

微弱信号混沌检测的自跟踪扫频控制方法

赵文礼^{1†}, 范剑^{2,3}, 吴敏¹, 王万强¹

(1. 杭州电子科技大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310018; 2. 河北工业大学 机械工程学院, 天津 300401;

3. 台州学院 机械工程学院, 浙江 台州 318000)

摘要: 当利用混沌理论进行微弱信号的检测时, 针对不同频率的信号只能分别构建不同的检测系统进行检测, 势必使其检测效率低下. 本文阐述了一种分频段阈值变换的混沌检测方法, 并基于该方法实现了自跟踪扫频检测. 为此, 首先分析了微弱信号混沌检测方法中的变阈值法和定阈值法, 指出了这两种方法的优缺点, 然后提出了分频段阈值变换的混沌检测方法, 并基于该方法开展了微弱信号的自跟踪扫频检测控制的研究, 设计制作了微弱信号自跟踪扫频检测控制电路, 并进行了微弱信号自跟踪扫频混沌检测的实验研究. 结果表明该检测控制系统可以实现噪声背景下的中低频率微弱周期信号的自跟踪扫频检测.

关键词: 混沌理论; 信号检测; 自跟踪扫频控制; 微弱信号; Duffing振子

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Self-tracing-frequency control in weak signal chaotic detection

ZHAO Wen-li^{1†}, FAN Jian^{2,3}, WU Min¹, WANG Wan-qiang¹

(1. School of Mechanical Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018 China;

2. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401 China;

3. School of Mechanical Engineering, Taizhou University, Taizhou Zhejiang 318000 China)

Abstract: Chaotic detection can be applied to extract the weak sinusoidal signal submerged in noise background. However, there are few effective ways to construct the chaotic detection system for detecting a continuous frequency band signal. We elaborate two chaotic detection methods, the fixed-threshold-value method and the floating-threshold-value method, and analyze their advantages and shortcomings. On this basis, we propose the multi-frequency-band threshold-value transform method to deal with the problems existing in the above two mentioned methods, and design the self-frequency-tracing circuitry accordingly. The operation of this circuitry is validated by hardware experiments. Experimental results show that weak medium-low frequency signals can be detected from the background noise by using this method.

Key words: chaos theory; signal detection; self-tracing-frequency; weak signal; Duffing oscillator

1 引言(Introduction)

从强噪声背景中检测微弱的有用信号是工程应用中的重要内容. 所谓微弱信号是指有用信号的幅值相对于噪声十分微弱, 因此也很难检测. 传统的基于线性理论的信号检测方法由于对噪声背景下的输出信噪比难以提高而存在局限性, 尤其对强噪声背景下的微弱信号检测更是受到限制. 然而很多研究表明, 混沌振子对周期小信号具有敏感依赖性, 而对噪声具有免疫性^[1-2], 利用该特性从强噪声背景中提取微弱的周期信号是一种行之有效的方法, 因而引起了人们极大的兴趣.

1995年Haykin利用人工神经网络方法实现了混沌背景噪声中的小信号提取^[3], 谢英慧等人利用混沌系统进行了保密通信方面的应用研究^[4], Wang Guan-Yu

等人利用混沌测量系统实现了白噪声背景下信噪比低至-66 dB的正弦信号的测量, 成功提取了谐波信号^[5-6], 2004年李月、杨宝骏等提出了在有色噪声背景下 nV 级正弦信号、方波信号、周期脉冲信号的混沌测量方法^[7-8]. 文献[9-11]作了基于Duffing振子系统的电路仿真试验研究. 文献[12]开展了微弱信号混沌检测电路的实验研究, 并完成了某些频率的微弱信号检测. 文献[13-15]研究了如何利用混沌控制实现对微弱信号的检测. 但是, 目前更多的研究还处于理论计算和软件仿真阶段. 本文综合分析了这类检测系统, 进一步提出分频段阈值变换的混沌检测方法, 并基于该方法开展了微弱信号的自跟踪扫频检测实验研究, 设计、制作了相应的检测控制系统, 实现了在噪声背景下的中低频段内任意频率微弱周期信号的检测.

2 基于 Duffing 振子的微弱信号混沌检测方法(Methods on detecting weak signal based on Duffing oscillator)

目前, 利用 Duffing 振子检测微弱信号的过程可以描述为混沌系统准备和混沌检测两个阶段. 也就是先选择一个对测量信号敏感的混沌系统, 并调节激励参数使之处于混沌临界状态, 然后加入含噪声的被测信号, 根据系统从混沌到大周期状态的相变响应来判别信号的存在, 若有相变, 则将激励幅值缓慢回调至临界混沌态, 以完成对信号幅值的测量^[12]. 在混沌系统准备阶段, 对于不同频率的检测又有变阈值法和定阈值法两种.

2.1 变阈值法(The floated threshold value method)

取 Duffing 振子原型如式(1)所示:

$$\ddot{x} + k\dot{x} - ax + bx^3 = \gamma \cos(\omega t), \quad (1)$$

式中: k 为阻尼系数, a, b 分别为非线性恢复力的系数, γ 为激励幅值, ω 为激励频率. 由于目前还不能计算出式(1)完整的解析解, 故还无法建立系统混沌阈值与参数之间的关系. 有文献[7]按照 Melnikov 方法求得激励频率与混沌阈值的对应关系, 但也发现该理论值与实际阈值有一定的偏差, 故该法缺乏实用性. 而另一方面, 笔者经过大量的反复电路实验, 发现这二者之间的关系是存在的, 且是具有“稳定再现性”的, 所以笔者根据反复实验分析的结果, 建立了一个“频率-阈值表”来表现 Duffing 方程的频率和阈值变化关系. 当要检测信号中是否含有某个频率时, 就从阈值表中调取该频率对应的混沌阈值来构建混沌系统的临界状态. 笔者依据该实验检测结果将这种阈值随检测频率一起调整的混沌检测方法称为变阈值法.

变阈值法可以实现连续频率的混沌测量, 但它的有效检测频带较窄. 虽然按照 Melnikov 方法求得的阈值有误差, 不过可以用它来分析混沌阈值随频率变化的趋势. 设定方程(1)参数: $k = 0.5, a = 1, b = 1$, 通过 Melnikov 方法求得阈值与激励频率的关系曲线如图 1 所示.

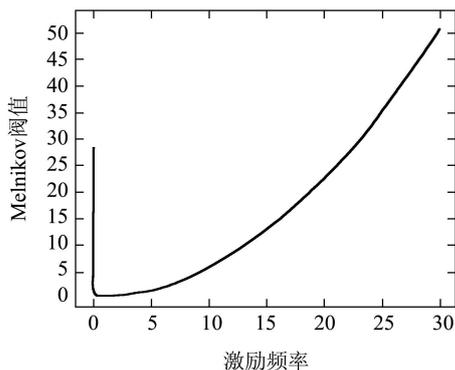


图 1 Melnikov 方法求得阈值与激励频率的关系曲线
Fig. 1 Relation curve between thresholds and frequent of excitation signal derived by Melnikov method

图中的曲线呈先降后升的 V 字型, 最低阈值处的激励频率 $\omega = 1$. 在该点的左侧, 频率越低阈值急剧升高, 而在其右侧附近, 阈值提升较缓, 越远则升高越快, 当激励频率 $\omega > 16$ 时, 阈值将超过 15, 这对基于模拟电路的混沌检测系统而言, 很可能因混沌阈值超出器件的输出电压范围而无法构建高频或低频检测的混沌系统.

2.2 定阈值法(The fixed threshold value method)

将方程(1)通过适当的时间尺度变换, 使激励频率亦能满足尺度变换条件, 且宜于实现多频控制, 而系统原有的全部性质保持不变, 其中包括系统的混沌阈值. 其变换过程如下: 令式(1)中的 $\omega = 1$, 并将其化为一阶二维的非齐次微分方程组

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -ky + ax - bx^3 + \gamma \cos t. \end{cases} \quad (2)$$

再令 $t = \nu\tau$, 即 $x(t) = x(\nu\tau)$, 又令 $x(t) = z(\tau)$, 则

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dz(\tau)}{d\tau} = \frac{dz(\tau)}{d\tau} \times \frac{d\tau}{dt}. \quad (3)$$

由 $\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\nu}$, 故

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{\nu} \times \frac{dz(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{\nu} \times \dot{z}(\tau). \quad (4)$$

由式(4)可推导 $\dot{x}(t)$ 的表达式

$$\dot{x}(t) = \frac{d(\dot{x}(t))}{dt} = \frac{1}{\nu} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dz(\tau)}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\nu^2} \times \ddot{z}(\tau). \quad (5)$$

将式(4)–(5)代入式(1)得

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{z}(\tau)}{\nu^2} + k \cdot \frac{1}{\nu} \times \dot{z}(\tau) - a \cdot z(\tau) + \\ b \cdot z^3(\tau) = \gamma \cos(\nu\tau). \end{aligned} \quad (6)$$

亦即

$$\begin{aligned} \ddot{z}(\tau) = \nu^2 \left(-k \cdot \frac{1}{\nu} \times \dot{z}(\tau) + a \cdot z(\tau) - \right. \\ \left. b \cdot z^3(\tau) + \gamma \cos(\nu\tau) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$\dot{z}(\tau) = \nu \times y, \quad (8)$$

则 $y = \frac{1}{\nu} \times \dot{z}(\tau)$, 从而

$$\dot{y}(\tau) = \frac{1}{\nu} \times \ddot{z}(\tau). \quad (9)$$

再将式(7)代入式(9)并联合式(8)可得状态方程:

$$\begin{cases} \dot{z} = \nu \times y, \\ \dot{y} = \nu(-ky + az - bz^3 + \gamma \cos(\nu t)). \end{cases} \quad (10)$$

可见, 式(2)经时间尺度 ν 的变换后得到式(10), 变换后方程的性质和式(2)是完全一致的, 但激励频率已换成了 ν , 将这一过程称为 Duffing 方程由频率 1 向频率 ν 的尺度变换. 因为变换不改变方程原有性质, 所以变换后的激励频率为 ν 的系统混沌阈值和原系统激励频率为 1 的阈值相等. 比如有某激励频率 ν_i , 根据式(10)构

建混沌系统,那么它的混沌阈值与式(2)激励频率为1的阈值是一致的.这就是实现多频率混沌检测的定阈值法.

虽然经过上述变换解决了多频率检测的阈值问题,但是由式(10)可以看出,对每一个不同的激励频率 ν_i 都需要重新构建与之匹配的不同的混沌系统.这一点在构建混沌电路的检测系统中引发的问题比较突出,因为电路一般是通过电容和电阻来匹配方程(10)中的 ν_i 值,所以每次对一个频率做检测就要进行一次电容或电阻的匹配调整.显然,这只能实现有限个频率的检测,更何况如果考虑元器件精度,各检测频率之间的离散程度就要加大,由此必然影响到检测效果.

2.3 分频段共阈值变换法(The multi-frequency-band threshold value transform method)

上面两种检测方法中,前者的可检测频率是连续的,但有效检测频带较窄,后者的可检测频率是离散的,但能使阈值基本保持不变.如果能将这两种方法的优势结合起来,那么不但可以得到阈值连续,而且能有效检测频带扩宽.笔者经理论、仿真和实验分析,认为这个设想是可行的.为了能更好的阐述清楚本节的内容,此处首先对2.2节推导的结论作一般性延拓.由Duffing方程自频率1向频率 ν 的尺度变换原理,也可以将频率为 λ 的系统(如式(11)所示)变换到另一频率 ω 上去,变换过程不复赘述,其结果如式(12)所示:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -ky + ax - bx^3 + \gamma \cos(\lambda \cdot t), \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{z} = \nu \times y, \\ \dot{y} = \nu(-ky + az - bz^3 + \gamma \cos(\omega t)). \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\nu = \omega/\lambda$,从这个关系可以看出,由式(11)到式(12)是对原频率做了 ν 倍频的尺度变换,系统的性质仍然保持不变.进一步地说,假设有两个连续的激励频段: $\omega_{11} \sim \omega_{1n}$ 和 $\omega_{21} \sim \omega_{2n}$,且这两个频段的关系为: $\omega_{21}/\omega_{11} = \omega_{2n}/\omega_{1n} = \nu$,那么本文可以构建式(12)的混沌系统并以第2频段的频率作为激励,但使用式(11)的混沌阈值,这样一来,两个频段间做变换后可以共用一个频段的混沌阈值;如果还有频段如 $\omega_{31} \sim \omega_{3n}$,且 $\omega_{31}/\omega_{11} = \omega_{3n}/\omega_{1n} = \nu^2$,那么可以构建做 ν^2 倍频的混沌系统,使之和第1频段的性质一致.其他频段以此类推.如果要做到各频段之间无重叠,可用频段首尾的比值来设置频段,比如:设 $\omega = 1 \sim \lambda$ ($\lambda > 1$)为一段,则往后的各频段为 $\lambda \sim \lambda^2$, $\lambda^2 \sim \lambda^3 \dots$.随着频段的展开,各频带宽度也逐渐增大.回顾2.1节的变阈值法检测过程,可以得知在频率段 $\omega = 1 \sim \lambda$ ($\lambda > 1$)与其混沌阈值呈一一对应的关系.进一步地,结合上述的尺度变换处理,可以将频率段 $\omega = \lambda \sim \lambda^2$ 的混沌阈值移回到 $\omega = 1 \sim \lambda$ 上处理,对于更高或更低频率段的操作可依此类推.

考虑到在检测电路中使用定阈值法只能检测有限带宽的连续频率段,在这里本文将电路能有效完成混沌检测的频率段称为基频段,那么经过上面的分析可以将其他频段变换到该基频段上来做测量.这个测量方法称为分频段共阈值变换法.

设置方程(12)的参数为 $k = 0.5$, $a = 1$, $b = 1$,选取基频段为 $\omega = 1 \sim 3$,设 ω 的检测精度为1,选取其他3个频段 $3 \sim 9$, $9 \sim 27$, $27 \sim 81$,通过数值方法获得各频段的阈值如图2(a)所示,把该图的频率对阈值做归一化处理可得到图2(b).由图可以看出通过分频段共阈值变换法,能共用基频段的混沌阈值实现从低频向高频的混沌检测.

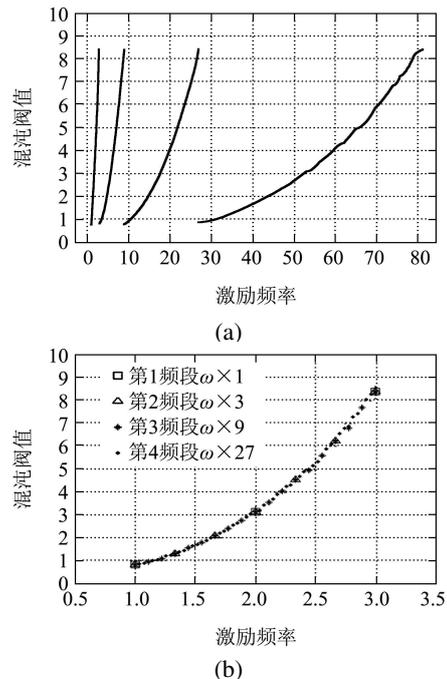


图2 仿真获得的各频段与混沌阈值关系曲线

Fig. 2 Relation curve between thresholds and the multi-frequency-bands achieved by mathematical simulation

同时,上述理论分析也可以得知式(12)是各频段的频率集合与阈值集合之间的同胚,使该映射在各频段之间构成拓扑共轭关系.也就是说,高频段宽频带上频率的阈值与低频段上成比例对应频率的阈值是相同的.如图3所示的扇形,内侧弧线表示各频段频率,最外侧弧线表示混沌阈值.同一径线上与各频段弧线相交处各频率点的混沌阈值是相同的,如图中经变换后的频率点 $\omega = 5$ 和 $\omega = 15$ 与第1频段的频点 $\omega = 1.67$ 的阈值相等.但需要指出的是:比如在高频段,由于其频带更宽,而阈值区间仍保持不变,势必导致相邻检测频率的阈值区分能力降低,加之检测误差的存在,这便无法准确建立该频段的“频率-阈值表”.所以该法还只限于对中低频率信号($f < 300$ Hz)的检测,且该频段的混沌阈值须令频率检测分辨率大于1 Hz才有较好的区分度.

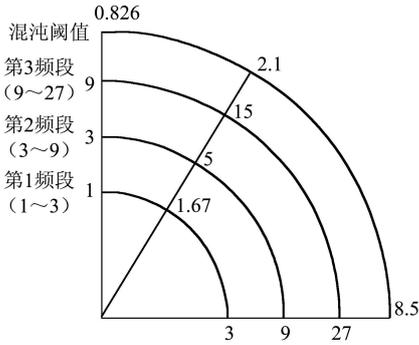


图 3 同一混沌阈值与各频段频率点对应关系

Fig. 3 Relationship between one selected chaotic threshold and the corresponding frequents in the set frequency bands

3 基于分频段阈值变换方法的自跟踪扫频检测原理(Detection principle of sweep-frequency based on the multi-frequency-band threshold value transform method)

在工程实际中, 往往待测信号的频率是未知的, 或者只知道其在某一个大致的范围内. 根据微弱信号混沌检测方法的原理, 可以用已知频率的激励信号去构建检测系统的混沌临界状态, 然后加入待测信号并观察系统输出响应的相变情况, 若系统无相变, 则说明待测信号与激励信号的频率不一致, 那么继续更换另一已知频率的激励信号并重复上述检测过程, 直到系统发生相变, 通过这种方法来获知待测信号的频率特征. 本文称这个过程为自跟踪扫频混沌检测.

根据上一节的分析, 本文可以利用分频段阈值变换法更为有效地实现自跟踪扫频检测. 不过, 在进行自跟踪扫频检测之前需要做好一些准备工作: 首先要选择基频段并确定扫频检测精度, 根据该精度将基频段离散为一系列频率点; 然后通过实验检测来获得这些离散频率点的系统混沌阈值, 继而得到一个频率-阈值表, 该表的参数将用于构建不同频率混沌检测系统的混沌临界状态; 然后调整式(12)中的参数 ν , 将系统切换到第2频段, 然后用上述同样的方法获得该频段的频率-阈值表; 其他频段的阈值测量可依此操作类推.

假设当前有一未知任何参数的待测信号, 现采用自跟踪扫频来检测. 本文的检测思路是: 选择从基频段的离散起始频率开始检测, 以该频率作为混沌系统的激励频率, 从频率-阈值表中查找到该频率对应的激励阈值, 并以该阈值的激励构建对应频率的混沌检测系统临界状态, 然后将待测信号加入到该系统中, 接着判别系统输出是否有相变, 如果未发生相变, 则顺序取该频段中下一个离散频率点, 继续重复上述的检测过程; 如果所取离散频率点到达本频段的结束频率而仍未有相变发生, 说明待测信号不在该频段内, 那么可以调整式(12)中的参数 ν , 使得系统切换到下一

个频段上, 然后继续重复上述的检测过程.

4 自跟踪扫频的控制系统设计(Designing of sweep-frequency-detection system)

自跟踪扫频的控制系统设计包括混沌系统检测电路模块、频段切换模块和自跟踪激励信号发生模块. 混沌系统检测电路模块是检测系统的核心, 将混沌阈值状态的激励信号输入到该模块后获得混沌临界状态, 再加入待测信号, 观察输出的相变状态, 藉此完成当前频率的检测; 激励信号发生模块主要用于生成自跟踪扫频检测过程中各种混沌阈值的激励频率信号, 本系统通过Atmega16A控制AD9850芯片来产生各种频率信号, 然后经过幅值调整模块将激励信号的幅值调整至对应频率的混沌阈值; 频段切换模块用以完成对混沌检测系统参数 ν_i 的切换, 在检测电路中, 该参数是通过改变电路的电阻值来实现的, 本系统采用Atmega16A控制数字电位器来完成. 由于上述后两个模块的电路结构简单, 此处不做详述, 下面仅就混沌系统电路模块进行阐述.

在式(10)的激励中加入被测信号 $s(t)$ 并令 $a = 1, b = 1, k = 0.5$, 将其改写成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \nu \\ \nu - 0.5\nu & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z - z^3 + \gamma \cos(\nu t) + s(t) \\ y \end{bmatrix}. \quad (13)$$

为实现混沌系统(13), 设计了图4所示的混沌电路. 该电路由微分电路、取反电路、求和电路以及乘法电路组成, 运放LM358及其外围电路分别实现状态变量 y, z 的微分、加法及取反运算, 模拟乘法器AD633完成变量 z 的乘法运算, 以实现式中的非线性项. 从电路的 y 和 z 端引出信号至示波器, 可做该混沌发生电路的相图显示.

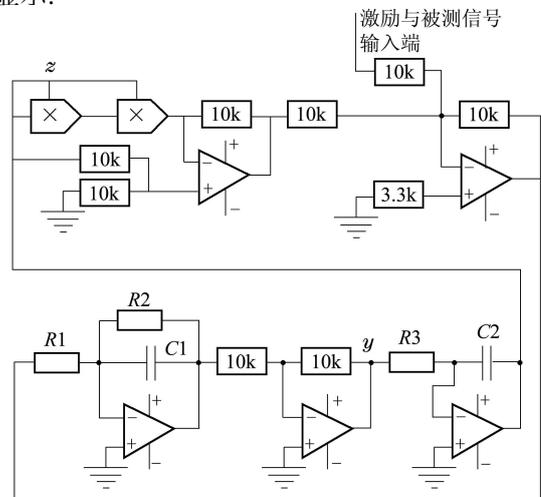


图 4 实现系统(13)的混沌电路

Fig. 4 Circuit for realizing the system of equation (13)

与该电路对应的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_2 R_3} \\ \frac{1}{C_1 R_1} & -\frac{1}{C_1 R_2} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} z - z^3 + \gamma \cos(\omega t) + s(t) \\ y \end{bmatrix}. \quad (14)$$

对照式(13)和式(14), 可知 $\nu = 1/C_1 R_1$, 图4中 R_1, R_2, R_3, C_1, C_2 的器件参数值用于对其他频段向基频段的阈值切换. 首先选择表1中的第1频段电路参数来配置电路, 经实验测得混沌阈值接近系统最大检测能力10 V时, 对应的激励频率为3 Hz, 故选取基频段为 $\omega = 1 \sim 3$, 本文根据阈值检测分辨率匹配频率精度的能力, 分5段做切换处理以完成以频率检测精度为1 Hz的中低频信号检测. 考虑到电阻的制造精度相比电容高, 此处以电阻切换的方式来实现. 各段对应的元器件参数选取如表1所示.

表1 各频率段对应的元器件参数

Table 1 The parameter of the electronic components for the matched frequency bands

频率段 ω	R_1	R_2	R_3	C_1/F	C_2/F
1 ~ 3	1 M Ω	2 M Ω	1 M Ω	10^{-6}	10^{-6}
3 ~ 9	333 k Ω	666 k Ω	333 k Ω	10^{-6}	10^{-6}
9 ~ 27	111 k Ω	222 k Ω	111 k Ω	10^{-6}	10^{-6}
27 ~ 81	37 k Ω	74 k Ω	37 k Ω	10^{-6}	10^{-6}
81 ~ 243	12.3 k Ω	24.7 k Ω	12.3 k Ω	10^{-6}	10^{-6}

5 噪声背景下微弱信号的扫频检测(Sweep-frequency of weak signal detection in noise background)

如图5(a)所示有一正弦信号频率为100 Hz, 峰峰值为0.1 V, 另一个信号为高斯白噪声, 其强度为10 V; 将该两信号叠加得到图5(b)所示的合成信号, 此时信噪比为 $SNR = -40 \text{ dB}$; 选择电路参数到表1中的第5个频段, 设置系统扫频精度为1 Hz, 准备好检测控制系统的初始态, 将图5(b)的信号作为待测信号加入到如图4所示检测电路中, 令系统从81 Hz开始扫频, 可以发现系统对于起初的几个激励频率, 其输出响应都处于混沌态如图5(c)所示, 当频率扫至100 Hz时, 检测系统输出如图5(d)所示大周期相图状态. 按下控制系统的记录按键, 记录该频率信息以便完成后续的幅值检测. 这个自跟踪检测过程表明, 对淹没在强噪声背景下微弱信号能够被有效地识别出来.

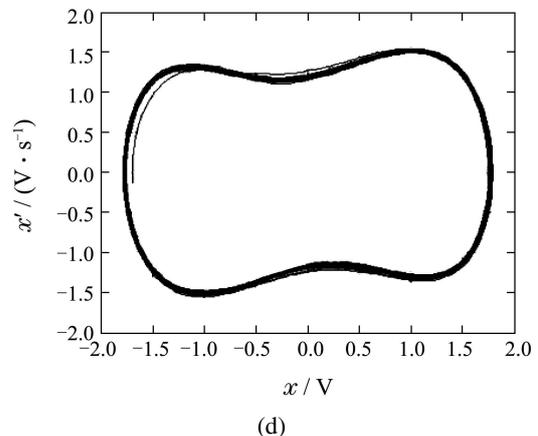
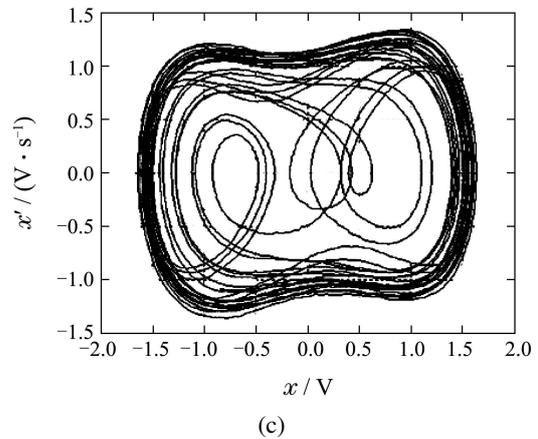
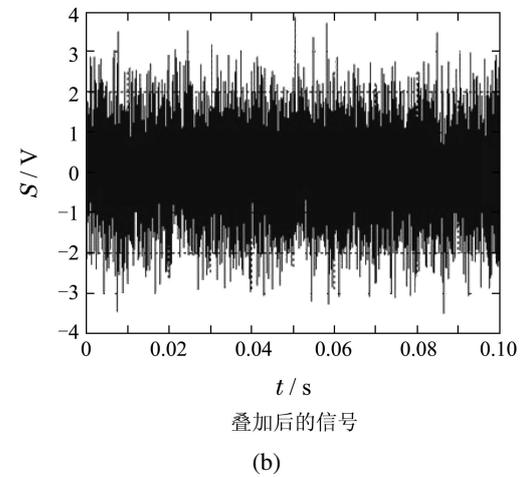
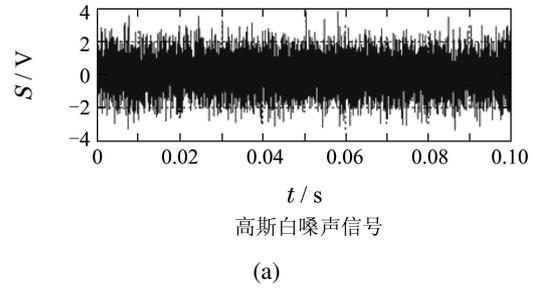
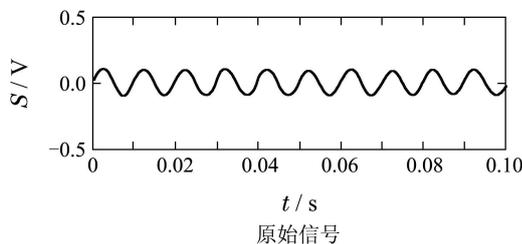


图5 实验测试结果(信号频率为100 Hz)

Fig. 5 Experimental measurement results for a 100 Hz signal

6 结论(Conclusion)

本文综合分析了基于Duffing振子微弱信号混沌检

测的变阈值法和定阈值法, 提出了分频段共阈值变换检测方法, 并以此为理论基础设计了微弱信号的自跟踪扫频检测电路系统, 实现了在噪声背景下的中低频段内频率分辨率为1 Hz的微弱周期信号检测. 对于自跟踪扫频检测过程中系统发生相变的识别目前还只能靠人工进行判断且频率分辨率较低, 这也是后续设计智能自跟踪扫频检测系统需要进一步解决的问题.

参考文献(References):

- [1] 谌龙, 王德石. 基于Lorenz系统的微弱谱和信号检测 [J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(11): 2034 – 2038.
(CHEN Long, WANG Deshi. Detection of weak harmonic signals in strong noise based on Lorenz system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, 28(11): 2034 – 2038.)
- [2] 冯奇. 噪声对杜芬振子的混沌性质的影响 [J]. 同济大学学报, 1994, 22(1): 69 – 75.
(FENG Qi. Influence of noise on the chaotic behaviour of a Duffing oscillator [J]. *Journal of Tongji University*, 1994, 22(1): 69 – 75.)
- [3] HAYKIN S. *Neural Networks Acomprehensive Foundation* [M]. Englewood Cliffs, New York: Prentice Hall, 1999.
- [4] 谢英慧, 孙增圻. 时滞Chen混沌系统的指数同步及在保密通信中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 133 – 137.
(XIE Yinghui, SUN Zengqi. Exponential synchronization for delayed Chen chaotic systems and applications to secure communications [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 133 – 137.)
- [5] WANG G Y, CHEN D J, LIN J Y, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection [J]. *IEEE Transations on Industrial Electronics*, 1999, 46(20): 440 – 443.
- [6] WANG G Y, WEI Z, HE S L. Estimation of amplitude and phase of a weak signal by using the property of sensitive dependence on initial conditions of a nonlinear oscillator [J]. *Signal Processing*, 2002, 82(1): 103 – 115.
- [7] 李月, 杨宝俊. 混沌振子检测引论 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
(LI Yue, YANG Baojun. *Introduction to Signal Detection on Chaotic Oscillator* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004.)
- [8] 李月, 杨宝俊, 石要武. 用特定的混沌系统检测弱周期脉冲信号 [J]. 仪器仪表学报, 2002, 21(10): 69 – 75.
(LI Yue, YANG Baojun, SHI Yaowu. The detection of weak periodic impulse using the special chaotic system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2002, 21(10): 69 – 75.)
- [9] 王冠宇, 陶国良, 陈行, 等. 混沌振子在具有强噪声背景的信号检测中的应用 [J]. 仪器仪表学报, 1997, 18(2): 209 – 212.
(WANG Guanyu, TAO Guoliang, CHEN Xing, et al. Application in signal detection on chaotic oscillator in strong noise background [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 1997, 18(2): 209 – 212.)
- [10] 王永才, 肖子才, 孙瑾, 等. Duffing混沌系统电路仿真研究 [J]. 电路与系统学报, 2008, 13(1): 132 – 135.
(WANG Yongcai, XIAO Zicai, SUN Jin, et al. Simulation and experimental study on the chaos circuit of Duffing oscillator [J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2008, 13(1): 132 – 135.)
- [11] SANYAM, BARTK. Stability of hybrid systems [C] // *Adaptive Stochastic Resonance*. San Francisco: IEEE, 1998, 8: 2182 – 2183.
- [12] 赵文礼, 黄振强, 赵景晓. 基于Duffing振子的微弱信号检测方法及其电路实现 [J]. 电路与系统学报, 2011, 16(6): 49 – 55.
(ZHAO Wenli, HUANG Zhenqiang, ZHAO Jingxiao. Electronic circuit realization of weak signal detection based on Duffing oscillator [J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2011, 16(6): 49 – 55.)
- [13] 朱少平, 钱富才, 刘丁. 基于两级算法的混沌控制 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(9): 1259 – 1262.
(ZHU Shaopin, QIAN Fucui, LIU Ding. Chaos control based on the two-level algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1259 – 1262.)
- [14] 袁地, 侯越. 一个三维非线性系统的混沌运动及其控制 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(4): 395 – 399.
(YUAN Di, HOU Yue. Chaotic movement and its control of a three-dimensional nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(4): 395 – 399.)
- [15] 王林泽, 高艳峰, 李子鸣. 基于新蝶状模型的混沌控制及其应用研究 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 915 – 920.
(WANG Linze, GAO Yanfeng, LI Ziming. Chaos control and its application based on novel butterfly-shaped model [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(7): 915 – 920.)

作者简介:

赵文礼 (1950–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为测试理论与信号处理、机械故障诊断学、现代设计理论与方法、非线性动力学等方面的教学与科研工作, E-mail: zhaowlcn@163.com;

范剑 (1977–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为信号检测与处理、机械故障诊断, E-mail: fanjian@tzc.edu.cn;

吴敏 (1986–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为混沌理论及其应用, E-mail: wumin0566@163.com;

王万强 (1973–), 男, 副教授, 主要研究方向为信号检测与处理、机械故障诊断, E-mail: wwq@hdu.edu.cn.