

## 船舶航向非线性 $H_\infty$ 逆优化输出反馈控制

彭秀艳<sup>†</sup>, 贾书丽, 胡忠辉

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 为抑制船舶航向非线性优化控制中模型参数摄动和由状态观测器引入的不确定观测误差, 提出了一种非线性 $H_\infty$ 逆优化控制算法. 首先, 基于无源理论设计观测器以实现海浪滤波, 该观测器无需海浪扰动的方差信息从而减少了观测器参数数量. 然后, 考虑模型参数摄动对观测误差的影响, 给出了描述系统局部(全局)性态的局部(全局) $H_\infty$ 优化性能指标. 在以广义黎卡提方程(GARE)对局部优化问题的求解的基础上, 应用逆优化方法将全局 $H_\infty$ 优化问题转化为构造闭环系统的Lyapunov函数问题, 得到同时满足两种指标的优化控制器, 并证明了稳定性. 仿真结果证明了该算法的有效性.

**关键词:** 船舶航向控制; 非线性 $H_\infty$ 优化控制; 逆优化; 无源状态观测器

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Nonlinear H-infinity inverse optimal output feedback control for ship course

PENG Xiu-yan<sup>†</sup>, JIA Shu-li, HU Zhong-hui

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** To attenuate the perturbation of the model parameters and the uncertain observer error introduced by the state observer in the nonlinear optimal control of ship course, we propose a nonlinear inverse H-infinity optimal control algorithm. To achieve the objective of wave filtering, we design the observer based on the passive theory, in which the variance of the wave disturbance is not required, thus reducing the number of parameters. Considering the effect of model parameter perturbation to the observer error, we develop a local (global) H-infinity optimal performance index. Because the local optimization is based on solving the generalized algebra Riccati equation (GARE), the global optimization is transformed to finding the Lyapunov function of the close-loop system by inverse optimal method. Thus, the optimal controller satisfying the two performance indexes is obtained, and the stability is proved. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** ship course control; nonlinear H-infinity optimal control; inverse optimal; passive state observer

### 1 引言(Introduction)

为了保障船舶在海上航行的安全性、操纵性和经济性, 航向控制是船舶控制领域中一个重要研究课题. 船舶运动本质上是非线性的, 且其动态特性取决于船型、船速、水深、负载、吃水等许多因素, 这些因素造成船舶动态模型参数偏离于标称值. 因而从理论上说, 船舶航向控制器应该基于非线性控制理论来设计, 且必须具有对模型参数摄动的鲁棒性. 许多先进控制算法如 $H_\infty$ 控制、智能控制、自适应控制、变结构控制和反步控制等相继用于航向控制器的设计, 取得了丰富研究成果<sup>[1-7]</sup>. 许多非线性控制方法基于状态反馈方法, 如果船舶航向控制系统通常仅能测量航向角, 应用状态反馈控制方法时须引入状态观测器以获得控

制器需要的航向角速率信息. 此外, 船舶航行于海洋, 海浪是一种不可避免的环境干扰. 高频一阶海浪扰动的频率位于船舶系统带宽之外或与之接近但在执行器带宽之内. 这就意味着如果用舵机来补偿高频波浪扰动引起的船舶运动, 将引起频繁的无效操舵而造成舵机的过度磨损和额外的能量消耗. 在测量信号中滤除海浪高频扰动, 并在受到海浪有色噪声扰动的航向测量值中估计出状态反馈控制器需要的船舶低频运动状态(航向角、航向角速率等), 即海浪滤波问题<sup>[8]</sup>. 现代高性能船舶控制系统大多采用状态观测的方法实现海浪滤波<sup>[8]</sup>. 为提高估计效果, 常以成形滤波器来建模海浪扰动并采用扩张状态方法来进行状态观测. 但成形滤波器不能完全拟合海浪扰动谱, 且其参

数往往不能精确获取. 这样基于不精确成形滤波器和不确定性船舶运动模型设计的状态观测器来实现海浪滤波时, 最终表现为不确定的观测误差.

船舶航向控制要求航向精度、能耗和船速损失等综合权衡的最优操舵准则. Van Nauta Lempke等人以不同的二次型指标描述这个最优准则, 使得线性二次最优调节器(LQR)成为较早应用于船舶航向控制的算法. 但LQR基于局部线性化模型设计, 且不能有效处理模型和外界扰动的不确定性. 非线性 $H_\infty$ 优化控制算法成为获得最优操舵并应对这些不确定性的一种直接选择. 相对于线性 $H_\infty$ 优化控制算法的成熟解法, 非线性 $H_\infty$ 优化控制对应的哈密顿-雅可比-艾斯埃克(HJI)方程通常难以求解<sup>[9]</sup>, 但应用逆优化方法可以回避HJI方程的求解, 通过使与控制相关的待定目标泛函最小, 把寻求HJI方程的解转化为构造闭环系统的Lyapunov函数问题<sup>[10]</sup>. 另外, 船舶运动非线性特征在运动幅度较大时才明显显现, 这使得线性优化控制器在船舶小幅运动时具有优良性能, 基于非线性优化控制理论设计控制器必须保持这种局部性能.

如前所述, 本文考虑对模型的参数摄动和引入状态观测器后带来的不确定观测误差的抑制, 基于航向运动的非线性数学模型, 提出了一种非线性 $H_\infty$ 逆优化控制算法, 实现了船舶航向的非线性鲁棒优化控制. 首先以成形滤波器建模海浪扰动, 给出状态观测器和估计误差系统非线性方程, 通过对估计误差系统无源化而得到状态观测器参数设计方法. 然后在假定系统模型参数存在一定摄动的基础上考虑不确定性观测误差的影响, 分别给出干扰抑制的局部和全局 $H_\infty$ 优化性能指标. 在以广义黎卡提方程(GARE)对局部优化问题求解的基础上, 应用逆优化方法将全局 $H_\infty$ 优化问题转化构造闭环系统Lyapunov函数问题, 得到同时满足两种指标的全局优化控制器, 并证明了这种优化控制器的稳定性. 最后, 以“育龙”轮为对象进行仿真, 与LQR方法相比, 非线性 $H_\infty$ 逆优化控制器具有超调小、响应时间短等良好控制效果.

## 2 数学模型(Mathematical model)

船舶航向控制系统的结构框图如图1所示. 船舶航向运动的非线性数学模型可以描述为<sup>[1]</sup>

$$T\ddot{\psi} + H_N(\dot{\psi}) = K\delta, \quad (1)$$

其中:  $\psi$ 为舵作用产生的船舶航向角,  $T$ 为追随性时间指数,  $K$ 为舵增益系数,  $H_N(\dot{\psi}) = n_3\dot{\psi}^3 + n_1\dot{\psi}$ 为螺线或逆螺线试验确定的非线性特征, 对航向稳定的船舶有 $n_1 > 0$ , 不稳定船舶有 $n_1 < 0$ ,  $\delta$ 为控制舵角. 令 $r$ 为航向角速率, 有 $r = \dot{\psi}$ , 式(1)表示为状态空间形式

$$\begin{cases} \dot{\psi} = r, \\ \dot{r} = \theta_1 r + \theta_2 r^3 + bu, \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\theta_1 = \frac{n_1}{T}$ ,  $\theta_2 = \frac{n_3}{T}$ ,  $b = \frac{K}{T}$ ,  $u = \delta$ .

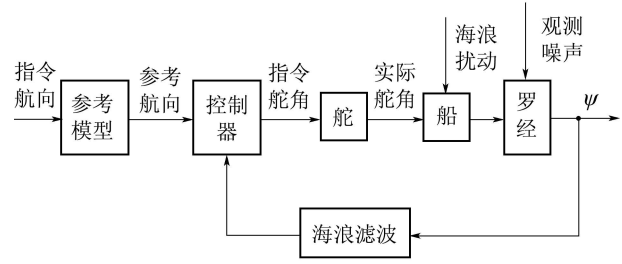


图1 船舶航向运动控制示意图

Fig. 1 Ship course motion control schematic

以一阶马尔科夫过程来描述船舶所受到的二阶海浪扰动、海流和横流风等低频扰动力矩 $n$ <sup>[1]</sup>, 即

$$\dot{n} = -T_n^{-1}n + E_n w_n, \quad (3)$$

其中:  $w_n$ 为标准零均值高斯白噪声,  $E_n$ 表示白噪声幅值大小,  $T_n > 0$ 为偏移时间常数. 为保证 $n$ 的缓变性,  $T_n \gg 1$ .

船舶航向由于舵作用和受到低频扰动 $n$ 而产生的运动为低频部分, 设 $\psi_L$ 和 $r_L$ 分别为低频运动航向角和航向角速率, 则有

$$\begin{cases} \dot{\psi}_L = r_L, \\ \dot{r}_L = \theta_1 r_L + \theta_2 r_L^3 + bu + n. \end{cases} \quad (4)$$

用二阶成形滤波器描述海浪一阶扰动力和力矩对船舶航向运动的作用, 设 $\psi_H$ 为由海浪扰动产生高频航向运动. 取 $\xi = (\xi_H, \psi_H)^T$ ,  $\dot{\xi}_H = \psi_H$ , 则海浪扰动模型为

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_w \xi + E_w w_H, \\ \psi_H = C_w \xi, \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $A_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta_n \omega_n \end{bmatrix}$ ,  $C_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$ ,  $E_w = \begin{bmatrix} 0 \\ K_w \end{bmatrix}$ ,  $w_H$ 为标准零均值高斯白噪声,  $\omega_n$ 为遭遇频率,  $\zeta_n > 0$ 表示附加阻尼, 一般可取 $\zeta_n \in [0.01, 0.1]$ ,  $K_w$ 为扰动强度系数.

通常船舶导航系统仅可测量航向角信息, 取测量方程为

$$\psi = \psi_L + \psi_H + v_m = \psi_L + C_w \xi + v_m, \quad (6)$$

式中 $v_m$ 为测量噪声, 对应于一般罗经测量精度,  $v_m$ 为可取为幅值 $0.1^\circ$ 的零均值高斯白噪声. 相对于海浪扰动 $v_m$ 为值较小, 在本文状态观测器和控制器的推导和分析过程中不予考虑.

船舶航向控制主要分为航向保持和航向改变(转向)两种模式. 航向保持要求船舶保持给定航向航行. 船舶航向改变控制时, 船舶航向由初始航向,  $\psi_0$ 修正

为新的给定航向 $\psi_r$ , 从控制器设计和分析角度来看, 航向从 $\psi_0$ 到 $\psi_r$ 的理想动态过程 $\psi_d$ 及其一定阶时间导数 $\psi_d^{(n)}$ 必须是一个充分光滑的时间演变过程. 对于给定的阶跃输入 $\psi_r$ , 本文所设计控制算法要求 $\ddot{\psi}_d$ 为连续有界的. 另外, 以一阶线性或非线性模型来描述的船舶航向低频运动时, 为了尽量避免激发高频未建模动态, 航向输出的响应过程必须足够缓慢. 可以应用参考模型技术来明确航向改变动态过程的理想形态. 假设 $\psi_0 = 0$ , 本文航向改变控制时的理想形态由一个三阶线性参考模型来描述,

$$\psi_d = \frac{\omega_m^3}{s^3 + (2\zeta_m + 1)(\omega_m s^2 + \omega_m^2 s) + \omega_m^3} \psi_r, \quad (7)$$

式中:  $\psi_r$ 为给定的指令航向,  $\psi_d$ 为参考航向,  $\zeta_m$ 和 $\omega_m$ 分别为参考模型需要设定的阻尼比和自然频率, 一般 $0.8 \leq \zeta_m \leq 1.0$ 以避免过大的超调. 对于航向保持, 参考航向保持为给定航向,

$$\psi_d = \psi_r, \quad \dot{\psi}_d = \ddot{\psi}_d = 0. \quad (8)$$

实际上, 式(8)为式(7)中 $\psi_d = \psi_r$ 时的情形.

为了避免高频海浪扰动进入控制环路和实现船舶航向对参考航向的跟踪, 并抑制模型参数摄动和引入状态观测器后带来的不确定观测误差的影响, 本文需要进行以下两方面工作:

- a) 设计状态观测器以实现海浪滤波, 估计航向运动海浪扰动产生的运动和低频应舵响应状态;
- b) 给出局部和全局优化性能指标, 基于状态观测器给出的低频运动状态估计, 考虑模型参数摄动和不确定性观测误差, 利用逆优化方法求解同时符合局部和全局性能指标的非线性 $H_\infty$ 优化控制器.

### 3 海浪滤波器设计(Design of wave filter)

对于式(3)–(6)组成的带有海浪扰动的船舶首向运动系统, 设 $\xi, n, \psi_L, r_L$ 的估计值分别为 $\hat{\xi}, \hat{n}, \hat{\psi}_L, \hat{r}_L$ , 取非线性Luenberger观测方程为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}} = A_w \hat{\xi} + k_1 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{n}} = -T_n^{-1} \hat{n} + k_2 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{\psi}}_L = \hat{r}_L + k_3 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{r}}_L = \theta\phi(\hat{r}_L) + bu + \hat{n} + k_4 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{\psi}} = \hat{\psi}_L + C_w \hat{\xi}, \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $\theta\phi(\hat{r}_L) \triangleq \theta_1 \hat{r}_L + \theta_2 \hat{r}_L^3$ ,  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ 为观测误差,  $k_1 \in \mathbb{R}^2, k_2, k_3, k_4 \in \mathbb{R}$ 为待定观测增益系数. 式(9)中第1, 3, 5式可写成

$$\begin{cases} \dot{\hat{\xi}}_0 = A_0 \hat{\xi}_0 + B_0 \hat{r}_L + K_e \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{\psi}} = C_0 \hat{\xi}_0, \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\hat{\xi}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{\psi}_L \end{bmatrix}, K_e = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_3 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, A_0 =$

$$\begin{bmatrix} A_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{w0} = \begin{bmatrix} E_w \\ 0 \end{bmatrix}, C_0 = \begin{bmatrix} C_w \\ 1 \end{bmatrix}^T.$$

取 $\xi, n, \psi_L, r_L, \xi_0$ 的估计误差分别为 $\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi}, \tilde{n} = n - \hat{n}, \tilde{\psi}_L = \psi_L - \hat{\psi}_L, \tilde{r}_L = r_L - \hat{r}_L, \tilde{\xi}_0 = \xi_0 - \hat{\xi}_0$ , 则观测误差系统为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\xi}}_0 = A_0 \tilde{\xi}_0 + B_0 \tilde{r}_L - K_e \tilde{\psi} + E_{w0} w_H, \\ \dot{\tilde{n}} = -T_n^{-1} \tilde{n} - k_2 \tilde{\psi} + E_n w_n, \\ \dot{\tilde{r}}_L = \theta\phi(r_L) - \theta\phi(\hat{r}_L) + \tilde{n} - k_4 \tilde{\psi}, \\ \dot{\tilde{\psi}} = C_0 \tilde{\xi}_0, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $E_{w0} = (E_w, 0)^T$ .

定义 $\tilde{z} \triangleq -\tilde{n} + k_4 \tilde{\psi}$ , 取 $\tilde{x} = (\tilde{\xi}_0, \tilde{n})^T$ , 有 $\tilde{z} = (k_4 C_0, -1)\tilde{x}$ . 式(11)转化为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{r}_L + Ew, \\ \tilde{z} = C\tilde{x}, \\ \dot{\tilde{r}}_L = \theta\phi(r_L) - \theta\phi(\hat{r}_L) + \tilde{z}_e, \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} A_0 - K_e C_0 & 0 \\ -k_2 C_0 & -T_n^{-1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} k_4 C_0 \\ -1 \end{bmatrix}^T, E = \begin{bmatrix} E_{w0} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$w = \begin{bmatrix} w_H \\ w_n \end{bmatrix}, \tilde{z}_e = -\tilde{z}.$$

式(12)即可描述为非线性系统 $H_1: \tilde{z}_e \rightarrow \tilde{r}_L$ 和线性系统 $H_2: \tilde{r}_L \rightarrow \tilde{z}$ 的反馈连接形式, 如图2所示.

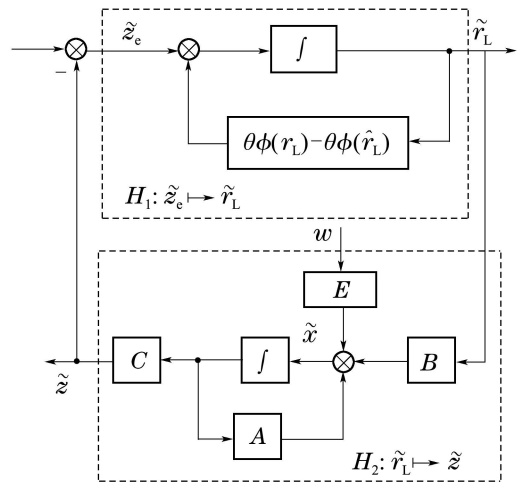


图 2 估计误差系统的反馈连接形式

Fig. 2 Estimation error system feedback connection form

由无源性定理<sup>[11]</sup>, 当 $H_1$ 和 $H_2$ 为严格无源时, 由 $H_1$ 和 $H_2$ 组成的反馈连接系统是严格无源的.

对于系统 $H_1$ , 设能量存储函数

$$V_{H_1} = \frac{1}{2} \tilde{r}_L^2. \quad (13)$$

对 $V_{H_1}$ 进行求导有

$$\dot{V}_{H_1} = \tilde{r}_L \dot{\tilde{r}}_L = \tilde{r}_L(\theta\phi(r_L) - \theta\phi(\hat{r}_L)) + \tilde{r}_L \tilde{z}_e. \quad (14)$$

由 $\tilde{r}_L(\theta\phi(r_L) - \theta\phi(\hat{r}_L)) = \tilde{r}_L^2(\theta_1 + \theta_2(r_L^2 + r_L \hat{r}_L + \hat{r}_L^2)) \triangleq -\tilde{r}_L^2 \alpha$ , 有

$$\tilde{r}_L \tilde{z}_e = \dot{V}_{H_1} + \tilde{r}_L^2 \alpha. \quad (15)$$

对具有直线稳定性船舶有 $\theta_1, \theta_2 < 0$ , 则

$$\alpha = -(\theta_1 + \theta_2((r_L + \frac{1}{2}\hat{r}_L)^2 + \frac{3}{4}\hat{r}_L^2)) > 0. \quad (16)$$

从而系统 $H_1$ 是严格无源的, 下面通过选取合适的观测器增益 $k_1, k_2, k_3, k_4$ 使得系统 $H_2$ 无源.

系统 $H_2$ 可以分解为 $H_a: \tilde{r}_L \rightarrow \tilde{\psi}$ 和 $H_b: \tilde{\psi} \rightarrow \tilde{z}$ 两个线性子系统的串联形式:

$$H_a: \begin{cases} \dot{\tilde{\xi}}_0 = (A_0 - K_e C_0)\tilde{\xi}_0 + B_0 \tilde{r}_L + E_{w_0} w_H, \\ \tilde{\psi} = C_0 \tilde{\xi}_0, \end{cases} \quad (17)$$

$$H_b: \begin{cases} \dot{\tilde{n}} = -T_n^{-1} \tilde{n} - k_2 \tilde{\psi} + E_n w_n, \\ \tilde{z} = -\tilde{n} + k_4 \tilde{\psi}. \end{cases} \quad (18)$$

$H_2$ 的结构如图3所示.

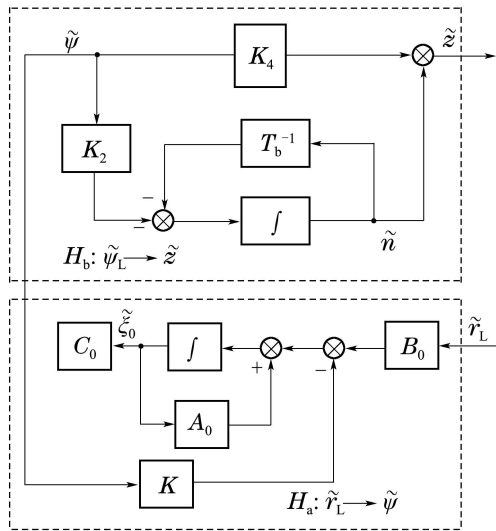


图3  $H_2$ 系统的两个串联子系统

Fig. 3 Two series subsystem of  $H_2$  system

设映射 $H_a: \tilde{r}_L \rightarrow \tilde{\psi}$ 的传递函数为

$$h_a(s) = C_0(sI - (A_0 - K_e C_0))^{-1} B_0 = \frac{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{g(s)}, \quad (19)$$

其中

$$g(s) = s^3 + (k_{12} + k_3 + 2\zeta\omega_n)s^2 + (\omega_n^2 - \omega_n^2 k_{11} + 2\zeta\omega_n k_3)s + \omega_n^2 k_3.$$

设映射 $H_b: \tilde{\psi} \rightarrow \tilde{z}$ 的传递函数为

$$h_b(s) = k_2(sI - (-T_n^{-1}))^{-1} + k_4 =$$

$$k_4 \frac{s + (T_n^{-1} + k_2/k_4) T_n \gg 1}{s + T_n^{-1}}$$

$$k_4 \frac{s + k_2/k_4}{s + T_n^{-1}}. \quad (20)$$

显然 $h_a(s)$ 和 $h_b(s)$ 分别为相对阶为1和0的3阶和1阶传递函数,  $H_2$ 的传递函数 $h_2(s) = h_a(s)h_b(s)$ . 对于式(19), 为获得陷波和低滤波效果, 应有

$$h_a^d = \frac{s^2 + 2\zeta_i \omega_n s + \omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2)(s + \omega_c)}, \quad (21)$$

其中:  $\zeta_i > \zeta_n$ 为陷波滤波阻尼,  $\omega_c > \omega_n$ 为截止频率. 由此可以得到

$$\begin{cases} k_{11} = -2(\zeta_i - \zeta_n) \frac{\omega_c}{\omega_n}, \\ k_{12} = 2(\zeta_i - \zeta_n) \omega_n, \\ k_3 = \omega_c. \end{cases} \quad (22)$$

为了保证系统 $H_2$ 的严格正实性,  $h_2(s)$ 应是稳定, 且对 $\forall \omega \geq 0, |\arg(h_2(j\omega))| \leq \pi/2$ . 通过选取合适的观测增益, 使得 $H_2$ 是严格正实的从而保证估计误差系统的无源性. 考虑 $h_a(s)$ 和 $h_b(s)$ 频率特性, 取得

$$T_n^{-1} \ll \frac{k_2}{k_4} < \omega_n < \omega_c \quad (23)$$

时,  $|\arg(h_2(j\omega))| \leq \frac{\pi}{2}$ 成立. 此时,  $H_2$ 的频率特性曲线如图4所示.

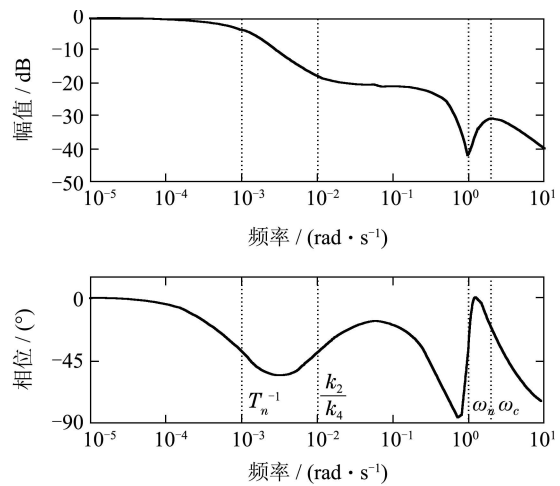


图4 传递函数 $H_2$ 的波特图

Fig. 4 Bode plot of transfer function  $H_2$

这样, 观测增益系数 $k_1, k_2, k_3, k_4$ 满足式(22)–(23)给出的无源化条件时, 观测误差系统式(11)是严格无源的.

通过状态观测器(9), 就能获得船舶低频运动状态 $\psi_L, r_L$ 的估计值 $\hat{\psi}_L, \hat{r}_L$ , 由海浪扰动产生的高频运动状态 $\xi_H, \psi_H$ 的估计 $\hat{\xi}_H, \hat{\psi}_H$ 及低频扰动估计 $\hat{n}$ . 通过对高低频运动的分离, 从受海浪扰动的测量信号中重构了低频运动信号, 从而实现了海浪滤波.

## 4 非线性 $H_\infty$ 控制器设计(Design of nonlinear $H_\infty$ controller)

### 4.1 船舶航向局部优化 $H_\infty$ 控制问题( $H_\infty$ control problem of the ship course local optimization)

取式(9)为状态观测器实现海浪滤波和状态估计, 考虑式(9)第3, 4式组成的控制器设计模型

$$\begin{cases} \dot{\hat{\psi}}_L = \hat{r}_L + k_3 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{r}}_L = \theta_1 \hat{r}_L + \theta_2 \hat{r}_L^3 + bu + \hat{n} + k_4 \tilde{\psi} \end{cases} \quad (24)$$

船舶在海上航行时, 航行速度由于受到扰动和操纵阻力而变化,  $K, T$ 与航速有关, 对应发生变化. 设船舶标称航速为 $V_0$ , 航行中航速变化为 $\Delta V$ ,  $K, T$ 对应的不确定性项 $\Delta K, \Delta T$ 分别可表示为<sup>[1]</sup>

$$\Delta K = K_0 \Delta V / V_0, \quad \Delta T = \Delta T_0 \Delta V / (V_0 + \Delta V), \quad (25)$$

式中 $K_0, T_0$ 为标称值. 假定式(1)中 $n_3, n_4$ 基本保持不变, 则对应于 $\Delta K, \Delta T$ 的变化,  $\theta_1, \theta_2, b$ 分别有不确定量

$$\begin{cases} \Delta \theta_1 = \Delta T \theta_1 / (T_0 + \Delta T), \\ \Delta \theta_2 = \Delta T \theta_2 / (T_0 + \Delta T), \\ \Delta b = (K + \Delta K) / (T_0 + \Delta T) - b_0. \end{cases} \quad (26)$$

从而式(24)带有不确定性, 可描述为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\psi}}_L = \hat{r}_L + k_3 \tilde{\psi}, \\ \dot{\hat{r}}_L = (\theta + \Delta \theta) \phi(\hat{r}_L) + (b + \Delta b)u + \hat{n} + k_4 \tilde{\psi}, \end{cases} \quad (27)$$

式中 $\Delta \theta = (\Delta \theta_1, \Delta \theta_2)^T$ .

为了实现航向的跟踪控制, 分别定义 $x_1 \triangleq \hat{\psi}_d - \psi_d, x_2 \triangleq \hat{r}_L$ . 另外, 作为消除常值稳态偏移和对应慢变扰动的鲁棒性部分, 在控制器设计过程中引入积分作用. 定义积分状态 $\dot{x}_0 = x_1$ , 这样就有

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = x_1, \\ \dot{x}_1 = x_2 + d_1 \omega, \\ \dot{x}_2 = \theta \phi(x_2) + bu + d_2 \omega, \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $d_1 = (0, 0, k_3), d_2 = (1, 1, k_4), \omega = (\Delta \theta \phi(x_2), \Delta bu, \tilde{\psi})^T, \phi(x_2) = (x_2, x_2^3)^T$ .

进一步, 式(28)可写成

$$\dot{x} = f(x) + Bu + D\omega, \quad (29)$$

其中:  $x = (x_0, x_1, x_2)^T, B = (0, 0, b)^T, f(x) = (0,$

$$x_2, \theta \phi(x_2))^T, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_3 \\ 1 & k_4 \end{bmatrix}.$$

将系统(29)局部线性化为

$$\dot{x} = Ax + Bu + D\omega + \tilde{f}(x), \quad (30)$$

其中:

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \theta_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{f}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta \phi(x_2) - \theta_1 x_2 \end{bmatrix}.$$

显然,  $(A, B)$ 是可控的.

这样船舶航向非线性 $H_\infty$ 局部优化控制设计目标描述为:

局部目标 $O_1$ : 局部目标为设计一个局部稳定控制律 $u_1 = u_1(x)$ 使得扰动 $\omega$ 到被控输出 $z = x^T Qx + Ru_1^2$ 的 $L_2$ 增益最小. 这个 $H_\infty$ 干扰抑制问题等价于线性化系统 $\dot{x} = Ax + Bu_1 + D\omega$ 的动态博弈 $\min_{u_1} \max_{\omega} J_1(u_1, \omega)$ <sup>[12]</sup>,

$$J_1(u_1, \omega) = \int_0^\infty (x^T Qx + Ru_1^2 - \gamma^2 \omega^T \omega) dt, \quad (31)$$

其中加权矩阵 $Q = \begin{bmatrix} q_{00} & q_{01} & q_{02} \\ q_{10} & q_{11} & q_{12} \\ q_{20} & q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}$ 和 $R > 0$ .  $Q$ 和 $R$

的选取可参照文献[1]中的方式, 使得 $J_1$ 有相应的物理意义. 由于 $(A, B)$ 可控,  $(A, Q)$ 可观, 最优扰动抑制指标 $\gamma^* > 0$ 存在, 而对于给定的 $\gamma \geq \gamma^*$ ,  $u_1$ 是存在的. 当 $\gamma = +\infty$ 时, 问题转化为 $H_2$ 控制问题.

全局目标 $O_2$ : 设计全局渐进稳定控制器 $u$ 使如下的代价函数:

$$J_1(u, \omega) = \int_0^\infty (q(x) + r(x)u^2 - \gamma^2 \omega^T \omega) dt. \quad (32)$$

关于系统(29)达到全局逆优化, 其中 $\gamma$ 是局部目标中给定的干扰抑制指标,  $q(x) \geq 0, r(x) > 0$ . 由逆优化原理,  $q(x), r(x)$ 在推导过程中给出, 但当 $x \rightarrow 0$ 时 $O_2$ 与 $O_1$ 应统一, 即

$$\begin{cases} q_{xx}(0) = \frac{\partial^2 q(x)}{2 \partial x^2} \Big|_{x=0} = Q \geq 0, \\ r(0) = R > 0. \end{cases} \quad (33)$$

### 4.2 船舶航向 $H_\infty$ 优化控制器设计(Design of ship course $H_\infty$ inverse optimal controller)

对于式(30)所示的局部线性化系统, 给定 $\gamma \geq \gamma^*$ , 求解GARE:

$$\begin{aligned} PA + A^T P + P(\gamma^{-2} DD^T - \\ BR^{-1} B^T)P + Q = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

得 $P = P^T > 0$ , 可以求得使得代价函数(31)最优的控制器为

$$u_1 = -R^{-1} B^T P x. \quad (35)$$

而对于全局优化控制律及其性质, 由如下定理给定.

**定理 1** 存在函数 $q(x) \geq 0$ 和 $r(x) > 0$ 满足 $q_{xx}(0) = Q$ 和 $r(0) = R$ , 使得

1) 在最坏扰动 $\omega = \gamma^{-2} \bar{D}^T P x$ 作用下, 系统(29)

的反馈控制律

$$u = -r^{-1}(x)B^T Px. \quad (36)$$

2) 关于代价函数

$$J_l(u_l, \omega) = \int_0^\infty (x^T Qx + Ru_l^2 - \gamma^2 \omega^T \omega) dt \quad (37)$$

达到局部最优.

3) 关于

$$J(u, \omega) = \int_0^\infty (q(x) + r(x)u^2 - \gamma^2 \omega^T \omega) dt \quad (38)$$

达到全局逆优化.

4) 对于扰动 $\omega$ 满足干扰抑制控制目标

$$\int_0^\infty (q(x) + r(x)u^2) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \omega^T \omega dt, \quad (39)$$

若 $\omega = 0$ , 则系统是渐近稳定的.

**证** 选取系统(29)的Lyapunov函数为 $V = x^T Px$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{V} = & x^T (PA + A^T P)x + 2x^T PBu + \\ & 2x^T PD\omega + 2x^T P\tilde{f}(x). \end{aligned} \quad (40)$$

将式(34)代入, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -x^T Qx - \gamma^{-2} x^T PDD^T Px + \\ & x^T PBR^{-1}B^T Px + 2x^T PBu + \\ & 2x^T PD\omega + 2x^T P\tilde{f}(x). \end{aligned} \quad (41)$$

根据 $\tilde{f}(x)$ 和 $B$ 的结构, 有

$$x^T PBR^{-1}B^T Px = R^{-1}b^2(P_{[3]}^T x)^2, \quad (42)$$

$$2x^T PBu = 2buP_{[3]}^T x, \quad (43)$$

$$2\tilde{f}(x)Px = 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x, \quad (44)$$

其中 $P_{[3]} = (p_{02}, p_{12}, p_{22})^T$ . 因此

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -x^T Qx - \gamma^{-2} x^T PDD^T Px + \\ & R^{-1}b^2(P_{[3]}^T x)^2 + 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x + \\ & 2buP_{[3]}^T x + 2x^T PD\omega. \end{aligned} \quad (45)$$

在 $\dot{V}$ 中加入 $r(x)u^2 - r(x)u^2 + \gamma^2 \omega^T \omega - \gamma^2 \omega^T \omega$ 项, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -x^T Qx - r(x)u^2 + \gamma^2 \omega^T \omega - \\ & \gamma^2 |\omega - \gamma^{-2} D^T Px|^2 + r(x)(u + \\ & r^{-1}(x)bP_{[3]}^T x)^2 - (r^{-1}(x) - \\ & R^{-1})b^2(P_{[3]}^T x)^2 + 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x. \end{aligned} \quad (46)$$

由于

$$\begin{aligned} & 2bP_{[3]}^T x + r(x)u^2 = \\ & r(x)(u + r^{-1}(x)bP_{[3]}^T x)^2 - r^{-1}b^2(P_{[3]}^T x)^2, \end{aligned} \quad (47)$$

所以式(46)可化为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -x^T Qx - r(x)u^2 + \gamma^2 \omega^T \omega - \\ & \gamma^2 |\omega - \gamma^{-2} D^T Px|^2 + \\ & r(x)(u + r^{-1}(x)bP_{[3]}^T x)^2 - (r^{-1}(x) - \end{aligned}$$

$$R^{-1})b^2(P_{[3]}^T x)^2 + 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x. \quad (48)$$

而控制律为

$$u = -r^{-1}B^T Px = -r^{-1}bP_{[3]}^T x. \quad (49)$$

式(48)中 $r(x)(u + r^{-1}bP_{[3]}^T x)^2 = 0$ . 因此

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -x^T Qx - r(x)u^2 + \gamma^2 \omega^T \omega - \\ & \gamma^2 |\omega - \gamma^{-2} D^T Px|^2 - (r^{-1}(x) - \\ & R^{-1})b^2(P_{[3]}^T x)^2 + 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x. \end{aligned} \quad (50)$$

**定义 1**

$$\begin{aligned} q(x) = & x^T Qx + (r^{-1}(x) - \\ & R^{-1})b^2(P_{[3]}^T x)^2 - 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x. \end{aligned} \quad (51)$$

这里 $r(x) > 0$ 要使得 $q(x) \geq 0$ ,  $r(0) = R$ ,  $q_{xx}(0) = Q$ .

下面给出 $r(x)$ 的构造方法. 式(51)可化为

$$\begin{aligned} q(x) = & x^T Qx - x^T PB(R^{-1} - \\ & r^{-1}(x))B^T Px - 2x^T P\tilde{f}(x) = \\ & x^T Qx + (r^{-1}(x) - R^{-1})b^2(P_{[3]}^T x)^2 - \\ & 2\theta_2 x_2^3 P_{[3]}^T x = \\ & x^T Qx + (r^{-1}(x) - R^{-1} - \sigma(x))b^2(P_{[3]}^T x)^2, \end{aligned} \quad (52)$$

其中 $\sigma(x) = -2\theta_2 b^{-2} x_2^3 (P_{[3]}^T x)^{-1}$ . 由式(52)可以看出, 如果 $r^{-1}(x) \geq R^{-1} + \sigma(x)$ , 则 $\forall x \neq 0$ , 有 $q(x) > 0$ , 且若 $r(0) = R$ , 则 $q_{xx} = Q$ . 因此 $r^{-1}(x) \geq R^{-1} + \sigma(x)$ ,  $r(0) = R$ 满足局部目标 $O_1$ 的全局目标 $O_2$ .

给出 $r(x)$ 的一种形式

$$r(x) = [(R^{-1} + \sigma(x))^2 + \varepsilon(x)]^{-\frac{1}{2}}, \quad (53)$$

其中 $\varepsilon(x) = \lambda \frac{\sigma^2(x)}{1 + \sigma^2(x)}$ ,  $\lambda \in (0, 1]$ , 可保证 $r(0) = R$ 和 $r(x) > 0$ .

这样就有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -q(x) - r(x)u^2 + \gamma^2 \omega^T \omega - \\ & \gamma^2 |\omega - \gamma^{-2} D^T Px|^2. \end{aligned} \quad (54)$$

显然, 当取得式(36)优化控制律和最坏扰动 $\omega = \gamma^{-2} D^T Px$ 时, 式(54)满足

$$\min_{u_l} \max_{\omega} (q(x) + r(x)u^2 - \gamma^2 \omega^T \omega + \dot{V}) = 0, \quad (55)$$

和 $\dot{x} = f(x) + Bu$ 的HJI方程

$$\begin{aligned} & Vf(x) + \frac{1}{4}V(\gamma^{-2}HH^T - \\ & Br^{-1}(x)B^T)V^T + q(x) = 0. \end{aligned} \quad (56)$$

把式(50)两端从0到 $\infty$ 积分, 并注意 $V(0) = 0$ , 有

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty (q(x) + r(x)u^2) dt + V(z) + \\ & \int_0^\infty \gamma^2 |\omega - \gamma^{-2} D^T Px|^2 dt \leq \int_0^\infty \gamma^2 \omega^T \omega dt. \end{aligned} \quad (57)$$

故

$$\int_0^\infty (q(x) + r(x)u^2)dt \leq \int_0^\infty \gamma^2 \omega^T \omega dt. \quad (58)$$

式(58)即干扰抑制控制目标. 如果 $\omega = 0$ , 由式(54)有

$$\dot{V} = -q(x) - r(x)u^2 - | -D^T Px | < 0. \quad (59)$$

证毕.

系统(29)全局渐近稳定且局部指数稳定.

### 5 仿真与分析(Simulation analysis)

以文献[13]“育龙”轮为例进行仿真研究, 该船船长 $L = 126$  m, 船宽 $B = 20.8$  m, 满载吃水 $d = 8.0$  m, 方形系数 $C_b = 0.681$ , 航速 $V_0 = 15$  knot时, 标称模型参数 $T_0 = 216$  s,  $K_0 = 0.478$  /s,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 30$  s<sup>2</sup>.

仿真中考虑舵机影响, 取舵角限幅 $\delta_{\max} = 30^\circ$ , 限速 $\dot{\delta}_{\max} = 5^\circ$  /s, 死区 $dz = 0.3^\circ$ , 时间常数 $T_c = 0.25$  s. 取5级海情下海浪扰动成形滤波器参数 $\omega_n = 0.8$  rad/s,  $\zeta_n = 0.1$ . 由式(22)和式(23)取得状态观测器参数 $k_1 = (-0.11, 0.08)^T$ ,  $k_2 = 0.004$ ,  $k_3 = 0.88$ ,  $k_4 = 0.01$ . 给定 $Q = \text{diag}\{1/2500, 1, 1500\}$ ,  $R = 0.1$ , 求得LQR控制器反馈增益阵为 $K_{LQ} = [0.0632 \ 4.7087 \ 94.1366]^T$ . 计算得到最优干扰抑制指标 $\gamma^* = 202.09$ , 取 $\gamma = 500 > \gamma^*$ , 则可得 $K_{H_\infty} = (0.0693, 5.1896, 105.1634)^T$ .

设初始航向 $0^\circ$ , 指令航向 $30^\circ$ . 分别对标称航速 $V_0 = 15$  knot、航速摄动至 $V = 12$  knot时系统进行仿真. 标称航速下LQR和非线性 $H_\infty$ 逆优化控制器的航向角和控制舵角时间曲线见图5-6. 保持观测器和控制器参数不变, 通过式(25)计算得到航速摄动时的模型参数, 仿真结果见图7-8. 由两种航速下仿真结果可以得到, 非线性 $H_\infty$ 逆优化控制器控制效果均好于LQR控制器, 能缩短响应时间和降低超调. 而航向角趋于稳定时, 二者控制舵角与航向角输出基本相同. 可以认为本文所设计非线性 $H_\infty$ 逆优化控制器能有效处理船舶航向控制中模型非线性和参数的不确定性问题. 但相对于LQR控制, 非线性 $H_\infty$ 逆优化控制舵角幅度更大, 较好控制效果要求有更大的控制能量.

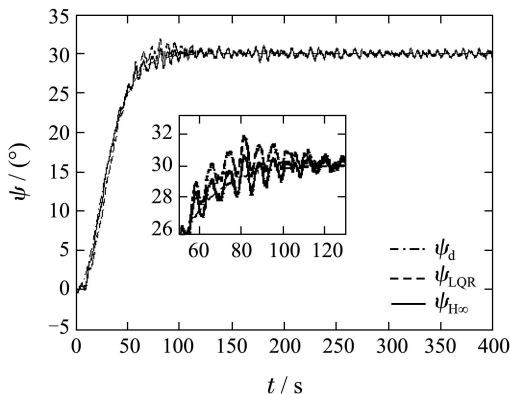


图5 标称航速 $V_0 = 15$  knot时航向角  
Fig. 5 Yaw angle of  $V_0 = 15$  knot

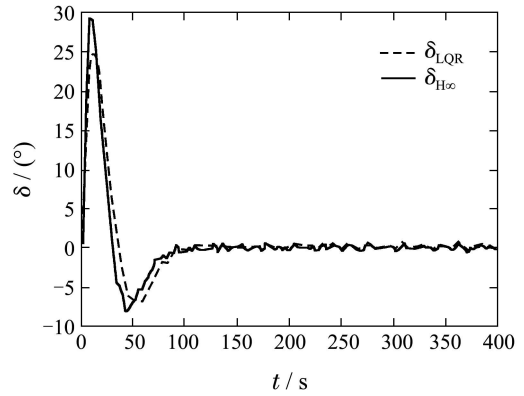


图6 标称航速 $V_0 = 15$  knot时控制舵角  
Fig. 6 Rudder angle of  $V_0 = 15$  knot

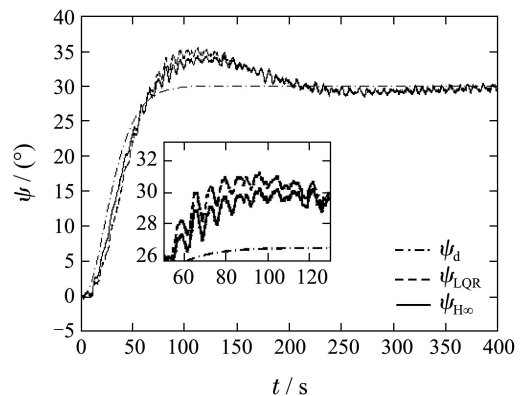


图7 标称航速 $V_0 = 12$  knot时航向角  
Fig. 7 Yaw angle of  $V_0 = 12$  knot

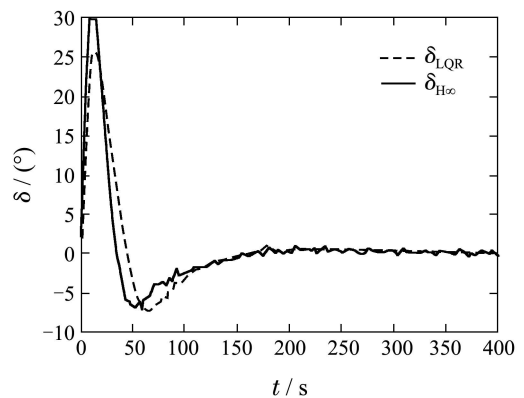


图8 标称航速 $V_0 = 12$  knot时控制舵角  
Fig. 8 Rudder angle of  $V_0 = 12$  knot

### 6 结论(Conclusions)

本文基于船舶航向非线性数学模型, 首先基于无源理论设计了一种非线性状态观测器, 并考虑航向控制中模型参数摄动和环境扰动的不确定性, 给出了一种非线性 $H_\infty$ 逆优化输出反馈控制算法. 通过理论推导和仿真试验可得出以下结论:

1) 这种无源状态观测器可以有效地实现了海浪滤波和对低频航向角及航向角速率的估计, 设计参数较少且与海浪扰动模型的参数直接相关, 物理意义明确, 易于工程实现.

2) 本文所提非线性 $H_\infty$ 优化控制算法, 能实现船舶航向的非线性优化控制, 并能有效处理模型参数摄动和环境扰动的不确定性.

3) 通过逆优化方法将全局非线性 $H_\infty$ 优化问题转化为构造闭环系统Lyapunov函数问题, 能获得同时满足局部和全局优化控制目标的 $H_\infty$ 优化控制律.

4) 通过Lyapunov方法证明了系统满足干扰抑制控制目标, 且模型参数摄动不存在和海浪扰动建模精确时系统是全局渐近稳定且局部指数稳定的.

### 参考文献(References):

- [1] 方亮, 袁书明. 船舶航向 $H_\infty$ 鲁棒控制 [J]. 大连海事大学学报, 2009, 35(3): 48 – 54.  
(FANG Liang, YUAN Shuming.  $H_\infty$  robust control for ship course [J]. *Journal of Dalian Maritime University*, 2009, 35(3): 48 – 54.)
- [2] 刘胜, 宋佳, 李高云. 航向保持鲁棒最小二乘支持向量机控制 [J]. 控制与决策, 2010, 25(4): 551 – 555.  
(LIU Sheng, SONG Jia, LI Gaoyun. Robust LSSVM control for ship course-keeping system [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(4): 551 – 555.)
- [3] LIU C, LI T S, CHEN N X. Adaptive fuzzy control design of ship's autopilot with rudder dynamics [J]. *ICIC Express Letters*, 2011, 5(3): 767 – 773.
- [4] 宋立忠, 宋金明, 黄平. 船舶航向非线性系统离散变结构控制 [J]. 海军工程大学学报, 2007, 19(4): 54 – 58.  
(SONG Lizhong, SONG Jinming, HUANG ping. Discrete variable structure control of nonlinear ship autopilot system [J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2007, 19(4): 54 – 58.)
- [5] 朱齐丹, 周芳, 赵国良, 等. 基于反步法和滑模观测器的船舶航向控制 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2009, 37(4): 122 – 125.  
(ZHU Qidan, ZHOU Fang, ZHAO Guoliang, et al. Control of ship courses using backstepping and sliding mode observer [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2009, 37(4): 122 – 125.)
- [6] LIU W, SUI Q, XIAO H, et al. Sliding backstepping control for ship course with nonlinear disturbance observer [J]. *Journal of Information and Computational Science*, 2011, 8(16): 3809 – 3817.
- [7] 罗伟林, 邹早建, 李铁山. 船舶航向非线性系统鲁棒跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(8): 893 – 895.  
(LUO Weilin, ZOU Zaojian, LI Tieshan. Robust tracking control of nonlinear ship steering [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 893 – 895.)
- [8] FOSSEN T I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control* [M]. Chichester: John Wiley and Sons, 2011.
- [9] 孙元章, 焦晓红, 申铁龙. 电力系统非线性鲁棒控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.  
(SUN Yuanzhang, JIAO Xiaohong, SHEN Tielong. *Power System Nonlinear Robust Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.)
- [10] EZAL K, PAN Z, KOKOTOVIC P V. Locally optimal backstepping design [C] // *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, California: IEEE, 1997: 1767 – 1773.
- [11] FOSSEN T I, STRAND J P. Passive nonlinear observer design for ships using Lyapunov methods: full-scale experiments with a supply vessel [J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 3 – 16.
- [12] BASAR T, BERNHARD P.  *$H_\infty$  Optimal Control and Related Minimax Design Problems. Systems and Control: Foundations and Application* [M]. Boston: Birkhauser, 1995.
- [13] 关巍, 张显库, 王新屏. 基于积分逆推法的船舶航向非线性鲁棒控制 [J]. 中国航海, 2009, 32(3): 66 – 70.  
(GUAN Wei, ZHANG Xianku, WANG Xinping. Nonlinear robust control for ship steering system based on integral backstepping method [J]. *Navigation of China*, 2009, 32(3): 66 – 70.)

### 作者简介:

**彭秀艳** (1962–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为系统建模、控制与仿真等, E-mail: pxygll@163.com;

**贾书丽** (1984–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为船舶运动控制与仿真, E-mail: 292936862@qq.com;

**胡忠辉** (1983–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为非系统建模与船舶运动控制, E-mail: 155091572@qq.com.