第 29 卷第 6 期
2012 年 6 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 29 No. 6
Jun. 2012

文章编号: 1000−8152(2012)06−0723−07

基于未知Prandtl-Ishlinskii回滞的一类不确定非线性系统自适应逆控制

李致富, 袁 鹏, 胡跃明

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 精密电子制造装备教育部工程研究中心, 广东 广州 510640)

摘要: 针对带有回滞驱动的一类不确定非线性系统, 通过把Prandtl-Ishlinskii模型分解为一个离散的Prandtl-Ishlinskii算子和一个小的有界误差项, 采用反步递推的设计方法, 实现自适应逆控制器的设计. 所设计的自适应逆控制器能保证闭环系统全局稳定. 仿真结果进一步证明该控制方法的有效性.

关键词: 回滞; 自适应逆; 反步法; 非线性系统

中图分类号: TP273　　　**文献标识码:** A

Adaptive inverse control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis

LI Zhi-fu, YUAN Peng, HU Yue-ming

(Ministry of Education Engineering Research Center of Precise Electronic Manufacturing Equipments;
College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: Employing the backstepping technique, an adaptive inverse controller is designed for a class of uncertain dynamic nonlinear systems preceded by an unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis. Decomposing the Prandtl-Ishlinskii model into a discrete Prandtl-Ishlinskii operator and a small term of bounded error, we developed an adaptive inverse control algorithm. The designed controller ensures that the closed-loop system for global stability. Finally, the effectiveness of the proposed scheme is demonstrated through a simulation example.

Key words: hysteresis; adaptive inverse; backstepping; nonlinear system

1 引言(Introduction)

近年来, 随着精密加工和生产设备等对控制精度和速度的要求不断提高, 以压电陶瓷等功能材料为核心的先进致动器、传感器和驱动技术以及由此产生的回滞现象受到了控制界的高度重视. 由于回滞的非平滑特性, 传统的控制方法不能直接应用, 所以带有回滞的一类系统的控制问题具有一定的挑战性. 此外, 由于回滞的存在, 往往会造成系统的精度下降、振荡甚至造成系统的不稳定[1]. 因此, 需要采用现代控制方法来消除回滞对系统的影响.

消除回滞影响的一种有效方法是逆回滞补偿的策略[2–7]. 文献[2–4]采用自适应控制的策略来消除死区、间隙等回滞非线性的影响. 在文献[2–3]中, 引入光滑的逆函数分别对死区和间隙非线性进行补偿. 光滑逆函数的引入可以有效的避免非平滑逆设计中所产生的抖动问题. 通过线性参数化的方法, 文献[4]引入自适应的间隙逆模型来消除未知间隙的影响. 未知的参数通过自适应算法实现在线估计. 近年来, 复杂回滞模型的自适应补偿问题受到了极大地关注[5–7]. 文献[5]设计了一种新的逆补偿策略来消除用Preisach模型描述的复杂回滞和蠕动非线性的影响. 该策略的特点是能消除非对称分支的回滞模型对系统的影响. 文献[6]采用自适应逆的方法来补偿Prandtl-Ishlinskii(P-I)回滞和蠕动非线性的影响. 该方法无须任何的P-I模型的先验信息, 未知的回滞模型参数通过最小二乘的方法在线辨识获得. 然而, 在文献[5–6]中, 都假设回滞的输出是可以观测的. 文献[7]中, 近似离散Krasnosel'skii-Pokrovkii(KP)回滞逆模型被引入来消除回滞带来的影响. 结合模型参考的控制方法和梯度自适应逆回滞方法, 带有输入回滞的线性系统的跟踪问题得到了有效地解决. 然而, KP模型的近似逆算子只能部分的消除输入回滞的影响[7]. 因此, 复杂回滞模型的逆补偿问题仍然是一个具有挑战的问题.

另外一种重要的回滞控制策略是不加逆回滞对回滞进行补偿. 该策略的思想是把回滞分解成一个

收稿日期: 2011−07−10; 收修改稿日期: 2011−11−02.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60835001, 61040011); 华南理工大学中央高校基本科研业务费资助项目(2009ZZ0056).

线性项和一个有界的非线性项, 然后把有界非线性项作为扰动项来处理, 使之可以应用鲁棒技术来设计控制器. 例如, 文献[8–9]采用鲁棒自适应技术分别处理了带有间隙回滞和P-I回滞的一类非线性系统的控制问题, 且没有添加逆回滞. 文献[10]采用模型参考滑模控制处理了一类重要的类反斜线回滞系统的问题. 然而, 对于其他的一些基于算子的复杂回滞模型, 如Preisach模型、KP模型等. 即使并非不可能, 把他们分解成线性项和扰动项之和也是非常困难的. 因此, 在处理这样的一些回滞模型时, 不添加逆的控制策略就很难应用.

本文针对带有未知连续P-I复杂回滞模型驱动的一类不确定非线性系统, 通过反步递推的设计方法, 设计了一种自适应逆控制的策略来消除回滞的影响. 首先, 把连续的P-I回滞模型分解成一个离散的P-I算子和一个有界的误差项. 然后, 建立一个自适应逆P-I算子来补偿P-I回滞效应, 而近似逆补偿引起的误差则通过自适应律在线估计. 该控制策略特别适合于处理基于算子的回滞补偿问题, 因此也适用于补偿Preisach、KP回滞. 设计的自适应逆控制器能保证闭环系统的全局稳定. 仿真结果表明由未知P-I回滞引起的非平滑非线性现象得到了有效地消除.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下形式的一类带有回滞驱动的非线性系统:

$$x^{(n)}+\sum_{i=1}^{k}a_iY_i(x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t))=bu(t), \tag{1}$$

$$u(t)=H[v](t), \tag{2}$$

式中: Y_i为已知的线性或者非线性函数, 参数a_i和控制增益b为未知有界常数, $v(t)$为控制输入, $H[v]$表示P-I回滞非线性.

控制目标是设计反馈控制$v(t)$, 保证闭环信号有界, 而且状态$x(t)$跟踪指定的期望轨迹$y_{\rm r}(t)$.

为了实现控制目标, 作如下的假设:

假设 1 未知参数$b>0$;

假设 2 期望轨迹$y_{\rm r}(t)$是光滑有界的信号, 其时间导数$y_{\rm r}^{(i)}(t)(1\leqslant i\leqslant n)$有界.

注 1 与文献[5–6]相比, 本文假设P-I回滞非线性的输出是不可观测的. 假设1是非奇异控制所需要的, 假设2是反步递推设计时所必须的.

3 Prandtl-Ishlinskii模型及其逆(Prandtl-Ishlinskii model and its inversion)

P-I回滞模型[11–13]是Preisach模型的一个子集, 主要由两个基本的回滞算子组成: play算子和stop算子. 本节首先介绍上述两个基本算子以及经典的P-I回滞模型, 然后在此基础上, 为了实现自适应逆控制, 把P-I模型分解为一个离散的P-I算子和一个小的有界误差项, 并导出了离散P-I算子的逆模型, 最后得到了适合自适应逆控制的控制误差参数化模型.

3.1 Stop算子(Stop operator)

设$C_m[0,T]$为分段单调连续的泛函空间, 对分段单调的输入$v(t)\in C_m[0,T]$, stop算子$E_r[v]$的输入–输出特性可表示为

$$\begin{cases}E_r[v](0)=e_r(v(0)),\\ E_r[v](t)=e_r(v(t)-v(t_i)+E_r[v](t_i)),\\ t_i<t<t_{i+1},\ 0\leqslant i\leqslant N-1,\ \forall r\geqslant 0,\end{cases} \tag{3}$$

式中: $e_r(v)=\min\{r,\max\{-r,v\}\}$, $0=t_0<t_1<\cdots<t_n=T$为定义在$[0,T]$上的时间点, v在每个子区间$[t_i,t_{i+1}]$内单调, r为阈值参数, 其值的大小决定了stop算子在(v,E_r)平面中回滞的高度.

3.2 Play算子(Play operator)

Play算子可用$w=F_r[v]$表示. 假设$0=t_0<t_1<\cdots<t_n=T$为在区间$[0,T]$上的时间点, 输入v在每个$[t_i,t_{i+1}]$内单调. $F_r[v]$的输入–输出关系可表为

$$\begin{cases}F_r[v](0)=f_r(v(0),0),\\ F_r[v](t)=f_r(v(t),F_r[v](t_i)),\\ t_i<t<t_{i+1},\ 0\leqslant i\leqslant N-1,\ \forall r\geqslant 0,\end{cases} \tag{4}$$

式中$f_r(v)=\max\{v-r,\min\{v+r,w\}\}$.

由式(3)和式(4), 可以证明, 对于任意的$v(t)\in C_m[0,T]$, $F_r[v]$是$E_r[v]$的补, 即对于任意分段单调的输入$v(t)$, 以下等式成立[14]:

$$F_r[v](t)+E_r[v](t)=v(t),\ \forall r\geqslant 0. \tag{5}$$

3.3 Prandtl-Ishlinskii模型(Prandtl-Ishlinskii model)

经典的Prandtl-Ishlinskii回滞模型算子$H[v]$可以由stop算子E_r来描述, 其输入$v(t)$和输出$u(t)$关系可表为

$$u(t)=H[v](t)=\int_0^R p(r)E_r[v](t)\mathrm{d}r, \tag{6}$$

式中: $p(r)$为密度函数, 满足$p(r)\geqslant 0$且$\int_0^\infty rp(r)\mathrm{d}r<\infty$, 密度函数可通过实验辨识得到. 由于密度函数$p(r)$在$r$取较大值时趋近0, 所以为了方便起见, 通常取$R=\infty$为积分的上限[9,11]. 举个例子, 设$p(r)=\mathrm{e}^{-0.07(r-2)^2}$, $r\in[0,10]$, 输入$v(t)=8\sin(3t)/(1+t)$, $t\in[0,2\pi]$, 由式(6)所描述的P-I回滞模型曲线如图1所示.

由式(5)–(6), P-I模型也可由play算子定义为

$$u(t)=H[v](t)=p_0v(t)-\int_0^R p(r)F_r[v](t)\mathrm{d}r, \tag{7}$$

式中$p_0 = \int_0^{\infty} p(r)F_r[v](t)\mathrm{d}r$为常数, 其值由密度函数确定. 下面介绍一个P-I模型的重要特性, 将在后面的设计中使用到. 该引理在文献[9]中已得到了证明.

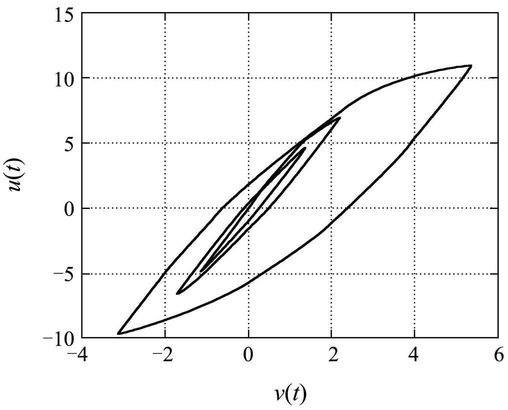

图 1　由$u(t) = \int_0^R p(r)E_r[v](t)\mathrm{d}r$描述的回滞非线性

Fig. 1　Hysteresis nonlinearities given by $u(t) = \int_0^R p(r)E_r[v](t)\mathrm{d}r$

引理 1　$H[v](t)$表示Prandtl-Ishlinskii回滞算子, 由式(6)描述, 满足$p(r) \geqslant 0$且$\int_0^{\infty} rp(r)\mathrm{d}r < \infty$. 那么, 对于任意输入$v(t) \in [t_0, \infty)$, 存在一个常数$K \geqslant 0$, 使得$|H[v](t)| \leqslant K < \infty$.

3.4　Prandtl-Ishlinskii模型的逆(Inversion of Prandtl-Ishlinskii model)

对式(6)使用定积分的近似算法, 有

$$u(t) = H[v](t) = H_{\mathrm{L}}[v](t) + \bar{d}(t), \tag{8}$$

$$H_{\mathrm{L}}[v](t) = \sum_{i=1}^{m} p_i(r)E_{r_i}[v](t)\Delta r_i, \tag{9}$$

式中: m为积分区间分段的个数, $\bar{d}(t)$为近似算法的误差项. 用θ_i表示$p_i\Delta r$, 则式(9)可改写为

$$H_{\mathrm{L}}[v](t) = \sum_{i=1}^{m} \theta_i E_{r_i}[v](t). \tag{10}$$

此式即为P-I算子的离散描述形式. 把式(5)代入式(10), 可得

$$H_{\mathrm{L}}[v](t) = p_{0\mathrm{s}}v(t) - \sum_{i=1}^{m} \theta_i F_{r_i}[v](t), \tag{11}$$

式中$p_{0\mathrm{s}} = \sum_{i=1}^{m} \theta_i$为常数, 其值由密度函数确定.

由式(11)描述的离散P-I算子的逆算子的存在性在文献[15]中已经得到证明. 因为参数θ_i未知, 且u是不可观测的, 所以设u_{d}为P-I回滞的期望输出, $\hat{\theta}_i$为θ_i的估计值, 则实际的输入$v(t)$可由如下离散P-I回滞逆算子给出:

$$\begin{aligned} v(t) = H_{\mathrm{L}}^{-1}[u_{\mathrm{d}}](t) = \\ p'_{0\mathrm{s}}u_{\mathrm{d}}(t) - \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}'_i F_{r'_i}[u_{\mathrm{d}}](t), \end{aligned} \tag{12}$$

其中:

$$p'_{0\mathrm{s}} = \frac{1}{\hat{p}_{0\mathrm{s}}}, \tag{13}$$

$$\hat{\theta}' = -\frac{\hat{\theta}_i}{(\hat{p}_{0\mathrm{s}} + \sum_{j=1}^{i} \hat{\theta}_j)(\hat{p}_{0\mathrm{s}} + \sum_{j=1}^{i-1} \hat{\theta}_j)}, \tag{14}$$

$$r'_i = \hat{p}_{0\mathrm{s}}r_i + \sum_{j=1}^{i-1} \hat{\theta}_j(r_i - r_j), \tag{15}$$

$$\hat{p}_{0\mathrm{s}} = \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i.$$

另一方面, 为了对系统(1)使用自适应逆控制, 必须得到参数化的控制误差模型来设计自适应律以更新逆回滞的参数. 下面介绍由式(10)导出回滞算子$H_{\mathrm{L}}[v](t)$的另外一个逆算子. 用$\bar{H}_{\mathrm{L}}^{-1}[v](t)$表示$u_{\mathrm{d}} = \bar{H}_{\mathrm{L}}[v](t)$的逆算子, 那么, u_{d}的逆输出v可由$v(t) = \bar{H}_{\mathrm{L}}^{-1}[u_{\mathrm{d}}](t)$表示. 反过来, 又有

$$u_{\mathrm{d}} = \bar{H}_{\mathrm{L}}[v](t) = \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \bar{E}_{r_i}[v](t). \tag{16}$$

因为$H_{\mathrm{L}}[v](t)$和$\bar{H}_{\mathrm{L}}[v](t)$有相同的输入$v(t)$, 则有

$$\bar{E}_{r_i}[v](t) = E_{r_i}[v](t),\ 0 = r_1 < r_2 < r_m = R. \tag{17}$$

把式(17)代入式(16)得

$$u_{\mathrm{d}} = \bar{H}_{\mathrm{L}}[v](t) = \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i E_{r_i}[v](t). \tag{18}$$

3.5　控制误差(Control error)

由式(8)(10)和式(18), 可得控制误差如下:

$$u_{\mathrm{d}}(t) - u(t) = -\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}E(t) - d(t), \tag{19}$$

式中: $\theta = [\theta_1\ \ \theta_2\ \ \cdots\ \ \theta_m]^{\mathrm{T}}$, $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1\ \ \hat{\theta}_2\ \ \cdots\ \ \hat{\theta}_m]^{\mathrm{T}}$, $E(t) = [E_{r_1}[v](t)\ \ E_{r_2}[v](t)\ \ \cdots\ \ E_{r_m}[v](t)]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, $d(t) = \bar{d}(t) + d_{\mathrm{c}}(t)$.

其中$d_{\mathrm{c}}(t)$为一个小的有界的误差项, 用于补偿由于近似离散逆算子所引起的误差, 因为在自适应逆算法中, 将用形如式(12)的近似离散逆算子H_{L}^{-1}来代替实际的$H(\cdot)$的逆算子H^{-1}.

由引理1可知, $\bar{d}(t)$和$d_{\mathrm{c}}(t)$是有界的, 因此$d(t)$也是有界的, 所以$bd(t)$也是有界的. 那么, 存在一个正的常数D使得$|bd(t)| \leqslant D$.

注 2　本文中, 在控制误差中引入$d(t)$项, 并且用一个有界的常数D来在线估计这个误差项. 因此自适应逆控制器可以有效补偿连续P-I回滞, 这也正是本文与文献[7]最大的不同点. 而且正因为$d(t)$项通过在线估计来补偿, 所以积分区间分段个数m值也可以不必取过大值就能对回滞进行有效地消除, 从而有效的提高算法的快速性.

4　自适应控制器的设计(Design of adaptive controller)

把系统(1)改写为如下的形式:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \quad\vdots\\ \dot{x}_{n-1} = x_n,\\ \dot{x}_n = -\sum\limits_{i=1}^{k} a_i Y_i(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_{n-1}(t)) + \\ \qquad bu = a^{\mathrm{T}}Y + bu,\end{cases} \tag{20}$$

式中:

$$x_1 = x,\ x_2 = \dot{x},\ \cdots,\ x_n = x^{(n-1)},$$
$$a = [-a_1\ \ -a_2\ \cdots\ -a_k]^{\mathrm{T}},$$
$$Y = [Y_1\ \ Y_2\ \cdots\ Y_k]^{\mathrm{T}}.$$

为了避免由符号函数引起的抖动, 如文献[2,8], 引入如下的函数:

$$sg_i(z_i) = \begin{cases}\dfrac{z_i}{|z_i|}, & |z_i| \geqslant \delta_i,\\ \dfrac{z_i^{(2l+1)}}{(\delta_i^2 - z_i^2)^{n-i+2} + |z_i|^{(2l+1)}}, & |z_i| < \delta_i,\end{cases} \tag{21}$$

$$f_i(z_i) = \begin{cases}1, & |z_i| \geqslant \delta_i,\\ 0, & |z_i| < \delta_i,\end{cases} \tag{22}$$

式中: $\delta_i(i = 1, \cdots, n)$为正的参数, $l = \mathrm{round}\{(n - i + 2)/2\}$, 其中$\mathrm{round}\{x\}$为取离$x$最近的整数的函数. 显然$2l + 1 \geqslant (n - i + 2)$. 且可以证明$sg_i(z_i)$至少是$(n - i + 2)$阶可导.

在控制器设计之前, 作如下的坐标变换[16]:

$$z_1 = x_1 - y_{\mathrm{r}}, \tag{23}$$

$$z_i = x_i - y_{\mathrm{r}}^{(i-1)} - \alpha_{i-1},\ i = 2, 3, \cdots, n. \tag{24}$$

反步递推控制器的设计步骤如下:

Step 1 虚拟控制律α_1设计如下:

$$\alpha_1 = -(c_1 + \frac{1}{4})(|z_1| - \delta_1)^n sg_1(z_1) - (\delta_2 + 1) sg_1(z_1), \tag{25}$$

式中c_1为正的设计参数, 考虑如下的Lyapunov函数:

$$V_1 = \frac{1}{n+1}(|z_1| - \delta_1)^{n+1} f_1, \tag{26}$$

对V_1取时间导, 可得

$$\dot{V}_1 = (|z_1| - \delta_1)^n f_1 sg_1(z_1)\dot{z}_1. \tag{27}$$

因为$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1$, 所以由式(27)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = &(|z_1| - \delta_1)^n f_1 sg_1(z_1)(z_2 + \alpha_1) \leqslant \\ &(|z_1| - \delta_1)^n (|z_2| - \delta_2 - 1) f_1 - \\ &(c_1 + \frac{1}{4})(|z_1| - \delta_1)^{2n} f_1.\end{aligned} \tag{28}$$

Step *i* $(i = 2, \cdots, n-1)$ 设计虚拟控制律α_i如下:

$$\alpha_i = -(c_i + \frac{5}{4})(|z_i| - \delta_i)^{n-i+1} sg_i(z_i) + \dot{\alpha}_{i-1} - (\delta_{i+1} + 1) sg_i(z_i), \tag{29}$$

式中c_i为正的设计参数, 定义Lyapunov函数V_i为

$$V_i = \frac{1}{n-i+2}(|z_i| - \delta_i)^{n-i+2} f_i + V_{i-1}. \tag{30}$$

因为$\dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i - \dot{\alpha}_{i-1}$, 对$V_i$取时间导, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i = &(|z_i| - \delta_i)^{n-i+1} f_i sg_i(z_i)\dot{z}_i + \dot{V}_{i-1} \leqslant \\ &-\sum_{k=1}^{i} c_k (|z_k| - \delta_k)^{2(n-k+1)} f_k + M_i + \\ &(|z_i| - \delta_i)^{n-i+1} f_i (|z_{i+1}| - \delta_{i+1} - 1) - \\ &\frac{1}{4}(|z_i| - \delta_i)^{2(n-i+1)} f_i,\end{aligned} \tag{31}$$

式中

$$\begin{aligned}M_i = &-(|z_i| - \delta_i)^{2(n-i+1)} f_i - \\ &\frac{1}{4}(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})^{2(n-i+2)} f_{i-1} + \\ &(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})^{n-i+2}(|z_i| - \delta_i - 1) f_{i-1}.\end{aligned}$$

显然, 当$|z_i| < \delta_i + 1$, 有$M_i \leqslant 0$. 而当$|z_i| \geqslant \delta_i + 1$, 应用Young不等式[16], 有

$$\begin{aligned}&M_i \leqslant \\ &-(|z_i| - \delta_i)^{2(n-i+1)} - \frac{1}{4}(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})^{2(n-i+2)} f_{i-1} + \\ &\frac{1}{4}(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})^{2(n-i+2)} f_{i-1}^2 + (|z_i| - \delta_i - 1)^2 < \\ &-(|z_i| - \delta_i)^{2(n-i+1)} + (|z_i| - \delta_i)^2 = \\ &(|z_i| - \delta_i)^2[1 - (|z_i| - \delta_i)^{2(n-i)}] \leqslant 0.\end{aligned}$$

综上分析可知, $M_i \leqslant 0$, 然后, 由式(31)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i \leqslant &-\sum_{k=1}^{i} c_k (|z_k| - \delta_k)^{2(n-k+1)} f_k + \\ &(|z_i| - \delta_i)^{n-i+1} f_i (|z_{i+1}| - \delta_{i+1} - 1) - \\ &\frac{1}{4}(|z_i| - \delta_i)^{2(n-i+1)} f_i.\end{aligned} \tag{32}$$

Step *n* 由式(19)–(20)(24), 可得

$$\begin{aligned}\dot{z}_n = &a^{\mathrm{T}}Y + bu - y_{\mathrm{r}}^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1} = \\ &a^{\mathrm{T}}Y + bu_{\mathrm{d}} + b\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}E(t) + \\ &bd(t) - y_{\mathrm{r}}^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1}.\end{aligned} \tag{33}$$

然后, 自适应控制律和参数更新律设计如下:

$$u_{\mathrm{d}} = \hat{e}\alpha_n, \tag{34}$$

$$\begin{aligned}\alpha_n = &-(c_n + 1)(|z_n| - \delta_n) sg_n(z_n) - \\ &\hat{a}^{\mathrm{T}}Y + y_{\mathrm{r}}^{(n)} + \dot{\alpha}_{n-1} - sg_n(z_n)\hat{D},\end{aligned} \tag{35}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \varGamma_{\mathrm{H}}(|z_n| - \delta_n) f_n sg_n(z_n) E, \tag{36}$$

$$\dot{\hat{D}} = \eta(|z_n| - \delta_n) f_n, \tag{37}$$

$$\dot{\hat{a}} = \varGamma Y(|z_n| - \delta_n) f_n sg_n(z_n), \tag{38}$$

$$\dot{\hat{e}} = -\gamma\alpha_n(|z_n| - \delta_n) f_n sg_n(z_n), \tag{39}$$

式中: c_n, γ, η为正的设计参数, $\varGamma$, $\varGamma_{\rm H}$为正定矩阵. 定义$\hat{a}$, $\hat{e}$, $\hat{D}$分别为a, $e=1/b$, D的估计值, 并设$\tilde{a}=a-\hat{a}$, $\tilde{e}=e-\hat{e}$, $\tilde{D}=D-\hat{D}$. 根据式(34), 式(33)中的$bu_{\rm d}$可以改写为

$$\begin{aligned}bu_{\rm d}=b\hat{e}\alpha_n=b(e-\tilde{e})\alpha_n=\\ b(1/b-\tilde{e})\alpha_n=\alpha_n-b\tilde{e}\alpha_n.\end{aligned}\tag{40}$$

此外, 由式(21)和D的定义可知如下不等式成立:

$$sg_n(z_n)bd(t)\leqslant D.\tag{41}$$

定义Lyapunov函数如下:

$$\begin{aligned}V=V_{n-1}+\frac{1}{2}(|z_n|-\delta_n)^2f_n+\frac{1}{2}\tilde{a}^{\rm T}\varGamma^{-1}\tilde{a}+\\ \frac{b}{2\gamma}\tilde{e}^2+\frac{b}{2}\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_{\rm H}^{-1}\tilde{\theta}+\frac{1}{2\eta}\tilde{D}^2.\end{aligned}\tag{42}$$

然后, 对V取时间导, 由式(35)(40)−(41)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\dot{V}_{n-1}+(|z_n|-\delta_n)f_nsg_n(z_n)\dot{z}_n\\ &-\tilde{a}^{\rm T}\varGamma^{-1}\dot{\hat{a}}-\frac{b}{\gamma}\tilde{e}\dot{\hat{e}}-b\tilde{\theta}^{\rm T}\varGamma_{\rm H}^{-1}\dot{\hat{\theta}}-\frac{1}{\eta}\tilde{D}\dot{\hat{D}}\leqslant\\ &-\sum_{k=1}^{n}c_k(|z_k|-\delta_k)^{2(n-k+1)}f_k+M_n+\\ &\tilde{a}^{\rm T}\varGamma^{-1}(\varGamma Y(|z_n|-\delta_n)f_nsg_n(z_n)-\dot{\hat{a}})-\\ &\frac{b}{\gamma}\tilde{e}(\gamma\alpha_n(|z_n|-\delta_n)f_nsg_n(z_n)+\dot{\hat{e}})+\\ &b\tilde{\theta}\varGamma_{\rm H}^{-1}(\varGamma_{\rm H}(|z_n|-\delta_n)f_nsg_n(z_n)E-\dot{\hat{\theta}})+\\ &\frac{1}{\eta}\tilde{D}(\eta(|z_n|-\delta_n)f_n-\dot{\hat{D}}),\end{aligned}\tag{43}$$

式中

$$\begin{aligned}M_n=&-(|z_n|-\delta_n)^2f_n-\\ &\frac{1}{4}(|z_{n-1}|-\delta_{n-1})^{2\times2}f_{n-1}+\\ &(|z_{n-1}|-\delta_{n-1})^2(|z_n|-\delta_n-1)f_{n-1}\end{aligned}$$

与$M_i\leqslant 0$的推导过程相似, 易得, $M_n\leqslant 0$, 再根据式(36)−(39), 由式(43)可得

$$\dot{V}\leqslant-\sum_{k=1}^{n}c_k(|z_k|-\delta_k)^{2(n-k+1)}f_k.\tag{44}$$

最后, 由式(12)可得最后实际的控制如下:

$$\begin{aligned}v(t)=H_{\rm L}^{-1}[u_{\rm d}](t)=\\ p'_{0\rm s}u_{\rm d}(t)-\sum_{i=1}^{m}\hat{\theta}'_iF_{r'_i}[u_{\rm d}](t),\end{aligned}\tag{45}$$

式中的参数$p'_{0\rm s}$, θ'_i和r'_i由(13)−(15)所定义.

定理 1　对于带有如式(6)描述的P-I回滞驱动的非线性系统(1), 自适应律设计如下: 参数更新律如式(36)−(39), 虚拟控制律如式(25)(29)和式(35), 自适应控制设计如式(34)和式(45), 可以保证闭环系统是全局稳定的, 而且跟踪误差满足: 当$t\to\infty$, 有$|x(t)-y_{\rm r}(t)|\to\delta_1$.

证　由式(44), 可知V是非增的. 因此, $z_i(i=1,2,\cdots,n)$, $\hat{a}$, $\hat{e}$, $\hat{\theta}$, $\hat{D}$都是有界的. 对式(44)应用文献[16]中的Lasalle-Yoshizawa定理, 可得$\lim\limits_{t\to\infty}||z_i-\delta_i||=0$, 于是由式(21), 可得$\lim\limits_{t\to\infty}|x(t)-y_{\rm r}(t)|=\delta_1$, 而且闭环系统是全局稳定的.　　证毕.

注 3　由上述的分析和设计可知, 如文献[17]所示, 本文提出的自适应逆控制策略不仅可以用于形如式(1)的系统中, 还可以用于很多其他的线性或者非线性系统中. 更为重要的是, 本文的控制策略也可用于补偿基于算子的一些其他回滞模型, 如Preisach和KP回滞. 因为这些回滞模型的逆都存在[5,7], 且也可以经过一些变换而得到与本文中类似的控制误差参数化模型. 然而, 需要强调的是, 本文的目的仅仅是在较为简单的背景下, 揭示该自适应逆控制策略的主要特点.

5　仿真实例(Simulation example)

考虑形如式(1)的一个非线性系统, 具体如下:

$$\dot{x}=a\frac{1-{\rm e}^{-x(t)}}{1+{\rm e}^{-x(t)}}+bH[v](t),\tag{46}$$

其中$H[v](t)=\int_0^R p(r)E_r[v](t){\rm d}r$. 假定参数$a$, b和密度函数$p(r)$都为未知. 其名义值如下: $a=1$, $b=1$, $p(r)=\lambda{\rm e}^{-\beta(r-\sigma)^2}$, $r\in[0,100]$, $\lambda=0.5$, $\beta=0.00105$, $\sigma=2$. 如果没有控制, 亦即$H[v](t)\equiv0$, 如文献[8]所示系统(46)是不稳定的. 控制的目标为控制状态x, 使之跟踪如下的期望轨迹:

$$y_{\rm r}=12.5\sin(2.5t).$$

仿真参数选择如下: $\eta=0.2$, $\gamma=1$, $\varGamma=0.1$, $m=50$, $\varGamma_{\rm H}=0.05I_m$, $c_1=6$, $\delta=0.08$. 初始值取值如下: $x(0)=4$, $v(0)=0$, $\hat{e}(0)=0.2667$, $\hat{a}(0)=0.13$, $\hat{D}(0)=5$, $\hat{\theta}_i(0)=(0.4e^{-0.00205(t(i)-2.5)^2}+1)\times\frac{R}{m}$, $t(i)=i\times\frac{R}{m}$, $i=1,\cdots,m$.

为了证明所设计控制器的有效性, 文献[7]与本文设计的自适应策略同时应用到系统(46)中, 仿真参数和初始值都设计为一样. 文献[7]没有对近似逆误差项进行补偿, 即为$d(t)=0$时的情形. 图2为系统跟踪误差e, 图3为控制输入信号v, 其中实线表示本文控制策略($d(t)\neq0$)的结果, 虚线表示采用文献[7]控制方法($d(t)=0$)的结果. 从仿真结果可以看出, 没有误差项补偿的情况下, 跟踪误差明显的比有误差项补偿的情况下大, 且控制输入也比有误差项补偿的情况下大, 设计的自适应逆控制器实现系统的稳定, 可有效抑制回滞的影响, 保证期望的跟踪效果.

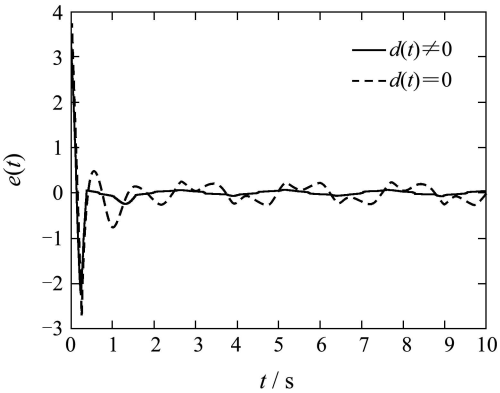

图 2 跟踪误差$e(y_{\rm r} = 12.5\sin(2.5t))$

Fig. 2 Tracking error e for $y_{\rm r} = 12.5\sin(2.5t)$

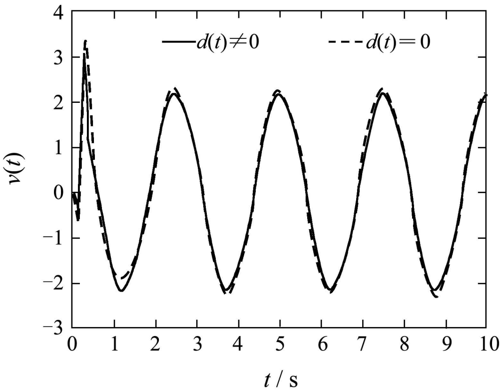

图 3 控制输入$v(y_{\rm r} = 12.5\sin(2.5t))$

Fig. 3 Control input v for $y_{\rm r} = 12.5\sin(2.5t)$

需要强调的是, 笔者还对不同的期望轨迹作了数字仿真, 结果都和上述的仿真结果相类似. 例如, 对于期望轨迹$y_{\rm r} = 10\sin(2.5t) + 5\cos t$, 选择合适的参数, 图4和图5分别为系统跟踪误差e和控制输入v的仿真结果. 显然, 该结果与期望轨迹为$y_{\rm r} = 12.5\sin(2.5t)$的结果类似. 同时, 对于当$m = 30$时, 即定积分近似计算时, 取较大的分段区间, 仿真的结果也几乎是一样的, 这进一步证明了该控制策略的可重复性.

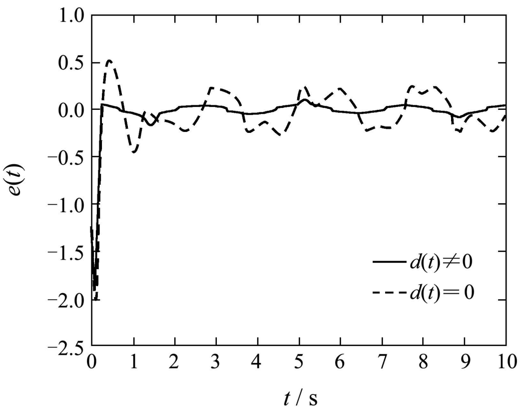

图 4 跟踪误差$e(y_{\rm r} = 10\sin(2.5t) + 5\cos t)$

Fig. 4 Tracking error e for $y_{\rm r} = 10\sin(2.5t) + 5\cos t$

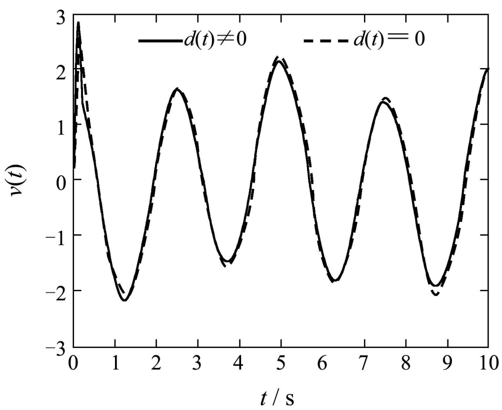

图 5 控制输入$v(y_{\rm r} = 10\sin(2.5t) + 5\cos t)$

Fig. 5 Control input v for $y_{\rm r} = 10\sin(2.5t) + 5\cos t$

6 结论(Conclusions)

本文研究了一类带有未知Prandtl-Ishlinskii回滞驱动的不确定非线性系统的自适应逆控制问题. 基于反步递推技术, 设计了自适应逆控制器. 控制策略的特点是, 把连续的P-I回滞模型分解为离散的P-I算子和有界误差之和, 从而得到合适的控制误差, 以实现自适应逆补偿控制. 本文的控制策略也可用于补偿基于算子的一些其他回滞模型, 如Preisach和KP回滞. 本文所设计的自适应律可以保证闭环系统是全局稳定的. 仿真结果证明了该控制策略的有效性.

参考文献(References):

[1] TAO G, KOKOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.

[2] ZHOU J, WEN C, ZHANG Y. Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain Dead-Zone nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 504 – 511.

[3] ZHOU J, ZHANG C J, WEN C Y. Robust adaptive output control of uncertain nonlinear plants with unknown backlash nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(3): 503 – 509.

[4] TAO G, KOKOTOVIC P V. Adaptive control of systems with unknown output backlash [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 326 – 330.

[5] KUHNEN K, KREJCI P. Compensation of complex hysteresis and creep effects in piezoelectrically actuated systems-a new Preisach modeling approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 537 – 550.

[6] HAO L N, LI Z. Modeling and adaptive inverse control of hysteresis and creep in ionic polymer-metal composite actuators [J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 19(2): 025014.

[7] WANG Y F, SU C Y, HONG H. Model reference control including adaptive inverse hysteresis for systems with unknown input hysteresis [C] //*Proceedings of the IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*. London: IEEE, 2007: 70 – 75.

[8] ZHOU J, WEN C Y, ZHANG Y. Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(10): 1751 – 1757.

[9] WANG Q Q, SU C Y. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems including actuator hysteresis with Prandtl-Ishlinskii presentations [J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 859 – 867.

[10] 张达科, 胡跃明, 吴捷, 等. 类反斜线回滞系统的模型参考滑模控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 402 – 406.
(ZHANG Dake, HU Yueming, WU Jie, et al. Model reference sliding model control for systems with backlash-like hysteresis [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3): 402 – 406.)

[11] MARTIN B, JERGEN S. *Hysteresis and Phase Transitions* [M]. Berlin, Germany: Spring-Verlag, 1996.

[12] MAYERGOVZ I D. *Mathematical Models of Hysteresis* [M]. New York: Springer-Verlag, 1991.

[13] KRASNOSEL'SKII M A, POKROVSKII A V. *Systems with Hysteresis* [M]. New York: Springer-Verlag, 1989.

[14] FENG Ying, HU Yueming, RABBATH C A, et al. Robust adaptive control for a class of perturbed strict-feedback non-linear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. *International Journal of Control*, 2008, 81(11): 1699 – 1708.

[15] KREJCI P, KUHEN K. Inverse control of systems with hysteresis and Creep [J]. *IEE Proceedings – Control Theory Application*, 2001, 148(3):185 – 192.

[16] KRSTIC M, KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.

[17] TAO G. *Adaptive Control Design and Analysis* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.

作者简介:

李致富 (1981–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为自适应控制、非线性控制、迭代学习控制, E-mail: sundylzf@gmail.com;

袁 鹏 (1972–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为控制理论与应用、计算机应用, E-mail: pangyuan@scut.edu.cn, 通讯作者;

胡跃明 (1960–), 男, 博士生导师, 华南理工大学精密电子制造装备教育部工程研究中心主任, 目前研究方向为非线性控制、变结构控制、精密电子制造, E-mail: auymhu@scut.edu.cn.