

不完全量测下估计误差协方差与传感器精度上-下确界的关系

胡振涛, 李松[†], 刘先省, 李捷

(河南大学 图像处理与模式识别研究所, 河南 开封 475004)

摘要: 在不完全量测下估计系统状态时, 状态的稳态误差协方差与各个传感器精度指标有关. 今提出一种新算法. 可以根据估计误差协方差确定出传感器精度的上-下确界. 算法根据稳态卡尔曼滤波的估计误差协方差表达式, 推出传感器探测概率以及量测噪声方差指标的容差, 并结合线性矩阵不等式求出传感器量测噪声方差的上-下界. 根据这些结果, 可以对给定的估计误差协方差, 采用传感器精度指标的下界, 从而在满足其他工程要求的前提下, 放宽采样频率, 降低传感器成本.

关键词: 状态估计; 传感器精度; 不完全量测; 方差约束
中图分类号: TP391 **文献标识码:** A

Infimum-supremum of sensor accuracy versus estimation error covariance in intermittent observations

HU Zhen-tao, LI Song[†], LIU Xian-xing, LI Jie

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng Henan 475004, China)

Abstract: In estimating system states in intermittent observations, the steady-state error covariance depends on the precision of sensors. We propose a novel algorithm for determining the required infimum-supremum of sensor accuracy based on the given estimation error covariance in intermittent observations. Starting from the estimation error covariance expressions of the steady-state Kalman filter; this algorithm determines the sensor detection probability and the admissible upper bound of the measurement noise covariance by using the linear matrix inequality. According to these results, the infimum requirement for sensor accuracies may be adopted under the given the estimation error covariance, thus relaxing the requirements of sampling frequency and reducing the costs of measuring equipment as long as other engineering requirements are satisfied.

Key words: state estimation; sensor accuracy; intermittent observations; covariance constraint

1 引言(Introduction)

在实际应用领域中, 由于障碍物遮挡、恶劣气象环境影响、传感器故障以及环境中一些不确定因素影响, 造成传感器的漏测、错测以及通信大延迟, 这种现象被称为不完全量测现象, 具体表现为量测数据中存在一些严重影响跟踪性能的异常数据. 此时, 量测数据为正常数据的概率被称为传感器探测概率 λ , 在 $\lambda < 1$ 的情况下, 目标状态估计问题即转变为不完全量测下的状态估计问题. 近年来, 针对此类问题国内外相关领域的学者开展了深入研究. Craig等研究了数据存在不规则缺失情况下的状态估计问题^[1]. 王国宏等基于最小均方差给出了不完全测量下的一个递归估计器^[2]. Sinopoli等给出了不完全量测下的卡尔曼滤波的相关结果, 研究了滤波收敛的临界探测率和估计误差协方差的上-下界问

题^[3]. Boers等则讨论了不完全测量下的最优估计问题^[4]. 许志刚等研究了离散系统修正Riccati差分方程(MRDE)与数据丢失位置之间的关系, 并进一步研究了不完全量测下滤波方差的期望收敛性问题, 进而设计了一种新的滤波器, 使得模型容许的系统噪声强度尽可能大^[5-6]. Nakamori等提出了利用协方差阵设计给定条件的次优滤波算法^[7]. Feng等设计出不完全量测下迭代鲁棒滤波器^[8]. 综合以上文献, 目前对不完全量测问题的研究主要集中于该状况下的系统建模、滤波器设计和估计精度指标的提升等问题, 而对于不完全量测下滤波参数约束滤波问题的研究与探索, 国内外文献相对较少.

基于以上分析, 本文针对传感器信息融合系统中量测不完全的情况, 在卡尔曼滤波算法框架下, 以估计误差协方差上界为约束条件, 结合线性不等

收稿日期: 2012-05-01; 收修改稿日期: 2012-10-30.

[†]通信作者. Tel.: +86 15890982073.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972119, 61170243); 河南省科技人才创新项目资助项目(114100510001); 河南省基础与前沿技术研究计划资助项目(132300410148); 河南省教育厅科学技术研究重点资助项目(13A413066).

式(linear matrix inequality, LMI)方法, 提出求取系统容许量测噪声方差上界的算法, 进而研究了该约束下容许量测噪声方差与传感器探测概率的关系. 由于量测噪声方差和传感器探测概率均表征了传感器精度, 因而对工程应用中传感器精度选取具有重要的现实意义.

2 问题描述(Problem description)

考虑下列不完全量测下的线性系统状态方程:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(T)\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = d_k \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (2)$$

其中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为 k 时刻的目标的状态向量, $\mathbf{F}(T)$ 为采样间隔为 T 的适维状态转移矩阵, 过程噪声 $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是均值为 0 和方差为 \mathbf{Q} 的高斯白噪声向量, $\mathbf{Z}_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 是传感器在 k 时刻的量测向量, \mathbf{H}_k 为测量矩阵, 量测噪声向量服从高斯分布, 均值为 0、方差为 \mathbf{R} . d_k 是取值为 0 或者 1 的离散随机变量, $d_k = 1$ 表示传感器量测到完整数据信号, $d_k = 0$ 表示量测数据信号异常. 探测概率 λ 表示传感器获得正确量测数据的概率, 满足 $P\{d_k = 1\} = \lambda$. 在不完全量测下, 对于某一时刻量测异常, 即当 $d_{k+1} = 0$ 时, 采用卡尔曼滤波算法, 当前时刻状态估计表达式为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \mathbf{F}(T)\hat{\mathbf{x}}_{k|k}. \quad (3)$$

考虑该时刻量测正常, 即当 $d_{k+1} = 1$ 时, 状态估计表达式则需要修正为以下形式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} &= \mathbf{F}(T)\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + d_{k+1}\mathbf{K}_{k+1} \\ &(\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{F}(T)\hat{\mathbf{x}}_{k|k}). \end{aligned} \quad (4)$$

进而, 估计误差表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} &= (\mathbf{I} - d_{k+1}\mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1})\mathbf{F}(T)\hat{\mathbf{x}}_k + \\ &(\mathbf{I} - d_{k+1}\mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1}) - \\ &d_{k+1}\mathbf{K}_{k+1}\mathbf{v}_{k+1}. \end{aligned} \quad (5)$$

针对 $d_{k+1} = 0$ 不同取值, 结合 Kalman 滤波形式可得到其估计误差协方差阵满足下面等式:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1|k+1} &= (1 - d_{k+1})(\mathbf{F}(T)\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}(T)^T + \mathbf{Q}) + \\ &d_{k+1}[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1}) \cdot \\ &(\mathbf{F}(T)\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}(T)^T + \mathbf{Q}) \cdot \\ &(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1})^T + \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{R}\mathbf{K}_{k+1}^T]. \end{aligned} \quad (6)$$

为了方便研究统计意义下卡尔曼滤波稳态估计误差协方差的性质, 构造以下函数:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{P}, \mathbf{K}) &= (1 - \lambda)(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) + \\ &\lambda[(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) \cdot \\ &(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})^T + \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{K}^T]. \end{aligned} \quad (7)$$

3 不完全量测估计误差协方差约束下的传感器精度选取策略(Selection strategies of sensor accuracy with the constraint of estimation error covariance in intermittent observations)

3.1 不完全量测情况下传感器精度指标与稳态卡尔曼滤波方差的关系(Relationships between the sensor accuracy index and the covariance of steady Kalman filter in intermittent observations)

引理 1 在不完全量测下, 若存在卡尔曼滤波增益 \mathbf{K} 使得被估计系统渐进稳定, 当且仅当矩阵变量 \mathbf{P} 的不等式

$$\mathbf{P} > \rho(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \quad (8)$$

存在正定解, 相应增益 \mathbf{K} 的稳态协方差矩阵 $\bar{\mathbf{P}}$ 满足 $\bar{\mathbf{P}} = \inf_{\mathbf{P}} \Omega(\mathbf{K})$, 其中: $\Omega(\mathbf{K}) = \{\mathbf{P} | \mathbf{P} > \rho(\mathbf{P}, \mathbf{K}), \mathbf{P} > 0\}$, $\bar{\mathbf{P}}$ 即是不等式 (8) 的解集的下确界, 可通过 $\min\{\text{tr}(\mathbf{P}) | \mathbf{P} \in \Omega(\mathbf{K})\}$ 求取. 由于卡尔曼滤波估计误差协方差最小的特点, 它的稳态估计误差协方差阵 \mathbf{P}_{kal} 对于所有的 $\mathbf{P} \in \Omega(\mathbf{K})$ 均存在 $\mathbf{P}_{\text{kal}} \leq \mathbf{P}$, 即 \mathbf{P}_{kal} 是 $\Omega(\mathbf{K})$ 的下确界^[6].

定理 1 不完全量测下(探测概率 $1 > \lambda > 0$)时, 当被估计系统中采样间隔 T 与系统噪声方差 \mathbf{Q} 固定时, 系统稳态卡尔曼滤波估计误差协方差阵 \mathbf{P}_{kal} 是关于传感器探测概率 λ 的单调递减函数, 即对于不同的传感器探测概率 $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$, 其相应系统估计误差协方差阵 $\mathbf{P}_{\text{kal}1} > \mathbf{P}_{\text{kal}2} > 0$.

证 假设传感器探测概率为 λ_n , 系统稳态估计误差协方差阵为 $\mathbf{P}_{\text{kal}n}$, 且 $\lambda_n > \lambda_{n-1} > \dots > \lambda_1 > 0$,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{kal}n} &= (1 - \lambda_n)(\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}n}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) + \\ &\lambda_n[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{H})(\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}n}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) \cdot \\ &(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{H})^T + \mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{R}\mathbf{K}_{\text{kal}n}^T] = \\ &\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}n}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q} + \lambda_n[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{H}) \cdot \\ &(\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}n}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{H})^T + \\ &\mathbf{K}_{\text{kal}n}\mathbf{R}\mathbf{K}_{\text{kal}n}^T - (\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}n}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})]. \end{aligned} \quad (9)$$

对于卡尔曼滤波, 稳态估计误差协方差小于等于其一步预测估计误差协方差, 即

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}}\mathbf{H})(\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}}\mathbf{H})^T + \\ \mathbf{K}_{\text{kal}}\mathbf{R}\mathbf{K}_{\text{kal}}^T \leq \mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}, \end{aligned} \quad (10)$$

则

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{kal}1} \geq \mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q} + \lambda_2[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}1}\mathbf{H}) \cdot \\ (\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\text{kal}1}\mathbf{H})^T + \\ \mathbf{K}_{\text{kal}1}\mathbf{R}\mathbf{K}_{\text{kal}1}^T - (\mathbf{F}\mathbf{P}_{\text{kal}1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})]. \end{aligned} \quad (11)$$

若上式取等号, 则 $\mathbf{P}_{\text{kal}1}$ 为探测概率 λ_2 下卡尔曼滤波稳态估计误差协方差, 即 $\mathbf{P}_{\text{kal}2} = \mathbf{P}_{\text{kal}1}$; 若取大于号, 由于 $\mathbf{P}_{\text{kal}2}$ 是系统在传感器探测概率 λ_2 下的稳态卡尔曼滤波估计误差协方差, 因而对于不等式

$$\mathbf{P} > (1 - \lambda)(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) + \lambda[(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H}) \cdot (\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})^T + \mathbf{K}\mathbf{R}_2\mathbf{K}^T] \quad (12)$$

的任意解 (\mathbf{P}, \mathbf{K}) , 均有 $\mathbf{P}_{\text{kal}2} < \mathbf{P}$. 又由式(11)–(12)可知 $(\mathbf{P}_{\text{kal}1}, \mathbf{K}_{\text{kal}2})$ 是不等式(12)的一组解, 可得 $\mathbf{P}_{\text{kal}2} < \mathbf{P}_{\text{kal}1}$. 综上所述, 系统的稳态卡尔曼滤波估计误差协方差阵 \mathbf{P}_{kal} 是关于传感器探测概率 λ 的单调递减函数, 在其他参数不改变的情况下二者负相关.

推论 1 不完全量测下, 当被估计系统中采样间隔 T 与系统噪声方差 \mathbf{Q} 固定时, 系统稳态卡尔曼滤波估计误差协方差阵 \mathbf{P}_{kal} 与系统量测噪声方差 \mathbf{R} 正相关.

综合上述结论可以得出, 不完全量测下, 误差方差 \mathbf{P}_{kal} 约束下的传感器探测概率 λ 的与传感器量测噪声方差 \mathbf{R} 成正比. 在实际工程中, 被估计系统量测噪声方差和传感器探测概率均依赖于传感器精度指标. 针对上述两个参数, 在不完全量测下, 定理及推论指出了稳态卡尔曼滤波的估计误差协方差与探测概率以及量测噪声方差的关系.

3.2 不完全量测情况估计误差协方差约束下的传感器精度确界算法(The novel inf-supremum algorithm of sensor accuracy with the constraint of estimation error covariance in intermittent observations)

参考文献[6]给出了求取稳态卡尔曼增益和估计误差协方差的线性不等式约束, 在该约束条件下, 可求取 \mathbf{Y} 极大值 $\max \text{tr}(\mathbf{Y})$ 以及相应的极值点 (\mathbf{Y}, \mathbf{Z}) . 则稳态卡尔曼滤波增益和估计误差协方差分别为 $\mathbf{K}_{\text{kal}} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{Z}, \mathbf{P}_{\text{kal}} = \mathbf{Y}^{-1}$.

理想状态下, 认为传感器精度极高, 被估计系统无量测噪声, 即量测噪声方差 $\mathbf{R} = 0$, 则式(8)可化为 $\mathbf{P} - \{(1 - \lambda)(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}) + \lambda(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})(\mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q})(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})^T\} > 0$. 该状态下, 在LMI不等式

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} > 0$$

约束下求取极大值 $\mathbf{Y}_0 = \max \text{tr}(\mathbf{Y})$ 与对应的极值点 $(\mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0)$, 其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{Y}, \quad 0 < \mathbf{Y} \leq \mathbf{I}, \\ \mathbf{B} &= [\sqrt{1 - \lambda}\mathbf{Y}\mathbf{F}, \sqrt{\lambda}(\mathbf{Y}\mathbf{F} - \mathbf{Z}\mathbf{H}\mathbf{F}), \\ &\quad \sqrt{1 - \lambda}\mathbf{Y}, \sqrt{\lambda}(\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\mathbf{H})], \\ \mathbf{C} &= \mathbf{B}_1^T, \quad \mathbf{D} = \text{diag}\{\mathbf{Y}, \mathbf{Y}, \mathbf{Q}^{-1}, \mathbf{Q}^{-1}\}. \end{aligned}$$

此时, 卡尔曼滤波增益和估计误差协方差分别为

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{Y}_0^{-1}\mathbf{Z}_0, \quad \mathbf{P}_0 = \mathbf{Y}_0^{-1}.$$

由推论1可知: 当放宽对估计误差协方差的约束时, 系统与之对应的容许量测噪声上界也相应提高. 假设给定稳态估计误差协方差上界为对角阵 δ , 则在不等式约束 $\delta \geq \text{diag}\{\mathbf{P}\}$ 下容许的量测噪声方差上界可以直接反应出估计误差协方差约束下传感器精度的选取范围. 定义矩阵 \mathbf{P}_1 与理想状态下稳态估计误差协方差 \mathbf{P}_0 具有相同的非对角线元素, 且满足 $\text{diag}\{\mathbf{P}_1\} = \delta$, \mathbf{P}_{kal} 为符合上界约束的稳态估计误差协方差, 则可利用折半搜索法经过数次迭代找出符合约束的量测噪声方差上界 \mathbf{R} . 具体算法流程如图1所示.

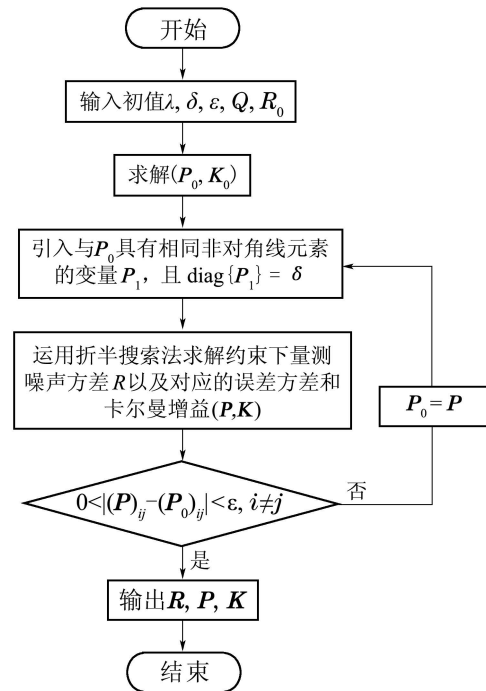


图 1 算法流程

Fig. 1 The flow of algorithm

对于传感器探测概率 λ 的确界问题, 可以采用类似算法, 在其他参数不变的条件下, 先求出探测概率 $\lambda = 1$ 的理想状态下稳态卡尔曼滤波增益与估计误差协方差, 然后求取估计误差协方差上界约束下容许的探测概率下界.

4 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

4.1 模型建立(Model foundation)

为方便讨论不完全量测情况误差方差约束下传感器的精确度确界问题, 采用常用的二阶常速CV模型对状态方程进行表述. 被跟踪目标在笛卡尔直角坐标系内沿X轴做匀速直线运动, 初始位置(1000, 0, 0), 单位为m, X轴方向上的速度为600 m/s, 该仿真

环境下, 目标的运动状态方程和量测方程分别为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(T)\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{Z}_k = d_k\mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \end{cases}$$

其中: $\mathbf{x}_k = [L_{xk} \ V_{xk}]^T$ 为 k 时刻的目标状态向量, L_{xk} 为目标在 X 轴的位置估计, V_{xk} 为目标在 X 轴方向上的速度估计, 采样间隔 $T = 2\text{s}$, 状态转移矩阵

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

过程噪声 \mathbf{w}_k 为具有零均值和正定协方差阵

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} T^3 & T^2 \\ 3 & 2 \\ T^2 & T \end{bmatrix}$$

的高斯白噪声向量. \mathbf{Z}_k 为时刻笛卡尔坐标系下的量测, $\mathbf{H}_k = [1 \ 0]$ 为量测矩阵, \mathbf{v}_k 是高斯分布的量测噪声向量, 量测噪声方差为 \mathbf{R} . 在工程应用中, 可以通过残差检测的方法确定 d_k 的取值^[9], 并且通过蒙特卡洛仿真在统计意义上求取 d_k 的期望, 得到 $\lambda = E(d_k)$.

4.2 算法仿真与分析(Algorithm simulation and analysis)

取不同的传感器探测概率, 结合估计误差协方差约束下的传感器容许量测噪声方差上界算法, 利用LMI约束, 可以计算出在理想状态下(即传感器量测方差的状态)的稳态卡尔曼滤波增益和估计误差协方差, 如表1所示.

表1 理想状态下不同探测概率 λ 对应的滤波估计误差协方差和增益

Table 1 The filter estimation error covariance and gain with different detection probabilities λ

λ	稳态误差协方差 \mathbf{P}_0	稳态增益 \mathbf{K}_0
0.6	$\begin{bmatrix} 2.7230, 0.6026 \\ 0.6026, 0.3519 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2213 \end{bmatrix}$
0.7	$\begin{bmatrix} 1.0652, 0.3022 \\ 0.3022, 0.2525 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2837 \end{bmatrix}$
0.8	$\begin{bmatrix} 0.3804, 0.1379 \\ 0.1379, 0.1758 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.3625 \end{bmatrix}$
0.9	$\begin{bmatrix} 0.1010, 0.0474 \\ 0.0474, 0.1132 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.4691 \end{bmatrix}$

由表1中数据可以得出, 在理想状态下, 随着传感器探测概率 λ 的上升, 系统稳态卡尔曼滤波估计误差协方差将逐渐变小. 且当 λ 趋近于1时, 即量测数据趋近无丢失状态时, 目标跟踪系统状态估计误差最小, 与上述定理的描述相一致. 选取估计误差协方差上界指标 δ 为 \mathbf{P}_0 对角线元素的800倍, 取探测概

率 $\lambda = 0.8$, 采用本文提出的算法, 在约束条件 $\delta = \text{diag}\{304.32, 140.64\}$ 下, 令

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 304.32 & 0.1379 \\ 0.1379 & 140.64 \end{bmatrix},$$

即可求出允许的传感器量测噪声方差上确界 $\mathbf{R} = 1201.3$, 以及其对应的稳态估计误差协方差

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 304.3296 & 16.0705 \\ 16.0705 & 1.7937 \end{bmatrix}.$$

同样条件下, 令传感器量测噪声方差 $\mathbf{R} = 1201.3$, 对该模型进行不完全量测下的卡尔曼滤波, 采用150次蒙特卡洛仿真, 得到结果如图2所示, 验证了新算法的正确性.

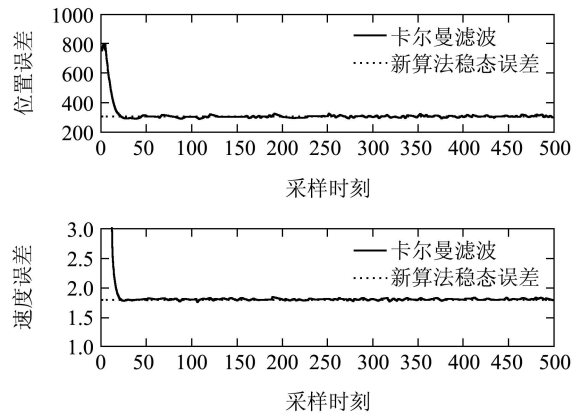


图2 稳态估计误差协方差比较

Fig. 2 The comparison of steady state error covariance

取 $\lambda = 0.7$ 时的稳态估计误差协方差 \mathbf{P}_0 , 指定估计误差协方差上界指标 δ 为上述 \mathbf{P}_0 对角线元素的 m 倍, 分别在探测概率 $\lambda = 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9$ 下仿真求取所对应的量测噪声方差上界, 结果如图3所示.

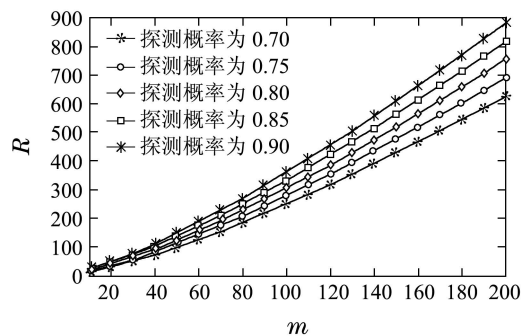


图3 不同估计误差协方差上界指标 δ 约束下探测概率为 λ 的量测噪声方差

Fig. 3 Measurement noise covariance with different upper bound index δ constraints of estimation error covariance in the same detection probability λ

选取估计误差协方差上界指标 δ 为探测概率 $\lambda = 0.5$ 时, \mathbf{P}_0 对角线元素的 m 倍, 仿真求取探测概率 λ 趋

近于1时所对应的量测噪声方差上界,结果如图4所示。

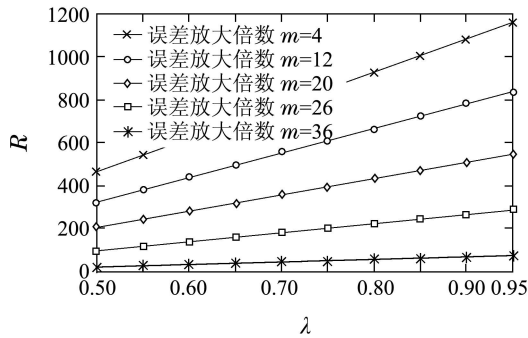


图4 不同探测概率在 δ 不变时对应的容许量测噪声方差
Fig. 4 The admissible measurement noise covariance with different detection probabilities and same δ

图3~4仿真结果表明,在其他参数不变的情况下,扩大估计误差协方差上界约束,对容许量测噪声上界或传感器探测概率的要求也会放宽;指定估计误差协方差上界约束下,容许量测噪声上界与传感器探测概率均正相关。仿真实验结果直观反映出稳态估计误差协方差上界约束与容许最大量测噪声、传感器探测概率的关系,以及稳态估计误差协方差上界约束下这两个参数之间的关系。综上所述,满足估计误差协方差约束条件的滤波器是一个各个指标相容的滤波器集合,因而在实际工程中,可以在综合考虑实际工程要求指标与经费规划的情况下,利用本文算法求解各参数选取范围,并针对具体情况选取合适探测概率和量测精度的传感器。

5 总结(Conclusions)

传感器探测概率、量测误差等因素均影响状态估计误差协方差;在统计意义下,系统稳态估计误差协方差表征了滤波器性能的好坏。因此,在要求的估计误差协方差上界约束下,满足系统中多个性能指标的满意滤波方法具有重大的工程价值。本文结合不完全量测下的卡尔曼滤波理论,针对工程上传感器探测概率小于1的实际问题,提出一种不完全量测下具有估计误差协方差约束的传感器精度确界算法。该算法考虑目标状态估计过程中各个参数的相容问题,并利用线性不等式约束最优化方法求解估计误差协方差约束下的传感器量测精度下界,并讨论了在指定估计误差协方差上界约束下容许量测噪声、传感器探测概率的关系。工程应用中,量测噪声与传感器探测概率是表征传感器性能的重要指标,考虑到外界环境、经济成本等方面的因素,可以采

用本算法依据工程指标需求放宽某个参数的要求,以选取适合量测精度的传感器,对多传感器信息管理领域研究具有一定的应用价值和工程意义。

参考文献(References):

- [1] CRAIG S S, SEILER P. Estimation with lossy measurements: jump estimators for jump systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(12): 2163 – 2171.
- [2] 王国宏, 钟晓军, 朱华邦. 雷达跟踪目标中的非线性滤波技术 [J]. 海军航空工程学院学报, 2004, 19(5): 541 – 545. (WANG Guohong, ZHONG Xiaojun, ZHU Huabang. The nonlinear filtering techniques in radar target tracking [J]. *Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute*, 2004, 19(5): 541 – 545.)
- [3] SINOPOLI B, SCHENATO L, FRANSCESCETTI L M, et al. Kalman filtering with intermittent observations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1453 – 1464.
- [4] BOERS Y, DRIESSEN H. Results on the modified Riccati equation: target tracking applications [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(1): 379 – 384.
- [5] 许志刚, 盛安冬, 郭治. 基于不完全量测下离散线性滤波的修正Riccati方程 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(6): 673 – 677. (XU Zhigang, SHENG Andong, GUO Zhi. The modified Riccati equation for discrete-time linear filtering with incomplete measurements [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 673 – 677.)
- [6] 许志刚, 盛安东. 不完全量测下航迹辨识系统中滤波方差的期望收敛性问题 [J]. 兵工学报, 2010, 31(2): 261 – 267. (XU Zhigang, SHENG Andong. Statistical properties of filtering variance in trajectory identification system with incomplete measurements [J]. *Introducing Journal of China Ordnance*, 2010, 31(2): 261 – 267.)
- [7] NAKAMORI S, CARAZO A H, PEREZ J L. Suboptimal estimation of signals from uncertain observations using approximations of mixtures [J]. *Digital Signal Processing*, 2007, 17(1): 4 – 16.
- [8] FENG J X, WANG Z D, ZENG M. Recursive robust filtering with finite-step correlated process noises and missing measurements [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2011, 30(6): 1355 – 1368.
- [9] 陈黎, 王中许, 汪渤. 不完全量测下基于后验置信度残差检测的光电跟踪滤波器设计 [J]. 电子学报, 2012, 40(5): 941 – 948. (CHEN Li, WANG Zhongxu, WANG Bo. Optic-electric tracking system filter design based on posterior confidence residual test with intermittent observations [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2012, 40(5): 941 – 948)

作者简介:

胡振涛 (1979–), 男, 博士, 副教授, 主要从事复杂系统建模与估计、多源信息融合、非线性滤波的研究, E-mail: hzt@henu.edu.cn;

李松 (1988–), 男, 硕士研究生, 主要从事多源信息融合、最优估计的研究, E-mail: lisonghenu@163.com;

刘先省 (1964–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事多源信息融合、传感器管理的研究, E-mail: liuxianxing@henu.edu.cn;

李捷 (1975–), 男, 博士, 教授, 从事无线传感器网络、信息融合的研究, E-mail: lijie@henu.edu.cn.