

## 智能电动车辆横纵向协调与重构控制

郭景华, 罗禹贡, 李克强<sup>†</sup>

(清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 针对具有高度非线性、强耦合和冗余特性的智能电动车辆运动控制问题, 提出了一种由协调控制律和控制分配律组成的横纵向综合控制新方法. 首先, 建立准确表征智能电动车辆行为机理的动力学模型; 其次, 采用非奇异滑模控制技术, 引入非线性滑动模态切换面, 设计有效克服非线性及不确定特性的协调控制律, 保证系统状态在有限时间内收敛至平衡点; 在此基础上, 考虑到轮胎存在冗余和耦合特性, 提出基于内点法的控制分配算法来完成期望广义力/力矩的优化分配, 实现轮胎横纵向力的协调与重构. 仿真结果表明了该方法的有效性.

**关键词:** 智能电动车辆; 协调控制; 控制分配; 耦合; 非奇异滑模

中图分类号: TP242.6; U461.6 文献标识码: A

## Cooperative and reconfigurable lateral and longitudinal control of intelligent electric vehicles

GUO Jing-hua, LUO Yu-gong, LI Ke-qiang<sup>†</sup>

(State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** A novel integrated lateral and longitudinal control method consisting of an upper coordinated control law and a lower control allocation law, is developed for the intelligent electric vehicles with high nonlinearity, strong coupling and redundancy. Firstly, a dynamical model which can accurately reflect the behavior and mechanism of intelligent electric vehicles is built. Secondly, an upper coordinated control law which can effectively tackle with the nonlinear and uncertain characteristics is designed by non-singular terminal sliding mode technology, and the finite-time convergence of the system states is guaranteed. On this basis, considering the redundant and coupled properties of tires, a lower control allocation algorithm based on interior point method is proposed to optimally allocate the expected generalized forces/moment through coordinating and reconstructing the lateral and longitudinal tire forces. Simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed strategy.

**Key words:** intelligent electric vehicles; coordinated control; control allocation; coupling; non-singular terminal sliding mode

### 1 引言(Introduction)

智能电动车辆(intelligent electric vehicles, IEV)融合智能交通技术与以电驱动系统为平台的清洁能源汽车技术各自的优势和特点, 可显著增强车辆行驶安全性和舒适性, 提高能量利用率和减低排放量, 被认为是未来汽车工业发展的新方向<sup>[1]</sup>. 运动控制是智能电动车辆研究的重要内容之一, 主要包括横向控制和纵向控制. 由于智能电动车辆为非完整运动约束系统, 具有高度非线性动态特性、强耦合以及其执行机构(轮胎)存在冗余等特点, 因此, 如何设计高品质的运动控制策略成为实现智能电动车辆安全、舒适、节能与环保综合行驶性能的重点和难点, 具有深远的研究意义.

目前, 关于智能车辆运动控制的研究, 主要通过横纵向动力学系统解耦, 设计两个独立的控制系统来实现对车辆的横向控制和纵向控制. 对于横向控制, 文献[2]采用输入输出反馈线性化方法设计了基于预瞄的横向控制算法, 可保证系统内部动态稳定性. 文献[3]考虑到纵向速度对横向控制的影响, 提出了基于速度分层的遗传-模糊横向控制策略. 文献[4]设计了由双比例-积分-微分(proportion-integral-derivative, PID)控制器组成的嵌套式控制结构. 对于纵向控制, 文献[5]应用自学习控制方法, 构建了基于驾驶员特性自学习的纵向控制策略. 文献[6]提出了满足线性矩阵不等式条件的纵向T-S模糊控制算法. 文献[7]采用滑模变结构控制方法构建了智能车辆纵向控制策略. 基

收稿日期: 2013-08-18; 录用日期: 2014-05-31.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: likq@tsinghua.edu.cn; Tel.: +86 10-62794417.

基金项目: 国家“863”国际科技合作项目(2010DFA72760); 国家自然科学基金资助项目(61304193); 中国博士后科学基金资助项目(2013M530607).

于解耦思想设计的横纵向控制器不仅会降低整个系统的控制性能, 而且不能保证系统的全局渐近稳定性.

为了克服车辆横纵向动力学的耦合特性, 部分学者尝试采用横纵向综合控制方法. 如文献[8]基于鲁棒自适应控制方法设计了横纵向运动的协调控制算法. 文献[9]设计了基于径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的横纵向耦合控制器. 文献[10]提出了包含横向控制器、纵向控制器及监督器的综合控制系统, 通过监督器来实时协调横纵向控制器. 上述综合控制策略仅考虑了车辆横纵向运动的部分非线性, 而忽略了轮胎横纵向力的耦合和冗余特性. 因此, 上述综合控制策略为局部协调, 不能使系统整体性能达到最优.

本文针对智能电动车辆系统存在强耦合、高度非线性及冗余等特性, 提出一种由协调控制律和控制分配律组成的横纵向综合控制新方法, 通过横纵向动力学的协调与重构来实现系统的全局渐近稳定. 首先, 采用非奇异滑模控制方法设计可有效克服车辆非线性及耦合特性的横纵向运动协调控制律, 生成满足行驶品质要求的期望控制量, 保证系统状态的有限时间镇定; 在此基础上, 针对轮胎具有耦合和冗余特性, 构建基于内点法的控制分配策略, 提出消耗能量最少和控制分配误差最小的分配准则, 通过轮胎横纵向力的协调与重构将协调控制律输出的期望控制量优化分配至各轮胎, 实现系统的全局协调优化, 从而有效提高系统整体性能.

## 2 系统描述(System description)

智能电动车辆集信息、电子、控制于一体, 为典型的多输入多输出、强耦合的复杂系统. 当忽略侧倾、俯仰及垂向运动时, 只考虑车辆的横向、纵向及横摆运动, 根据经典力学, 推导出反映车辆横纵向动力学特性的状态方程

$$\begin{cases} \dot{v}_x = v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{1}{m} F_{gx}, \\ \dot{v}_y = -v_x r + \frac{1}{m} F_{gy}, \\ \dot{r} = \frac{1}{I_z} M_{gz}, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $v_x$ 和 $v_y$ 分别表示车辆的纵向速度、横向速度,  $r$ 表示横摆角速度,  $m$ 表示车辆总质量,  $I_z$ 为车辆转动惯量,  $c_a$ 为纵向空气阻力系数,  $F_{gx}$ 和 $F_{gy}$ 分别表示广义纵向力和广义横向力,  $M_{gz}$ 表示广义横摆力矩. 广义力/力矩可近似表达为

$$F_{gx} = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}, \quad (2)$$

$$F_{gy} = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}, \quad (3)$$

$$M_{gz} = (-F_{x1} + F_{x2}) \frac{d_f}{2} + (F_{x4} - F_{x3}) \frac{d_f}{2} + (F_{y1} + F_{y2}) l_f - (F_{y3} + F_{y4}) l_r, \quad (4)$$

其中:  $l_f$ 和 $l_r$ 表示前后轴至车辆质心距离,  $d_f$ 和 $d_r$ 表示前后轴轮距,  $F_{xi}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )表示车辆各轮胎纵向力,  $F_{yi}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )表示车辆各轮胎横向力.

智能交通系统中车-路/车-车相对位置模型如图1所示, 用于描述车辆相对于期望行驶路径的横向位置的数学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{e}_y = v_x e_a - v_y - r D_L, \\ \dot{e}_a = v_x K_L - r, \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $e_y$ 表示横向位置偏差, 为预瞄点处车辆中心线与期望路径的横向距离;  $e_a$ 表示车辆与期望行驶路径的方位偏差, 为预瞄点处车辆中心线与路径切线的夹角;  $D_L$ 代表预瞄距离,  $K_L$ 为道路曲率.

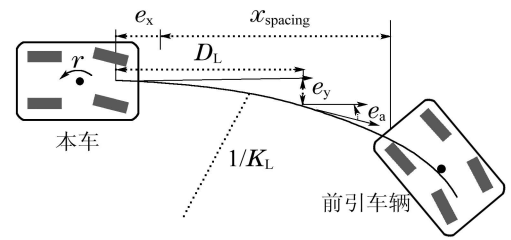


图1 车-路/车-车相对位置模型

Fig. 1 Relative position model of vehicle-road/vehicle-vehicle

为描述微观交通特性, 如图1所示, 定义本车相对于前引车辆的纵向距离偏差为

$$e_x = (x_p - x) - x_{spacing}, \quad (6)$$

式中:  $e_x$ 表示本车与前引车辆的纵向距离偏差,  $x$ ,  $x_p$ 分别为本车和前引车辆纵向位置坐标,  $x_{spacing}$ 为期望纵向车距.

基于文献[11]提出的定时距策略, 对式(6)进行微分, 得反映纵向偏差动态特性的车-车间纵向相对位置的数学模型

$$\dot{e}_x = v_p - v_x - \tau_h \dot{v}_p, \quad (7)$$

其中:  $v_p$ 表示前引车辆纵向速度,  $\tau_h$ 表示车间时距.

分别对式(5)和式(7)中的状态量 $e_y$ ,  $e_a$ 和 $e_x$ 求二阶导数, 并将式(1)代入, 推导出描述智能电动车辆运动行为规律的动力学模型

$$\begin{aligned} \ddot{e}_y &= \dot{v}_x e_a + v_x \dot{e}_a - \dot{v}_y - \dot{r} D_L = \\ & (v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{1}{m} F_{gx}) e_a + v_x \dot{e}_a - \\ & (-v_x r + \frac{1}{m} F_{gy}) - \frac{D_L}{I_z} M_{gz}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_a &= \dot{v}_x K_L - \dot{r} = \\ & (v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{1}{m} F_{gx}) K_L - \frac{1}{I_z} M_{gz}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_x &= \dot{v}_p - \dot{v}_x - \tau_h \ddot{v}_p = \\ & \dot{v}_p - (v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{1}{m} F_{gx}) - \tau_h \ddot{v}_p. \end{aligned} \quad (10)$$

式(8)–(10)构成的系统为二阶多输入多输出非线性系统,其中:状态向量 $e_x, e_y, e_a \in \mathbb{R}$ ,控制输入向量 $F_{gx}, F_{gy}, M_{gz} \in \mathbb{R}$ .

### 3 综合控制系统设计(Design of integrated control system)

智能电动车辆横纵向控制的基本原理是根据车–路通信(vehicle to infrastructure, V2I)、车–车通信(vehicle to vehicle, V2V)局域网系统以及车载传感系统获取的行驶环境和车体位移、姿态等信息,按照一定控制策略向执行系统发出控制指令,确保车辆相对于参考路径的横向位置偏差和车辆相对于前方车辆的纵向距离偏差渐近收敛,实现车辆安全、舒适、节能和环保的行驶性能.构建高品质的横纵向控制系统被认为是提高智能电动车辆综合行驶性能的有效手段.

本节针对智能电动车辆固有的强耦合、参数不确定性、高度非线性及冗余特性,提出由非奇异滑模调控制律和控制分配律组成的横纵向综合控制策略,其控制结构如图2所示.

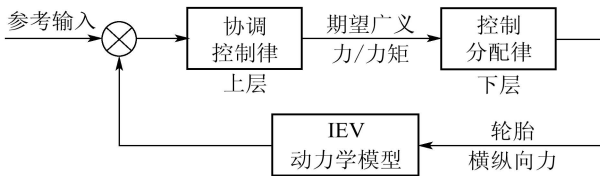


图2 控制系统结构框图

Fig. 2 Block diagram of control system

#### 3.1 非奇异滑模协调控制律(Non-singular terminal sliding mode coordinated control law)

上层协调控制的目标是设计期望广义力/力矩使得系统状态在有限时间内收敛于平衡点.采用非奇异终端滑模控制方法设计协调控制律,首先定义非奇异终端滑模切换面<sup>[12]</sup>:

$$s_1 = e_y + \frac{1}{\beta_1} \dot{e}_y^{p_1/q_1}, \quad (11)$$

$$s_2 = e_a + \frac{1}{\beta_2} \dot{e}_a^{p_2/q_2}, \quad (12)$$

$$s_3 = e_x + \frac{1}{\beta_3} \dot{e}_x^{p_3/q_3}. \quad (13)$$

式中:  $\beta_i(i=1,2,3) \in \mathbb{R}^+, p_i(i=1,2,3) \in \mathbb{N}^+, q_i(i=1,2,3) \in \mathbb{N}^+$ , 满足 $1 < p_1/q_1 < 2, 1 < p_2/q_2 < 2$ 和 $1 < p_3/q_3 < 2$ .

对于横向偏差的调节,求取滑模面(11)的时间导数,将式(8)代入,得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{e}_y + \frac{1}{\beta_1} \frac{p_1}{q_1} \dot{e}_y^{\frac{p_1}{q_1}-1} \ddot{e}_y = \\ &\dot{e}_y + \frac{1}{\beta_1} \frac{p_1}{q_1} \dot{e}_y^{\frac{p_1}{q_1}-1} \left( (v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{1}{m} F_{gx}) e_a + \right. \end{aligned}$$

$$\left. v_x \dot{e}_a - (-v_x r + \frac{1}{m} F_{gy}) - \frac{D_L}{I_z} M_{gz} \right). \quad (14)$$

采用带状态负指数项的终端吸引子设计滑模趋近律:

$$\dot{s}_1 = (-k_1 s_1 - r_1 s_1^{m_1/n_1}) \dot{e}_y^{p_1/q_1-1}. \quad (15)$$

其中:  $k_1, r_1 \in \mathbb{R}^+, m_1, n_1 \in \mathbb{N}^+$ , 满足 $m_1 < n_1$ .

联立式(14)和式(15),推导出用于调节横向偏差的非奇异终端滑模控制律:

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} F_{gx} e_a - \frac{1}{m} F_{gy} - \frac{D_L}{I_z} M_{gz} = \\ -v_y r e_a + \frac{c_a}{m} v_x^2 e_a - v_x \dot{e}_a - v_x r - \frac{\beta_1 q_1}{p_1} \dot{e}_y^{2-\frac{p_1}{q_1}} - \\ \frac{\beta_1 q_1}{p_1} (k_1 s_1 + r_1 s_1^{m_1/n_1}). \end{aligned} \quad (16)$$

对于方位偏差的调节,求滑模切换面(12)的时间导数,将式(9)代入,得

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{e}_a + \frac{1}{\beta_2} \frac{p_2}{q_2} \dot{e}_a^{\frac{p_2}{q_2}-1} \ddot{e}_a = \\ &\dot{e}_a + \frac{1}{\beta_2} \frac{p_2}{q_2} \dot{e}_a^{\frac{p_2}{q_2}-1} \left( (v_y r - \frac{c_a}{m} v_x^2 + \frac{F_{gx}}{m}) K_L - \frac{M_{gz}}{I_z} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

设计滑模趋近律

$$\dot{s}_2 = (-k_2 s_2 - r_2 s_2^{m_2/n_2}) \dot{e}_a^{p_2/q_2-1}, \quad (18)$$

其中:  $k_2, r_2 \in \mathbb{R}^+, m_2, n_2 \in \mathbb{N}^+$ , 满足 $0 < m_2 < n_2 < 1$ .

综合式(17)和式(18),得用于调节方位偏差的非奇异终端滑模控制律

$$\begin{aligned} \frac{K_L}{m} F_{gx} - \frac{1}{I_z} M_{gz} = \\ -v_y r K_L + \frac{c_a}{m} v_x^2 K_L - \frac{\beta_2 q_2}{p_2} \dot{e}_a^{2-\frac{p_2}{q_2}} - \\ \frac{\beta_2 q_2}{p_2} (k_2 s_2 + r_2 s_2^{m_2/n_2}). \end{aligned} \quad (19)$$

考虑纵向偏差的跟踪控制,对式(13)所示的滑模面求时间导数,将式(10)代入,得

$$\begin{aligned} \dot{s}_3 &= \dot{e}_x + \frac{1}{\beta_3} \frac{p_3}{q_3} \dot{e}_x^{\frac{p_3}{q_3}-1} \ddot{e}_x = \\ &\dot{e}_x + \frac{p_3}{\beta_3 q_3} \dot{e}_x^{\frac{p_3}{q_3}-1} \left( \dot{v}_p - v_y r + \frac{c_a}{m} v_x^2 - \frac{F_{gx}}{m} - \tau_h \ddot{v}_p \right). \end{aligned} \quad (20)$$

设计滑模趋近律

$$\dot{s}_3 = (-k_3 s_3 - r_3 s_3^{m_3/n_3}) \dot{e}_x^{p_3/q_3-1}, \quad (21)$$

其中:  $k_3, r_3 \in \mathbb{R}^+, m_3, n_3 \in \mathbb{N}^+$ , 满足 $0 < m_3 < n_3 < 1$ .

联立滑模面(13)的时间导数(20)和趋近律(21),得用于调节纵向偏差的非奇异终端滑模控制律

$$\frac{1}{m} F_{gx} = v_p - v_y r + \frac{c_a}{m} v_x^2 - \tau_h \ddot{v}_p + \frac{\beta_3 q_3}{p_3} \dot{e}_x^{2-\frac{p_3}{q_3}} +$$

$$\frac{\beta_3 q_3}{p_3} (k_3 s_3 + r_3 s_3^{m_3/n_3}). \quad (22)$$

综合式(16)(19)和(22), 得智能电动车辆横纵向控制的上层协调控制律

$$\begin{bmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ M_{gz} \end{bmatrix} = B^{-1} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}. \quad (23)$$

式中:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{e_a}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{D_L}{I_z} \\ \frac{K_L}{m} & 0 & -\frac{1}{I_z} \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$a = -v_y r e_a + \frac{c_a}{m} v_x^2 e_a - v_x \dot{e}_a - v_x r - \frac{\beta_1 q_1}{p_1} \dot{e}_y^{2-\frac{p_1}{q_1}} - \frac{\beta_1 q_1}{p_1} (k_1 s_1 + r_1 s_1^{m_1/n_1}), \quad (25)$$

$$b = -v_y r K_L + \frac{c_a}{m} v_x^2 K_L - \frac{\beta_2 q_2}{p_2} \dot{e}_a^{2-\frac{p_2}{q_2}} - \frac{\beta_2 q_2}{p_2} (k_2 s_2 + r_2 s_2^{m_2/n_2}), \quad (26)$$

$$c = v_p - v_y r + \frac{c_a}{m} v_x^2 - \tau_h \ddot{v}_p + \frac{\beta_3 q_3}{p_3} \dot{e}_x^{2-\frac{p_3}{q_3}} + \frac{\beta_3 q_3}{p_3} (k_3 s_3 + r_3 s_3^{m_3/n_3}). \quad (27)$$

由于上层协调控制律中反馈矩阵  $B$  为非奇异矩阵, 则  $B^{-1}$  存在, 因此, 式(23)所示的协调控制律是存在可行的。

**定理 1** 对于式(8)–(10)所描述的系统, 非奇异滑模协调控制律(23)能够保证系统状态在有限时间内收敛到平衡点。

**证** 1) 选取 Lyapunov 函数  $V_1 = \frac{1}{2} s_1^2$ , 对其求时间导数, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_1 \dot{s}_1 = \\ & s_1 (\dot{e}_y + \frac{p_1}{\beta q_1} \dot{e}_y^{\frac{p_1}{q_1}-1} ((v_y r - \frac{c_a v_x^2}{m} + \frac{F_{gx}}{m}) e_a + \\ & v_x \dot{e}_a - (-v_x r + \frac{1}{m} F_{gy}) - \frac{D_L}{I_z} M_{gz})). \end{aligned} \quad (28)$$

将非奇异滑模控制律(16)代入式(28), 得

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 = s_1 (-k_1 s_1 - r_1 s_1^{m_1/n_1}) \dot{e}_y^{p_1/q_1-1}. \quad (29)$$

由于  $p_1$  和  $q_1$  为正奇数, 且  $1 < p_1/q_1 < 2$ . 故, 当  $\dot{e}_y \neq 0$ , 有  $\dot{e}_y^{p_1/q_1-1} > 0$ . 令  $\rho(\dot{e}_y) = \dot{e}_y^{p_1/q_1-1}$ , 则如下 Lyapunov 不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_1 \dot{s}_1 = \\ & (-k_1 s_1^2 - r_1 s_1^{m_1/n_1+1}) \dot{e}_y^{p_1/q_1-1} < 0 \text{ if } \dot{e}_y \neq 0. \end{aligned} \quad (30)$$

将控制律(16)代入式(8), 得

$$\ddot{e}_y = -\frac{\beta_1 q_1}{p_1} \dot{e}_y^{2-\frac{p_1}{q_1}} - \frac{\beta_1 q_1}{p_1} (k_1 s_1 + r_1 s_1^{m_1/n_1}). \quad (31)$$

当  $\dot{e}_y = 0$  时, 有  $\ddot{e}_y = -\frac{\beta_1 q_1}{p_1} (k_1 e_y + r_1 e_y^{m_1/n_1})$ , 在满足上式的前提下, 当  $s_1 > 0$  时, 有  $e_y > 0$ , 因此有

$$\ddot{e}_y = -\frac{\beta_1 q_1}{p_1} (k_1 e_y + r_1 e_y^{m_1/n_1}) < 0. \quad (32)$$

考虑到  $\ddot{e}_y$  可描述为  $e_y$  的连续函数, 设系统状态变量  $(e_y, \dot{e}_y)$  在  $s_1 > 0$  区域内, 与  $\dot{e}_y = 0$  的交点为  $(e'_y, 0)$ , 由式(32)及连续函数保号性定理知<sup>[13]</sup>, 存在一个正数  $\eta$  及一个包含点  $e'_y$  的区域  $U_\eta$ , 使得在区域  $U_\eta$  上对一切元素均有不等式  $\ddot{e}_y \leq -\eta$  成立. 同理, 当系统状态变量  $(e_y, \dot{e}_y)$  在  $s_1 < 0$  区域内时, 有  $\ddot{e}_y \geq \eta$ . 由上述推理可知,  $U = \{(e_y, \dot{e}_y) | \dot{e}_y = 0\}$  不是一个吸引域。

假若系统初始状态  $(e_{y0}, \dot{e}_{y0})$  在区域  $s_1 > 0$  内, 并且满足  $\rho(\dot{e}_{y0}) > 0$ , 则系统状态  $(e_y, \dot{e}_y)$  向滑动模态区运动. 当系统状态运动到滑动模态区  $U_\eta$  内时, 由不等式  $\ddot{e}_y \leq -\eta$  可知, 存在正数  $\sigma$ , 使得系统在滑动模态区  $U_\eta$  内从  $\dot{e}_y = \sigma$  转移到  $\dot{e}_y = -\sigma$ . 设系统在  $t_1$  时刻到达  $\dot{e}_y = \sigma$ , 在  $t_2$  时刻到达  $\dot{e}_y = -\sigma$ , 因为当前时刻系统状态在滑动模态区  $U_\eta$  内, 故有  $\ddot{e}_y \leq -\eta$  成立, 所以可得不等式  $\int_{t_1}^{t_2} \ddot{e}_y dt \leq \int_{t_1}^{t_2} -\eta dt$ , 即  $t_2 - t_1 \leq 2\sigma/\eta$ , 此后有  $|\dot{e}_y| \geq \sigma$  成立, 系统满足

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 = (-k_1 s_1^2 - r_1 s_1^{m_1/n_1+1}) \rho(\dot{e}_y) < 0. \quad (33)$$

因此, 系统状态变量  $(e_y, \dot{e}_y)$  可在某一时刻  $t_3$  到达滑模曲面  $s_1 = 0$ . 当等式  $\rho(\dot{e}_{y0}) = 0$  成立时, 由于集合  $U = \{(e_y, \dot{e}_y) | \dot{e}_y = 0\}$  不是一个吸引域, 所以系统状态  $(e_y, \dot{e}_y)$  必然在有限时间内离开区域  $U$ , 从而返回到  $\rho(\dot{e}_{y0}) > 0$  的工况. 当系统初始状态在  $s_1 < 0$  内时, 分析结果与上述一致. 综上所述, 系统状态  $(e_y, \dot{e}_y)$  可在有限时间内到达滑模面  $s_1 = 0$ .

2) 当系统状态  $(e_y, \dot{e}_y)$  到达滑模面  $s_1 = 0$  时, 系统在滑模切换面上的动态性能为

$$e_y + \frac{1}{\beta_1} \dot{e}_y^{p_1/q_1} = 0. \quad (34)$$

方程式(34)的解为

$$e_y(t)^{\frac{p_1-q_1}{p_1}} = e_y(t_3)^{\frac{p_1-q_1}{p_1}} - \beta_1^{\frac{q_1}{p_1}} \frac{(p_1 - q_1)}{p_1} (t - t_3). \quad (35)$$

式(35)表明, 系统状态在  $t_4$  时刻,

$$t_4 = \frac{p_1}{p_1 - q_1} \beta_1^{-\frac{q_1}{p_1}} e_y(t_3)^{\frac{p_1-q_1}{p_1}} + t_3. \quad (36)$$

达到平衡状态  $e_y = 0$ . 因此, 系统状态  $(e_y, \dot{e}_y)$  可在有限时间沿滑模面  $s_1 = 0$  收敛到原点。

同理, 系统状态  $(e_a, \dot{e}_a)$  和  $(e_x, \dot{e}_x)$  可在有限时间内到达滑模面  $s_2 = 0$  和  $s_3 = 0$ , 且能够有限时间收敛到

平衡点,证明同上.定理证毕.

### 3.2 控制分配律(Control allocation law)

智能电动车辆通过电动机来控制各车轮驱动/制动力,其轮胎存在冗余和力学特性复杂的特点,导致控制可用自由度增加和执行机构(轮胎)严重耦合等问题.采用可重构控制器形式,利用控制分配技术<sup>[14-15]</sup>来协调各执行机构,使期望广义力/力矩在满足给定的控制目标和性能准则的条件下优化分配至各执行机构是解决上述问题的有效途径.

定义 $F \in \mathbb{R}^3$ 为广义控制量, $U \in \mathbb{R}^8$ 为指各执行机构控制分量,即各轮胎的横向力和纵向力.广义控制量 $F$ 与各执行机构控制分量 $U$ 之间的映射关系可以表示为线性函数,如下所示:

$$F = [F_{gx} \ F_{gy} \ M_{gz}]^T = M_f U, \quad (37)$$

式中:

$$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{d_f}{2} & l_f & -\frac{d_f}{2} & l_f & -\frac{d_r}{2} & -l_r & \frac{d_r}{2} & -l_r \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$U = [F_{x1} \ F_{y1} \ F_{x2} \ F_{y2} \ F_{x3} \ F_{y3} \ F_{x4} \ F_{y4}]^T. \quad (39)$$

智能电动车辆期望广义力/力矩的控制分配问题描述为:对期望广义力/力矩 $F_d$ ,在轮胎摩擦极限约束条件下,寻找一最优控制分配向量 $U$ ,使车辆在此控制分配向量作用下所受的合力/力矩逼近期望值 $F_d$ .引入兼顾能量消耗最少和控制分配误差最小的分配准则,期望广义力/力矩的控制分配可以转化为如下二次规划问题:

$$\min J_{\text{cost}}(U) = \frac{1}{2} U^T W_u U + \frac{1}{2} (F_d - M_f U)^T W_e (F_d - M_f U), \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } g_i(U) &= \sqrt{F_{xi}^2 + F_{yi}^2} - \mu F_{zi} \leq 0, \\ F_{xi,\min} &\leq F_{xi} \leq F_{xi,\max}, \\ F_{yi,\min} &\leq F_{yi} \leq F_{yi,\max}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (41)$$

式中: $W_u$ 和 $W_e$ 分别表示控制分配输入和控制分配误差的权重矩阵, $\mu$ 为路面附着系数, $F_{zi}$ 表示各轮胎垂直载荷. $F_{xi,\max}$ 和 $F_{xi,\min}$ 表示各轮胎横向力的极限值, $F_{yi,\max}$ 和 $F_{yi,\min}$ 为各轮胎纵向力的极限值.

采用内点惩罚函数法求解式(40)-(41)所示的二次规划问题,惩罚函数可表示为

$$\phi(U, r^{(k)}) = J_{\text{cost}}(U) - r^{(k)} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{g_i(U)}, \quad (42)$$

式中: $r$ 表示惩罚因子, $k$ 表示迭代次数.惩罚函数(42)的第2项为惩罚项,对设计变量起到阻碍作用,保证变量在迭代过程中始终不会触及约束边界.

根据上述的设计思想,期望广义力/力矩的控制分配问题可以通过以下步骤求解:

**Step 1** 选取初始惩罚因子 $r^{(0)} > 0$ ,确定计算精度 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ;

**Step 2** 选取初始点 $U^{(0)}$ ,令 $k = 1$ ;

**Step 3** 从 $U^{(k-1)}$ 点出发,用牛顿法求 $\min \phi(U, r^{(k)})$ 的极值点 $U^*(r^{(k)})$ ;

**Step 4** 如果满足 $\|U^*(r^{(k)}) - U^*(r^{(k-1)})\| \leq \varepsilon_1$ 和

$$\left\| \frac{\phi(U^*(r^{(k)}), r^{(k)}) - \phi(U^*(r^{(k-1)}), r^{(k-1)})}{\phi(U^*, r^{(k-1)})} \right\| \leq \varepsilon_2, \quad (43)$$

则停止迭代,将 $U^*(r^{(k)})$ 为目标函数 $J_{\text{cost}}(U)$ 的约束最优解,否则转入下一步;

**Step 5** 取 $r^{(k+1)} = cr^{(k)}$ , $U^{(0)} = U^*(r^{(k)})$ , $k = k + 1$ ,返回Step 3, $c$ 为惩罚因子的缩减系数.

本文设计的控制分配策略兼顾了控制量消耗能量最少和控制分配误差最小的分配准则,可解决轮胎横向力的协调与重构问题,能够实时有效地实现系统的快速和高精度控制.

## 4 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

为了验证本文所提出的由非奇异滑模协调控制律和基于内点法的控制分配律构成的综合控制策略的可行性和有效性,本节对该综合控制策略与由文献[16]提出的基于极点配置法的横向控制律和文献[7]设计的纵向滑模控制律组成的解耦控制策略进行仿真对比试验.为简化起见,将本文提出的控制策略称为控制策略A,解耦控制策略称为控制策略B.控制策略A中参数 $\beta_1, \beta_2$ 和 $\beta_3$ 取小值时,系统状态收敛速度加快,同时会引起较大振荡;参数 $\beta_1, \beta_2$ 和 $\beta_3$ 取大值时,系统收敛速度减慢.因此,控制策略A中控制参数取值如下:

$$\beta_1 = 0.5, p_1 = 5, q_1 = 3, k_1 = 5,$$

$$r_1 = 1.2, m_1 = 1, n_1 = 3;$$

$$\beta_2 = 1, p_2 = 5, q_2 = 3, k_2 = 0.2,$$

$$r_2 = 1, m_2 = 5, n_2 = 7;$$

$$\beta_3 = 0.5, p_3 = 5, q_3 = 3, k_3 = 0.4,$$

$$r_3 = 2, m_3 = 3, n_3 = 5.$$

解耦控制策略B中基于极点配置法的横向控制律和纵向滑模控制律分别为

$$\delta_f = -l_1 v_y - l_2 r - l_3 e_y - l_4 e_a, \quad (44)$$

$$\begin{aligned} T_{si} &= \frac{mr}{\lambda} (v_p - v_x + \eta \text{sgn} S) + \\ & c_a r v_x^2 + m^2 g f r + m r v_p, \end{aligned} \quad (45)$$

其中: $\delta_f$ 表示前轮转角, $T_{si}$ 表示作用于车轮的驱动力矩, $r$ 表示车轮滚动半径, $l_{i(i=1,2,3,4)}$ 表示横向控制参数, $\lambda$ 和 $\eta$ 表示纵向控制参数, $S$ 表示滑模曲面,定义

为  $S = e_x + \lambda(v_p - v_x)$ . 解耦控制策略B中控制参数取值如下:

$$l_1 = 0.03, l_2 = 0.109, l_3 = -0.224, l_4 = -0.973;$$

$$\lambda = 0.5, \eta = 10.$$

用于仿真对比试验的参考路径、期望前引加速度和期望前引速度如图3所示, 参考路径由不同曲率的弧线段组成, 前引速度表现形式为匀速—减速—匀速. 设定车辆相对于参考路径的初始横向偏差为0.3 m, 初始方位偏差为0.04 rad, 本车与前引车辆的初始纵向距离偏差为0.5 m, 本车初始速度为20 m/s.

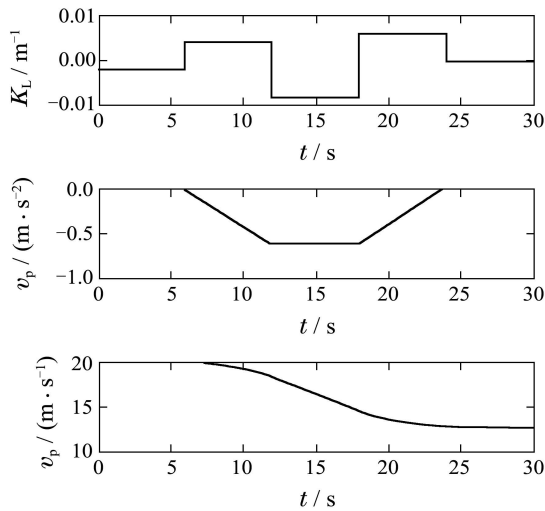


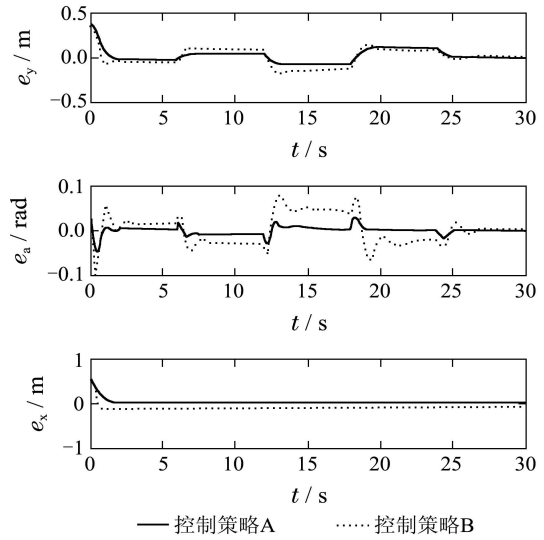
图3 路径曲率和期望前引加速度

Fig. 3 Road curvature and desired acceleration

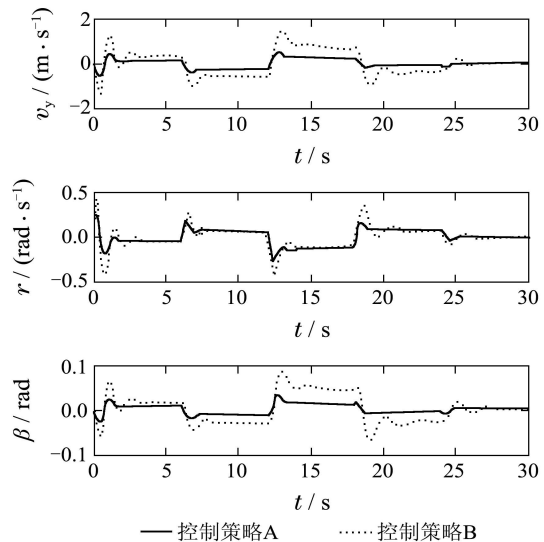
图4(a)中实线、点线分别表示在控制策略A和控制策略B作用下系统横向偏差、方位偏差和纵向距离偏差响应曲线. 由图可知, 控制策略A和控制策略B均可使横向偏差和方位偏差有界收敛, 但是, 控制策略A的控制效果明显优于控制策略B. 横向偏差和方位偏差的最大稳态误差发生在曲率为 $-0.008 m^{-1}$ 的路段, 其中, 横向偏差在控制策略A和控制策略B作用下的最大稳态误差分别为 $-0.07 m$ 和 $-0.13 m$ ; 方位偏差在控制策略A和控制策略B作用下的最大稳态误差分别为 $0.01 rad$ 和 $0.04 rad$ . 控制策略A能够抵抗路径曲率连续发生变化的干扰影响, 使本车与前引车辆的纵向距离偏差收敛于零, 而控制策略B只能保证纵向距离偏差收敛于 $-0.15 m$ . 此外, 相比于控制策略B, 控制策略A可有效抑制系统状态响应的超调量和振荡. 图4(a)表明, 控制策略A可改善系统的动态性能, 提高系统的稳态控制精度, 增强系统对环境的鲁棒性.

图4(b)表示智能电动车辆横向速度、横摆角速度和侧偏角等运动状态响应曲线. 在控制策略A作用下, 最大横向速度和最大侧偏角分别为 $0.3 m/s$ 和 $0.01 rad$ ; 控制策略B作用下的最大横向速度和最大侧偏角分别为 $0.8 m/s$ 和 $0.05 rad$ . 与控制策略B相比, 控制策略A不仅可将横向速度和侧偏角控制在较小范围, 而且能够减小横向速度和侧偏角响应的振荡. 同时, 控制策

略A和控制策略B均可使横摆角速度收敛于理想值, 但是, 控制策略A明显提高了横摆角速度的响应速度, 减小了横摆角速度响应的超调量. 图4(b)表明, 控制策略A可明显改善车辆的行驶性能, 有效提高车辆的稳定性和舒适性.



(a) 偏差响应对比



(b) 运动状态响应对比

图4 系统状态响应曲线

Fig. 4 Response curves of system states

图5和图6表示采用内点法对期望广义力/力矩进行优化分配的结果. 由图可知, 优化分配的轮胎横纵向力响应曲线光滑、平稳. 在 $0 \sim 6 s$ 时段, 车辆在曲率为 $-0.002 m^{-1}$ 的弯道上匀速行驶, 此时, 分配较大的轮胎横向力和较小的轮胎纵向力便可保证车辆稳定行驶, 其中较大的横向力用于提供车辆在弯道上转向行驶所需的能量; 在 $6 s \sim 24 s$ 时段, 由于车辆在曲率不同的弯道减速行驶, 因此, 需分配较大的横向力和纵向力; 最后时段, 车辆在直线上匀速行驶, 分配较小的轮胎横纵向力即可. 图5和图6表明, 本文设计

的控制分配算法可快速、稳定地将期望广义力/力矩优化分配至各轮胎,实现轮胎横、纵向力的协调与重构。

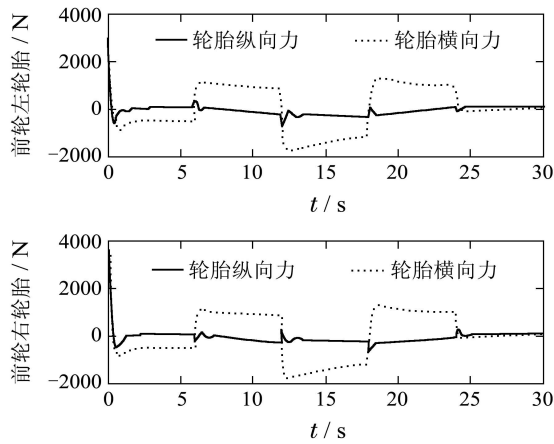


图5 前轮胎力控制分配响应曲线

Fig. 5 Control allocation results of front tire forces

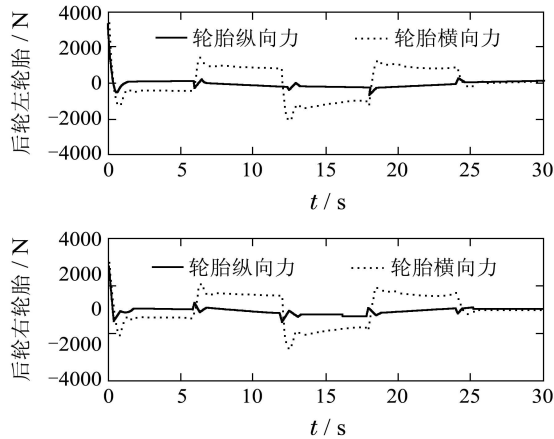


图6 后轮胎力控制分配响应曲线

Fig. 6 Control allocation results of rear tire forces

## 5 结论(Conclusions)

本文以智能电动车辆为研究背景,针对其具有强耦合、高度非线性及控制冗余的特点,提出了一种非奇异滑模协调与控制分配相结合的横纵向控制新方法。首先,构建了用于同时调节车辆跟踪偏差和运动状态的非奇异滑模协调控制算法,保证系统状态有限时间镇定;然后,利用轮胎的冗余性,给出了基于内点法的控制分配律,实时准确地将期望广义力/力矩优化分配至各轮胎,并考虑轮胎摩擦极限约束。仿真试验表明,本文设计的控制策略能够使系统状态在有限时间内收敛至平衡点,拥有良好的动态性能和稳态精度,提高了系统对环境的适应性,具有较强的工程应用价值。

## 参考文献(References):

[1] 李克强, 张书玮, 罗禹贡, 等. 智能环境友好型车辆的概念及其最新进展 [J]. 汽车安全与节能学报, 2013, 4(2): 109 – 120.  
(LI Keqiang, ZHANG Shuwei, LUO Yugong, et al. Concept of intelligent environment-friendly vehicle and its recent development [J]. *Journal of Automotive Safety and Energy*, 2013, 4(2): 109 – 120.)

- [2] RAJAMANI R, ZHU C, ALEXANDER L. Lateral control of a backward driven front-steering vehicle [J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(5): 531 – 540.
- [3] GUO J H, HU P, LI L H. Design of automatic steering controller for trajectory tracking of unmanned vehicles using genetic algorithms [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2012, 61(7): 2912 – 2924.
- [4] MARINO R, SCALZI S, NETTO M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles [J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 19(12): 1459 – 1467.
- [5] WANG J, ZHANG L, ZHANG D, et al. An adaptive longitudinal driving assistance system based on driver characteristics [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, 14(1): 1 – 12.
- [6] TOULOTTE P F, DELPRAT S, GUERRA T M. Vehicle spacing control using robust fuzzy control with pole placement in LMI region [J]. *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 2008, 21(5): 756 – 768.
- [7] NOUVELIERE L, MAMMAR S. Experimental vehicle longitudinal control using a second order sliding mode technique [J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(8): 943 – 954.
- [8] LEE H, TOMIZUKA M. Coordinated longitudinal and lateral motion control of vehicles for IVHS [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2001, 123(1): 535 – 548.
- [9] SISIL K, TSU T L. Neuradaptive combined lateral and longitudinal control of highway using rbf networks [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2006, 7(4): 500 – 511.
- [10] RAJAMANI R, TAN H S. Demonstration of Integrated longitudinal and lateral control for the operation of automated vehicles in platoons [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(4): 695 – 707.
- [11] YI K, MOON I, KWON Y D. A vehicle-to-vehicle distance control algorithm for stop-and-go cruise control [C] // *Proceedings of the 2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*. Oakland, CA, USA: IEEE, 2001: 478 – 482.
- [12] FENG Y, YU X, MAN Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [13] 李世华, 丁世宏, 田玉平. 一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定方法 [J]. 自动化学报, 2007, 33(1): 101 – 104.  
(LI Shihua, DING Shihong, TIAN Yuping. A finite-time state feedback stabilization method for a class of second order nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(1): 101 – 104.)
- [14] PETERSEN J, BODSON M. Constrained quadratic programming techniques for control allocation [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(1): 91 – 98.
- [15] 杨凌宇, 范彦铭, 邵山. 基于力矩补偿与分配的多操纵面飞机飞行控制设计 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(5): 632 – 635.  
(YANG Lingyu, FANG Yanming, SHAO Shan. Flight control based on the moment compensation and allocation for aircraft with multiple control effectors [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(5): 632 – 635.)
- [16] WU S J, CHIANG H H, PERNG J W. The heterogeneous systems integration design and implementation for lane keeping on a vehicle [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2008, 9(2): 246 – 263.

## 作者简介:

郭景华 (1982-), 男, 博士, 主要研究方向为车辆动力学与控制、智能车辆等, E-mail: guojing\_0701@live.cn;

罗禹贡 (1974-), 男, 副教授, 主要研究方向为电动汽车系统集成控制等, E-mail: lyg@tsinghua.edu.cn;

李克强 (1963-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为车辆动力学与控制、智能车辆等, E-mail: likq@tsinghua.edu.cn.