F_1$  非奇异可知  $Q$  非奇异, 则上式等价于

$$\begin{bmatrix} \mathcal{B} & P \tilde{E} & \tilde{F}^T \\ \tilde{E}^T P & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ \tilde{F} & 0 & -\frac{\varepsilon}{\gamma^2} I \end{bmatrix} < 0.$$

由 Schur 补引理

$$(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C})^T P + P(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C}) + \varepsilon P \tilde{E} \tilde{E}^T P + \frac{\gamma^2}{\varepsilon} \tilde{F}^T \tilde{F} < 0.$$

对于任意常数  $\varepsilon > 0$ , 有

$$(\tilde{E}\Sigma\tilde{F})^T P + P \tilde{E}\Sigma\tilde{F} \leq \varepsilon P \tilde{E} \tilde{E}^T P + \frac{\gamma^2}{\varepsilon} \tilde{F}^T \tilde{F}.$$

进而

$$(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C} + \tilde{E}\Sigma\tilde{F})^T P + P(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}\tilde{C} + \tilde{E}\Sigma\tilde{F}) < 0.$$

最后, 根据二次稳定性定义, 由  $P > 0$  可知闭环系统二次稳定, 且  $A_K, B_K, C_K, D_K$  是一组控制器参数矩阵. 证毕.

设

$$\delta = \max\left\{\frac{\gamma_{ea}}{\|E_a\|_2 \|F_a\|_2}, \frac{\gamma_{eb}}{\|E_b\|_2 \|F_b\|_2}\right\},$$

则  $\gamma = \|M_{[d]}\|_2 + \delta$ .

记  $\mu = 1/\gamma^2$ , 并将其视为变量, 则定理 1 中的矩阵不等式是关于  $\mu$  的凸约束, 进而闭环系统参数最

大摄动界的估计可通过如下优化问题求解:  $\mu_{\min}$   
 $= \min \mu, \mu$ 满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & E_a & E_b & XF_a^T & \hat{C}_K^T F_b^T \\ \Xi_2^T & \Xi_3 & YE_a & YE_b & F_a^T & C^T \hat{D}_K^T F_b^T \\ E_a^T & E_a^T Y & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 & 0 \\ E_b^T & E_b^T Y & 0 & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ F_a X & F_a & 0 & 0 & -\varepsilon \mu I & 0 \\ F_b \hat{C}_K & F_b \hat{D}_K C & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon \mu I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0.$$

**定理 2** 假设  $\mu_{\min} > 0$ , 则闭环系统参数最大摄动范围的估计为

$$\|\tilde{q}\|_2^2 \leq ((\sqrt{\frac{1}{\mu_{\min}}} - \delta)^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - 1.$$

### 4 仿真算例(Simulation example)

设  $q = (q_1, q_2)$ ,  $q_1$  表示飞行高度(单位: 万英尺),  $q_2$  表示飞行马赫数.

下面以F-16 VISTA战斗机纵向镇定控制为例说明本文方法的有效性. 假设侧滑角、滚转角、偏航角速度、滚转角速度均为零, 参考其纵向短周期运动方程<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

式中: 状态变量  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  分别为攻角和俯仰角速度, 输入  $u(t)$  为升降舵偏角,  $A_i, B_i$  分别表示第  $i$  个工作点的系统矩阵和输入矩阵,  $C = [1 \ 1]$ .

在  $q_1 \in [0.5, 2.5]$ ,  $q_2 \in [0.4, 0.8]$  的包线内, 选取7个工作点的小扰动线性化模型, 通过步骤1和步骤2建立形如(1)的不确定模型, 式中:

$$A = \begin{bmatrix} -0.8826 & 1.0000 \\ -1.7910 & -0.9567 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.1332 \\ -11.9490 \end{bmatrix},$$

$$M_{[2]}(\tilde{q}) = [\sqrt{2}\tilde{q}_1 I \ \sqrt{2}\tilde{q}_2 I \ \tilde{q}_1^2 I \ \sqrt{2}\tilde{q}_1 \tilde{q}_2 I \ \tilde{q}_2^2 I],$$

$$E_a = E_b = I, \gamma_{ea} = 0.3504, \gamma_{eb} = 0.2904,$$

$$F_a = \begin{bmatrix} 0.2156 & 1.1515 & -0.2584 & -1.4971 & 0 \\ 0 & 0.2561 & 0 & -0.1967 & 0 \\ -0.3720 & 0.0728 & 0.3394 & 0 & 0 \\ -0.0002 & 0 & 0.0689 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$F_b = [0.0344 \ 3.3769 \ -0.0311 \ -6.0633 \\ -0.0001 \ 1.8900 \ 0.0113 \ -0.2786 \ 0 \ 0]^T.$$

由定理1, 系统可输出反馈二次镇定, 且可求得一组控制器参数矩阵为

$$A_K = \begin{bmatrix} -1.7803 & 0.5198 \\ -3.0328 & -3.3162 \end{bmatrix}, B_K = \begin{bmatrix} -2.5718 \\ -4.1494 \end{bmatrix}$$

$$C_K = [-0.0280 \ -0.0335], D_K = 0.0079.$$

由定理2, 可得闭环系统保持二次稳定的参数最大摄动范围的估计为

$$(q_1 - 1.5)^2 + (5q_2 - 3)^2 \leq (0.43)^2.$$

取初始状态  $x_0 = [8/57.3 \ 10/57.3]^T$ , 上述控制器在7个工作点的控制效果如图1, 2所示.

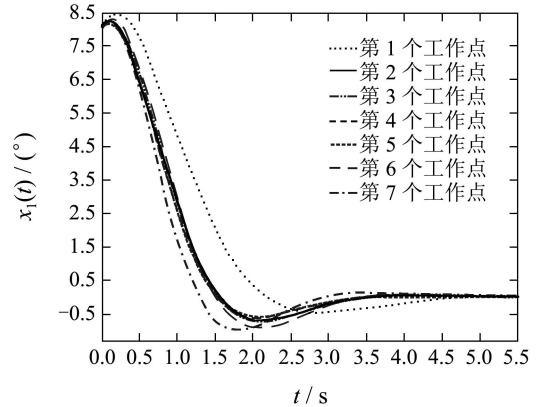


图1 攻角仿真曲线

Fig. 1 Simulation curve of angle of attack

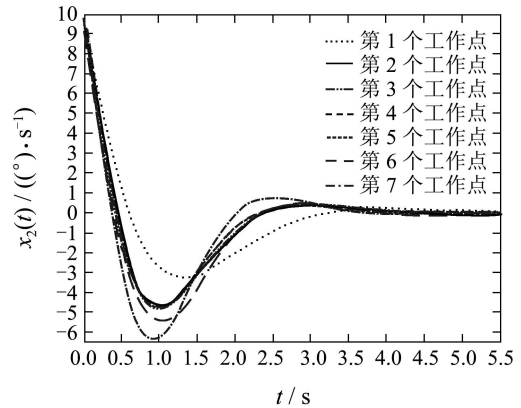


图2 俯仰角速度仿真曲线

Fig. 2 Simulation curve of pitch-rate

由仿真结果看出, 由于第1个和第7个工作点的小扰动线性化模型与名义模型差别较大, 其状态变量(尤其是俯仰角速度)调节时间较长, 超调较大, 符合实际情况. 总体看来, 对包线内不同工作点, 该控制器均能实现镇定控制, 系统具有较好的鲁棒性能. 通过对其他多个工作点的仿真也表明系统具有相似的性能.

### 5 结论(Conclusion)

采用一种保守性较小的方法描述大包线飞控系统, 同时反映系统的时变特征及拟合误差带来的不确定性, 是对系统不确定性描述的进一步发展和完善. 给出了基于二次稳定性的动态输出反馈镇定控制器设计方法, 并基于凸优化给出了定量估计闭环系统保持二次稳定所允许的参数摄动范围的方法.

文中所有公式完全基于线性矩阵不等式处理方法, 求解方便. 对F-16 VISTA战斗机纵向短周期二阶模型的不确定性描述及控制器的设计和仿真表明: 控制器可以使给定飞行包线内的短周期模态稳定, 系统具有很好的鲁棒性能, 本文方法是有效且可行的.

### 参考文献(References):

- [1] SCHMITENDORF W E. Designing stabilization controllers for uncertain systems using the Riccati equation approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(4): 376 – 379.
- [2] ADAMS R J, BANDA S S. Robust flight control design using dynamic inversion and structured singular value synthesis[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1993, 1(2): 80 – 92.
- [3] BINNIC J M, APKARIAN P, GARRARD W L. Parameter varying control of a high performance aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1997, 20(2): 225 – 231.
- [4] LU B, WU F, KIM, S W. Switching LPV control of an F-16 aircraft via controller state reset[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(2): 267 – 277.
- [5] 史忠科. 飞行器模型簇描述及鲁棒控制器设计[J]. *控制与决策*, 2004, 19(8): 911 – 915.  
(SHI Zhongke. Aircraft manifold model description and robust controller design[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(8): 911 – 915.)
- [6] 欧阳高翔, 倪茂林, 孙承启. 视故障为结构不确定项的鲁棒可靠跟踪控制器设计[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(1): 80 – 84.  
(OUYANG Gaoxiang, NI Maolin, SUN Chengqi. Robust reliable tracking controller design when the fault is viewed as a structural uncertainty[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(1): 80 – 84.)
- [7] SPILLMAN M, BLUE P, BANDA S, et al. A robust gain-scheduling example using linear parameter-varying feedback[C] // *Proceedings of International Federation of Automatic Control World Congress*. Oxford: Pergamon, 1996: 221 – 226.
- [8] BLUE P, GUVENC L, ODENTHAL D. Large envelope flight control satisfying  $H_\infty$  robustness and performance specifications[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Piscataway: IEEE, 2001: 1351 – 1356.
- [9] 李中健. 大包线飞行控制系统鲁棒设计研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2000.  
(LI Zhongjian. *Research on robust control design of large envelope flight control systems*[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2000.)
- [10] 李中健, 仲维昆, 杜娟. 飞行器大包线鲁棒飞行控制律设计[J]. *弹箭与制导学报*, 2010, 30(1): 23 – 26.  
(LI Zhongjian, ZHONG Weikun, DU Juan. Aircraft large envelope robust flight control law design[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2010, 30(1): 23 – 26.)
- [11] ZENG J P, LI J W. Robust stability and stabilization for linear plants with polynomial form uncertainty[J]. *Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems, Series A: Mathematical Analysis*, 2006, 13(S): 341 – 344.
- [12] YAN Y B, ZENG J P. Uncertainty modeling for flight control system with wide operation range[C] // *Proceedings of International Conference on Computer Science & Education*. Piscataway: IEEE, 2010: 1189 – 1192.
- [13] 俞力. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(YU Li. *Robust Control—Linear Matrix Inequality Approach*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

### 作者简介:

闫亚宾 (1988—), 男, 目前研究方向为鲁棒控制理论及在飞行控制中的应用, E-mail: yanyabin\_strive@163.com;

曾建平 (1966—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制理论、飞行控制、运动稳定性等, E-mail: jpzeng@xmu.edu.cn, 本文通讯作者.