

## 永磁同步电动机新型自适应滑模控制

钱荣荣<sup>1,2†</sup>, 骆敏舟<sup>1,2</sup>, 赵江海<sup>2</sup>, 叶晓东<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学 信息科学技术学院, 安徽 合肥 230026;

2. 中国科学院 合肥物质科学研究院 先进制造技术研究所, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 永磁同步电动机(PMSM)是多变量、强耦合、非线性时变系统, 对外界干扰及内部参数摄动较为敏感, 为提高系统的鲁棒性, 本文提出一种基于非线性滑模面的自适应滑模变结构控制方法. 根据复合非线性反馈控制理论, 为PMSM滑模控制系统设计非线性滑模面, 通过实时改变控制系统的阻尼系数来提高PMSM伺服系统的瞬态响应性能. 在PMSM伺服系统外界扰动及内部参数摄动的上下界未知的情况下, 采用自适应参数校正律来调节控制增益的大小, 改善了系统的抖振现象. 此外, 对电机的电流及转速进行了饱和限制, 使得所设计的伺服控制系统可用于大范围的位移跟踪. 仿真结果表明, 与基于线性滑模面的控制器相比较, 本文所设计的基于非线性滑模面的自适应滑模控制器使得电机转子位移能够更快且无超调的到达给定值, 且系统的抖振现象明显减弱.

**关键词:** 永磁同步电动机; 滑模控制器; 非线性滑模面; 自适应参数校正

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Novel adaptive sliding mode control for permanent magnet synchronous motor

QIAN Rong-rong<sup>1,2†</sup>, LUO Min-zhou<sup>1,2</sup>, ZHAO Jiang-hai<sup>2</sup>, YE Xiao-dong<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei Anhui 230026, China;

2. Institute of Advanced Manufacturing Technology, Hefei Institute of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Changzhou Jiangsu 213164, China)

**Abstract:** This paper presents a novel adaptive sliding mode control method with a nonlinear sliding surface for permanent magnet synchronous motor (PMSM) in order to enhance the robustness of PMSM servo control system. According to the composite nonlinear feedback control theory, nonlinear sliding surface with a gain matrix having variable damping ratio is designed to improve the transient response performance. Meanwhile, the adaptive parameter tuning law used in the controller eliminates the need of prior knowledge about the upper bound of external disturbance and parameter perturbation. In addition, the current and speed of PMSM are limited by saturation in order to make the servo system track a wide range of displacement. Comparing to the sliding mode control with linear sliding surface, the simulation results demonstrate that the method proposed by this paper not only makes the rotor of PMSM reaching the set value faster and without any overshoot, but also weakens the chattering phenomenon of the system.

**Key words:** permanent magnet synchronous motor; sliding mode control; nonlinear sliding mode surface; adaptive parameter tuning

### 1 引言(Introduction)

永磁同步电动机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)具有结构紧凑、高气隙磁通密度、高功率密度、高转矩惯性和高效率等优点<sup>[1]</sup>, 因此在高性能数控系统、航空航天、机器人等众多领域里被广泛使用. 然而PMSM是多变量、强耦合、非线性时变系统, 极易受到外界干扰的影响, 且其矢量控制系统的数学模型是在忽略磁路饱和、铁芯损耗及频率和温度变化等对绕组电阻影响的情况下建立的, 因而系统

存在模型参数不匹配及参数摄动等现象, 传统的线性控制方法包括PID控制等将不能满足高性能PMSM伺服系统的要求<sup>[2]</sup>. 滑模控制(sliding mode control, SMC)因其对系统存在的参数变化和扰动不敏感, 具有鲁棒性好、响应速度快等优点, 因此被广泛应用于交流伺服控制系统中. 滑模变结构控制的设计是以滑模面的构建为基础的, 传统的滑模变结构控制往往选取渐进收敛的线性滑模(linear sliding mode, LSM)超平面作为切换面的<sup>[3]</sup>, 后来学者提出了终端滑模(ter-

收稿日期: 2013-04-08; 收修改稿日期: 2013-05-21.

†通信作者. E-mail: qrr@mail.ustc.edu.cn.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)资助项目(2011CB302106); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2012587); 国家自然科学基金资助项目(61005064).

minal sliding mode, TSM)控制<sup>[4]</sup>, 与LSM相比, TSM超曲面能在有限时间内收敛且跟踪精度较佳. 然而, 终端滑模控制存在奇异性问题, 为避免奇异, 文献[5]则提出非奇异终端滑模(nonsingular TSM, NTSM)控制. 文献[6]提出了快速终端滑模(fast TSM, FTSM)控制, 综合了终端滑模面与线性滑模面的优点, 使系统状态的轨迹在远离平衡点与平衡点附近都能较快的收敛.

针对线性系统, R.H.Sira等首次将自适应反步法与滑模变结构方法结合在一起, 实现了自适应动态变结构控制<sup>[7]</sup>. 此后, 学者开始研究自适应滑模控制器<sup>[8]</sup>, 在系统不确定的上下界未知的情况下设计相应的自适应参数调整律, 有效地抑制滑模控制存在的抖振现象. 文献[9]针对微机电系统(micro-electro-mechanical systems, MEMS)陀螺仪提出基于比例积分滑模面的自适应滑模跟踪控制器, 该控制器可以实时估计陀螺仪的角速度、阻尼和刚度系数, 对外部干扰及参数摄动具有很强的鲁棒性. 文献[10]为受未知干扰的多输入多输出(MIMO)系统设计自适应滑模控制器并将该控制方法应用于垂直起降的航空器系统, 有效地抑制了航空器起降时的抖振现象.

系统的瞬态响应性能包括系统响应的上升时间、调整时间和超调量等, 快速的调整时间、上升时间和低/无超调是许多系统如航空器控制系统、机电控制系统、机器人控制系统及功率变换装置等所必须的. 然而系统阻尼比越大, 超调量越小, 响应的振荡倾向越弱, 平稳性越好, 但系统响应迟钝, 调节时间和上升时间较长, 快速性差; 当系统阻尼比越小, 虽然响应的起始速度较快, 上升时间短, 但超调量大, 振动强烈, 衰减缓慢, 调节时间也较长. 为了提高系统的稳定时间及平稳性, 文献[11]为二阶线性系统提出了复合非线性反馈(composite nonlinear feedback, CNF)控制律, 该控制律是由系统状态的线性反馈及非线性反馈组成的, 线性反馈部分为系统设计较小的阻尼系数以使系统获得快速的起始响应, 随着系统输出逐渐接近给定值, 非线性反馈部分逐渐增加系统的阻尼系数以避免系统出现超调现象, 从而降低系统的调整时间. 文献[12]根据CNF方法为滑模控制系统设计非线性滑模面, 有效的提高了线性系统的瞬态响应性能, 但是在控制律的设计过程中直接假设系统的外界干扰及参数摄动的上下界已知, 因而在实际系统的应用中存在一定的局限性.

本文结合自适应滑模控制器和非线性滑模面理论的优点, 设计了基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制系统, 通过反馈线性化技术简化PMSM矢量控制系统的数学模型, 在PMSM伺服系统外界扰动及内部参数摄动的上下界未知的情况下采用自适应参数校正来调节控制增益的大小, 改善了系统的抖振现象, 同时结合非线性滑模面和指数趋近律来设计滑模控

制器, 通过滑模控制器的非线性滑模面实时改变系统的阻尼系数, 从而提高了PMSM伺服系统的瞬态响应性能. 此外, 对PMSM的电流及转速进行了饱和限制, 使得所设计的伺服控制系统可用于大范围内的位移跟踪. 仿真结果验证了该方法的有效性.

## 2 PMSM滑模控制系统非线性滑模面的设计(Design of nonlinear sliding surface of PMSM sliding mode control system)

对永磁同步电动机采用坐标变换, 将三相交流绕组等效为旋转的两相直流绕组, 即由ABC三相坐标系变换为 $d-q$ 两相同步旋转坐标系. 本文选用表面贴装式永磁同步电动机(SPMSM), 其 $d$ 轴和 $q$ 轴的定子电感相等, 即 $L_d = L_q$ . 忽略磁路饱和、磁滞和涡流损耗等影响且假设空间磁场成正弦分布, 则SPMSM在 $d-q$ 同步旋转坐标系下的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{i}_d = (v_d - R_s i_d + L p \omega i_q) / L, \\ \dot{i}_q = (v_q - R_s i_q - L p \omega i_d - p \omega \psi_f) / L, \\ \dot{\omega} = (1.5 p i_q \psi_f - B_f \omega - T_L) / J, \\ \dot{\theta} = \omega, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $v_d, v_q, i_d, i_q$ 分别表示 $d$ 轴和 $q$ 轴的定子电压和电流,  $R_s, L, p$ 分别表示定子的电阻、电感和永磁体的极对数,  $\psi_f$ 表示永磁体产生的磁链,  $J$ 表示电机的转动惯量,  $B_f$ 表示电机的粘滞摩擦系数,  $\omega, \theta$ 分别表示PMSM转子的角速度和角位移,  $T_L$ 表示负载转矩.

将负载转矩 $T_L$ 等效为惯性-阻尼负载且假设 $J_L$ 和 $B_L$ 分别代表负载的惯性系数和阻尼系数, 因此负载转矩可表示为

$$T_L = J_L \frac{d\omega}{dt} + B_L \omega. \quad (2)$$

由式(1)可知, PMSM的矢量控制系统是强耦合、非线性的, 因此通过定义辅助输入变量且由反馈线性化来简化系统的数学模型, 定义的辅助输入变量如下:

$$\begin{cases} u_d = v_d / L - p \omega i_q, \\ u_q = v_q / L - p \omega i_d. \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)-(3)代入式(1)中可得到经过反馈线性化处理后的PMSM线性模型的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_f + B_L}{J + J_L} & 0 & 0 & \frac{1.5 p \psi_f}{J + J_L} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L} & 0 \\ -\frac{p \psi_f}{L} & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{d1}(t) \\ \rho_{d2}(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中  $\rho_d(t) = \begin{bmatrix} \rho_{d1}(t) \\ \rho_{d2}(t) \end{bmatrix}$  为与PMSM系统控制输入相匹配的有界干扰及参数不确定的总集, 且有  $|\rho_{d1}(t)| < q_1$ ,  $|\rho_{d2}(t)| < q_2$ , 其中  $q_1, q_2$  为正常数.

为了便于分析基于非线性滑模面的滑模控制器的设计过程, 将PMSM线性模型的状态方程简化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = A_{11}z_1(t) + A_{12}z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) = A_{21}z_1(t) + A_{22}z_2(t) + Bu(t) + \rho_d(t), \\ y(t) = Cz(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= [\omega(t) \ \theta(t)]^T, \quad z_2(t) = [i_d(t) \ i_q(t)]^T, \\ z(t) &= [z_1^T(t) \ z_2^T(t)]^T, \quad u(t) = [u_d(t) \ u_q(t)]^T, \\ A_{11} &= \begin{bmatrix} -\frac{B_f + B_L}{J + J_L} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1.5p\psi_f}{J + J_L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{p\psi_f}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L} \end{bmatrix}, \\ A_{\text{reg}} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$y(t)$  为PMSM的输出即电机的转子角位移, 其中  $C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$ .

## 2.1 非线性滑模面的选取(Choose of nonlinear sliding surface)

假设  $z_d(t) = [z_{1d}^T(t) \ z_{2d}^T(t)]^T$  是PMSM控制系统的期望轨迹, 且该期望轨迹是由系统的标称模型得到的, 因此存在控制输入  $u_m(t)$  使得下式成立:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1d}(t) = A_{11}z_{1d}(t) + A_{12}z_{2d}(t), \\ \dot{z}_{2d}(t) = A_{21}z_{1d}(t) + A_{22}z_{2d}(t) + Bu_m(t). \end{cases} \quad (6)$$

假设系统的状态误差为

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - z_{1d}(t), \\ e_2(t) = z_2(t) - z_{2d}(t). \end{cases} \quad (7)$$

定义非线性滑模面如下:

$$S(z, t) = \begin{bmatrix} s_1(z, t) \\ s_2(z, t) \end{bmatrix} = \sigma(t) * \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = [F - \phi(y, r)A_{12}^T P \ I_2] \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中:  $I_2$  是2维的单位矩阵,  $F$  是使得矩阵  $(A_{11} - A_{12} \cdot F)$  有稳定特征值的2维方阵, 且由其主导极点构成的系统的阻尼系数很小,  $P$  是满足式(9)所示的Lyapunov方程的正定对称矩阵, 其中  $W$  为已知正定矩阵,

$$(A_{11} - A_{12}F)^T P + P(A_{11} - A_{12}F) = -W, \quad (9)$$

$\phi(y, r)$  是元素为不大于0的2维非线性函数对角矩阵,  $y, r$  分别表示系统的实际输出和期望输出. 非线性函数矩阵  $\phi(y, r)$  的引入是为了使永磁同步电动机伺服控制系统的阻尼系数随着系统的输出接近给定值而逐渐递增, 因此必须满足如下两个特性:

- 1) 随着系统的输出逐渐接近给定值, 矩阵  $\phi(y, r)$  里元素的值由0(或很小的值)逐渐变为  $-\beta$ , 其中  $\beta > 0$ ;
- 2) 为了保证滑动模态的存在,  $\phi(y, r)$  必须是关于  $y$  连续可微的.

为了满足上述特性, 选取  $\phi(y, r)$  如下:

$$\phi(y, r) = \begin{bmatrix} \varphi_1(y, r) & 0 \\ 0 & \varphi_2(y, r) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\varphi_i(y, r) = -\frac{\beta_i}{1 - e^{-1}} (e^{-(1 - \frac{y-y_0}{r-y_0})^2} - e^{-1}), \quad (11)$$

其中:  $y_0 = y(0)$  表示系统响应的初始值,  $\beta_i > 0, i = 1, 2$ .

## 2.2 稳定性分析(Stability analysis)

当系统状态到达滑模面即在滑动模态过程中, 有  $S(z, t) = 0$ , 则由式(8)可知

$$e_2(t) = -Fe_1(t) + \phi(y, r)A_{12}^T Pe_1(t). \quad (12)$$

结合式(5)-(6)和式(12)可得

$$\dot{e}_1(t) = (A_{11} - A_{12}F + A_{12}\phi(y, r)A_{12}^T P) \times e_1(t). \quad (13)$$

为了证明系统非线性滑模面上的稳定性, 根据式(13)构成的子系统, 定义Lyapunov函数  $V_1(t) = e_1^T(t)Pe_1(t)$ , 并对其进行微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \dot{e}_1^T(t)Pe_1(t) + e_1^T(t)P\dot{e}_1(t) = \\ &e_1^T(A_{11} - A_{12}F)^T Pe_1 + e_1^T P(A_{11} - A_{12}F)e_1 + \\ &2e_1^T PA_{12}\phi(y, r)A_{12}^T Pe_1 = \\ &e_1^T \{ (A_{11} - A_{12}F)^T P + P(A_{11} - A_{12}F) \} e_1 + \\ &2e_1^T PA_{12}\phi(y, r)A_{12}^T Pe_1. \end{aligned}$$

令  $M^T = e_1^T PA_{12}$ , 且由式(9)可知

$$\dot{V}_1(t) = -e_1^T(t)We_1(t) + 2M^T \phi(y, r)M < 0.$$

因此, 式(13)是稳定收敛的, 从而可知系统(5)在非线性滑模面上的运动是稳定收敛的.

## 3 PMSM 自适应滑模控制策略研究 (Research on PMSM adaptive sliding mode control strategy)

### 3.1 基于非线性滑模面的滑模控制律的设计 (Design of sliding mode control with sliding surface)

滑模控制律的设计目标是要求系统状态轨迹在有限时间内到达预定的滑模面, 并沿着滑模面收敛到状

态原点. 对于PMSM伺服控制系统, 由于切换开关的时间延迟和空间滞后等因素, 易使系统产生抖振现象. 因此, 采用指数趋近律, 在远离滑模面时收敛速度较大, 从而加快系统的动态响应; 在接近滑模面时, 收敛速度渐进于零, 从而能较好的减弱系统的滑模抖振. 指数趋近律如下:

$$\dot{S}(z, t) = -k_1 S - k_2 \text{sgn} S, \quad (14)$$

其中 $k_1, k_2$ 都是大于零的常数. 由式(8)可得

$$\begin{aligned} \dot{S} = & \left[ -\frac{d}{dt} \phi A_{12}^T P \quad 0 \right] \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \\ & \left[ F - \phi A_{12}^T P \quad I_2 \right] \begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix} = \\ & -\frac{d}{dt} \phi A_{12}^T P e_1(t) + (F - \phi A_{12}^T P) \dot{e}_1(t) + \dot{e}_2(t) = \\ & -\frac{d}{dt} \phi A_{12}^T P e_1(t) + (F - \phi A_{12}^T P) (\dot{z}_1(t) - \\ & \dot{z}_{1d}(t)) + (\dot{z}_2(t) - \dot{z}_{2d}(t)) = \\ & -\frac{d}{dt} \phi A_{12}^T P e_1(t) + \sigma(t) A_{\text{reg}} z(t) + B u(t) + \rho_d(t). \end{aligned} \quad (15)$$

将上式代入式(14)得到控制律如下:

$$u(t) = -B^{-1} \left[ -\frac{d}{dt} \phi(y, r) A_{12}^T P e_1(t) - \sigma(t) \dot{z}_d(t) + \sigma(t) A_{\text{reg}} z(t) + k_1 S + k_2 \text{sgn} S \right], \quad (16)$$

其中:  $k_2 > \max(|\rho_{d1}(t)|, |\rho_{d2}(t)|)$ ,  $\max(|\rho_{d1}(t)|, |\rho_{d2}(t)|)$ 为系统参数摄动及外界干扰的上界. 为了验证滑模控制律的存在性和稳定性, 定义Lyapunov函数

$$V_2(t) = 0.5 S^T(z, t) S(z, t).$$

结合式(15)和式(16)可得

$$\dot{V}_2(t) = S^T [-k_1 S - k_2 \text{sgn} S + \rho_d(t)] < 0.$$

因此控制律 $u(t)$ 在有限时间内能够驱使系统状态达到预定的滑模面, 并沿着滑模面收敛于系统的状态原点.

### 3.2 带有自适应参数校正律的PMSM滑模控制器 (PMSM sliding mode control with adaptive parameter tuning)

PMSM伺服控制系统的干扰及参数不确定性的上界通常是未知的, 因此 $\max(|\rho_{d1}(t)|, |\rho_{d2}(t)|)$ 是很难确定的. 为此, 本文将自适应参数校正技术应用于滑模控制律(16)的设计中, 得到如下控制律:

$$u(t) = -B^{-1} \left[ -\frac{d}{dt} \phi(y, r) A_{12}^T P e_1(t) - \sigma(t) \dot{z}_d(t) + \sigma(t) A_{\text{reg}} z(t) + k_1 S + \hat{Q}(t) \text{sgn} S \right], \quad (17)$$

其中矩阵 $\hat{Q}(t) = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1(t) & 0 \\ 0 & \hat{Q}_2(t) \end{bmatrix}$ 是自适应参数校正矩阵, 自适应参数校正律如下:

$$\dot{\hat{Q}}_1(t) = \mu_1 |s_1(z, t)|, \quad (18)$$

$$\dot{\hat{Q}}_2(t) = \mu_2 |s_2(z, t)|, \quad (19)$$

其中 $\mu_1, \mu_2 > 0$ . 由文献[13]可知, 存在正常数矩阵 $Q^* = \begin{bmatrix} q_1^* & 0 \\ 0 & q_2^* \end{bmatrix}$ , 对 $\forall t > 0$ 有 $\hat{Q}_1(t) \leq q_1^*$ ,  $\hat{Q}_2(t) \leq q_2^*$ 且 $q_1 \leq q_1^*$ ,  $q_2 \leq q_2^*$ .

为了验证自适应参数校正律的稳定性, 选取 $\gamma$ 满足 $\gamma \mu_{\min} > 1$ , 其中 $\mu_{\min} = \min(\mu_1, \mu_2)$ . 定义Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} V_3(t) = & 0.5 S^T S + 0.5 \gamma |(\hat{Q} - Q^*)^T (\hat{Q} - Q^*)| = \\ & 0.5 S^T S + 0.5 \gamma (\hat{Q}_1 - q_1^*)^2 + 0.5 \gamma (\hat{Q}_2 - q_2^*)^2. \end{aligned}$$

由式(15)(17)及 $k_1 > 0$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & S^T \dot{S} + \gamma (\hat{Q}_1 - q_1^*) \dot{\hat{Q}}_1 + \gamma (\hat{Q}_2 - q_2^*) \dot{\hat{Q}}_2 = \\ & S^T [-k_1 S - \hat{Q} \text{sgn} S + \rho_d(t)] + \\ & \gamma (\hat{Q}_1 - q_1^*) \dot{\hat{Q}}_1 + \gamma (\hat{Q}_2 - q_2^*) \dot{\hat{Q}}_2 < \\ & |S^T \rho_d(t)| - \hat{Q}_1 |s_1(z, t)| - \hat{Q}_2 |s_2(z, t)| + \\ & \gamma (\hat{Q}_1 - q_1^*) \dot{\hat{Q}}_1 + \gamma (\hat{Q}_2 - q_2^*) \dot{\hat{Q}}_2 = \\ & -(q_1^* - |\rho_{d1}(t)|) |s_1(z, t)| - (q_2^* - \\ & |\rho_{d2}(t)|) |s_2(z, t)| - (q_1^* - \hat{Q}_1) (\gamma \mu_1 |s_1(z, t)| - \\ & |s_1(z, t)|) - (q_2^* - \hat{Q}_2) (\gamma \mu_2 |s_2(z, t)| - |s_2(z, t)|) = \\ & -\beta_1 \sqrt{2} |s_1(z, t) / \sqrt{2}| - \beta_2 \sqrt{2 / \gamma} \sqrt{\gamma / 2} (q_1^* - \hat{Q}_1) - \\ & \beta_3 \sqrt{2} |s_2(z, t) / \sqrt{2}| - \beta_4 \sqrt{2 / \gamma} \sqrt{\gamma / 2} (q_2^* - \hat{Q}_2), \end{aligned}$$

其中:

$$\beta_1 = q_1^* - |\rho_{d1}(t)| > 0,$$

$$\beta_2 = q_2^* - |\rho_{d2}(t)| > 0,$$

$$\beta_3 = \gamma \mu_1 |s_1(z, t)| - |s_1(z, t)| > 0,$$

$$\beta_4 = \gamma \mu_2 |s_2(z, t)| - |s_2(z, t)| > 0.$$

令 $\beta_x = \min\{\beta_1 \sqrt{2}, \beta_2 \sqrt{2 / \gamma}, \beta_3 \sqrt{2}, \beta_4 \sqrt{2 / \gamma}\}$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) < & -\beta_x (|s_1(z, t) / \sqrt{2}| + (q_1^* - \hat{Q}_1) \sqrt{\gamma / 2} + \\ & |s_2(z, t) / \sqrt{2}| + (q_2^* - \hat{Q}_2) \sqrt{\gamma / 2}) \leq \\ & -\beta_x V_3^{1/2}(t) < 0. \end{aligned}$$

因此, 控制律(17)将在有限时间内驱使系统状态到达预定的滑模面, 并沿着滑模面收敛于状态原点.

在系统运行过程中由于 $|s_i(z, t)|$ 不可能一直保持为绝对零值, 自适应参数校正模型 $\hat{Q}(t)$ 会无限增长, 因此通过采用设置阈值的方式来修正自适应参数校

正模型,即

$$\dot{Q}(t) = \begin{cases} \mu \begin{bmatrix} |s_1(z, t)| & 0 \\ 0 & |s_2(z, t)| \end{bmatrix}, \\ \min(|s_1|, |s_2|) \geq \delta, \\ 0, \text{其他}, \end{cases} \quad (20)$$

其中:  $\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix}$ ,  $\delta$ 为一很小的正常值.

#### 4 仿真研究(Simulation research)

本文在PMSM矢量控制系统的基础上对PMSM自适应滑模控制系统进行了仿真研究,比较了线性滑模面和非线性滑模面对系统响应性能的影响,并使用自适应参数校正律来调整控制增益的大小,削弱了系统的抖振现象.假设仿真所用的永磁同步电动机的额定输出功率 $P_N = 2.0\text{kW}$ ,额定工作电流 $I_N = 10\text{A}$ 、电流允许过载倍数 $K = 3$ ,电机最大允许电流 $I_{\max} = 30\text{A}$ ,额定转速 $n = 3000\text{r/min}$ ,且电机及负载的参数如下:

$$\begin{aligned} p &= 1, \psi_f = 0.175\text{V}\cdot\text{s}, \\ R_s &= 2.8750\Omega, L = 8.5\text{mH}, \\ B_f &= 0.001\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}, J = 0.0008\text{kg}\cdot\text{m}^2, \\ J_L &= 4 \times 10^{-6}\text{kg}\cdot\text{m}^2, B_L = 0.001\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}. \end{aligned}$$

系统所受干扰及参数摄动的总集假设为连续函数矩阵 $\rho_d(t) = \begin{bmatrix} 0.2 \sin t \\ 0.3 \sin t \end{bmatrix}$ .根据基于非线性滑模面的滑模控制器改变系统阻尼系数的设计思想,假定系统的阻尼系数由 $\xi_1 = 0.5$ 逐渐变化为 $\xi_2 = 1$ .基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制器的设计参数如下:

$$\begin{aligned} \mu &= 200, y_0 = 0.1, \\ \beta_1 &= 2.6, \beta_2 = 2.7, \delta = 0.01, \\ k_1 &= \begin{bmatrix} 150 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix}, W = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ F &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.0099 & 0.1 \end{bmatrix}, P = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0.2945 & -0.05 \\ -0.05 & 0.0178 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

为了突出本文所提的基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制器的性能优点,分别设计了以下几组仿真进行比较:

1) PMSM伺服系统在位置阶跃指令较小时,以 $\theta = 300\text{rad}$ 为例,重点比较了基于非线性滑模面的自适应滑模控制器与传统滑模控制器的性能.

a) 比较了基于非线性滑模面的传统滑模控制器和带有自适应参数校正律的滑模控制器的抖振性能,对于传统的滑模控制器,由于对系统的干扰及参数不确定性的上界未知,因此切换控制增益的取值相对较大,对系统带宽的要求随之提高,且给系统带来严重

的振颤问题.两种控制器的控制输入如图1所示.基于非线性滑模面的传统滑模控制器的控制输入 $v_d, v_q$ 均存在严重的振荡现象,振荡幅值分别为 $2\text{V}$ 和 $6\text{V}$ ,而基于非线性滑模面的自适应滑模控制器控制输入 $v_d, v_q$ 的振荡幅值明显减弱,几乎为 $0\text{V}$ .

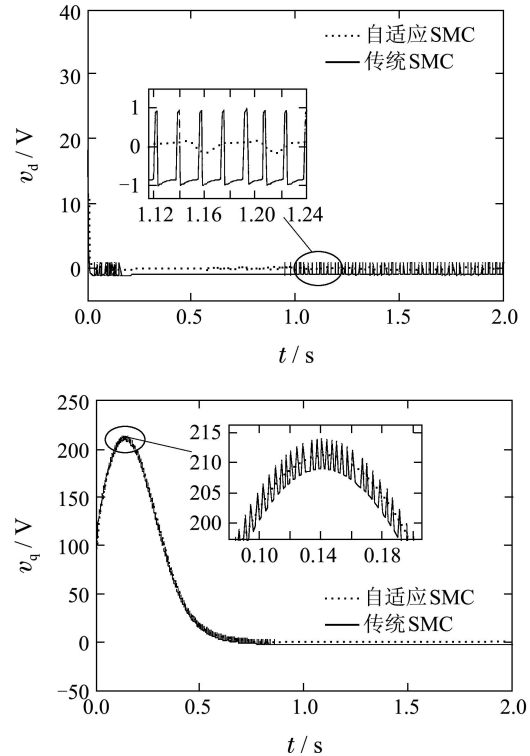


图1 不同滑模控制器下的控制输入  
Fig. 1 Control input of different SMC

由此可知,自适应滑模控制器可明显削弱系统的输入振荡,从而使得控制系统更加平稳,改善了系统的抖振现象.图2是永磁同步电机自适应滑模控制系统的自适应参数校正 $\hat{Q}_1(t), \hat{Q}_2(t)$ 的估计过程.

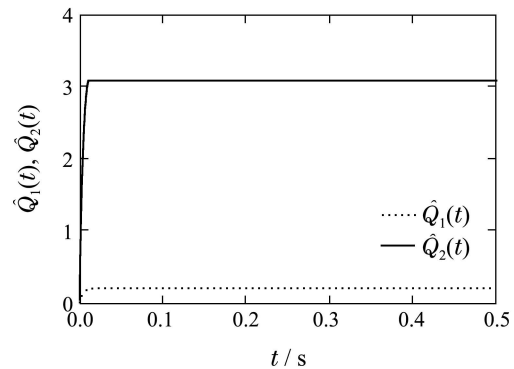


图2  $\hat{Q}_1(t), \hat{Q}_2(t)$ 的估计过程  
Fig. 2 Estimation process of  $\hat{Q}_1(t), \hat{Q}_2(t)$

b) 比较了使系统具有变阻尼系数的基于非线性滑模面的自适应滑模控制器和3个使系统具有固定阻尼系数的基于线性滑模面的自适应滑模控制器的控制性能,其中固定阻尼系数及稳定时间如下:

线性滑模面1:  $\xi=0.5, t_s = 1.4\text{s}$ ;

线性滑模面2:  $\xi=0.65, t_s = 1.3\text{ s}$ ;

线性滑模面3:  $\xi=0.8, t_s = 1.2\text{ s}$ .

利用控制律(17)设计基于非线性滑模面的自适应滑模控制器, 基于线性滑模面的自适应滑模控制器的设计过程与基于非线性滑模面的自适应滑模控制器类似, 仅将基于非线性滑模面的控制律中的非线性部分设置为0, 其余部分不变,  $F$ 则根据极点配置原理计算得到.

图3是PMSM自适应滑模伺服控制系统在不同滑模面下电机转子的位移输出, 表1给出了在不同滑模面下系统响应的具体性能参数对比, 其中上升时间是指系统第一次到达稳态值的时间, 调整时间是指振动幅值首次满足式(21)的 $t_s$ 值. 由图3和表1的对比可知, 本文所提的基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制系统的位移调整时间最短且不存在超调.

$$|y(t_s) - y(\infty)| = 0.05y(\infty). \quad (21)$$

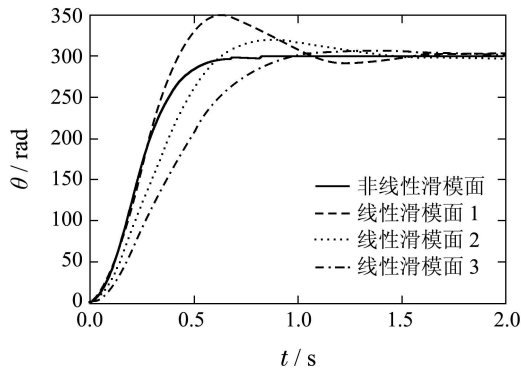


图 3 PMSM在不同滑模面下的自适应滑模伺服控制系统转子的位移输出

Fig. 3 Displacement output of PMSM using adaptive sliding mode servo control system with different sliding surfaces

表 1 不同滑模面下系统响应的具体性能参数对比

Table 1 Performance parameter comparison of system response in different sliding surfaces

滑模面的类型	超调量/%	调整时间/s	上升时间/s
线性滑模面1	16.23	0.93	0.43
线性滑模面2	6.83	1.07	0.64
线性滑模面3	1.53	0.82	1.01
非线性滑模面	0	0.49	0.79

图4是PMSM自适应滑模控制伺服系统在不同滑模面下的电机转子角速度. 由图4可知, 在线性滑模面下电机的转速容易出现正负往复旋转, 使得电机产生的损耗较大.

图5是PMSM自适应滑模控制伺服系统在不同滑模面下电机 $q$ 轴的定子电流, 由图可知, PMSM伺服系

统在本文所提控制方法下出现短暂的电流过载现象, 过载时间 $t < 0.5\text{ s}$ , 这对于实际电机的运行是允许的.

图6是基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制系统的非线性滑模面的响应曲线. 可以看到非线性滑模面迅速收敛且几乎不存在振动.

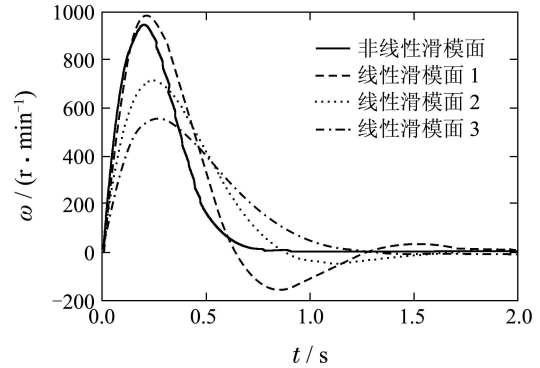


图 4 PMSM自适应滑模控制伺服系统的电机转子角速度  
Fig. 4 Angular velocity of PMSM using adaptive sliding mode servo control system with different sliding surfaces

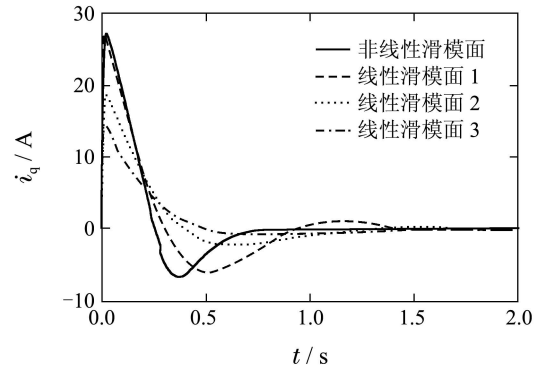


图 5 PMSM自适应滑模控制伺服系统的电机 $q$ 轴定子电流  
Fig. 5  $q$ -axis stator current of PMSM using adaptive sliding mode servo control system with different sliding surfaces

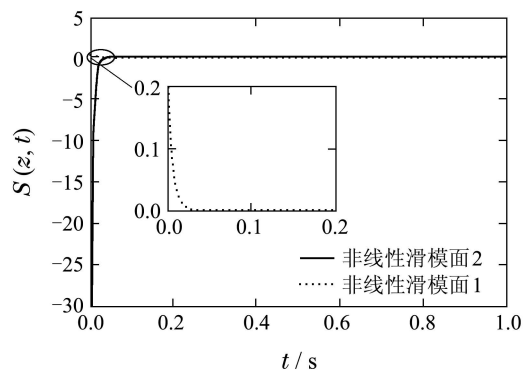


图 6 非线性滑模面的响应曲线

Fig. 6 Evolution of nonlinear sliding surface

图7是非线性滑模面中非线性函数 $\varphi_i(y, r)$ 的曲线, 分别由最初的0值渐近于 $-\beta_i$ , 由图可知,  $\varphi_i(y, r)$ 的响应速度较快且平滑, 从而使得系统的阻尼系数迅速的根据系统输出响应的变化而变化.

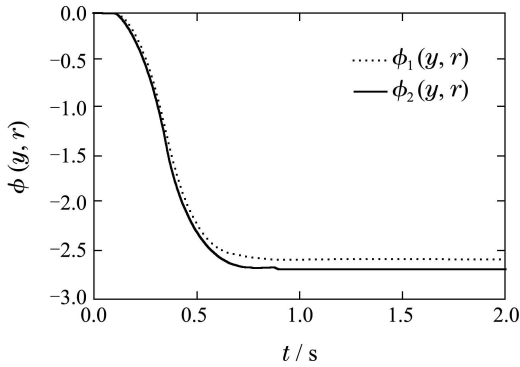


图7  $\phi(y, r)$ 的曲线  
Fig. 7 Evolution of  $\phi(y, r)$

2) PMSM伺服系统在位置阶跃指令较大时,以 $\theta = 900 \text{ rad}$ 及 $\theta = 1500 \text{ rad}$ 为例,详细说明了实际电机控制在位置阶跃指令幅值较大时,伺服系统受电流过载倍数及额定速度的约束情况下系统的响应过程。

由于实际电动机的控制不可避免要受到最大允许电流即电流允许过载倍数及额定转速的约束,因此在所提的基于非线性滑模面的PMSM自适应滑模控制系统中对电机的电流及转速引入饱和限制.当电机的位置阶跃指令较大时,为了实现在最大允许电流受限的条件下调速系统最快起动,充分利用电机的允许过载能力,在过渡过程中使电机电流增加并始终保持电流为允许的最大值,使电机尽可能用最大的加速度启动,当达到电机额定转速后,控制器输出立即退出饱和,电流降低从而使转速和负载相平衡,电机转入稳定运行状态。

图8为位置阶跃指令 $\theta = 900 \text{ rad}$ 时系统的电流、转速及角位移仿真波形,由图可知,在 $0 \text{ s} \sim 0.22 \text{ s}$ 及 $0.35 \text{ s} \sim 0.55 \text{ s}$ 的短时间内电机在控制器的作用下以电流过载的方式进行加速和减速运动,使得电机的角位移以快速起始响应和无超调方式到达期望值。

图9为位置阶跃指令 $\theta = 1500 \text{ rad}$ 时系统的电流、转速及角位移仿真波形,由图可知,由于期望角位移过大,电机的电流及速度在加速阶段均进入了饱和和限制,电机在 $0.15 \text{ s} \sim 0.35 \text{ s}$ 时间内以额定转速 $n = 3000 \text{ r/min}$ 匀速转动,随着控制器的作用电流及转速逐渐退出饱和值直至电机到达期望的位置。

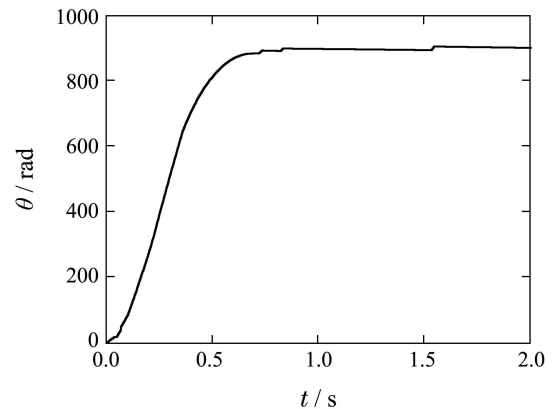
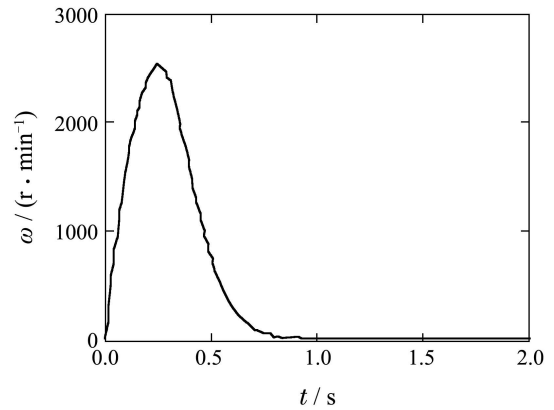
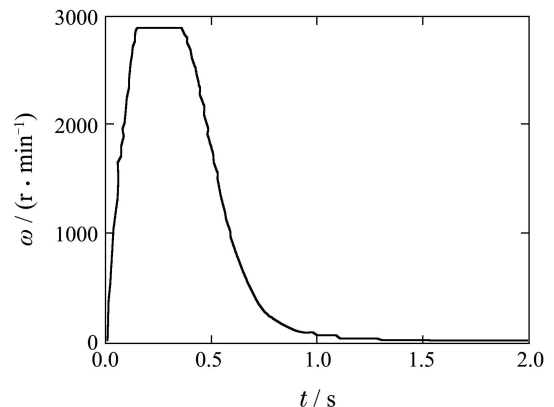
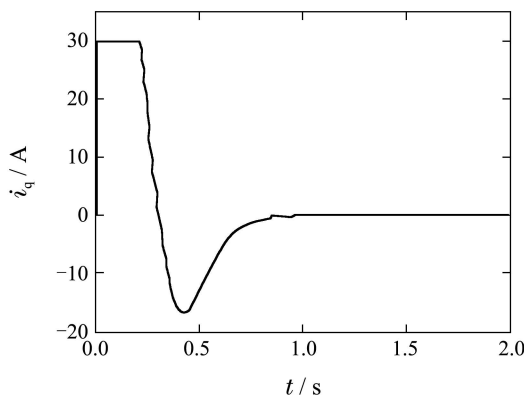
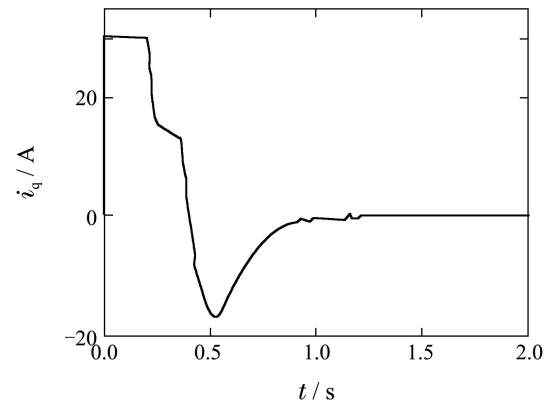


图8  $\theta = 900 \text{ rad}$ 时PMSM电流、转速及角位移仿真波形  
Fig. 8 Waveform of PMSM current, speed and angle when  $\theta = 900 \text{ rad}$



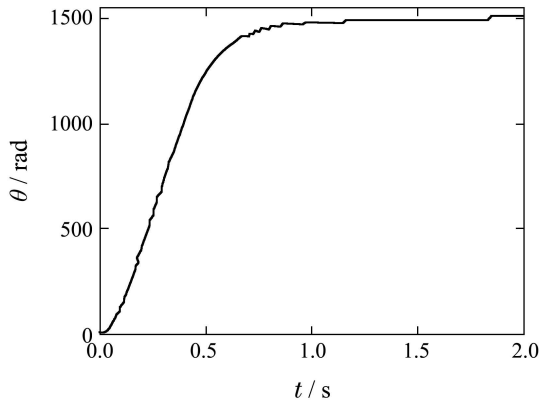


图 9  $\theta = 1500 \text{ rad}$  时 PMSM 电流、转速及角位移仿真波形  
Fig. 9 Waveform of PMSM current, speed and angle when  $\theta = 1500 \text{ rad}$

## 5 结论(Conclusions)

针对传统永磁同步电动机滑模控制系统的瞬态响应性能即上升时间、调整时间和超调量之间存在的矛盾, 本文提出一种基于非线性滑模面并结合指数趋近律的自适应滑模控制器, 使系统以较小的阻尼系数获取快速的起始响应. 随着系统的输出接近给定值, 系统的阻尼系数逐渐增加, 避免出现超调现象且减少了系统的稳定时间. 同时引入了带有阈值设置的自适应参数校正律以实时调整控制增益的大小. 此外, 对 PMSM 的电流及转速进行了饱和限制, 使得所设计的伺服控制系统可用于大范围内的位移跟踪. 所提方法, 不仅保留了传统滑模控制器对外界干扰及参数变化的鲁棒性, 且很大程度上提高了 PMSM 伺服控制系统的瞬态响应性能, 并减弱了控制系统存在的抖振现象, 有利于实际系统的运行.

## 参考文献(References):

- [1] KRISHMAN R. Electric motor drives: modeling, analysis, and control [M] // *Upper Saddle River*. NJ: Prentice-Hall, 2001.
- [2] AMIT VILAS S, RAJAGOPAL K R. PM synchronous motor speed control using hybrid fuzzy-PI with novel switching functions [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, 45(10): 4672 – 4675.
- [3] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996.

(GAO Weibing. *Variable Structure Control Theory and Design Method* [M]. Beijing: Science Press, 1996.)

- [4] WU Y Q, YU X H, MAN Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(5): 281 – 287.
- [5] CHEN S Y, LIN F J. Robust nonsingular terminal sliding-mode control for nonlinear magnetic bearing system [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(3): 636 – 643.
- [6] YU X H, MAN Z H. Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(2): 261 – 264.
- [7] SIRA R H, LLANES S O. Adaptive dynamical sliding mode control via backstepping [C] // *Proceeding of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*. San Antonio, USA: IEEE, 1993, 2: 1422 – 1427.
- [8] HUANG Y J, KUO T C, Chang S H. Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2008, 38(2): 534 – 539.
- [9] FEI J T, CELAL B. A novel adaptive sliding mode control with application to MEMS gyroscope [J]. *ISA Transactions*, 2009, 48(1): 73 – 78.
- [10] MONDAL S, MAHANTA C. Chattering free adaptive multivariable sliding mode controller for systems with matched and mismatched uncertainty [J]. *ISA Transactions*, 2013, 53(2): 335 – 341.
- [11] LIN Z, PACTHER M, BANDA S. Towards improvement of tracking performance-nonlinear feedback for linear systems [J]. *International Journal of Control*, 1998, 70(1): 1 – 11.
- [12] BANDYOPADHYAY B, FULWANI D, FRIDMAN L. *Sliding Mode Control Using Novel Sliding Surface* [M]. London: Springer, 2010.
- [13] PLESTAN F, SHTESSEL Y, BREGEAULT V, et al. New methodologies for adaptive sliding mode control [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(9): 1907 – 1919.

## 作者简介:

钱荣荣 (1988-), 女, 博士研究生, 从事精密伺服控制、智能控制技术等研究, E-mail: qrr@mail.ustc.edu.cn;

骆敏舟 (1973-), 男, 博士, 博士生导师, 研究员, 从事机电一体化等研究, E-mail: lmz@iim.ac.cn;

赵江海 (1974-), 男, 博士, 硕士生导师, 副研究员, 从事机电控制及自动化等研究, E-mail: jhzha@iamt.ac.cn;

叶晓东 (1973-), 男, 硕士生导师, 高级工程师, 从事工业自动化及智能仪器仪表等研究, E-mail: xdy@iamt.ac.cn.