

# 基于反馈增益反步法欠驱动无人水下航行器三维路径跟踪控制

王宏健<sup>1†</sup>, 陈子印<sup>1,2</sup>, 贾鹤鸣<sup>3</sup>, 李娟<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 中国空间技术研究院 北京空间机电研究所, 北京 100076;

3. 东北林业大学 机电工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150040)

**摘要:** 针对欠驱动无人水下航行器的三维空间路径跟踪控制问题. 基于虚拟向导建立载体坐标系下的三维路径跟踪运动学误差模型, 首先设计跟踪误差反馈增益形式的线性控制项镇定位置跟踪系统, 避免计算虚拟控制量导数的复杂形式; 然后基于反步法设计动力学控制器, 通过合理的选择控制器参数消除了部分非线性项, 简化了虚拟控制量的形式, 同时避免了采用传统反步法设计控制器时存在的奇异值问题, 基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒反馈补偿项, 保证了闭环跟踪误差系统状态的一致最终有界. 仿真实验表明本文设计控制器能够精确跟踪三维曲线路径, 并对外界干扰具有较好的鲁棒性.

**关键词:** 欠驱动无人水下航行器; 三维路径跟踪; 反步法; 反馈增益; 虚拟向导

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Three-dimensional path-following control of underactuated unmanned underwater vehicle using feedback gain backstepping

WANG Hong-jian<sup>1†</sup>, CHEN Zi-yin<sup>1,2</sup>, JIA He-ming<sup>3</sup>, LI Juan<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China;

2. Beijing Space Mechanical and Electrical Institute, China Space Technology Institute, Beijing 100076, China;

3. College of Mechanical and Electrical Engineering, Northeast Forestry University, Harbin Heilongjiang 150040, China)

**Abstract:** To deal with the problem of path-following control for underactuated unmanned underwater vehicle (UUV) in three-dimensional space, we employ the virtual guidance and express path-following errors in the body-fixed frame. Firstly, the linear feedback control terms are designed to stabilize the position-tracking subsystem to avoid the complexity of computing the higher-order derivative of virtual control; then the dynamic controller is designed through backstepping method. Part of the nonlinear coupled terms can be eliminated by properly selecting the controller's parameters, which leads to the simplification of the virtual control and avoids the singularity problem encountered in traditional backstepping design. Robust feedback terms are designed based on Lyapunov stability theorem, and the uniform ultimate boundedness can be guaranteed for all states in the closed-loop path-following system. Simulation results demonstrate the high accuracy of tracking and good robustness against external disturbances achieved by the proposed controller.

**Key words:** underactuated unmanned underwater vehicle (UUV); three-dimensional path-following; backstepping; feedback gain; virtual guidance

## 1 引言(Introduction)

欠驱动无人水下航行器(underactuated unmanned underwater vehicle, UUV)的跟踪控制问题一直是非线性控制领域的研究热点<sup>[1-3]</sup>, 欠驱动UUV的跟踪问题主要包括轨迹跟踪控制<sup>[4-9]</sup>和路径跟踪控制<sup>[10-21]</sup>两方面. 轨迹跟踪控制要求UUV跟踪以时间为参考的期望轨迹<sup>[4-5]</sup>或虚拟UUV<sup>[6-9]</sup>; 路径跟踪问题仅要求欠驱动UUV收敛到期望路径, 而对何时到达何处并未要求, 由于期望位置不受时间条件约束, 因此路径跟

踪相比于轨迹跟踪问题不易导致控制器输出饱和信号<sup>[10-11]</sup>, 符合工程实际. 微分几何中Serret-Frenet坐标系是分析曲线路径的重要工具, 基于Serret-Frenet坐标系下虚拟向导的跟踪方法已经在移动机器人的路径跟踪控制中得到应用<sup>[22-24]</sup>, 通过引入期望路径上虚拟向导点的概念, 避免了轨迹跟踪问题中由于虚拟UUV具有具体的动力学模型, 受到环境扰动时期望状态波动较大, 会导致以此为参考状态的跟踪控制系统的性能变差<sup>[10]</sup>. 相比于全驱系统, 欠驱动UUV在横向

收稿日期: 2013-03-17; 录用日期: 2013-07-04.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: cctime99@163.com; Tel.: +86 13936690503.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50979017); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20092304110008); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(HEUCFZ 1026); 哈尔滨市科技创新人才(优秀学科带头人)研究专项资金资助项目(2012RFXXG083).

运动和垂向运动受限<sup>[11]</sup>, 考虑模型自由度之间的耦合作用, 可以通过对艏摇和纵倾运动的控制间接实现欠驱动UUV的横移和升沉运动, 相比于直接通过水平舵和垂直舵实现对艏摇和纵倾运动的控制, 由于增加了额外的控制指标, 增大了UUV三维跟踪控制器设计的复杂程度。

目前, 欠驱动UUV的三维路径跟踪控制研究多针对解耦的水平面<sup>[12-14]</sup>和垂直面运动模型<sup>[15-16]</sup>分别设计控制器, 由于忽略了模型自由度之间的耦合作用, 导致针对解耦模型设计的控制器无法满足UUV精确跟踪三维期望路径的控制要求。因此如何建立三维路径跟踪误差模型和综合设计跟踪控制器成为目前的研究重点, 文献[17]将欠驱动UUV三维路径跟踪控制器分解为路径跟踪制导函数设计和PID控制器设计两部分, 运用模糊理论改进了制导函数的形式, 但传统PID控制器对工作点的变化或存在环境干扰时控制效果变差; 文献[18-19]采用正交投影点思想建立的三维路径跟踪误差方程存在固有的奇异值点, 对UUV的初始位置具有一定约束, 即UUV的初始位置必须位于期望路径的最小曲率半径之内, 无法实现UUV对期望路径的全局收敛; 文献[20]采用级联系统理论和反步法设计跟踪控制器, 未考虑环境干扰对控制器的影响, 使得子系统的控制性能直接影响整个系统的稳定性, 由于简化了视线角(line-of-sight, LOS)跟踪控制器的形式, 仅能实现对 $y = 0$ 空间直线的跟踪, 而并未讨论对一般直线路径的跟踪控制且无法实现对曲线路径的跟踪控制; 文献[21]将文献[15]中地形跟踪的控制方法推广到UUV三维路径跟踪中, 基于工程解耦的思想分别设计速度、纵倾控制和艏向控制子系统的迭代滑模增量反馈控制器, 对模型参数摄动和海流干扰具有一定鲁棒性, 但基于解耦思想设计的控制器仅能保证各子系统的渐近稳定性而无法证明整个系统的全局渐近稳定性。

本文应用微分同胚变换, 基于虚拟向导建立UUV载体坐标系下的三维路径跟踪误差模型, 然后将文献[25]中基于反馈增益反步法的设计思想推广到UUV三维路径跟踪控制问题中, 通过设计控制器参数消除了部分非线性项, 简化虚拟控制量的形式基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒反馈补偿项, 保证了闭环跟踪误差系统状态的一致最终有界性。最后通过仿真实验验证本文设计控制器的有效性。

## 2 控制问题描述(Control problem formulation)

### 2.1 欠驱动无人水下航行器数学模型(Underactuated UUV mathematic model)

本文研究对象欠驱动UUV的执行机构配置为尾部水平对称布置的推进器输出推力实现对纵向速度的控制, 垂直舵实现对艏向角的控制, 水平舵实现对深

度或纵倾运动的控制, 假设UUV在三维运动中横摇角为零, 且UUV的前向速度 $u$ 恒大于零, 即UUV只能正向运动跟踪路径, 而不能通过倒退方式运动, 建立如下五自由度UUV动力学模型<sup>[26]</sup>, 由于系统控制输入的数目小于运动自由度数目, 属于典型的欠驱动系统<sup>[4]</sup>。

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{m_2}{m_1}vr - \frac{m_3}{m_1}wq - \frac{d_1}{m_1}u + \frac{1}{m_1}F_u + \omega_1, \\ \dot{v} = -\frac{m_1}{m_2}ur - \frac{d_2}{m_2}v + \omega_2, \\ \dot{w} = \frac{m_1}{m_3}uq - \frac{d_3}{m_3}w + g_1 + \omega_3, \\ \dot{q} = \frac{m_3 - m_1}{m_5}uw - \frac{d_5}{m_5}q - g_2 + \frac{1}{m_5}b_1\delta_s + \omega_4, \\ \dot{r} = \frac{m_1 - m_2}{m_6}uv - \frac{d_6}{m_6}r + \frac{1}{m_6}b_2\delta_r + \omega_5, \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{aligned} m_1 &= m - X_{\dot{u}}, \quad m_2 = m - Y_{\dot{v}}, \quad m_3 = m - Z_{\dot{w}}, \\ m_5 &= I_y - M_{\dot{q}}, \quad m_6 = I_z - N_{\dot{r}}, \\ g_1 &= (W - B) \cos \theta, \quad g_2 = (z_g W - z_b B) \sin \theta, \\ d_3 &= Z_w + Z_{|w|w}|w|, \quad d_5 = M_q + M_{|q|q}|q|, \\ d_6 &= N_r + N_{|r|r}|r|, \quad b_1 = u^2 M_{\delta_s}, \quad b_2 = u^2 N_{\delta_r}, \end{aligned}$$

其中: 状态变量 $u, v, w, q$ 和 $r$ 分别表示载体坐标系下UUV的纵向速度、横向速度、垂向速度、纵倾角速度和艏摇角速度;  $m$ 和 $m_{(\cdot)}$ 分别表示UUV质量和由流体作用产生的附加质量,  $I_y$ 为UUV绕 $y$ 轴的转动惯量,  $I_z$ 为UUV绕 $z$ 轴的转动惯量,  $X_{(\cdot)}, Y_{(\cdot)}, Z_{(\cdot)}, M_{(\cdot)}$ 和 $N_{(\cdot)}$ 为粘性流体水动力系数;  $z_g$ 和 $z_b$ 分别为载体坐标下垂直轴上重心和浮心的坐标位置,  $W$ 和 $B$ 分别表示UUV受到的重力和浮力,  $d_{(\cdot)}$ 为非线性阻尼水动力项,  $M_{\delta_s}$ 和 $N_{\delta_r}$ 为水平舵和垂直舵舵效系数, 控制输入 $F_u, \delta_s$ 和 $\delta_r$ 分别表示UUV推进器推力、水平舵角和垂直舵角,  $\omega_{(\cdot)}$ 表示为包含模型不确定性的环境干扰作用在载体坐标系下的分量。

### 2.2 载体坐标系下欠驱动UUV三维路径跟踪误差模型(Three-dimensional path-following error model of underactuated UUV in body-fixed frame)

图1为欠驱动UUV三维路径跟踪示意图,  $l_k$ 为规划期望路径,  $\{I\}, \{B\}$ 和 $\{F\}$ 分别表示固定的坐标系、UUV载体坐标系和Serret-Frenet坐标系;  $P$ 点为期望路径 $l_k$ 上的虚拟向导,  $Q$ 点表示UUV质心位置, 以 $P$ 为原点的移动坐标系 $\{F\}$ 定义为将坐标系 $\{I\}$ 分别绕 $C$ 轴和 $\eta$ 轴旋转 $\psi_F$ 和 $\theta_F$ 角度, 然后平移使固定坐标系原

点 $O$ 与路径上 $P$ 点重合得到,这里旋转角度定义为

$$\begin{cases} \theta_F = \arctan\left(\frac{-z'_d(s)}{\sqrt{[x'_d(s)]^2 + [y'_d(s)]^2}}\right), \\ \psi_F = \arctan\left(\frac{y'_d(s)}{x'_d(s)}\right), \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$x'_d = \frac{\partial x_d}{\partial s}, y'_d = \frac{\partial y_d}{\partial s}, z'_d = \frac{\partial z_d}{\partial s},$$

$s$ 为确定的路径参数,定义 $r_F = \dot{\psi}_F$ ,  $q_F = \dot{\theta}_F$ , 定义期望路径 $l_k$ 上虚拟向导 $P$ 在固定坐标系 $\{I\}$ 下的位置向量为 $\eta_d^n = (x_d(s), y_d(s), z_d(s))^T$ , UUV当前点 $Q$ 在固定坐标系 $\{I\}$ 下位置向量为 $\eta^n = (x, y, z)^T$ ,  $\varepsilon = (x_e, y_e, z_e)^T$ 为 $\{B\}$ 坐标系下跟踪误差向量,所以跟踪误差 $\varepsilon$ 可以表示为

$$\varepsilon = R_b^{nT} \eta_e^n, \quad (3)$$

其中 $\eta_e^n = \eta^n - \eta_d^n$ ,  $R_b^{nT}$ 为载体坐标系 $\{B\}$ 到固定坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵,对式(3)求导,得路径跟踪误差方程为

$$\dot{\varepsilon} = \dot{R}_b^{nT} \eta_e^n + R_b^{nT} \dot{\eta}_e^n. \quad (4)$$

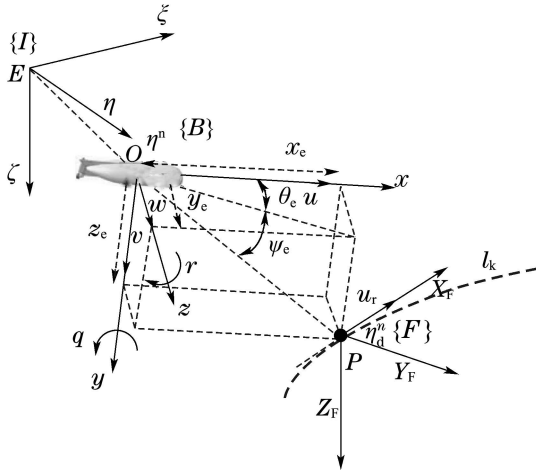


图1 基于虚拟向导的欠驱动UUV三维路径跟踪示意图

Fig. 1 Sketch map of underactuated UUV three-dimensional path-following based on virtual guidance

由于 $\dot{R}_b^n = R_b^n S(\omega_{nb}^b)$ , 其中

$$S(\omega_{nb}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)得

$$\dot{\varepsilon} = S^T(\omega_{nb}^b) R_b^{nT} \eta_e^n + R_b^{nT} \dot{\eta}_e^n. \quad (6)$$

考虑 $\dot{\eta}_e^n = \dot{\eta}^n - \dot{\eta}_d^n$ , 其中:  $\dot{\eta}^n = R_b^n \nu_b$ ,  $\nu_b = (u, v, w)^T$ 为UUV在 $\{B\}$ 坐标系下的速度向量;  $\dot{\eta}_d^n = R_F^n \nu_F$ ,  $\nu_F = (u_r, 0, 0)^T$ 为 $\{F\}$ 坐标系下虚拟向导 $P$ 的速度向

量,其中 $u_r > 0$ ,  $R_F^n$ 为 $\{F\}$ 坐标系到固定坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵,将式(3)代入式(6)得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + R_b^{nT} (\dot{\eta}^n - \dot{\eta}_d^n) = \\ &= S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + R_b^{nT} R_b^n \nu_b - R_b^{nT} R_F^n \nu_F = \\ &= S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + \nu_b - R(\psi_e, \theta_e) \nu_F, \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$R(\psi_e, \theta_e) = \begin{bmatrix} \cos \theta_e \cos \psi_e & -\sin \psi_e & \sin \theta_e \cos \psi_e \\ \sin \psi_e \cos \theta_e & \cos \psi_e & \sin \theta_e \sin \psi_e \\ -\sin \theta_e & 0 & \cos \theta_e \end{bmatrix}.$$

这里 $\psi_e = \psi - \psi_F$ ,  $\theta_e = \theta - \theta_F$ . 整理得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r y_e - q z_e \\ -r x_e \\ q x_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - R(\psi_e, \theta_e) \begin{bmatrix} u_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

进一步展开得

$$\begin{cases} \dot{x}_e = r y_e - q z_e + u - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e, \\ \dot{y}_e = -r x_e + u_r \sin \psi_e \cos \theta_e + v, \\ \dot{z}_e = q x_e - u_r \sin \theta_e + w. \end{cases} \quad (9)$$

同时

$$\begin{cases} \dot{\psi}_e = \frac{r}{\cos \theta} - \dot{\psi}_F, \\ \dot{\theta}_e = q - \dot{\theta}_F. \end{cases} \quad (10)$$

### 3 三维路径跟踪控制器设计(Three-dimensional path-following controller design)

#### 3.1 控制目标(Control objective)

对于给定期望参数化曲线路径 $l_k$ 和沿期望路径运动的虚拟向导 $P$ 的移动速度 $u_r$ ,根据跟踪误差方程(9)–(10)和UUV动力学模型(1),分别设计欠驱动UUV的纵向推力 $F_u$ ,转艏控制信号 $\delta_r$ 和纵倾控制信号 $\delta_s$ 驱动欠驱动UUV跟踪期望路径上的虚拟向导 $P$ ,使得跟踪误差 $x_e, y_e, z_e, \theta_e, \psi_e$ 和 $u - u_r$ 收敛到原点较小邻域.

本文在采用反步法设计纵倾运动和艏向运动虚拟控制器时,首先通过构造仅包含跟踪误差的线性反馈镇定函数如式(21)–(22),避免了采用基于视线法思想设计非线性反馈导引律,如式(16)–(17)在进行微分计算时导致控制器的复杂形式;此外通过选择合适的控制器参数消除了迭代过程中的部分非线性耦合项,保证李雅普诺夫能量函数导数的负定性,如式(28)–(32)中的参数设计方法,这样处理的优点在于可以获得较为简洁的虚拟控制形式,简化最终控制器的形式.

#### 3.2 反步法控制器设计(Backstepping controller design)

图2为欠驱动UUV三维路径跟踪控制器结构框图.

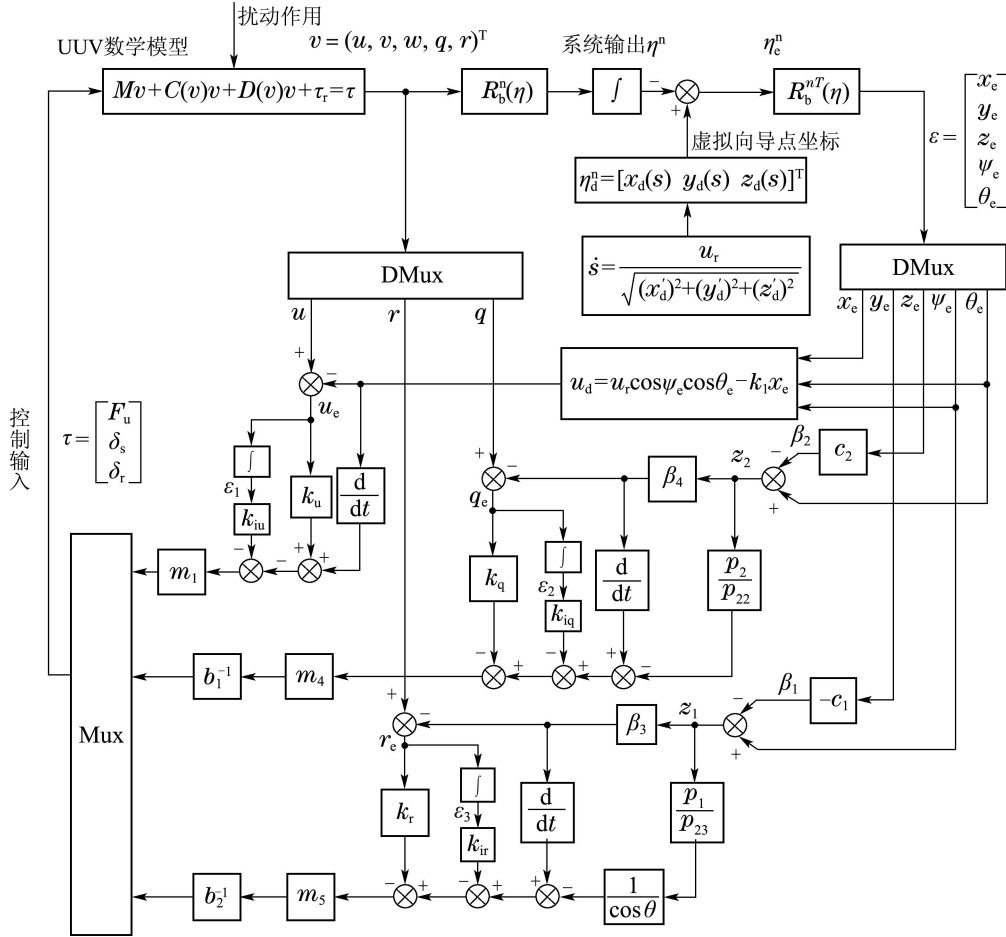


图 2 欠驱动UUV三维路径跟踪控制器框图

Fig. 2 Block diagram of underactuated UUV three-dimensional path-following controller

下面基于反步法进行控制器设计:

**Step 1** 对于位置跟踪误差系统式(9), 构造李雅普诺夫能量函数

$$V_1 = \frac{1}{2}e^2, \quad (11)$$

其中:  $e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2 + z_e^2}$ . 沿等式(9)对方程(11)求导, 合并同类项整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{x}_e x_e + \dot{y}_e y_e + \dot{z}_e z_e = \\ & x_e(u - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e) + \\ & y_e u_r \sin \psi_e \cos \theta_e - z_e - u_r \sin \theta_e + w. \end{aligned} \quad (12)$$

从上式可以看出如果设计UUV的运动学控制器、姿态角的虚拟控制量 $\psi_e$ 和 $\theta_e$ 分别为

$$u = -k_1 x_e + u_r \cos \psi_e \cos \theta_e, \quad (13)$$

$$\psi_e = -\arcsin\left(\frac{k_2 y_e}{\sqrt{1 + (k_2 y_e)^2}}\right), \quad (14)$$

$$\theta_e = \arcsin\left(\frac{k_3 z_e}{\sqrt{1 + (k_3 z_e)^2}}\right), \quad (15)$$

其中增益因子 $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0$ 为视线角导引

律归一化参数. 将式(13)–(15)代入式(12)中得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \\ & -k_1 x_e^2 - k_2 u_r \frac{1}{\sqrt{1 + (k_2 y_e)^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + (k_3 z_e)^2}} y_e^2 - \\ & k_3 u_r \frac{1}{\sqrt{1 + (k_3 z_e)^2}} z_e^2 + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (16)$$

然后, 基于反步法设计姿态系统的镇定控制律, 但由于虚拟控制形式较为复杂, 在反步法设计过程中需要对其求导, 存在计算复杂的情况, 为避免上述不足, 将式(12)整理为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_e(u_d + u_e - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e) + \\ & y_e \left[ u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} (z_1 + \beta_1) \cos \theta_e + v \right] + \\ & z_e \left[ -u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} (z_2 + \beta_2) + w \right], \end{aligned} \quad (17)$$

其中:  $u_e = u - u_d, z_1 = \psi_e - \beta_1, z_2 = \theta_e - \beta_2$ . 由于极限  $\lim_{\psi_e \rightarrow 0} (\sin \psi_e / \psi_e) = 1$  存在, 且在定义域  $\psi_e \in (-\pi, \pi)$  内, 满足  $0 < \sin \psi_e / \psi_e \leq 1$  条件成立; 同时极限  $\lim_{\theta_e \rightarrow 0} \sin(\theta_e / \theta_e) = 1$  存在, 并且在定义域  $\theta_e \in$

$(-\pi/2, \pi/2)$ 内, 满足  $0 < \sin \theta_e / \theta_e \leq 1$  和  $0 < \cos \theta_e \leq 1$  条件成立; 因此式(19)在区间  $\psi_e \in (-\pi, \pi)$  和  $\theta_e \in (-\pi/2, \pi/2)$  上有意义.

这里设计虚拟控制量  $u_d$ ,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  分别为

$$u_d = -k_1 x_e + u_r \cos \psi_e \cos \theta_e, \quad (18)$$

$$\beta_1 = -c_1 y_e, \quad (19)$$

$$\beta_2 = c_2 z_e, \quad (20)$$

其中控制器设计参数满足  $c_1 > 0$ ,  $c_2 > 0$ . 将式(18)–(20)代入式(17)整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & x_e u_e + y_e u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e z_1 - z_e u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_2 + \\ & y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (21)$$

与采用传统视线法设计的导引控制律式(14)–(15)相比可以看出式(19)和式(20)为跟踪误差的线性增益反馈形式, 形式简单; 而基于视线设计的导引控制律具有复杂的非线性形式, 且在反步法后续设计中需要对虚拟控制量求导, 引入复杂的微分形式不利于控制器实现.

**Step 2** 结合式(13)构造李雅普诺夫能量函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} p_1 z_1^2 + \frac{1}{2} p_2 z_2^2, \quad (22)$$

其中  $p_1 > 0$  和  $p_2 > 0$  为控制器设计参数. 对上式两边求导, 将式(21)代入整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + p_1 z_1 \dot{z}_1 + p_2 z_2 \dot{z}_2 = \\ & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & p_1 z_1 \left( \dot{z}_1 + \frac{1}{p_1} u_r y_e \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e \right) + \\ & p_2 z_2 \left( \dot{z}_2 - \frac{1}{p_2} u_r z_e \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} \right) + \\ & x_e u_e + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (23)$$

由于  $\dot{z}_1 = \dot{\psi}_e + c_1 \dot{y}_e$ ,  $\dot{z}_2 = \dot{\theta}_e - c_2 \dot{z}_e$ , 将式(10)(19)和(20)代入式(23)整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & p_1 z_1 \left( \frac{r}{\cos \theta} - r_F + c_1 \dot{y}_e + \frac{1}{p_1} u_r y_e \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e \right) + \\ & p_2 z_2 \left( q - q_F - c_2 \dot{z}_e - \frac{1}{p_2} u_r z_e \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} \right) + \\ & x_e u_e + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (24)$$

将式(9)代入式(24), 并由  $\psi_e = z_1 + \beta_1$ ,  $\theta_e = z_2 +$

$\beta_2$ , 可将式(24)整理为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & p_1 z_1 \left[ \frac{r}{\cos \theta} - r_F + c_1 r x_e + c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} z_1 \cos \theta_e \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{p_1} - c_1^2 \right) u_r y_e \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e + c_1 v \right] + \\ & p_2 z_2 \left[ q - q_F - c_2 q x_e + c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_2 + \right. \\ & \left. \left( c_2^2 - \frac{1}{p_2} \right) u_r z_e \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} - c_2 w \right] + \\ & x_e u_e + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (25)$$

由上式可知由于参数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $p_1$  和  $p_2$  均为控制器设计参数, 且非线性项  $y_e u_r (\sin \psi_e / \psi_e) \cos \theta_e$  和  $u_r (\sin \theta_e / \theta_e) z_e$  中不包含和模型相关的不确定项, 因此不妨取  $p_1 = 1/c_1^2$  和  $p_2 = 1/c_2^2$  以消除式(25)中的非线性耦合项, 进而简化式(27)–(28)中设计的虚拟控制量的形式, 式(25)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & p_1 z_1 \left[ \frac{r}{\cos \theta} - r_F + c_1 r x_e + c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} z_1 \cos \theta_e + \right. \\ & \left. c_1 v \right] + p_2 z_2 \left[ q - q_F - c_2 q x_e + c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_2 - \right. \\ & \left. c_2 w \right] + x_e u_e + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (26)$$

分别设计姿态角速度的虚拟控制量为

$$\beta_3 = \cos \theta (r_F + c_1 r x_e - c_3 z_1), \quad (27)$$

$$\beta_4 = q_F + c_2 q x_e - c_4 z_2. \quad (28)$$

式(26)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 + \\ & c_3 p_1 \left( 1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e \right) z_1^2 + p_1 z_1 \frac{r_e}{\cos \theta} + \\ & p_2 z_2 q_e + x_e u_e - c_4 p_2 \left( 1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e} \right) z_2^2 + \\ & c_1 p_1 z_1 v - c_2 p_2 z_2 w + y_e v + z_e w, \end{aligned} \quad (29)$$

其中:  $r_e = r - \beta_3$ ,  $q_e = q - \beta_4$ , 这里选取控制器参数  $c_3 > c_1 u_m$ ,  $u_m$  为速度  $u_r$  的上界, 对于  $\psi_e \in (-\pi, \pi)$ , 满足  $1 - (c_1 u_r / c_3) (\sin \psi_e / \psi_e) \cos \theta_e$  条件成立; 选取控制器参数  $c_4 > c_2 u_m$ , 对于  $\theta_e \in (-\pi/2, \pi/2)$ , 满足  $1 - (c_2 u_r / c_4) (\sin \theta_e / \theta_e)$  条件成立. 通过设计控制器

参数 $c_3$ 和 $c_4$ 保留了非线性项

$$c_1 p_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e z_1^2 \text{ 和 } c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_2^2,$$

避免了通过设计虚拟控制量 $\beta_3$ 和 $\beta_4$ 在反馈回路中直接抵消非线性项, 进而简化了虚拟控制量的形式。

**Step 3** 为保证跟踪系统存在外干扰下的鲁棒性, 引入积分项增强系统的鲁棒性, 定义 $\varepsilon_1 = u_e$ ,  $\varepsilon_2 = q_e$ ,  $\varepsilon_3 = r_e$ , 这里设计UUV三维路径跟踪控制器为

$$\begin{cases} F_u = m_1(-k_u u_e - k_{iu} \varepsilon_1 + \dot{u}_d - u_{bs}) - f_u, \\ \delta_s = \frac{1}{b_1} [m_5(-k_q q_e - k_{iq} \varepsilon_2 + \dot{q}_d - q_{bs}) - f_q], \\ \delta_r = \frac{1}{b_2} [m_6(-k_r r_e - k_{ir} \varepsilon_3 + \dot{r}_d - r_{bs}) - f_r], \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $f_u = m_2 v r - m_3 w q + d_1 u$ ,  $f_q = (m_1 - m_3) u v + d_4 q - g_2$ 和 $f_r = (m_1 - m_2) u v + d_5 r$ 为模型非线性水动力项, 这里 $u_{bs}$ ,  $q_{bs}$ 和 $r_{bs}$ 为待设计反馈补偿鲁棒项, 将式(30)代入式(1)得到 $u$ ,  $q$ 和 $r$ 的误差系统为

$$\begin{cases} \dot{u}_e = -k_u u_e - k_{iu} \varepsilon_1 - u_{bs}, \\ \dot{q}_e = -k_q q_e - k_{iq} \varepsilon_2 - q_{bs}, \\ \dot{r}_e = -k_r r_e - k_{ir} \varepsilon_3 - r_{bs}. \end{cases} \quad (31)$$

由于 $\dot{\varepsilon}_1 = \dot{u}_e$ ,  $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{q}_e$ ,  $\dot{\varepsilon}_3 = \dot{r}_e$ , 所以系统(31)可以重写为

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = -k_u \varepsilon_1 - k_{iu} \varepsilon_1 - u_{bs}, \\ \dot{\varepsilon}_2 = -k_q \varepsilon_2 - k_{iq} \varepsilon_2 - q_{bs}, \\ \dot{\varepsilon}_3 = -k_r \varepsilon_3 - k_{ir} \varepsilon_3 - r_{bs}. \end{cases} \quad (32)$$

定义误差向量 $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)^T$ ,  $\dot{\varepsilon} = (\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dot{\varepsilon}_3)^T$ ,  $E = (\varepsilon^T, \dot{\varepsilon}^T)^T$ , 则系统(32)可以表示为

$$\dot{E} = AE + BU, \quad (33)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -K_{I3 \times 3} & -K_{P3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} -u_{bs} \\ -q_{bs} \\ -r_{bs} \end{bmatrix},$$

且 $K_I = \text{diag}\{-k_{iu}, -k_{iq}, -k_{ir}\}$ ,  $K_P = \text{diag}\{-k_u, -k_q, -k_r\}$ .

#### 4 稳定性分析及补偿项设计(Stability analysis and compensation scheme design)

**定理 1** 基于李雅普诺夫稳定性的理论, 对于UUV三维路径跟踪误差系统(9)(11)和UUV模型(1),

给定参数化路径 $l_k$ 和虚拟向导移动速度 $u_r$ , 设计UUV纵向速度、艏向和纵倾控制器如式(30), 鲁棒反馈控制项为式(38)–(40), 则能够保证UUV三维路径跟踪误差系统一致最终有界。

**证** 结合式(22)构造李雅普诺夫能量函数

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} E^T P E, \quad (34)$$

其中正定对称矩阵 $P$ 为线性李雅普诺夫方程的解

$$A^T P + P A = -Q, \quad (35)$$

这里 $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & P_2 \end{bmatrix}$ , 其中 $P_i = \text{diag}\{p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}\}$  ( $i = 1, 2$ )为对角阵, 如果选择 $P_1 = K_1 P_2$ , 则

$$Q = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 2K_1 P_2 \end{bmatrix}.$$

对式(34)两边求导, 将式(29)代入整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 - \\ & \frac{1}{2} E^T Q E - c_3 p_1 \left(1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e\right) z_1^2 - \\ & c_4 p_2 \left(1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e}\right) z_2^2 + p_1 z_1 \frac{r_e}{\cos \theta} + \\ & p_2 z_2 q_e + x_e u_e + E^T P B U + \\ & c_1 p_1 z_1 v - c_2 p_2 z_2 w + y_e v + z_e w, \end{aligned} \quad (36)$$

进一步

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 - \\ & \frac{1}{2} E^T Q E - c_3 p_1 \left(1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e\right) z_1^2 - \\ & c_4 p_2 \left(1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e}\right) z_2^2 + p_1 z_1 \frac{r_e}{\cos \theta} + p_2 z_2 q_e + \\ & x_e u_e - p_{21} u_e u_{bs} - p_{22} q_e q_{bs} - p_{23} r_e r_{bs} + \\ & c_1 p_1 z_1 v - c_2 p_2 z_2 w + y_e v + z_e w. \end{aligned} \quad (37)$$

如果设计反馈补偿鲁棒项

$$u_{bs} = \frac{1}{p_{21}} x_e, \quad (38)$$

$$q_{bs} = \frac{p_2}{p_{22}} z_2, \quad (39)$$

$$r_{bs} = \frac{p_1 z_1}{p_{23} \cos \theta}, \quad (40)$$

则式(37)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 x_e^2 - c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e y_e^2 - \\ & c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} z_e^2 - \frac{1}{2} E^T Q E - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & c_3 p_1 \left(1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e\right) z_1^2 - \\ & c_4 p_2 \left(1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e}\right) z_2^2 + c_1 p_1 |z_1| |v| - \\ & c_2 p_2 |z_2| |w| + |y_e| |v| + |z_e| |w|. \end{aligned} \quad (41)$$

由欠驱动自由度速度有界性分析得 $v$ 和 $w$ 有界值<sup>[26]</sup>,且由UUV运动特性可知存在 $|v| \leq v_m$ ,  $|w| \leq w_m$ ,  $v_m$ 和 $w_m$ 分别为UUV横向和垂向速度上界,由均值不等式上式进一步放缩为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 x_e^2 - \left(c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e - \frac{1}{2}\right) y_e^2 - \\ & \left(c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} - \frac{1}{2}\right) z_e^2 - \frac{1}{2} E^T Q E - \\ & c_3 p_1 \left(1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e - \frac{c_1}{2c_3}\right) z_1^2 - \\ & c_4 p_2 \left(1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e} - \frac{c_2}{2c_4}\right) z_2^2 + \\ & \left(\frac{c_1 p_1}{2} + \frac{1}{2}\right) v_m^2 + \left(\frac{c_2 p_2}{2} + \frac{1}{2}\right) w_m^2 \leq \\ & -cV_3 + \mu, \end{aligned} \quad (42)$$

其中:

$$\begin{aligned} c = & \min\left\{2k_1, 2\left(c_1 u_r \frac{\sin \psi_e}{\psi_e} \cos \theta_e - \frac{1}{2}\right), \right. \\ & 2\left(c_2 u_r \frac{\sin \theta_e}{\theta_e} - \frac{1}{2}\right), \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}, \\ & 2c_3 \left(1 - \frac{c_1 u_r \sin \psi_e}{c_3 \psi_e} \cos \theta_e - \frac{c_1}{2c_3}\right), \\ & \left. 2c_4 \left(1 - \frac{c_2 u_r \sin \theta_e}{c_4 \theta_e} - \frac{c_2}{2c_4}\right)\right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\mu = \left(\frac{c_1 p_1}{2} + \frac{1}{2}\right) v_m^2 + \left(\frac{c_2 p_2}{2} + \frac{1}{2}\right) w_m^2. \quad (44)$$

由式(42)得,闭环信号一致最终有界,由于本文设计的控制器是针对标称模型设计的,此时未考虑模型参数变化和环境影响,当UUV模型参数摄动不剧烈,UUV受到海流干扰作用较小,总能通过调节控制器参数 $c_1, c_2, c_3, c_4, p_1, p_2$ 和增益矩阵 $P_1, P_2$ 能够使得系统收敛于原点处较小的邻域<sup>[27]</sup>,且收敛域的大小取决于控制器设计参数和对真实模型参数估计的精确程度。

为进一步说明本文基于反馈增益的思想设计三维路径跟踪控制器的优点,与传统反步控制方法进行对比,取相应的控制量的误差形式如式(45)–(54)(具体推导过程略):

$$u_e = u - u_d, \quad (45)$$

$$z_1 = \sin \psi_e - \alpha_1, \quad (46)$$

$$z_2 = \sin \theta_e - \alpha_2, \quad (47)$$

$$r_e = r - \alpha_3, \quad (48)$$

$$q_e = q - \alpha_4, \quad (49)$$

其中:

$$u_d = u_r \cos \psi_e \cos \theta_e - k_1 x_e, \quad (50)$$

$$\alpha_1 = -\frac{c_1 y_e}{\sqrt{1 + (c_1 y_e)^2}}, \quad (51)$$

$$\alpha_2 = \frac{c_2 z_e}{\sqrt{1 + (c_2 z_e)^2}}, \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 = & \left(\frac{\cos \theta}{\cos \psi_e} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_e} x_e\right)^{-1} [r_F \cos \psi_e - \\ & \frac{1}{k_2 z_1 - c_1 \frac{1}{\sqrt{1 + (c_1 y_e)^2}} y_e u_r +} \\ & \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_e} (u_r \sin \psi_e \cos \theta_e + v)], \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \alpha_4 = & \left(\cos \theta_e - \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_e} x_e\right)^{-1} [q_F \cos \theta_e - \\ & \frac{1}{k_3 z_2 + c_2 \frac{1}{\sqrt{1 + (c_2 z_e)^2}} z_e u_r +} \\ & \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_e} (-u_r \sin \theta_e + w)], \end{aligned} \quad (54)$$

其中:控制器参数 $k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0$ ;从上式可以看出当 $\frac{\cos \theta}{\cos \psi_e} = -\frac{\partial \alpha_1}{\partial y_e} x_e$ 或 $\cos \theta_e = \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_e} x_e$ 时虚拟控制量存在奇异点,会导致控制器计算中断或发散。

## 5 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

仿真实验对象为哈尔滨工程大学实验型UUV,其外形尺寸为长4.5 m、宽1.2 m、高0.6 m,质量为2535 kg,相关水动力系数为:舵效系数为

$$M_{\delta_s} = 900 \text{ kg/rad}, N_{\delta_r} = 850 \text{ kg/rad};$$

转动惯量为

$$I_y = 1700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_z = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2;$$

附加质量参数

$$X_{\dot{u}} = -142 \text{ kg}, Y_{\dot{v}} = -1700 \text{ kg}, Z_{\dot{w}} = -4600 \text{ kg},$$

$$M_{\dot{q}} = -1700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}, N_{\dot{r}} = -1350 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad};$$

阻尼水动力系数为

$$X_{|u|u} = -35 \text{ kg/m}, Y_v = -346 \text{ kg/s},$$

$$Y_{|v|v} = -667 \text{ kg/m}, Z_w = -1000 \text{ kg/s},$$

$$Z_{|w|w} = -2000 \text{ kg/m}, M_q = -900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s},$$

$$N_r = -300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}, N_{|r|r} = -350 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}^2,$$

$$M_{|q|q} = -1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}^2.$$

本文根据实测的水动力系数建立仿真模型,采用MATLAB环境搭建UUV三维路径跟踪控制仿真系统,设计两组期望曲线跟踪仿真实验验证本文设计的UUV三维路径跟踪控制器对不同曲线路径跟

踪的有效性, 并与PID控制仿真结果进行对比分析.

采用PID控制器为: 速度控制器

$$F_u = K_{pu}\tilde{u} + K_{iu} \int_0^t \tilde{u}dt + K_{du} \frac{d\tilde{u}}{dt}, \quad \tilde{u} = u - u_d,$$

参数 $K_{pu} = 1500, K_{iu} = 0, K_{du} = 10$ ; 艏摇角控制器为

$$\delta_r = K_{pr}\tilde{\psi} + K_{ir} \int_0^t \tilde{\psi}dt + K_{dr} \frac{d\tilde{\psi}}{dt}, \quad \tilde{\psi} = \psi_e - (\psi - \psi_F),$$

其中 $\psi_e$ 定义如式(14),  $\psi_F$ 定义如式(2), 参数 $K_{pr} = 1800, K_{ir} = 0, K_{dr} = 10$ ; 纵倾角控制器

$$\delta_s = K_{pq}\tilde{\theta} + K_{iq} \int_0^t \tilde{\theta}dt + K_{dq} \frac{d\tilde{\theta}}{dt}, \quad \tilde{\theta} = \theta_e - (\theta - \theta_F),$$

其中 $\theta_e$ 定义如式(15),  $\theta_F$ 定义如式(2), 参数 $K_{pq} = 2000, K_{iq} = 0, K_{dq} = 10$ .

根据式(38)分别设计UUV纵向速度、艏向和纵倾控制器: 速度控制器参数 $k_u = 0.5, k_{iu} = 0.1$ ; 艏向控制器参数 $c_1 = 0.2, p_1 = 1/c_1^2 = 25, c_3 = 0.5, k_r = 10, k_{ir} = 5, p_3 = 1000$ ; 纵倾控制器参数 $c_2 = 0.5, p_2 = 1/c_2^2 = 4, c_4 = 2, k_q = 20, k_{iq} = 10, p_{21} = 10, p_{22} = 10, p_{23} = 10$ ; 设计期望路径上虚拟向导的移动速度为 $u_r = u_0(1 - \tanh(x_e/\sigma))$ , 其中 $x_e$ 为切向跟踪误差,  $u_0 = 2 \text{ m/s}$ 为期望速度,  $\sigma = 0.5$ .

仿真实验时考虑舵机特性,  $T_E\dot{\delta} = K_E(\delta_d - \delta)$ , 其中 $\delta_d$ 表示指令舵角,  $\delta$ 为实际舵角,  $K_E$ 为舵机控制增益,  $T_E$ 为舵机时间常数约为 $3 \text{ s} \sim 4 \text{ s}$ , 实际舵角幅值 $|\delta| \leq \delta_{\max} = 30^\circ$ . 模型中环境扰动作用信号 $\omega_{(\cdot)}$ 选取为 $\dot{\omega} + T\omega = K\varepsilon$ , 其中 $\varepsilon$ 为高斯白噪声,  $K = \text{diag}\{20, 10, 10, 25, 25\}$ 为增益系数矩阵, 而 $T = \text{diag}\{5, 5, 5, 5, 5\}$ 为时间常数矩阵, 通过选取不同的增益系数和时间常数, 验证设计控制器的鲁棒性.

### 5.1 三维螺旋线跟踪(Three-dimensional helix curve path-following)

针对UUV螺旋下潜作业, 给出规划期望三维曲线路径为(单位: m)

$$\begin{cases} x(s) = 50 \cos(0.02s), \\ y(s) = 50 \sin(0.02s), \\ z(s) = s. \end{cases}$$

UUV初始位置为 $x = 10 \text{ m}, y = -5 \text{ m}, z = 1 \text{ m}$ ; 初始姿态角为 $\theta = 0^\circ, \psi = 45^\circ$ ; 初始速度为

$$u = 0 \text{ m/s}, v = 0 \text{ m/s}, w = 0 \text{ m/s},$$

$$q = 0 (^\circ)/\text{s}, r = 0 (^\circ)/\text{s};$$

图3为UUV三维螺旋下潜路径跟踪轨迹, 图4和图5分别为UUV三维路径跟踪轨迹在XY平面和XZ平面的投影曲线, 从中可以看出由于UUV的三

维运动各自由度具有耦合作用, 采用传统的PID控制器时控制器参数不易调节, 控制效果较差, 无法实现对三维路径的精确跟踪, 而本文设计的非线性控制器能够很好实现跟踪控制, 保证UUV从偏离参考路径处较平滑的实现跟踪并最终收敛于期望路径, 提高了路径跟踪精度, 缩短了UUV的冗余航程.

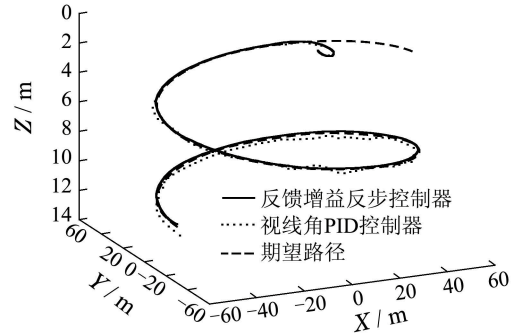


图 3 UUV三维路径跟踪运动轨迹

Fig. 3 Three-dimensional path-following trajectory of UUV

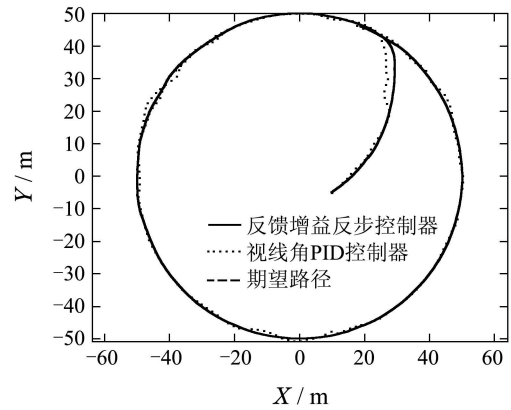


图 4 UUV三维路径跟踪XY平面投影图

Fig. 4 XY plane projection for three-dimensional path-following of UUV

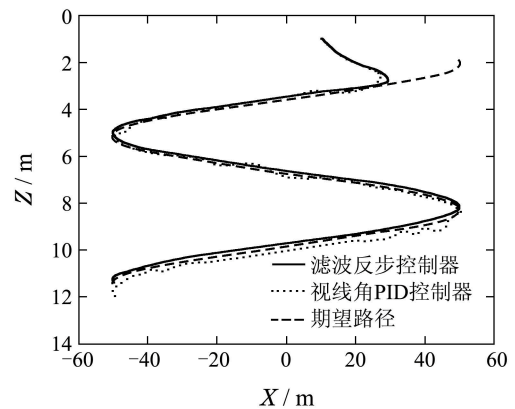


图 5 UUV三维路径跟踪XZ平面投影图

Fig. 5 XZ plane projection for three-dimensional path-following of UUV

图6为UUV三维路径跟踪控制中跟踪误差曲线,



与传统的PID控制器相比,可以看出本文设计的三维路径控制器提高了路径跟踪的精度,缩短了UUV的冗余航程,具有更加稳定的控制能力保证UUV较快的跟踪并收敛到期望路径,使得跟踪误差最终收敛到零,表明了控制器的跟踪精度和响应速度。

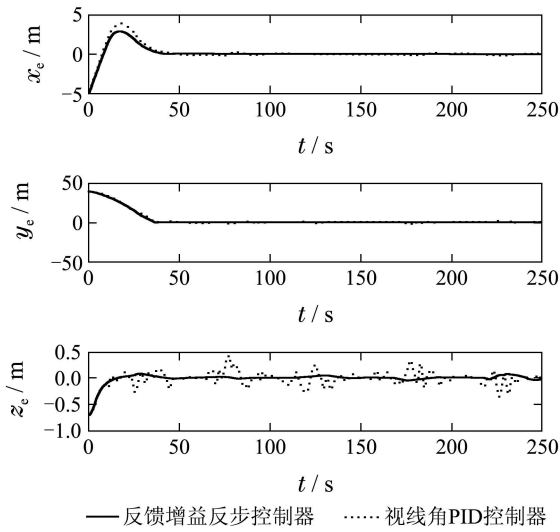


图6 UUV三维路径跟踪误差曲线

Fig. 6 Three-dimensional path-following errors of UUV

图7和图8分别为UUV三维路径跟踪控制过程中各状态变量包括线速度和姿态角的变化曲线,可以看出UUV在沿螺旋线下潜过程中横向速度和垂向速度相比于纵向速度较小,且为有界值;PID控制作用下的纵倾角和艏向角变化具有一定的超调振荡,调节时间较长,控制效果较差,容易导致系统失稳,本文提出的控制器对姿态角具有更加稳定的控制能力.图9为UUV三维路径跟踪控制输入响应曲线。

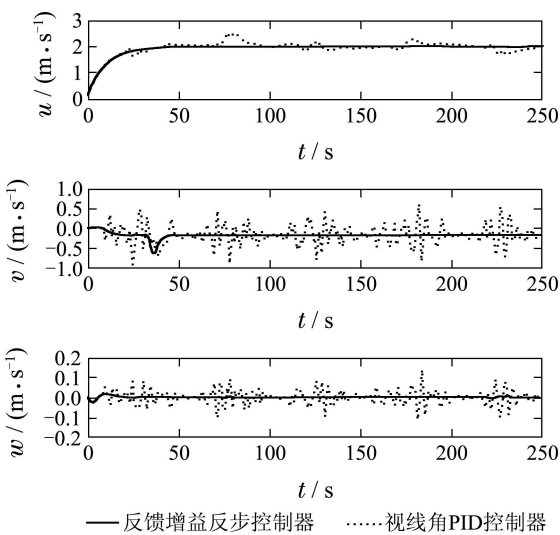


图7 UUV三维路径跟踪速度响应

Fig. 7 Velocity response of UUV in three-dimensional path-following

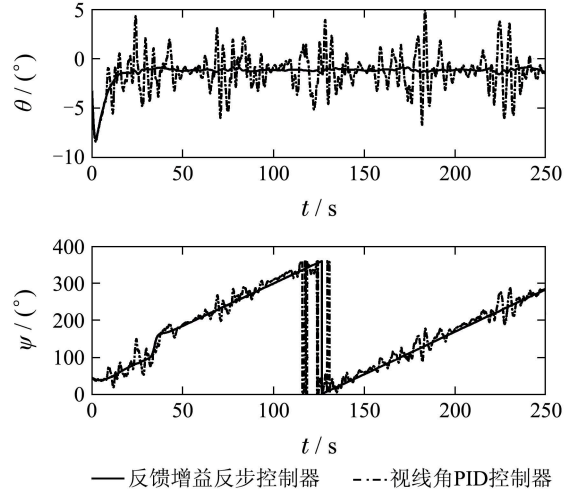


图8 UUV三维路径跟踪姿态角响应

Fig. 8 Angular response of UUV in three-dimensional path-following

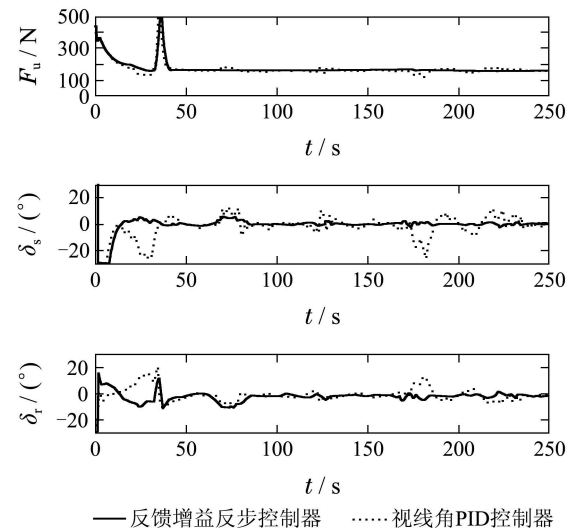


图9 UUV三维路径跟踪控制输入

Fig. 9 Control inputs of UUV in three-dimensional path-following

### 5.2 三维余弦曲线跟踪(Three-dimensional cosine curve path-following)

针对UUV空间曲线跟踪,给出规划期望三维曲线路径为(单位: m)

$$\begin{cases} x(s) = s, & y(s) = 50 \cos(0.02s), \\ z(s) = 0.02s + 2. \end{cases}$$

UUV初始位置为 $x = 2 \text{ m}$ ,  $y = 40 \text{ m}$ ,  $z = 0 \text{ m}$ ; 初始姿态角为 $\theta = 0^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ ; 初始速度为 $u = 0 \text{ m/s}$ ,  $v = 0 \text{ m/s}$ ,  $w = 0 \text{ m/s}$ ,  $q = 0^\circ/\text{s}$ ,  $r = 0^\circ/\text{s}$ . 保持控制器参数不变,图10给出了UUV对空间曲线的跟踪轨迹,图11和图12分别为跟踪轨迹在XY平面和XZ平面的投影,从图中可以看出,本文设计的控制器对不同空间曲线路径均能实现较好的跟踪控

制, 具有较高的跟踪精度, PID控制器由于工作点的变化控制效果较差; 图13给出了两种控制作用下的跟踪误差对比曲线, 可以看出本文设计的控制器具有较高的跟踪精度; 图14-15分别为UUV状态变量响应曲线, 可以看出PID控制器对姿态的控制效果较差, 具有一定的超调振荡, 容易导致系统失稳, 本文设计的控制器则具有较好的控制效果; 图16为控制输入响应曲线.

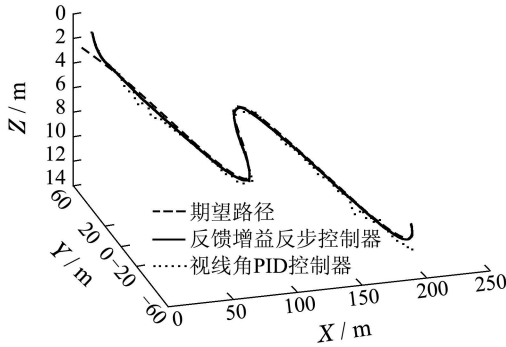


图 10 UUV三维路径跟踪运动轨迹

Fig. 10 Three-dimensional path-following trajectory of UUV

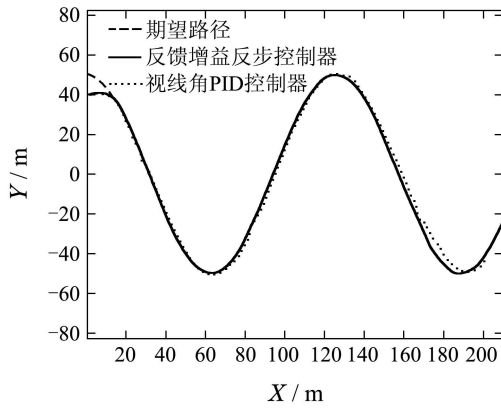


图 11 UUV三维路径跟踪XY平面投影图

Fig. 11 XY plane projection for three-dimensional path-following of UUV

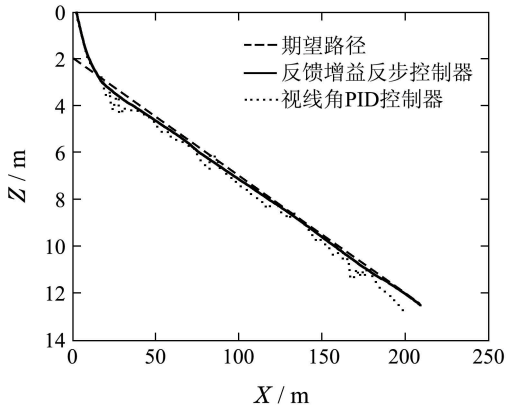


图 12 UUV三维路径跟踪XZ平面投影图

Fig. 12 XZ plane projection for three-dimensional path-following of UUV

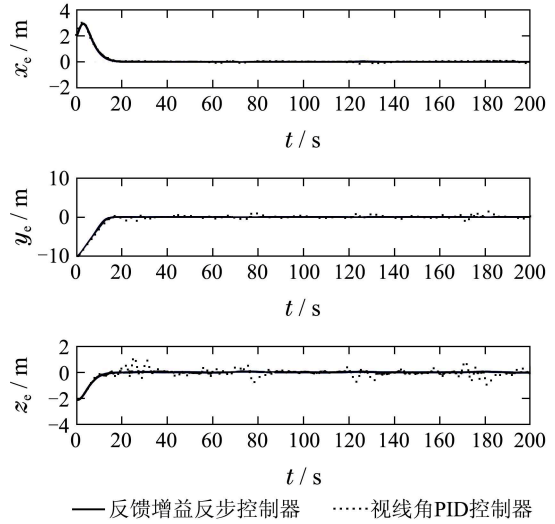


图 13 UUV三维路径跟踪误差曲线

Fig. 13 Three-dimensional path-following errors of UUV

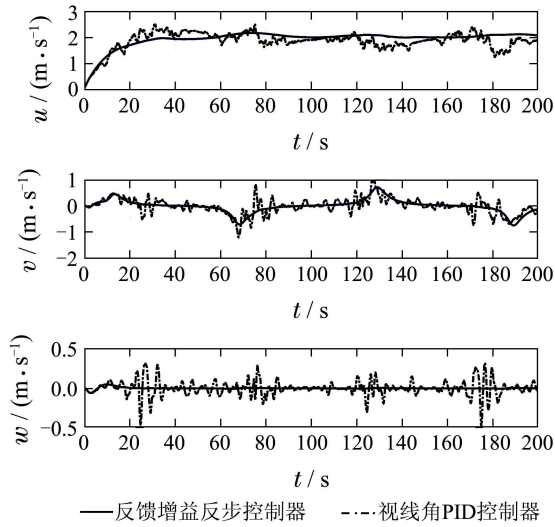


图 14 UUV三维路径跟踪速度响应

Fig. 14 Velocity response of UUV in three-dimensional path-following

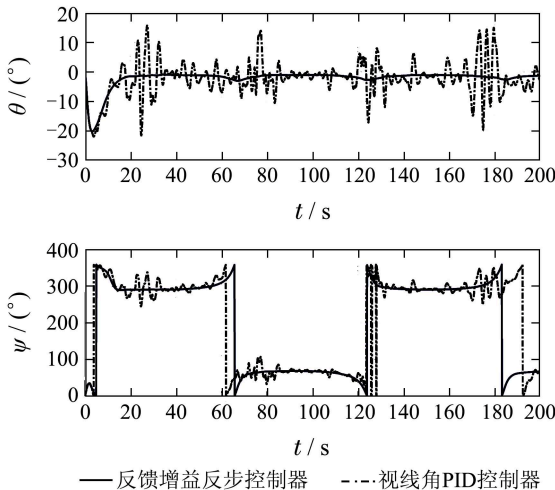


图 15 UUV三维路径跟踪姿态角响应

Fig. 15 Angular response of UUV in three-dimensional path-following

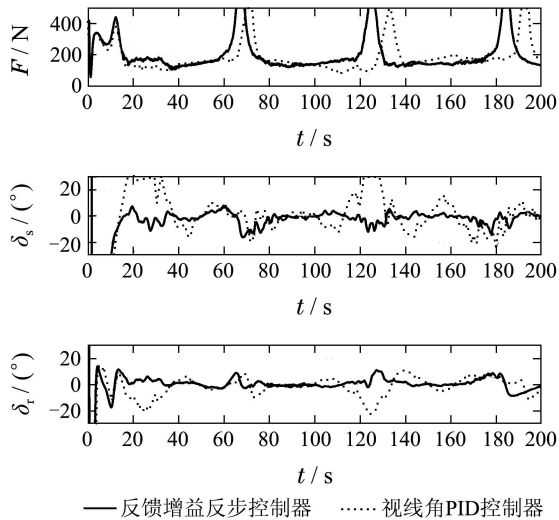


图 16 UUV 三维路径跟踪控制输入

Fig. 16 Control inputs of UUV in three-dimensional path-following

## 6 结论(Conclusion)

本文针对欠驱动水下航行器的三维路径跟踪控制问题,采用基于反馈增益的反步法进行控制器设计,首先简化了位置跟踪误差系统镇定函数的形式,避免了基于视线法设计非线性镇定函数时,引入其导数的复杂形式的情况;然后通过合理的选择控制器参数消除了部分非线性项,进一步简化了虚拟控制量的形式,同时避免了采用传统反步法设计控制器时存在的奇异值问题.基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒反馈补偿项,保证了闭环跟踪误差系统的一致最终有界.最后将本文设计的控制器应用于水下航行器进行三维曲线路径跟踪仿真实验,结果表明控制器具有较高的跟踪精度和较好的鲁棒性.

## 参考文献(References):

- [1] 向先波. 二阶非完整性水下机器人的路径跟踪与协调控制研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2010. (XIANG Xianbo. *Research on path following and coordinated control for second-order nonholonomic UUVs* [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2010.)
- [2] 王芳, 万磊, 李晔, 等. 欠驱动UUV的运动控制技术综述 [J]. 中国造船, 2010, 51(2): 227 – 241. (WANG Fang, WAN Lei, LI Ye, et al. A survey on development of motion control for underactuated UUV [J]. *Shipbuilding of China*, 2010, 51(2): 227 – 241.)
- [3] 徐玉如, 肖坤. 智能海洋机器人技术进展 [J]. 自动化学报, 2007, 33(5): 518 – 521. (XU Yuru, XIAO Kun. Technology development of autonomous ocean vehicle [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(5): 518 – 521.)
- [4] 俞建成, 张艾群, 王晓辉, 等. 基于模糊神经网络水下机器人直接自适应控制 [J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 840 – 846. (YU Jiancheng, ZHANG Aiqun, WANG Xiaohui, et al. Direct adaptive control for underwater vehicles based on fuzzy neural networks [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 840 – 846.)
- [5] 张利军, 贾鹤鸣, 边信黔, 等. 基于  $L_2$  干扰抑制的水下机器人三维航迹跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(5): 645 – 651. (ZHANG Lijun, JIA Heming, BIAN Xinqian, et al. Three-dimensional path tracking control for an autonomous underwater vehicle based on  $L_2$  disturbance attenuation method [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 645 – 651.)
- [6] ALONGE F, IPPOLITO F D, RAIMONDI F. Trajectory tracking of underactuated underwater vehicles [C] // *Proceedings of the 40th Conference on Decision and Control*. Orlando: IEEE, 2001, 5: 4421 – 4426.
- [7] 贾鹤鸣, 张利军, 齐雪, 等. 基于神经网络的水下机器人三维航迹跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 877 – 883. (JIA Heming, ZHANG Lijun, QI Xue, et al. Three-dimensional path tracking control for autonomous underwater vehicle based on neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(7): 877 – 883.)
- [8] PETERSEN K Y, NIJMEIJER H. Tracking control of an underactuated ship [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(1): 52 – 61.
- [9] 高剑, 徐德民, 严卫生, 等. 欠驱动自主水下航行器轨迹跟踪控制 [J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(3): 404 – 408. (GAO Jian, XU Demin, YAN Weisheng, et al. Trajectory tracking controller of underactuated autonomous underwater vehicle [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2010, 28(3): 404 – 408.)
- [10] DO K D, PAN J, JIANG Z P. Robust and adaptive path following for underactuated autonomous underwater vehicles [J]. *Ocean Engineering*, 2004, 31(2): 1967 – 1997.
- [11] AGUIAR A P, HESPANHA J P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1362 – 1379.
- [12] LAPIERRE L, SOETANTO D. Nonlinear path-following control of an AUV [J]. *Ocean Engineering*, 2007, 34(11): 1734 – 1744.
- [13] LAPIERRE L, JOUVENCEL B. Robust nonlinear path-following control of an AUV [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, 33(2): 89 – 100.
- [14] GAO J, YAN W S, ZHAO N N, et al. Global path following control for unmanned underwater vehicles [C] // *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. Beijing: IEEE, 2010: 3188 – 3192.
- [15] 边信黔, 程相勤, 贾鹤鸣, 等. 基于迭代滑模增量反馈的欠驱动UUV地形跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 289 – 292. (BIAN Xinqian, CHENG Xiangqin, JIA Heming, et al. A bottom-following controller for underactuated UUV based on iterative sliding and increment feedback [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(2): 289 – 292.)
- [16] LI J H, LEE P M. Path tracking in dive plane for a class of torpedo-type underactuated UUVs [C] // *Proceedings of the 7th Asian Control Conference*. China: ACA Press, 2009: 360 – 365.
- [17] TIAN Y, ZHANG A Q, LI W. 3D path-following of underactuated autonomous underwater vehicles [C] // *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Yantai: IEEE, 2011(1): 3456 – 3461.
- [18] ENCARNACAO P, PASCOAL A. 3D path following for autonomous underwater vehicle [C] // *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Sydney: IEEE, 2000: 2978 – 2982.
- [19] 葛晖, 敬忠良, 高剑. 自主式水下航行器三维路径跟踪的神经网络  $H_\infty$  鲁棒自适应控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 317 – 322. (GE Hui, JING Zhongliang, GAO Jian. Neural network  $H_\infty$  robust adaptive control for autonomous underwater vehicle in 3-dimensional path following [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 317 – 322.)
- [20] BORHAUG E, PETTERSEN K Y. Cross-track control for underactuated autonomous vehicles [C] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. Spain: IEEE, 2005: 602 – 608.

- [21] 贾鹤鸣, 张利军, 程相勤, 等. 基于非线性迭代滑模的欠驱动UUV三维航迹跟踪控制 [J]. 自动化学报, 2012, 38(2): 308 – 313.  
(JIA Heming, ZHANG Lijun, CHENG Xiangqin, et al. Three-dimensional path following control for an underactuated UUV based on nonlinear iterative sliding mode [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(2): 308 – 313.)
- [22] MICAELLI A, SAMSON C. *Trajectory-tracking for unicycle-type and two-steering-wheels mobile robots* [R]. Inria, Sophia Antipolis, France, 1993.
- [23] LAPIERRE L, SOETANTO D, PASCOAL A. Non-singular path-following control of a unicycle in the presence of parametric modeling uncertainties [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2003, 16(1): 485 – 503.
- [24] 郑泽伟, 霍伟, 诸兵. 非完整移动机器人全局路径跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 741 – 746.  
(ZHENG Zewei, HUO Wei, ZHU Bing. Global path-following control for nonholonomic mobile robots [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 741 – 746.)
- [25] 王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 等. 具有PID反馈增益的自主水下航行器反步法变深控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1139 – 1145.  
(WANG Hongjian, CHEN Ziyin, JIA Heming, et al. Backstepping method with PID gain tuning in diving control of autonomous underwater vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1139 – 1145.)
- [26] FOSSEN T I. *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles* [M]. Trondheim: Marine Cybernetics, 2002: 88 – 114.
- [27] 程代展. 应用非线性控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.  
(CHENG Daizhan. *Applied Nonlinear Control* [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.)

### 作者简介:

**王宏健** (1971–), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为水下机器人智能控制, E-mail: cctime99@163.com;

**陈子印** (1985–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为机器人控制技术、非线性系统控制理论与应用, E-mail: chenzyin\_heu@163.com;

**贾鹤鸣** (1983–), 男, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性系统控制理论与应用、机器人控制技术, E-mail: jiaheminglucky99@126.com;

**李娟** (1976–), 女, 副教授, 目前研究方向为水下机器人智能控制及计算机仿真, E-mail: lijuan041@163.com.