

具有通信约束的网络控制系统动态调度与 H_∞ 控制协同设计

杜明莉, 周川, 陈庆伟, 任俊

(南京理工大学自动化学院, 江苏南京 210094)

摘要: 针对一类具有通信约束的随机时延网络控制系统, 提出一种基于试一次丢弃(try-once-discard, TOD)动态调度策略与鲁棒 H_∞ 控制器协同设计的方法. 考虑通信约束和随机时延的影响, 将系统建模为一类具有参数不确定性的离散切换系统, 并采用切换系统和Lyapunov稳定性理论, 给出了TOD调度策略下使闭环系统渐近稳定的鲁棒 H_∞ 控制器设计方法. 最后通过仿真实验验证了方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; H_∞ 控制; TOD动态调度策略; 通信约束; 协同设计

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Coordinate design of dynamic scheduling and H-infinity control for networked control systems with communication constraints

DU Ming-li, ZHOU Chuan, CHEN Qing-wei, REN Jun

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu, 210094, China)

Abstract: A coordinate design scheme of the try-once-discard (TOD) dynamic scheduling strategy and the robust H-infinity controller for a class of networked control systems with communication constraints and random time-delay is proposed. Considering communication constraints and the random time-delay, we model the networked control system (NCS) as a discrete-time switched system with parameter uncertainties. Using the Lyapunov function and switched system theory, we develop the design procedure for the robust H-infinity controller under TOD scheduling strategy to maintain the asymptotic stability of the closed-loop system. A simulation example demonstrates the efficiency of the proposed method.

Key words: networked control system; H-infinity control; TOD dynamic scheduling strategy; communication constraints; coordinate design

1 引言(Introduction)

网络控制系统(networked control system, NCS)是控制回路通过一个实时网络进行通信的系统. 与传统的控制系统相比, 具有连线少、成本低、可靠性高、信息资源共享、可远程控制等优点^[1]. 但由于网络通信约束和传输中的不确定性等因素给控制系统的设计带来许多新的难题. 因此, NCS的分析与设计已得到广泛的关注与研究. 而具有通信约束的NCS仍有待研究, 通信约束可分为介质访问约束、位数率约束和信息速率约束, 近几年的研究大多针对介质访问约束^[2-7]和位数率约束^[8-9].

网络通信介质访问约束的概念是指同一时刻NCS只允许有限个节点接入网络传输数据. 文献[2]针对具有通信约束的网络控制系统, 将其建模为混合系统, 基于弱局部状态Lyapunov函数的控制方法, 通过同步设计调度协议和动态输出反馈控制器保证系统二次稳定. Donkers等将具有通信约束和时变传输间隔的NCS建模为离散切换不确定系统, 并将其近似转化为带有界范数不确定性的多项式系统, 通

过给出一个二次型协议, 并利用Lyapunov函数方法证明系统是全局一致指数稳定的^[3]. 以上研究未考虑时延的影响, 且均假设每次传输仅有一个节点的数据被传输. Gaid等将网络只存在与前馈通道的带通信约束的NCS建模为混合逻辑动态结构, 并将系统的信息调度策略和控制方法转化为混合整型二次规划问题进行协同设计^[4]. 文献[5]中研究了具有通信约束和时延的NCS的反馈镇定, 研究了基于状态反馈和输出反馈与调度的协同设计. Song等研究了具有通信约束和多分布式时延的NCS的调度与控制协同设计问题^[6]. 文献[7]中研究了NCS的鲁棒控制与调度的协同设计方法, 不仅使系统渐近稳定, 且使系统获得了较好的鲁棒性能. 但以上工作均采用静态周期调度策略. 与静态调度策略相比, 动态调度策略具有较强的灵活性和适应性, 能使系统获得更好的性能. 但其计算量较大, 且由于系统切换序列需要动态确定, 从而使得设计更为复杂和困难.

本文针对一类具有通信约束和随机短时延的NCS, 提出一种基于TOD(try-once-discard)动态调度

策略与鲁棒状态反馈控制器的协同设计方法. 同一时刻NCS只允许有限个节点通过网络传输数据, 而每次进行数据传输的节点由TOD动态调度策略决定, 并将时延不确定性转化为系统参数不确定性, 将系统建模为一类具有参数不确定性的离散切换系统, 采用切换系统和Lyapunov稳定性理论, 设计鲁棒H_∞控制器以保证闭环系统渐近稳定并具有良好的鲁棒性能.

2 问题描述(Problem formulation)

网络控制系统的结构如图1所示, 其中被控对象由如下线性时不变状态方程描述:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p \hat{u}(t) + H_p w(t), \\ z(t) = C_1 x(t) + H_1 w(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $\hat{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别为被控对象的状态变量、控制输入和被调输出, $w(t) \in \mathbb{R}^d$ 为干扰输入且 $w(t) \in L_2[0, \infty)$; A_p, B_p, C_1, H_1 和 H_p 均为适维矩阵.

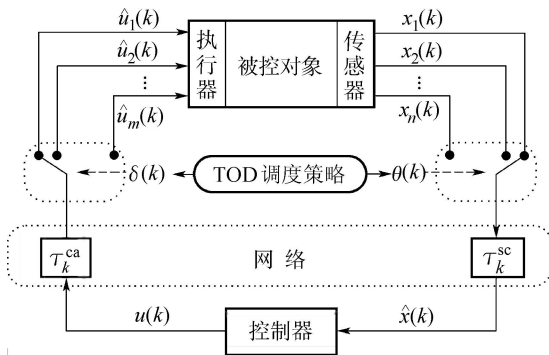


图1 网络控制系统结构图

Fig. 1 The structure diagram of networked control system

图1中NCS有 n 个传感器和 m 个执行器, 传感器和执行器通过网络与远程控制器相连. 传感器与控制器的网络诱导时延为 τ_k^{sc} , 控制器与执行器之间的网络诱导时延为 τ_k^{ca} , 采样周期为 h .

假设 1 传感器为时间驱动, 控制器与执行器均为事件驱动.

假设 2 $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca}$ 是随机量, 且 $0 < \tau_k < h$.

假设 3 由于网络带宽受限, 状态或控制信号无法同时全部传输, 每个采样周期只能传输 d_s ($0 < d_s \leq h$)个状态向量和 d_c ($0 < d_c \leq m$)个控制向量.

被控对象的离散化状态方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_0(\tau_k)\hat{u}(k) + B_1(\tau_k)\hat{u}(k-1) + H_0w(k), \\ z(k) = C_1x(k) + H_1w(k), \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$A = e^{A_p h}, \quad B_0(\tau_k) = \int_0^{h-\tau_k} e^{A_p t} B_p dt,$$

$$B_1(\tau_k) = \int_{h-\tau_k}^h e^{A_p t} B_p dt, \quad H_0 = \int_0^h e^{A_p t} H_p dt.$$

由假设3中网络带宽约束条件, 在每个采样周期中均需对网络各节点进行调度, 引入传感器-控制器调度向量 $\theta(k)$ 和控制器-执行器调度向量 $\delta(k)$ 如下:

$$\begin{cases} \theta_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } x_i(k) \text{ 被传输, } i = 1, 2, \dots, n, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \\ \delta_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } u_i(k) \text{ 被传输, } i = 1, 2, \dots, m. \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \end{cases}$$

第 k 个采样周期, $\theta(k) = (\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_n(k))$ 决定允许传输的传感器节点, 而调度向量 $\delta(k) = (\delta_1(k), \delta_2(k), \dots, \delta_m(k))$ 则决定允许传输的控制节点. 定义 $\Lambda(k) = \text{diag}\{\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_n(k)\}$, 则控制器节点接收到的有效更新数据为 $\Lambda(k)x(k)$, 而其他未被更新的数据由零阶保持器(zero-order holder, ZOH)保持上一一次的值. 因此控制器的输入为

$$\hat{x}(k) = \Lambda(k)x(k) + (I - \Lambda(k))\hat{x}(k-1). \quad (3)$$

同样, 定义

$$\Pi(k) = \text{diag}\{\delta_1(k), \delta_2(k), \dots, \delta_m(k)\},$$

则被控对象的输入为

$$\hat{u}(k) = \Pi(k)u(k) + (I - \Pi(k))\hat{u}(k-1). \quad (4)$$

由于该NCS共有 n 个传感器节点和 m 个执行器节点, 而在每个采样周期仅有 d_s 个传感器节点和 d_c 个执行器节点可以接入网络并通过网络传输数据. 若将每一种节点选择接入网络的方案作为一种模态, 则系统具有 $N = [n!/(n-d_s)!] \times [m!/(m-d_c)!]$ 种模态, 第 l ($l = 1, 2, \dots, N$)种模态对应一组 $\Lambda_l(k)$ 和 $\Pi_l(k)$, 由式(2)-(4)可得NCS的广义离散状态方程

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_0(\tau_k)\hat{u}(k) + B_1(\tau_k)\hat{u}(k-1) + H_0w(k), \\ z(k) = C_1x(k) + H_1w(k), \\ \hat{x}(k) = \Lambda_l(k)x(k) + (I - \Lambda_l(k))\hat{x}(k-1), \\ \hat{u}(k) = \Pi_l(k)u(k) + (I - \Pi_l(k))\hat{u}(k-1). \end{cases} \quad (5)$$

该系统具有 N 种模态, 即 N 个子系统, 各个子系统间的切换将采用TOD策略进行调度.

3 动态调度策略与H_∞状态反馈控制的协同设计(Coordinate design of dynamic scheduling strategy and the robust H-infinity controller)

3.1 TOD调度与状态反馈控制(TOD scheduling strategy and state feedback control)

TOD动态调度算法是指具有最大加权误差的节点获得优先传输, 其中误差是指当前时刻需要传输

的信息与上一次传输信息之差,而未传输的数据将被更新.而本文研究的问题是每次传输并不限于一个节点,而是一种模态下的多个节点.由式(5)表示的离散切换系统具有 N 种模态,即在 N 个子系统之间切换.若定义

$$s_l(k) = [\theta_l(k) \ \delta_l(k)] = [s_{l1}(k) \ s_{l2}(k) \ \cdots \ s_{ld}(k)],$$

$$s_l(k) \in \{0, 1\}^d,$$

其中: $l=1, 2, \dots, N$, $d=m+n$, $s_l(k)$ 表示第 k 个采样周期系统切换到第 l 种模态.令

$$\Gamma_l(k) = \text{diag}\{s_{l1}(k), s_{l2}(k), \dots, s_{ld}(k)\},$$

即

$$\Gamma_l(k) = \text{diag}\{\Lambda_l(k), \Pi_l(k)\}.$$

定义误差为

$$e(k) = \begin{bmatrix} e^x(k) \\ e^u(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) - \hat{x}(k-1) \\ u(k-1) - \hat{u}(k-2) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

注1 TOD动态调度协议在实际中,网络节点调度与控制器调度无法做到绝对的同步,控制器的调度由切换模态决定,而切换模态由TOD调度策略决定,所以需要知道本次将要通过网络传输的信息 $x(k)$ 和 $u(k)$,但是在未确定控制器之前是无法确定 $u(k)$ 的,所以用上一个采样周期中控制输入误差 $e^u(k-1)$ 确定本周周期将有哪些执行器节点能获得网络传输的数据.因此定义式(6).

根据TOD动态调度算法可得切换函数

$$\sigma = \arg \max\{\|\Gamma_1(k)e(k)\|, \dots, \|\Gamma_N(k)e(k)\|\}, \quad (7)$$

其中: \arg 定义为一个取下标函数, $\Gamma_l(l=1, 2, \dots, N)$ 对应第 l 种模态, $\sigma \in \{1, 2, \dots, N\}$.

采用离散状态反馈控制器为

$$u(k) = K_\sigma \hat{x}(k), \quad (8)$$

其中: $\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 分别为控制器的输入和输出, K_σ 为引入TOD调度策略后不同切换模态下的状态反馈增益.因此引入TOD调度策略和状态反馈控制器所得的离散切换系统模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_0(\tau_k)\hat{u}(k) + B_1(\tau_k)\hat{u}(k-1) + H_0w(k), \\ z(k) = C_1x(k) + H_1w(k), \\ \hat{x}(k) = \Lambda_\sigma x(k) + (I - \Lambda_\sigma)\hat{x}(k-1), \\ \hat{u}(k) = \Pi_\sigma u(k) + (I - \Pi_\sigma)\hat{u}(k-1), \\ u(k) = K_\sigma \hat{x}(k). \end{cases} \quad (9)$$

以下将 $\Lambda_\sigma(k)$, $\Pi_\sigma(k)$ 简记为 Λ_σ , Π_σ .

由假设2知 $\tau \in [0, h]$ 是随机量,因此 $B_0(\tau_k)$, $B_1(\tau_k)$ 是随机矩阵,则将 $B_0(\tau_k)$, $B_1(\tau_k)$ 分别表示为

$$\begin{aligned} B_0(\tau_k) &= B_0 + DF(\tau'_k)E, \\ B_1(\tau_k) &= B_1 - DF(\tau'_k)E, \end{aligned} \quad (10)$$

式中:

$$\begin{aligned} B_0 &= \int_0^{h/2} e^{A_p t} B_p dt, \\ B_1 &= \int_{h/2}^h e^{A_p t} B_p dt, \\ D &= \beta e^{A_p (h/2)}, \quad E = B_p, \end{aligned}$$

$F(\tau'_k)$ 满足 $F^T(\tau'_k)F(\tau'_k) \leq I$.

通过式(9)和式(10)可得闭环系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = M_{1\sigma}x(k) + M_{2\sigma}\hat{x}(k-1) + M_{3\sigma}\hat{u}(k-1) + H_0w(k), \\ z(k) = C_1x(k) + H_1w(k), \end{cases} \quad (11)$$

其中:

$$\begin{aligned} M_{1\sigma} &= A + (B_0 + DF(\tau'_k)E)\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma, \\ M_{2\sigma} &= (B_0 + DF(\tau'_k)E)\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma), \\ M_{3\sigma} &= B_0(I - \Pi_\sigma) + B_1 - DF(\tau'_k)E\Pi_\sigma, \\ \sigma &\in \{1, 2, \dots, N\}. \end{aligned}$$

3.2 基于稳定性的TOD动态调度与状态反馈控制器设计(Design of TOD dynamical scheduling strategy and state feedback controller)

定义1 设 $\gamma > 0$ 为给定常数,称系统(11)是渐近稳定且具有 H_∞ 性能指标 γ ,若存在一个状态反馈控制律 $u(k) = K_\sigma \hat{x}(k)$,且满足以下条件:

- 1) 闭环系统是渐近稳定的;
- 2) 在零初始条件下,外部扰动 $w(k)$ 和被调输出 $z(k)$ 满足 $\|z(k)\|_2 < \gamma \|w(k)\|_2$.

定理1 针对闭环网络控制系统(11)采用上述TOD动态调度策略及反馈控制器(8),若存在共同矩阵

$$P = P^T > 0, \quad Q = Q^T > 0, \quad R = R^T > 0,$$

以及常数 $\gamma > 0$,使得下列矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & 0 & 0 & M_{1\sigma}^T & \Lambda_\sigma^T & N_{1\sigma}^T & C_1^T \\ * & -Q & 0 & 0 & M_{2\sigma}^T & (I - \Lambda_\sigma)^T & N_{2\sigma}^T & 0 \\ * & * & -R & 0 & M_{3\sigma}^T & 0 & (I - \Pi_\sigma)^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & H_0^T & 0 & 0 & H_1^T \\ * & * & * & * & -P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

则称系统(11)是渐近稳定的,且具有 H_∞ 性能指标 γ ,式中“*”表示由对称性得到的矩阵块.

证 1) 渐近稳定性.对于系统(11),当不考虑干扰时($H_0=0$)选取共同Lyapunov函数

$$V(k) = x^T(k)Px(k) + \hat{x}^T(k-1)Q\hat{x}(k-1) + \hat{u}^T(k-1)R\hat{u}(k-1),$$

可得

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) = \\ &x^T(k+1)Px(k+1) + \hat{x}^T(k)Q\hat{x}(k) + \\ &\hat{u}^T(k)R\hat{u}(k) - x^T(k)Px(k) - \\ &\hat{x}^T(k-1)Q\hat{x}(k-1) - \hat{u}^T(k-1)R\hat{u}(k-1). \end{aligned}$$

由式(9)可得

$$\hat{u}(k) = N_{1\sigma}x(k) + N_{2\sigma}\hat{x}(k-1) + (I - \Pi_\sigma)\hat{u}(k-1),$$

其中:

$$N_{1\sigma} = \Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma, \quad N_{2\sigma} = \Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma),$$

所以令

$$\varpi^T(k) = [x^T(k) \quad \hat{x}^T(k-1) \quad \hat{u}^T(k-1)],$$

得

$$\Delta V(k) = \varpi^T(k)\Omega\varpi(k),$$

其中:

$$\Omega = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \\ G_4 & G_5 & G_6 \\ G_7 & G_8 & G_9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} G_1 &= M_{1\sigma}^T P M_{1\sigma} + \Lambda_\sigma^T Q \Lambda_\sigma + N_{1\sigma}^T R N_{1\sigma} - P, \\ G_2 &= M_{1\sigma}^T P M_{2\sigma} + \Lambda_\sigma^T Q (I - \Lambda_\sigma) + N_{1\sigma}^T R N_{2\sigma}, \\ G_3 &= M_{1\sigma}^T P M_{3\sigma} + N_{1\sigma}^T R (I - \Pi_\sigma), \\ G_4 &= M_{2\sigma}^T P M_{1\sigma} + (I - \Lambda_\sigma)^T Q \Lambda_\sigma + N_{2\sigma}^T R N_{1\sigma}, \\ G_5 &= M_{2\sigma}^T P M_{2\sigma} + (I - \Lambda_\sigma)^T Q (I - \Lambda_\sigma) + \\ &N_{2\sigma}^T R N_{2\sigma} - Q, \\ G_6 &= M_{2\sigma}^T P M_{3\sigma} + N_{2\sigma}^T R (I - \Pi_\sigma), \\ G_7 &= M_{3\sigma}^T P M_{1\sigma} + (I - \Pi_\sigma)^T R N_{1\sigma}, \\ G_8 &= M_{3\sigma}^T P M_{2\sigma} + (I - \Pi_\sigma)^T R N_{2\sigma}, \\ G_9 &= M_{3\sigma}^T P M_{2\sigma} + (I - \Pi_\sigma)^T R (I - \Pi_\sigma) - R, \end{aligned}$$

因此, $\Delta V(k) < 0$ 的充要条件是 $\Omega < 0$. 由Schur补引理可将 $\Omega < 0$ 转化为

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & 0 & M_{1\sigma}^T & \Lambda_\sigma^T & N_{1\sigma}^T \\ * & -Q & 0 & M_{2\sigma}^T & (I - \Lambda_\sigma)^T & N_{2\sigma}^T \\ * & * & -R & M_{3\sigma}^T & 0 & (I - \Pi_\sigma)^T \\ * & * & * & -P^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Q^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

又由Schur补引理式(12)可转化为式(13), 因此闭环系统是渐近稳定的.

2) H_∞性能指标 γ : 当 $H_0 \neq 0$ 时, 则

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= \\ V(k+1) - V(k) &= \\ x^T(k+1)Px(k+1) + \hat{x}^T(k)Q\hat{x}(k) + \\ \hat{u}^T(k)R\hat{u}(k) - x^T(k)Px(k) - \\ \hat{x}^T(k-1)Q\hat{x}(k-1) - \\ \hat{u}^T(k-1)R\hat{u}(k-1). \end{aligned} \tag{14}$$

在零初始状态下, 引入函数

$$\begin{aligned} J &= \|z(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|w(k)\|_2^2 = \\ &\sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) + \Delta V(k)] - \\ &V(\infty) + V(0), \end{aligned}$$

由零初始条件可知 $V(0) = 0$ 且 $V(\infty) \geq 0$, 因此

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} [z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) + \Delta V(k)]. \tag{15}$$

令

$$\eta^T(k) = [x^T(k) \quad \hat{x}^T(k-1) \quad \hat{u}^T(k-1) \quad w^T(k)],$$

由式(11)(14)-(15)可知

$$J \leq \sum_{k=0}^{\infty} \eta^T(k)\Theta\eta(k), \tag{16}$$

其中:

$$\Theta = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ F_5 & F_6 & F_7 & F_8 \\ F_9 & F_{10} & F_{11} & F_{12} \\ F_{13} & F_{14} & F_{15} & F_{16} \end{bmatrix},$$

$$F_1 = G_1 + C_1^T C_1, \quad F_2 = G_2, \quad F_3 = G_3,$$

$$F_4 = M_{1\sigma}^T P H_0 + C_1^T H_1, \quad F_5 = G_4,$$

$$F_6 = G_5, \quad F_7 = G_6, \quad F_8 = M_{2\sigma}^T P H_0, \quad F_9 = G_7,$$

$$F_{10} = G_8, \quad F_{11} = G_9, \quad F_{12} = M_{3\sigma}^T P H_0,$$

$$F_{13} = H_0^T P M_{1\sigma} + H_1^T C_1, \quad F_{14} = H_0^T P M_{3\sigma},$$

$$F_{15} = H_0^T P M_{2\sigma}, \quad F_{16} = H_0^T P H_0 + H_1^T H_1 - \gamma^2 I.$$

由Schur补引理, 式(12)可等价于 $\Theta < 0$, 所以函数 $J < 0$, 因此条件 $\|z(k)\|_2 < \gamma \|w(k)\|_2$ 成立. 证毕.

定理 2 针对闭环控制系统(11)采用上述TOD调度策略及反馈控制器(8), 若存在一个矩阵

$$X_1 = X_1^T > 0, \quad X_2 = X_2^T > 0, \quad X_3 = X_3^T > 0,$$

常数 $\gamma > 0$, 状态反馈矩阵 K_σ , 以及一组标量 $\varepsilon_\sigma > 0$ ($\sigma = 1, 2, \dots, N$), 使得下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X_1 & 0 & 0 & 0 & (AX_1)^T & (\Lambda_\sigma X_1)^T & 0 & (C_1 X_1)^T & 0 & 0 & (\Lambda_\sigma X_1)^T \\ * & -X_2 & 0 & 0 & 0 & \phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_2 \\ * & * & -X_3 & 0 & \phi_1 & 0 & \phi_3 & 0 & (-E\Pi_\sigma X_3)^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & H_0^T & 0 & 0 & H_1^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -X_1 + \varepsilon_\sigma DD^T & 0 & 0 & 0 & 0 & B_0 \Pi_\sigma K_\sigma & 0 \\ * & * & * & * & * & -X_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -X_3 & 0 & 0 & \Pi_\sigma K_\sigma & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_\sigma I & E\Pi_\sigma K_\sigma & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

则闭环网络控制系统(11)渐近稳定, 且具有 H_∞ 性能指标 γ . 式中 $\phi_1 = [(B_0(I - \Pi_\sigma) + B_1)X_3]^T$, $\phi_2 = [(I - \Lambda_\sigma)X_2]^T$, $\phi_3 = [(I - \Pi_\sigma)X_3]^T$.

证 根据式(11)和(12), 并由文献[10]中的引理将式(12)转化为

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & 0 & 0 & (A + B_0 \Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T & \Lambda_\sigma^T & (\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T & C_1^T \\ * & -Q & 0 & 0 & [B_0 \Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma)]^T & (I - \Lambda_\sigma)^T & [\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma)]^T & 0 \\ * & * & -R & 0 & [B_0 (I - \Pi_\sigma) + B_1]^T & 0 & (I - \Pi_\sigma)^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & H_0^T & 0 & 0 & H_1^T \\ * & * & * & * & -P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} + \varepsilon_\sigma \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_\sigma^{-1} \begin{bmatrix} (E\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T \\ (E\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma))^T \\ (-E\Pi_\sigma)^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (E\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T \\ (E\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma))^T \\ (-E\Pi_\sigma)^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0. \tag{18}$$

再由Schur补引理有

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & 0 & 0 & (A + B_0 \Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T & \Lambda_\sigma^T & (\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T & C_1^T & (E\Pi_\sigma K_\sigma \Lambda_\sigma)^T \\ * & -Q & 0 & 0 & [B_0 \Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma)]^T & (I - \Lambda_\sigma)^T & [\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma)]^T & 0 & [E\Pi_\sigma K_\sigma (I - \Lambda_\sigma)]^T \\ * & * & -R & 0 & [B_0 (I - \Pi_\sigma) + B_1]^T & 0 & (I - \Pi_\sigma)^T & 0 & (-E\Pi_\sigma)^T \\ * & * & * & -\gamma^2 I & H_0^T & 0 & 0 & H_1^T & 0 \\ * & * & * & * & -P^{-1} + \varepsilon_\sigma DD^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_\sigma I \end{bmatrix} < 0. \tag{19}$$

令 $X_1 = P^{-1}$, $X_2 = Q^{-1}$, $X_3 = R^{-1}$ 将式(19)分别左乘和右乘 $\text{diag}\{X_1, X_2, X_3, I, I, I, I, I, I\}$, 再由文

献[11]中的引理得

$$\begin{bmatrix}
 -X_1 & 0 & 0 & 0 & (AX_1)^T & (\Lambda_\sigma X_1)^T & 0 & (C_1 X_1)^T & 0 \\
 * & -X_2 & 0 & 0 & 0 & [(I - \Lambda_\sigma)X_2]^T & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & -X_3 & 0 & [(B_0(I - \Pi_\sigma) + B_1)X_3]^T & 0 & [(I - \Pi_\sigma)X_3]^T & 0 & (-E\Pi_\sigma X_3)^T \\
 * & * & * & -\gamma^2 I & H_0^T & 0 & 0 & H_1^T & 0 \\
 * & * & * & * & -X_1 + \varepsilon_\sigma DD^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & * & * & * & -X_2 & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & * & * & * & * & -X_3 & 0 & 0 \\
 * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_\sigma I
 \end{bmatrix} +
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 B_0 \Pi_\sigma K_\sigma \\
 0 \\
 \Pi_\sigma K_\sigma \\
 0 \\
 E \Pi_\sigma K_\sigma
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 B_0 \Pi_\sigma K_\sigma \\
 0 \\
 \Pi_\sigma K_\sigma \\
 0 \\
 E \Pi_\sigma K_\sigma
 \end{bmatrix}^T +
 \begin{bmatrix}
 (\Lambda_\sigma X_1)^T \\
 ((I - \Lambda_\sigma)X_2)^T \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 (\Lambda_\sigma X_1)^T \\
 ((I - \Lambda_\sigma)X_2)^T \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}^T < 0. \tag{20}$$

再由Schur补引理知, 式(20)与式(17)等价. 证毕.

4 仿真算例(Illustrative example)

考虑NCS的被控对象状态方程如下:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} w(t), \\
 z(t) &= [0.1 \ 0]x(t) + [-3 \ -1]w(t).
 \end{aligned}$$

采样周期 $h = 0.1$ s, 由式(2)(10)进行计算可得到如下参数:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0.6588 & -0.08201 \\ 0.246 & 0.9868 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0.0447 \\ 0.0285 \end{bmatrix}, \\
 B_1 &= \begin{bmatrix} 0.0351 \\ 0.0344 \end{bmatrix}, \quad H_0 = \begin{bmatrix} 0.0078 & 0.0078 \\ 0.0113 & 0.0113 \end{bmatrix}, \\
 D &= \begin{bmatrix} 0.0432 & -0.0024 \\ 0.0072 & 0.0528 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

由于该系统有一个控制输入和两个状态, 取 $d_s = d_c = 1$, 因此该网络控制系统具有两种切换模态, 分别由

$$s_1 = [1 \ 0 \ 1], \quad s_2 = [0 \ 1 \ 1]$$

表示, 给定 $\gamma = 5.8$ 由式(11)和定理2, 利用LMI工具箱求解式(17), 并由本文方法求得控制器增益:

$$K_1 = [-0.2047 \ 0], \quad K_2 = [0 \ -0.0326],$$

利用Truetime工具箱进行网络控制系统的仿真, 设定随机时间为(0, 0.1)范围内的随机数, 系统的初始状态为零, 扰动

$$w(t) = [1/(t + 1) \ 1/(t + 1)]^T,$$

基于上述协同设计的闭环网络控制系统的状态响应曲线见图2, 系统切换模态响应曲线见图3. 图3中指曲线值为1表示在该采样周期系统切换到模态 s_1 运行, 曲线值为2表示在该采样周期系统切换到模态 s_2 运行. 仿真结果表明该NCS在TOD动态调度策略与H_∞控制的协同作用下可保证渐近稳定性且具有良好的动态性能.

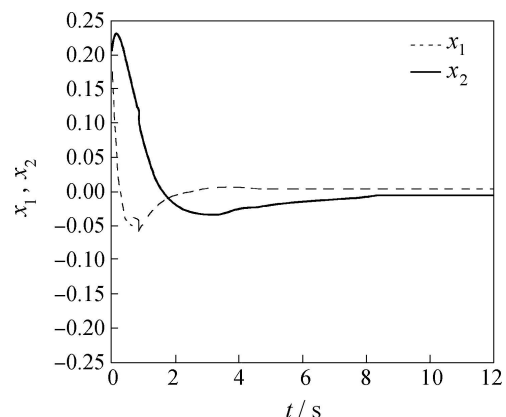


图2 状态响应曲线

Fig. 2 The response of states

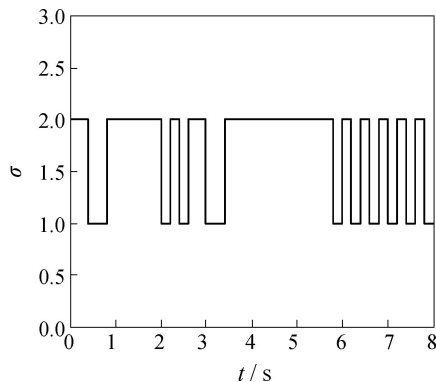


图3 切换模态响应曲线

Fig. 3 The response of switch mode

5 结论(Conclusion)

本文针对具有通信约束和外部扰动的随机时延网络控制系统, 将其建模为带有不确定性参数的离散切换系统, 并提出了一种TOD动态调度与 H_∞ 鲁棒控制器协同设计方法以保证闭环网络控制系统渐近稳定并具有良好的鲁棒性能。

参考文献(References):

- [1] ZHANG W, BRANICKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems [J]. *Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84 – 99.
- [2] DACIC D B, NESIC D. Quadratic stabilization of linear networked control systems via simultaneous protocol and controller design [J]. *Automatica*, 2007, 43(7): 1145 – 1155.
- [3] DONKERS M C F, HETEL L, HEEMELS W P M H, et al. Stability analysis of networked control systems using a switched linear systems approach [C] // *The 12th International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control*. New York: Springer Verlag, 2009: 150 – 164.
- [4] GAID M M B, CELA A, HAMAM Y. Optimal integrated control and scheduling of networked control systems with communication appli-

cation to a car suspension system [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(4): 776 – 787.

- [5] 陈慧英. 资源受限的网络控制系统控制与调度方法研究 [D]. 杭州: 浙江工业大学, 2008.
(CHEN Huiying. *Research on control and scheduling methods for networked control systems with resource constraints* [D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2008.)
- [6] SONG H, YU L, ZHANG W A. Stabilisation of networked control systems with communication constraints and multiple distributed transmission delays [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, 3(10): 1307 – 1316.
- [7] 雷必成. 网络控制系统中控制与调度的协同设计 [D]. 杭州: 浙江工业大学, 2008.
(LEI Bicheng. *Control and scheduling co-design in networked control system* [D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2008.)
- [8] GAID M M B, CELA A. Trading quantization precision for update rates for systems with limited communication in the uplink channel [J]. *Automatica*, 2010, 46(7): 1210 – 1214.
- [9] TSUMURA K, ISHII H, HOSHINA H. Tradeoffs between quantization and packet loss in networked control of linear systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(12): 2963 – 2970.
- [10] BARMISH B R. Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1985, 46(4): 39 – 408.
- [11] KHARGONEKAR P P, PETERSEN I R, ZHOU K. Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and H-infinity control theory [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(3): 356 – 361.

作者简介:

杜明莉 (1986–), 女, 研究方向为网络控制系统, E-mail: dumin-gli609@163.com;

周川 (1970–), 男, 教授, 研究方向为网络控制与智能控制, E-mail: njust.zc@yahoo.com.cn;

陈庆伟 (1963–), 男, 教授, 研究方向为网络控制、智能控制及高性能伺服系统, E-mail: cqw1002@sina.com;

任俊 (1987–), 男, 硕士研究生, 研究方向网络控制系统, E-mail: renjunlongshu@126.com.