

## 一类非线性系统的加速度规划输出跟踪动态控制

谢文博, 付明玉, 施小成

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对一类严格反馈形式的非线性二阶多输入多输出系统, 提出一种带有加速度规划的输出跟踪动态控制策略. 引入一个代替时间变量的路径参数用以规划路径跟踪时的加速度, 回避了设计内环加速度控制回路的常规方法, 简化了控制器的设计过程. 对二阶系统的控制项求导进行系统扩维, 基于新的增广系统, 设计了使系统输出收敛于期望路径的反馈线性化动态控制律. 再对加速度跟踪误差基于梯度法设计更新律使其渐近收敛于零, 最后通过调节期望加速度实现定常速度控制. 理论分析表明, 误差闭环系统一致渐近稳定, 速度误差有界. 动力定位船舶循迹控制仿真结果表明了所提出控制器的有效性.

**关键词:** 加速度控制; 非线性系统; 输出跟踪; 梯度法; 动力定位

**中图分类号:** O231.2; U674.34 **文献标识码:** A

## Output tracking control with acceleration assignment for a class of nonlinear systems

XIE Wen-bo, FU Ming-yu, SHI Xiao-cheng

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** For a class of second order nonlinear multi input multi output (MIMO) systems with strict feedback, an output path-following controller with acceleration assignment is proposed. A path variable, instead of the time variable, is used to program the acceleration in path-following task to eliminate the extra inner acceleration control loop for simplifying the controller design procedure. The derivative of the control term is employed to form an augmented system, the output of which is driven to follow the desired path according to a feedback linearizing dynamic control law. The update law obtained by the gradient method is used to achieve the asymptotic convergence of the acceleration error. The constant speed control is realized by adjusting the desired acceleration. The stability analysis indicates that the closed-loop error system is asymptotically stable and the speed error is bounded. Simulation of the tracking control for a dynamically positioning vessel is presented to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed controller.

**Key words:** acceleration control; nonlinear systems; output tracking; gradient methods; dynamic positioning

### 1 引言(Introduction)

非线性系统的输出跟踪控制在航天器、船舶和汽车控制等多个领域都有广泛应用. 输出跟踪控制主要研究系统输出量对期望几何路径的跟踪<sup>[1-2]</sup>, 其中期望路径 $y_d(t)$ 通常包含了被控对象的期望位置、姿态、速度和加速度信息, 系统输出需严格等于给定期望, 一旦以时间 $t$ 为自变量的期望轨迹 $y_d(t)$ 确定, 期望速度 $\dot{y}_d(t)$ 和加速度 $\ddot{y}_d(t)$ 也将同时确定. 这种传统循迹控制任务的缺点是不够灵活, 不能根据实际情况在不改变期望路径的情况下随时更改期望速度和加速度, 即速度和加速度不能与路径跟踪控制回路分离而独立进行控制. 基于上述问题, 近些年针对路径跟踪时速度的独立控制有了一定研究成果: 文献[3-5]利用鲁棒和自适应backstepping方法控

制非线性系统完成路径跟踪任务, 在期望路径中引入额外变量增加了控制器的设计自由度, 实现了可实时修改期望速度的输出路径跟踪控制. 文献[6]利用增加幂积分技术, 解决了一类具有模型不确定性的非线性系统路径输出跟踪和速度独立控制问题.

系统加速度控制通常要比速度控制更复杂, 但加速度的独立控制在很多领域中又是一项关键技术, 首先在实际系统中总是存在执行机构的输出限制和能耗约束等局限, 使得真实系统跟踪路径时的加速度不可能无限大. 其次是一些实际系统需要控制加速度, 例如动力定位船舶进行循迹作业的初始阶段, 需使船速以设定加速度从零平稳地过渡到最大航速<sup>[7]</sup>. 针对此类问题, 文献[8-9]针对车辆的纵向加速度控制问题设计了自抗扰控制器, 实现了车辆纵向

行驶时的加速度控制, 并对外界干扰具有一定鲁棒性, 但其没有讨论同时进行路径跟踪和加速度控制时的问题. 文献[10]讨论了轮式机器人在加速度约束下的路径跟踪控制, 通过在加速度约束条件下规划时间最优轨线解决了此问题. 文献[11]研究了无人航天器的飞行机动问题, 采用外环控制回路完成路径跟踪任务, 利用极点配置方法设计了内环纵向和法向加速度控制回路, 实现了几何路径跟踪与加速度的独立控制.

本文基于已有研究成果, 针对一类严格反馈形式二阶非线性多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)系统的输出跟踪控制问题, 设计了一种可以使系统同时跟踪期望路径和期望加速度的控制策略, 并能够根据工程需求在线实时改变期望加速度. 首先引入一个几何路径变量 $\theta$ , 用以生成期望轨迹 $y_d(\theta(t))$ 代替常规期望轨迹 $y_d(t)$ , 并对系统跟踪加速度进行规划. 然后定义了路径跟踪和加速度规划控制任务. 针对路径跟踪控制, 将二阶系统的控制项求导, 得到一个新的三阶增广系统. 对该增广系统利用反馈线性化技术设计控制律, 使增广系统输出渐近跟踪期望路径, 该控制律即作为原二阶系统的几何路径跟踪动态控制律. 针对加速度规划任务: 设计梯度更新律使加速度误差收敛于零, 并通过调节期望加速度实现了对于定常速度控制. 最后通过动力定位船舶的循迹控制仿真, 验证了算法有效性.

## 2 问题描述(Problem statement)

考虑一类具有严格反馈形式的二阶MIMO非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = G_1(x_1)x_2 + f_1(x_1), \\ \dot{x}_2 = G_2(x_1, x_2)\tau + f_2(x_1, x_2), \\ y = h(x_1), \end{cases} \quad (1)$$

其中: 系统状态 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$ ,  $y = h(x_1) \in \mathbb{R}^n$ 为系统输出,  $m$ 和 $n$ 为正整数,  $\tau \in \mathbb{R}^m$ 为控制项; 本文偏导数表示为 $\frac{\partial^i f(x, y)}{\partial x^i} = f^{x^i}$ ;  $h(\cdot)$ 对 $x_1$ 足够光滑, 即 $h^{x^i}(\cdot)$ 存在, 其中 $a$ 为正整数;  $h^{-1}(\cdot)$ 及其对 $x_1$ 的偏导数存在;  $G_i(\cdot)$ ,  $f_i(\cdot)$  ( $i = 1, 2$ )对于 $x_1$ 和 $x_2$ 均足够光滑. 本文控制任务针对形如系统(1)的系统, 加速度规划路径输出跟踪控制任务表述为:

**定义 1** 加速度规划路径输出跟踪控制包括几何路径跟踪任务和加速度规划任务. 期望路径为 $y_d(\theta(t))$ ,  $\theta(t)$ 为路径变量(简称为 $\theta$ ),  $t$ 为时间变量. 几何路径跟踪任务要求系统输出渐近收敛于期望路径

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(\theta)| = 0. \quad (2)$$

期望加速度设为 $\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t)$ , 加速度规划任务要求路

径变量的二阶导数 $\ddot{\theta}$ 渐近收敛于期望加速度

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\ddot{\theta} - \nu_a(\dot{\theta}, \theta, t)| = 0. \quad (3)$$

**假设 1** 期望路径 $y_d(\theta)$ 和偏导 $y_d^\theta(\theta), \dots, y_d^{\theta^3}(\theta)$ 在 $\mathbb{R}^n$ 上存在且一致有界, 期望加速度 $\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t)$ 和其关于 $\dot{\theta}, \theta, t$ 的偏导数均一致有界.

## 3 控制器设计(Controller design)

### 3.1 几何路径跟踪控制律(Geometric path following control law)

将 $y_d(\theta), \nu_a(\dot{\theta}, \theta, t), h(x_1)$ 记作 $y_d, \nu_a, h$ , 根据定义1给出期望状态 $\xi(\dot{\theta}, \theta, t) \in \mathbb{R}^{3n}$ 如下:

$$\xi(\dot{\theta}, \theta, t) = \begin{bmatrix} \xi_1(\dot{\theta}, \theta, t) \\ \xi_2(\dot{\theta}, \theta, t) \\ \xi_3(\dot{\theta}, \theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_d \\ y_d^\theta \dot{\theta} \\ y_d^{\theta^2} \dot{\theta}^2 + y_d^\theta \nu_a \end{bmatrix}. \quad (4)$$

根据上式有

$$\xi_{i+1} = \xi_i^\theta \nu_a + \xi_i^\theta \dot{\theta} + \xi_i^t, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

明显可见, 二阶系统(1)的相对阶为2, 所以系统(1)是可以输入-状态线性化的, 并且可将输出 $y$ 及其各阶导数作为系统的一组新状态变量 $Y = [y^T \quad \dot{y}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$ . 根据系统(1)得到

$$y^T = h, \quad (6a)$$

$$\dot{y}^T = h^{x_1} \dot{x}_1, \quad (6b)$$

$$\ddot{y}^T = h^{x_1^2} (G_1 x_2 + f_1)^2 + h^{x_1} [G_1^{x_1} (G_1 x_2 + f_1) x_2 + G_1 (G_2 \tau + f_2) + f_1^{x_1} (G_1 x_2 + f_1)]. \quad (6c)$$

对系统(1)中控制项求导, 进行扩维得到增广系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = G_1(x_1)x_2 + f_1(x_1), \\ \dot{x}_2 = G_2(x_1, x_2)\tau + f_2(x_1, x_2), \\ \dot{\tau} = u. \end{cases} \quad (7)$$

定义 $u$ 为三阶增广系统(7)的控制项, 针对该系统利用反馈线性化思想<sup>[12-13]</sup>进行控制器的设计. 借鉴式(5)的形式有

$$\xi_4 = \xi_3^\theta \nu_a + \xi_3^\theta \dot{\theta} + \xi_3^t = y_d^{\theta^3} \dot{\theta}^3 + 3y_d^{\theta^2} \dot{\theta} \nu_a. \quad (8)$$

根据式(6)推得

$$y^{(3)} = -\rho(x_1, x_2) + h^{x_1} G_1 G_2 u, \quad (9)$$

其中 $\rho(x_1, x_2)$ 如式(10)所示:

$$\begin{aligned} \rho(x_1, x_2) = & \{h^{x_1^3} x_1^3 + 3h^{x_1^2} x_1 (G_1 x_2 + G_1 \dot{x}_2 + \dot{f}_1) + \\ & h^{x_1} [G_1^{x_1^2} x_1^2 x_2 + G_1^{x_1} (G_1 x_2 + G_1 \dot{x}_2 + \\ & \dot{f}_1) x_2 + 2G_1 \dot{x}_2 + G_1 (G_2 \tau + \dot{f}_2) + \\ & f_1^{x_1^2} x_1^2 + f_1^{x_1} (G_1 x_2 + G_1 \dot{x}_2 + \dot{f}_1)]\}, \quad (10) \\ & \dot{G}_1 = G_1^{x_1} x_1, \dot{f}_1 = f_1^{x_1} x_1, \end{aligned}$$

$$\dot{G}_2 = G_2^{x_1} \dot{x}_1 + G_2^{x_2} \dot{x}_2, \quad \dot{f}_2 = f_2^{x_1} \dot{x}_1 + f_2^{x_2} \dot{x}_2,$$

$x_1$ 和 $x_2$ 形式如系统(1)中所示. 定义路径跟踪误差为  $z = Y - \xi$ , 选取控制律如下:

$$u = G_2^{-1} G_1^{-1} (h^{x_1})^{-1} [\rho(x_1, x_2) + v + \xi_4], \quad (11)$$

其中  $v = -Kz$  为比例控制项,  $K$  为

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T \in \mathbb{R}^{n \times 3n}, \quad (12)$$

$$k_i = \text{diag}\{k_{1i}, \dots, k_{ni}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad i=1, 2, 3. \quad (13)$$

控制律(11)为针对增广系统(7)的几何路径跟踪控制律, 将其改写为针对原系统(1)的动态控制律为

$$\dot{\tau} = G_2^{-1} G_1^{-1} (h^{x_1})^{-1} [\rho(x_1, x_2) + v + \xi_4]. \quad (14)$$

至此完成了针对定义1中几何路径跟踪任务控制器的设计.

### 3.2 加速度规划更新律(Acceleration assignment update law)

本小节针对定义1中的加速度规划任务设计控制器. 根据式(5)得

$$\begin{cases} \dot{y} = \dot{y} - \xi_2 + \xi_1^\theta \nu_a + \xi_1^\theta \dot{\theta} + \xi_1^t, \\ \ddot{y} = \ddot{y} - \xi_3 + \xi_2^\theta \nu_a + \xi_2^\theta \dot{\theta} + \xi_2^t. \end{cases} \quad (15)$$

将式(11)代入式(9)得到

$$y^{(3)} = -Kz + \xi_4. \quad (16)$$

综上得到的状态方程如下:

$$\dot{Y} = A(Y - \xi) + \xi^\theta \nu_a + \xi^\theta \dot{\theta} + \xi^t, \quad (17)$$

$A$ 阵表示为

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为单位阵. 期望状态  $\xi$  的导数为

$$\dot{\xi} = \xi^\theta \ddot{\theta} + \xi^\theta \dot{\theta} + \xi^t. \quad (19)$$

综上, 将式(17)转化为误差系统状态方程为

$$\dot{z} = Az + \xi^\theta \omega_a, \quad (20)$$

其中  $\omega_a$  为加速度跟踪误差

$$\omega_a = \nu_a(\dot{\theta}, \theta, t) - \ddot{\theta}. \quad (21)$$

选取Lyapunov函数为

$$V(Y, \dot{\theta}, \theta, t) = z^T Pz = (Y - \xi)^T P(Y - \xi) \geq 0, \quad (22)$$

选取  $P$  为正定对称阵, 使得  $PA + A^T P = -Q$ , 其中  $Q$  为正定对称阵. 对  $V$  沿系统(17)求导有

$$\begin{aligned} \dot{V}(Y, \dot{\theta}, \theta, t) = & V^Y \dot{Y} + V^\theta \ddot{\theta} + V^\theta \dot{\theta} + V^t = \\ & 2(Y - \xi)^T P[A(Y - \xi) + \xi^\theta \ddot{\theta} + \end{aligned}$$

$$\xi^\theta \dot{\theta} + \xi^t] + V^\theta \ddot{\theta} + V^\theta \dot{\theta} + V^t. \quad (23)$$

根据式(17)和式(22)有

$$\begin{cases} V^Y \xi^t = -V^t, \\ V^Y \xi^\theta = -V^\theta, \\ V^Y \xi^\theta = -V^\theta. \end{cases} \quad (24)$$

代入式(23)得到

$$\dot{V} = -(Y - \xi)^T Q(Y - \xi) - V^\theta \omega_a, \quad (25)$$

$\dot{V}$  中非负定项为  $-V^\theta \omega_a$ , 针对加速度误差  $\omega_a$  设计梯度更新律为

$$\omega_a = \mu V^\theta = -2\mu z^T P \xi^\theta, \quad (26)$$

其中常增益  $\mu \geq 0$ , 使得

$$\dot{V} = -z^T Qz - \mu(V^\theta)^2 \leq 0. \quad (27)$$

**注 1**  $\mu = 0$  时, 加速度误差  $\omega_a \equiv 0$ . 此时  $\theta$  对于期望路径的规划作用将消失, 定义1中的式(2)将被下式替代:

$$y(t) = y_d(\theta(t)).$$

加速度和路径控制从各自独立的控制任务变为统一的控制任务.

设系统期望速度为常值  $\nu_s$ , 速度跟踪误差定义为  $\omega_s = \nu_s - \dot{\theta}$ , 设在  $T$  时刻有下式成立:

$$\nu_s - \dot{\theta}(T) = \omega_s(T) = 0. \quad (28)$$

设  $t_1 = \inf(T)$ , 对  $\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t)$  给出如下限制, 以实现定常速度控制:

$$\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t) \equiv 0, \quad \forall t \geq t_1. \quad (29)$$

## 4 稳定性分析(Stability analysis)

综合式(20)–(21)和式(26)得到闭环误差系统

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \xi^\theta \nu_a, \\ \ddot{\theta} = \nu_a(\dot{\theta}, \theta, t) - \omega_a, \\ \omega_a = -2\mu z^T P \xi^\theta. \end{cases} \quad (30)$$

定义非紧致集合  $\mathcal{M} = \{(z, \theta, \dot{\theta}, t) : z = 0\}$ , 向量  $x$  到集合  $\mathcal{M}$  的距离定义为  $|x|_{\mathcal{M}} = \inf_{y \in \mathcal{M}} |x - y|$ .

**定义 2** 考虑时变系统

$$\dot{x} = f(x, t), \quad (31)$$

$x(t)$  是基于初始时刻  $T_{\min}(x_0) < t_0 < T_{\max}(x_0)$  和初始状态  $x_0 = x(t_0)$  的  $t$  时刻方程的解.  $x(t)$  在  $T_{\min}(x_0) < t_0 < T_{\max}(x_0)$  区间内都存在, 即方程(31)在以上区间内有解. 如果解的存在区间上界  $T_{\max}(x_0)$  满足  $T_{\max}(x_0) \rightarrow \infty$ , 则系统(31)是正向完备的<sup>[14]</sup>.

**引理 1** 针对形式如下的互联系统:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_1 = g_1(\alpha_1, \alpha_2), \\ \dot{\alpha}_2 = g_2(\alpha_1, \alpha_2), \end{cases} \quad (32)$$

对于每一个紧致集合  $\chi \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $\alpha_1 \in \chi$  和  $\forall \dot{\theta} \in \mathbb{R}$ , 存在  $L > 0$  和  $c > 0$  使得

$$|g_2(\alpha_1, \alpha_2)| \leq L|\alpha_2| + c, \quad (33)$$

并且存在函数  $V: \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}^+$  和  $\mathcal{K}_\infty$  函数  $\beta_i (i = 1, 2, 3)$  使得下式成立:

$$\beta_1(|\alpha_1|_{\mathcal{M}}) \leq V(\alpha_1, \alpha_2) \leq \beta_2(|\alpha_1|_{\mathcal{M}}), \quad (34)$$

$$\dot{V}(\alpha_1, \alpha_2) \leq -\beta_3(|\alpha_1|_{\mathcal{M}}). \quad (35)$$

则系统(32)对于正向不变集  $\mathcal{M}$  是UGAS的<sup>[15]</sup>.

**定理 1** 集合  $\mathcal{M}$  对于闭环误差系统(30)是UGAS的,  $\omega_a$  收敛于零.

**证** 加速度期望  $\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t)$  可能是一个显含时间的函数, 这将使得系统(30)成为一个非自治系统, 定义  $p$  为

$$p(0) = t_0, p(t) = t + t_0. \quad (36)$$

此时将式(30)看作一个形如式(32)的互联系统

$$\begin{cases} \alpha_1 = z, \\ \alpha_2 = [\dot{\theta} \ p]^T, \\ g_1(\alpha_1, \alpha_2) = Az + \xi^{\dot{\theta}} \nu_a, \\ g_2(\alpha_1, \alpha_2) = [\nu_a(\dot{\theta}, \theta, t) - \omega_a \ 1]^T. \end{cases} \quad (37)$$

根据假设1,  $\xi^{\dot{\theta}}$  有界, 使得对于一个紧致集中的任意  $z$ ,  $\omega_a = -2\mu z^T P \xi^{\dot{\theta}}$  是有界的, 根据文献[16]对于信号有界的描述, 此时存在  $L > 0$  和  $c > 0$  使得

$$\|g_2(\alpha_1, \alpha_2)\|_2^{0.5} \leq L|\alpha_2| + c. \quad (38)$$

根据式(22)和式(27)可知Lyapunov函数  $V(z, \theta, \dot{\theta}, p)$  及其导数满足

$$\lambda_{\min}(P)|(z, \theta, \dot{\theta}, t)|_{\mathcal{M}}^2 \leq V \leq \lambda_{\max}(P)|(z, \theta, \dot{\theta}, t)|_{\mathcal{M}}^2, \quad (39)$$

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q)|(z, \theta, \dot{\theta}, t)|_{\mathcal{M}}^2. \quad (40)$$

根据引理1得到  $\mathcal{M}$  对于闭环误差系统(30)是UGAS的. 又因为  $\xi^{\dot{\theta}}$  有界得到

$$z \rightarrow 0 \Rightarrow \omega_a = -2\mu z^T P \xi^{\dot{\theta}} \rightarrow 0,$$

路径跟踪误差  $z$  渐近稳定于平衡点, 加速度误差  $\omega_a$  渐近收敛于零, 表示定义1中的式(2)-(3)成立, 即根据控制律(14)和式(26)可以完成定义1中给出的控制任务.

根据定理1证明过程知  $\omega_a$  是随  $z$  收敛的, 所以加速度控制效果直接由路径跟踪控制效果决定, 对于存在外界干扰的情况, 路径跟踪控制器如果能较好的对其进行补偿, 就可以保证加速度控制的鲁棒性.

**定理 2** 误差系统(30)在期望加速度限制式(29)作用下速度跟踪误差  $\omega_s$  是有界的.

**证** 根据向量到集合  $\mathcal{M}$  距离的定义知

$$|(z, \theta, \dot{\theta}, t)|_{\mathcal{M}}^2 = \inf(|z|^2). \quad (41)$$

根据式(39)和式(40)得到

$$\dot{V} \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} V. \quad (42)$$

由文献[16]引理3.4得

$$V \leq V_0 \exp\left[-\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}(t - t_0)\right], \quad (43)$$

其中  $V_0$  为初始时刻  $t_0$  的Lyapunov函数值, 因此

$$\begin{aligned} \|z\|_2 &\leq \left(\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{0.5} \|z(t_0)\|_2 \cdot \\ &\exp\left[-\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}(t - t_0)\right]. \end{aligned} \quad (44)$$

根据式(26), 在  $t \geq t_1$  时,  $\omega_a^2$  可以写为

$$\begin{aligned} \omega_a^2 &= 4\mu^2(\xi^{\dot{\theta}})^T P^T z z^T P \xi^{\dot{\theta}} \leq \\ &4\mu^2 \chi(\xi^{\dot{\theta}})^T P^T \|z(t_1)\|_2 P \xi^{\dot{\theta}}, \end{aligned} \quad (45)$$

其中

$$\chi = \left(\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{0.5} \exp\left[-\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}(t - t_1)\right]. \quad (46)$$

对式(45)开方并求积分:

$$|\omega_a| \leq \chi^{0.5} |\omega_a(t_1)|, \quad (47)$$

$$\left| \int_{t_1}^{\infty} \omega_a dt \right| \leq \int_{t_1}^{\infty} |\omega_a| dt \leq$$

$$|\omega_a(t_1)| \int_{t_1}^{\infty} \chi^{0.5} dt =$$

$$|\omega_a(t_1)| \left(\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{0.25} \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)}. \quad (48)$$

$\dot{\theta}$  为

$$\dot{\theta} = \int_{t_1}^{\infty} \ddot{\theta} dt = \nu_s + \int_{t_1}^{\infty} (0 - \omega_a) dt = \nu_s - \omega_s. \quad (49)$$

对速度误差界进行估计:

$$|\omega_s| = |\nu_s - \dot{\theta}| = \left| \int_{t_1}^{\infty} \omega_a dt \right| \leq \int_{t_1}^{\infty} |\omega_a| dt =$$

$$|\omega_a(t_1)| \left(\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{0.25} \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)}, \quad (50)$$

所以在式(29)的限定下  $\nu_s$  是有界的, 上式给出了误差界的估计值, 定理2得证.

### 5 仿真结果及分析(Simulation results and analysis)

针对动力定位船舶循迹控制进行仿真. 建立水平面三自由度大地坐标系  $NOE$  和船舶随体坐标系  $xoy$ ,  $xoy$  相对于  $NOE$  的速度为  $\nu = [u \ v \ r]^T$ , 船舶在  $NOE$  坐标系中的位置和艏向为  $\eta = [n \ e \ \psi]^T$ , 所研究船体左右对称,  $xoy$  坐标系原点选于船体重心处, 如图1所示.

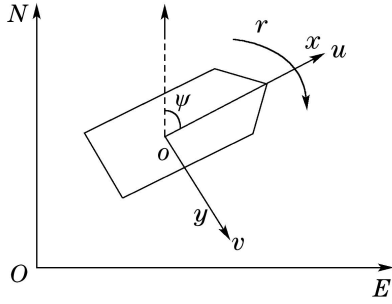


图 1 大地与船体坐标系

Fig. 1 Earth fixed and body fixed frame

根据文献 [17], 船舶低频运动学和动力学方程如下:

$$\dot{\eta} = R(\psi)\nu, \quad (51a)$$

$$M\dot{\nu} = \tau - D\nu, \quad (51b)$$

其中坐标系转换矩阵  $R(\psi)$  为

$$R(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (52)$$

式(51b)中  $M, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  分别为船体惯性矩阵、线性水阻尼矩阵, 并且  $M = M^T > 0, D > 0. \tau \in \mathbb{R}^3$  为控制量. 仿真中船舶水动力系数基于文献 [17]:

$$M = 10^6 \times \begin{pmatrix} 5.3122 & 0 & 0 \\ 0 & 8.2831 & 0 \\ 0 & 0 & 3.7454 \times 10^3 \end{pmatrix},$$

$$D = 10^4 \times \begin{pmatrix} 5.0242 & 0 & 0 \\ 0 & 27.229 & -439.33 \\ 0 & -439.33 & 41894 \end{pmatrix}.$$

动力定位船舶循迹的期望路径设为一条直线:

$$\begin{cases} \eta_d = [n_d \ e_d \ \psi_d]^T, \\ n_d = k_{d1}\theta, \ e_d = k_{d2}\theta, \\ \psi_d = \arctan \frac{n_d}{e_d}, \end{cases}$$

其中常数  $k_{d1} > 0, k_{d2} \geq 0$ . 船舶航行速度  $U(t)$  和加速度  $A(t)$  的表达式如下:

$$U(t) = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad A(t) = \dot{U}(t).$$

设  $A_d(t)$  是船舶的真实期望加速度, 其与算法中期望加速度  $\nu_a$  的转化关系如下:

$$\nu_a = \frac{\sqrt{(n_d^\theta)^2 + (e_d^\theta)^2} A_d(t) - [(n_d^\theta)^2 + (e_d^\theta)^2] |\dot{\theta}|}{(n_d^\theta)^2 + (e_d^\theta)^2}.$$

仿真时间  $t = 120$  s, 船舶期望加速度设为

$$A_d(t) = \begin{cases} 0.05 \text{ m/s}^2, & U(t) < U_d = 2 \text{ kN}, \\ 0 \text{ m/s}^2, & U(t) \geq U_d = 2 \text{ kN}, \end{cases}$$

其中  $U_d$  为船舶期望速度.

仿真结果如图 2-5 所示. 船体北东位置和艏向角

的仿真曲线如图 2-3 所示, 反馈线性化控制策略使得船体的位置和艏向角约在 20 s 的时间内就收敛于直线型期望路径上, 艏向角根据设定指向路径切向方向. 由图 4 可知  $\dot{\theta}$  依据所设计的梯度更新律收敛于算法中的期望加速度  $\nu_a$ , 并且间接地实现了  $\dot{\theta}$  的调节, 而  $\theta$  作为期望路径的参数将会以一定的加速度(或速度)规划路径上的期望运动状态. 图 5 给出船舶进行路径跟踪时的真实加速度误差  $A_e$  和真实速度误差  $U_e$ , 当改变期望加速度时,  $A_e$  可以很快收敛到零, 表征了加速度控制具有很好的动态指标. 将期望加速度设为零后,  $U_e$  也几乎收敛于零, 表明算法可以实现定常速度控制. 根据图 4-5 可知对变量  $\theta$  及其各阶导数进行规划可以实现对船体运动状态的控制.

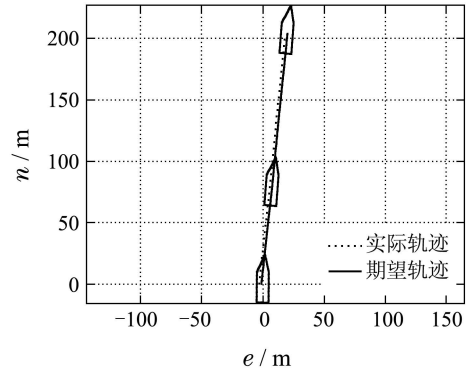


图 2 船舶位置和期望路径

Fig. 2 Vessel position and desired path

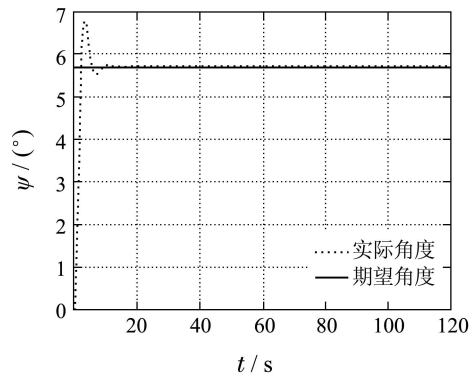
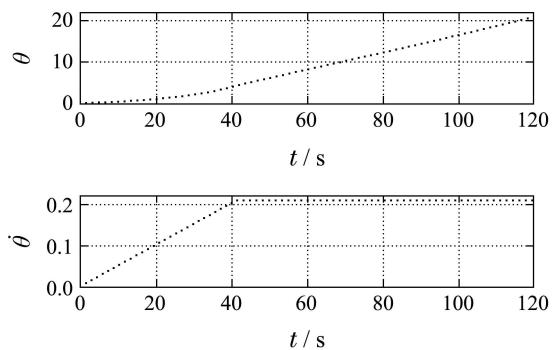


图 3 船舶艏向角响应曲线

Fig. 3 Time response of vessel heading



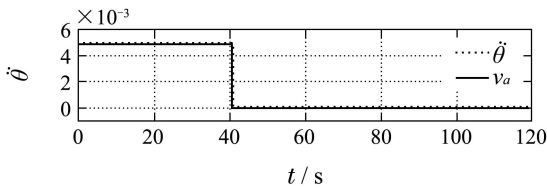


图4 期望路径参数响应曲线

Fig. 4 Time response of path variable

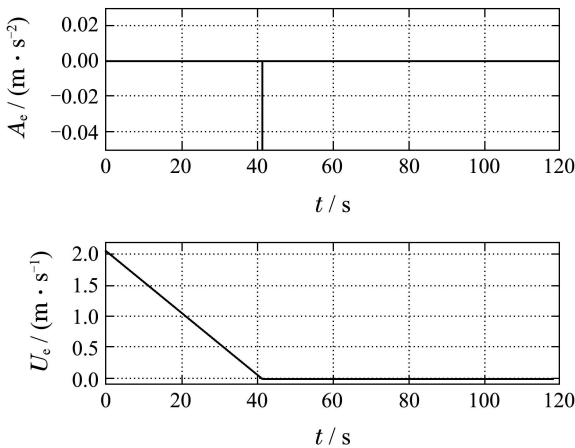


图5 船舶加速度误差和速度误差

Fig. 5 Errors of vessel acceleration and speed

## 6 结论(Conclusion)

针对一类严格反馈形式二阶MIMO非线性系统带有加速度规划的输出跟踪控制问题, 本文提出了一种路径和加速度控制器设计方法. 引入一个代替时间的路径变量规划期望加速度, 基于反馈线性化思想设计了路径跟踪动态控制律. 利用误差系统的Lyapunov函数设计梯度更新律, 完成加速度控制. 所设计的控制器可以使系统在不改变期望路径的情况下, 实时改变期望加速度, 实现系统对期望路径和加速度的同时控制, 又能通过调节期望加速度间接达到定常速度控制的效果. 将本文提出的方法应用于动力定位船舶的循迹跟踪控制, 结果表明该方法可以很好的实现路径和运动状态的同时跟踪, 而且控制器设计过程简洁, 有着广泛的应用前景.

## 参考文献(References):

- [1] 周火凤, 马保离, 宋丽辉, 等. 离轴式带拖车移动机器人的路径跟踪控制[J]. 自动化学报, 2010, 36(9): 1272 – 1278.  
(ZHOU Huofeng, MA Baoli, SONG Lihui, et al. Path following control of tractor-trailers with off-axle hitching [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(9): 1272 – 1278.)
- [2] 马克茂, 赵辉. 一类多执行机构系统的滑模控制设计及其应用[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(4): 556 – 560.  
(MA Kemao, ZHAO Hui. Sliding modes control design for a class of systems with multiple actuators and its applications [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(4): 556 – 560.)

- [3] SKJETNE R, FOSSEN T I, KOKOTOVIC P V. Robust output maneuvering for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2004, 40(3): 373 – 383.
- [4] SKJETNE R, FOSSEN T I, KOKOTOVIC P V. Adaptive output maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory [J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 289 – 298.
- [5] 魏春玲, 武玉强. 不确定非线性系统的自适应输出机动控制[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(3): 427 – 432.  
(WEI Chunling, WU Yuqiang. Adaptive output maneuvering control of uncertain nonlinear systems [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(3): 427 – 432.)
- [6] 周颖, 臧强. 多输入多输出不确定非线性系统的输出反馈自适应机动控制[J]. 物理学报, 2009, 58(11): 7565 – 7572.  
(ZHOU Ying, ZANG qiang. Output feedback adaptive maneuvering for multi-input multi-output uncertain nonlinear systems [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(11): 7565 – 7572.)
- [7] TANNURI E A, MORISHITA H M. Experimental and numerical evaluation of a typical dynamic positioning system [J]. *Applied Ocean Research*, 2006, 28(2): 133-146.
- [8] 李贻斌, 阮久宏, 刘鲁源, 等. 车辆纵向加速度自抗扰控制[J]. 山东大学学报(工学版), 2008, 38(4): 1 – 10.  
(LI Yibin, RUAN Jiahong, LIU Luyuan, et al. Vehicle longitudinal acceleration control based on ADRC [J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2008, 38(4): 1 – 10.)
- [9] 阮久宏, 杨福广, 李贻斌. 车辆加速度自抗扰控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(9): 1189 – 1194.  
(RUAN Jiahong, YANG Fuguang, LI Yibin. Active disturbance-rejection control in vehicle acceleration [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1189 – 1194.)
- [10] 曹洋, 方帅, 徐心和. 加速度约束条件下的非完整机器人运动控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(2): 193 – 196.  
(CAO Yang, FANG Shuai, XU Xinhe. Motion control of nonholonomic mobile robot under acceleration constraints [J]. *Control and Decision*, 2006, 21(2): 193 – 196.)
- [11] PEDDLE I K. *Acceleration based manoeuvre flight control system for unmanned aerial vehicles* [D]. Stellenbosch: Stellenbosch University, 2008: 48 – 70.
- [12] NIELSEN C, FULORD C, MAGGIORE M. Path following using transverse feedback linearization: application to a maglev positioning system [J]. *Automatica*, 2010, 46(3): 585 – 590.
- [13] TALL I A. State and feedback linearization of single-input control systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(7): 429 – 441.
- [14] LIN Y, SONTAG E D, WANG Y. A smooth converse Lyapunov theorem for robust stability [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1996, 34(1): 124 – 160.
- [15] SKJETNE R. *The maneuvering problem* [D]. Trondheim Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2005: 201 – 218.
- [16] KHALIL H. *Nonlinear Systems* [M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall Press, 2002: 73 – 130.
- [17] FOSSEN T I. *Marine Control Systems* [M]. Trondheim: Tapir Trtkkeri Press, 2002: 49 – 115.

## 作者简介:

谢文博 (1985–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为船舶运动控制, E-mail: danielhrbeu@163.com;

付明玉 (1964–), 女, 博士生导师, 目前研究方向为船舶运动控制, E-mail: fumingyu@hrbeu.edu.cn;

施小成 (1957–), 男, 博士生导师, 目前研究方向为船舶运动控制, E-mail: shixiaocheng@hrbeu.edu.cn.