

基于自适应滑模观测器的不匹配非线性系统执行器故障重构

刘聪^{1†}, 李颖晖¹, 朱喜华¹, 刘培培²

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 赣南医学院, 江西 赣州 341000)

摘要: 针对一类含有未知干扰的不匹配非线性Lipschitz系统, 提出了基于自适应滑模观测器的执行器故障重构方法. 首先引入辅助输出矩阵, 使得辅助输出系统的观测器匹配条件得以满足, 同时设计了高增益观测器实现对未知辅助输出的精确估计; 然后针对辅助输出系统建立故障重构滑模观测器, 设计了自适应律在线修正滑模控制器增益, 考虑故障上界未知的前提下, 提出了观测器状态估计误差稳定的存在定理, 运用Schur补引理将观测器反馈增益矩阵设计方法转化为求解线性矩阵不等式约束优化问题, 同时引入线性变换矩阵, 在故障上界未知的前提下设计了滑模控制增益, 使得输出估计误差收敛稳定, 确保了滑模运动在有限时间内发生, 在此基础上利用等效控制输出误差注入原理实现了执行器故障重构; 最后通过仿真算例验证了本文方法的有效性.

关键词: 自适应滑模观测器; 线性矩阵不等式; 故障重构; 高增益观测器
中图分类号: TM74 **文献标识码:** A

Adaptive sliding-mode observer for actuator fault reconstruction in nonlinear system with mismatched uncertainties

LIU Cong^{1†}, LI Ying-hui¹, ZHU Xi-hua¹, LIU Pei-pei²

(1. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China;
2. The Medical University of South Jiangxi, Ganzhou Jiangxi 341000, China)

Abstract: An estimator of actuator fault is proposed, based on adaptive sliding-mode observer for the unmatched Lipschitz nonlinear system with unknown disturbances. Firstly, an auxiliary matrix of output is introduced, which makes the matching condition satisfied; and a high gain observer is designed, which is used for the accurate estimation of the unknown auxiliary output. Secondly, a sliding-mode observer for fault reconstruction is designed for the auxiliary output system and an adaptive law is designed to modify the gain of the controller on-line by considering the condition of unknown upper bound fault; a theorem for the stabilization of the estimated state error is put forward; and under the application of complementary lemma of Schur, the designed method of observer feedback matrix is transformed to an optimization issue and is solved by the linear matrix inequality; meanwhile, a linear transformed matrix is introduced; the sliding-mode gain is designed under the unknown upper fault bound, which makes the estimate error of output stable and the sliding-mode motion take place in finite time; then, under the application of equivalent output injection concept, the actuator fault can be reconstructed. Finally, an example validates the effectiveness of the proposed method.

Key words: adaptive sliding-mode observer; linear matrix inequality; fault reconstruction; high gain observer

1 引言(Introduction)

故障检测与诊断是控制领域的重要分支之一, 一直受到广泛关注. 基于观测器的故障检测与诊断技术是当前研究的热点, 其主要思想是设计观测器生成残差, 由决策逻辑分析残差从而判定系统是否出现故障. 目前, 基于观测器的线性系统故障检测成果丰硕, 而在非线性系统, 由于受建模的复杂性以及实际系统中存在的建模误差、干扰、噪声等不确定因素影响, 使得基于观测器的非线性系统故障检测依然是控制领域的一个难点问题. 基于观测器的非线性系统故障检测

一般的处理方法有两种^[1], 一种是通过状态反馈线性化将非线性系统在工作点附近线性化, 然后利用线性系统的故障检测方法来进行研究, 然而这种方法仅适用于非线性程度不高的系统; 另外一种方法是直接建立非线性观测器进行故障检测, 这种方法在实际应用中需要考虑许多的约束条件, 还很不完善, 目前许多的研究都是针对解除约束而展开的. 从故障发生的位置看, 非线性系统故障主要包括执行器故障和传感器故障, 而传感器故障可以采用后加滤波器方法虚拟等效为执行器故障^[2], 因此本文以非线性系统执行器故

障为对象开展故障检测与重构研究。

滑模观测器充分利用对系统的未知扰动等不确定性具有鲁棒性的特点,在故障检测与重构应用过程中显示出其优越性,引起了国内外学者的高度关注。Edwards等^[3-4]在不考虑未知扰动等不确定性的情形下建立Edwards观测器,并提出了基于等效输出注入的方法实现了故障的检测与重构;文献[5]考虑未知不确定性有界且满足匹配条件情况下,通过坐标变换建立含Lipschitz项非线性系统的滑模观测器,实现了故障检测与重构;Tan等^[6-9]针对不满足匹配条件非线性系统的故障重构问题连续发文,通过建立级联滑模观测器解除匹配条件的约束,实现了故障重构的目的,但是这种处理方法繁琐且不适用于非线性系统;国内何静等^[10]针对故障有界且满足匹配条件未知不确定性的非线性系统,采用微分同胚映射实现故障分离,建立滑模观测器实现了故障检测与重构;王江等^[11]针对多输入多输出非线性系统提出了基于级联滑模观测器实现了传感器和执行器的故障检测与分离;文献[12]提出了基于滑模观测器来实现车辆电子稳定性控制系统传感器故障检测和重构;赵瑾等人^[13]针对一类不匹配不确定动态系统,将滑模控制和线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)方法结合,通过不等式放缩法略去非匹配项实现了故障检测与重构;在处理不匹配问题上,文献[14-15]提出将反推设计与滑模控制设计结合,以实现系统的鲁棒性,文献[16]采用高阶滑模微分器来实现对不匹配不确定性的处理。通过分析国内外文献,不难看出,开展基于滑模观测器的执行器故障检测与重构研究,重点要把握两个问题,一是设计观测器以使状态跟踪误差为零,或者跟踪误差范数在某一范围很小的邻域内,二是设计滑模增益确保滑模运动能抵制未知干扰等不确定性的影响,经有限时间到达滑模面,本文的研究也是基于这两点展开的。同时也注意到,以往文献提出的基于滑模观测器故障检测与重构方法不能解决不满足匹配条件和故障上界未知同时存在的情况,然而实际工程中匹配条件不一定能满足,且执行器发生故障时故障上界未知,鉴于此本文提出构造辅助输出系统以使一般系统不确定性匹配条件得到满足,采用自适应律在线调节滑模增益,使观测器的滑模运动能消除快速上界未知故障的影响,快速到达并维持在滑模面。

本文以含未知干扰的不匹配Lipschitz非线性系统为研究对象,提出基于自适应滑模观测器的执行器故障检测与重构方法。首先通过构造辅助输出使系统的观测器匹配条件得以满足,同时设计高增益观测器实现对辅助输出的估计;然后对辅助输出系统设计滑模观测器,针对故障上界未知的情形,设计自适应律在线调整滑模增益,通过设计合适的自适应律及构造恰当的Lyapunov函数消除故障上界未知对观测器状态

收敛的影响,进而将观测器的增益矩阵设计方法转化为求解LMI优化问题,同时引入线性变换矩阵,设计合适Lyapunov函数消除故障上界未知对滑模控制器增益设计的影响,确保滑模运动在有限时间内到达滑模面,利用等效控制输出误差注入原理实现执行器故障的直接估计;最后通过仿真算例验证本文方法的有效性。

2 问题描述(Problems description)

考虑一类具有执行器故障的多输入多输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + g(x) + Ef(t) + F\xi(t), \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ 分别为系统状态、系统控制输入以及系统的可测输出; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times l}$, 且 $n > p \geq q$, l ; $g(x)$ 为Lipschitz非线性项, $f(t)$ 为执行器故障向量, $\xi(t)$ 为未知扰动等不确定向量。

假设 1 $f(t)$ 有界但上界未知, 即 $\|f(t)\| \leq \alpha$, α 未知, $\xi(t)$ 有界且界已知, 即 $\|\xi(t)\| \leq \beta$, β 已知。

假设 2 定义矩阵 $D = [F \ E]$, 系统 (A, C, D) 是最小相位的, 即系统 (A, C, D) 的不变零点均在左半开复平面内, 或若 $\text{rank } D = q + l$, 则

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q + l.$$

由于非线性系统(1)不满足匹配条件, 即 $\text{rank } D \neq \text{rank}(CD)$, 为解决这一问题, 本文提出构造辅助输出, 使观测器的匹配条件得以满足, 从而针对满足匹配条件的辅助输出系统开展执行器故障检测与重构。

定义 1 存在 $\eta_i (i = 1, 2, \dots, p)$ 是使式(2)成立的最小正整数, c_i 为输出矩阵 C 的第 i 个行向量, 则称 $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_p)$ 为原系统对于干扰和故障的相对阶向量。

$$\begin{cases} c_i A^k D = 0, \quad k = 0, 1, \dots, \eta_i - 2, \\ c_i A^{\eta_i - 1} D \neq 0. \end{cases} \quad (2)$$

定义 2 存在正整数 $\gamma_i (1 \leq \gamma_i \leq \eta_i)$, 使得矩阵 C_a 为行满秩矩阵, 定义式(3)中的 C_a 为构造辅助输出矩阵:

$$C_a = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_1 A^{\gamma_1 - 1} \\ \vdots \\ c_p \\ \vdots \\ c_p A^{\gamma_p - 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{a1} \\ \vdots \\ C_{ai} \\ \vdots \\ C_{ap} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则可定义辅助输出系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + g(x) + Ef(t) + F\xi(t), \\ y_a = C_a x. \end{cases} \quad (4)$$

此时 $\text{rank } D = \text{rank}(C_a D)$, 则针对系统(4)建立观测器的匹配条件得到满足, 且系统(4)与系统(1)的不变零点相同, 详细证明过程见文献[17], 本文不再证明. 辅助输出 y_a 的估计方法将在本文的第4部分给出. 由假设2可知, 系统(4)也是最小相位的, 于是存在对称正定矩阵 Q 、增益矩阵 L 以及矩阵 G 和对称正定矩阵 P , 使得式(5)成立:

$$\begin{cases} (A - LC_a)^T P + P(A - LC_a) = -Q, \\ E^T P = GC_a. \end{cases} \quad (5)$$

3 执行器故障的重构(Fault reconstruction of actuator)

基于观测器的故障诊断通常是设计观测器生成残差. 通过评价函数和决策逻辑, 根据阈值确定故障发生的可能性以及可能的范围, 这种方法存在的一个严重不足是: 在很多情况下, 只能给出何时出现了故障, 至于故障的偏离值是多大等信息, 却无法得到. 为此本文提出设计自适应滑模重构观测器, 将观测器增益的求解转化为求解LMI约束优化问题, 引入线性变换矩阵结合Lyapunov定理设计滑模增益. 通过等价输出控制方法直接获取有关故障的信息, 重构执行器故障, 这样可减少通过残差检测故障存在的过程, 使故障诊断过程更加直接、有效.

3.1 自适应滑模观测器设计(The design of adaptive sliding-mode observer)

由于执行器故障的上界未知, 本文采用构造滑模增益自适应律消除界未知对估计状态误差收敛及滑模运动的影响, 针对定义的辅助输出系统(4), 设计自适应滑模观测器, 结构如式(6)所示.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + g(\hat{x}) + L(y_a - C_a \hat{x}) + \nu(t), \\ \hat{y}_a = C_a \hat{x}. \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中上标“ $\hat{\cdot}$ ”代表相应量所对应的观测值; L 为观测器增益矩阵, $\nu(t)$ 为滑模变结构输入信号, 其表达式如式(7)所示.

$$\nu(t) = \begin{cases} (\rho_1(t) + \rho_0) P^{-1} C_a^T \|E^T C_a^T N\| \frac{e_y}{\|e_y\|}, \\ y_a \neq \hat{y}_a, \\ 0, y_a = C_a \hat{x}, \end{cases} \quad (7)$$

式中: $e_y = y_a - \hat{y}_a$, 滑模面设计为 $s = \{e_y : e_y = 0\}$; $N \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 为待设计矩阵, 由定理1给出; $\hat{\rho}(t)$ 为设计的滑模增益自适应律, 其表达式如式(8)所示.

$$\frac{d\rho_1(t)}{dt} = \eta \|E^T C_a^T N\| \|e_y\|. \quad (8)$$

式(7)–(8)中, ρ_0, η 为大于0的常数; 定义 $e = x - \hat{x}$, 则由式(4)和式(6)可得状态误差方程如式(9)所示.

$$\dot{e} = (A - LC_a)e + g(x) - g(\hat{x}) + Ef(t) - \nu(t) + F\xi(t). \quad (9)$$

定理 1 对于满足假设1–2条件的辅助系统(4)设计观测器(6), 如果存在对称正定矩阵 $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $N \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 和矩阵 $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使得下列约束最优化问题有解:

$$\begin{aligned} \min \gamma, \\ \begin{cases} U M U^T + C_a^T N C_a > 0, \\ \begin{bmatrix} V + V^T & U M U^T + C_a^T N C_a & I_n \\ U M U^T + C_a^T N C_a & -I & 0 \\ I_n & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \\ U = I_n - E(E^T E)^{-1} E^T, \\ V = A^T U M U^T + A^T C_a^T N C_a - W C_a, \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\gamma^2 = \psi_g$, ψ_g 是Lipschitz系数, $\|g(x) - g(\hat{x})\| \leq \psi_g \|x - \hat{x}\|$; 则观测器状态估计误差最终有界稳定, 且 $P = U M U^T + C_a^T N C_a$, $G = E^T C_a^T N$, 观测器增益矩阵为 $L = P^{-1} W$.

证 定义 $\varepsilon = \alpha - \rho_1$, $A_1 = A - LC_a$, $e_g = g(x) - g(\hat{x})$. 取Lyapunov函数为 $V(t) = e^T P e + \eta^{-1} \varepsilon^2$, 则 $V(t) > 0$, 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = [A_1 e + e_g + Ef(t) - \nu(t) + F\xi(t)]^T P e + \\ e^T P [A_1 e + e_g + Ef(t) - \nu(t) + F\xi(t)] + \\ 2\eta^{-1} \varepsilon (-\dot{\rho}_1). \end{aligned} \quad (11)$$

由式(5)(7)–(8)得

$$\begin{aligned} e^T P [Ef(t) - \nu(t)] + \eta^{-1} \varepsilon (-\dot{\rho}_1) = \\ e^T C_a^T G^T f(t) - e^T C_a^T \|E^T C_a^T N\| \times \\ (\rho_1(t) + \rho_0) \frac{e_y}{\|e_y\|} + \varepsilon \|E^T C_a^T N\| \|e_y\| \leq \\ \alpha \|G\| \|e_y\| - (\alpha + \rho_0) \|e_y\| \|E^T C_a^T N\| = \\ \alpha \|G\| \|e_y\| - (\alpha + \rho_0) \|e_y\| \|G\| = \\ -\rho_0 \|e_y\| \|G\| < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)及 $\|g(x) - g(\hat{x})\| \leq \psi_g \|x - \hat{x}\|$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq [A_1 e + e_g + F\xi(t)]^T P e + e^T P [A_1 e + \\ e_g + F\xi(t)] + \frac{1}{\gamma} e^T e - e_g^T e_g. \end{aligned} \quad (13)$$

由于不确定项 $\xi(t)$ 有界, 且界为 β , 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq \\ \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_1^T P + P A_1 + \gamma^{-1} I & P \\ P & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$2\beta\|PF\|\| \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} \| \tag{14}$$

定义

$$\begin{bmatrix} A_1^T P + P A_1 + \gamma^{-1} I & P \\ P & -I \end{bmatrix} = -\bar{Q},$$

由式(14)可知当 $\bar{Q} > 0$ 时, 状态误差收敛, 于是有

$$\dot{V}(t) \leq \| \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} \| (-\lambda_{\min}(\bar{Q})) \| \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} \| + 2\beta\|PF\|. \tag{15}$$

由式(15)可知, 当 $\| \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} \| > \frac{2\beta\|PF\|}{\lambda_{\min}(\bar{Q})}$ 时, $\dot{V}(t) < 0$,

所以估计误差最终有界稳定, 且误差的收敛域为

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} : \| \begin{bmatrix} e \\ e_g \end{bmatrix} \| < \theta, \theta = \frac{2\beta\|PF\|}{\lambda_{\min}(\bar{Q})} + \sigma, \sigma > 0 \right\}, \tag{16}$$

其中 σ 为正数; 由 $-\bar{Q} < 0$ 及Schur补引理^[18]可得如式(10)所示的线性矩阵不等式, 最小化 γ 是使得观测器能克服最大的Lipschitz非线性项对估计误差的影响. 证毕.

由定理1可知, 通过LMI求解最优化问题保证了状态估计误差最终有界稳定, 在此基础上, 为克服故障上界未知的影响, 保证滑模运动在有限时间内发生, 同时使设计的观测器能克服未知干扰等不确定性的影响即滑模运动维持在滑模面, 提出定理2.

定理 2 针对系统(4)设计的观测器(6), 若式(7)中的增益参数 ρ_0 满足

$$\rho_0 \geq \frac{\theta(2\|A_1\| + \gamma\|C_a\|) + \beta\|F\| + \delta}{\|G\|\|(C_a P^{-1} C_a^T)^{-1}\|^{-1}},$$

其中 δ 为正数, 则输出估计误差的滑模运动将在有限时间内发生在滑模面 $s = \{e_y : e_y = 0\}$ 上.

证 为了证明方便, 先定义一个线性变换矩阵 $T_0 = [C_{a\perp}^T \ PC_a^T]^T$, 其中 $C_{a\perp}^T$ 为 C_a^T 的正交补矩阵, 由误差方程(9)可得新的坐标系下的误差和输出方程:

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}} = A_2 \bar{e} + T_0 e_g + E_1 f(t) - T_0 \nu(t) + F_1 \xi(t), \\ e_y = [0 \ I] \bar{e}, \end{cases} \tag{17}$$

式中:

$$\bar{e} = [e_1 \ e_y]^T = T_0 e,$$

$$A_2 = T_0 A_1 T_0^{-1} = \begin{bmatrix} A_{21} & A_{22} \\ A_{23} & A_{24} \end{bmatrix},$$

$$T_0 e_g = \begin{bmatrix} C_{a\perp}^T P e_g \\ C_a e_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = T_0 E = \begin{bmatrix} 0 \\ C_a P^{-1} C_a^T G^T \end{bmatrix},$$

$$T_0 \nu(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ (\rho_1(t) + \rho_0) C_a P^{-1} C_a^T \|G\| \frac{e_y}{\|e_y\|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \nu_1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = T_0 F = \begin{bmatrix} C_{a\perp}^T P F \\ C_a F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{bmatrix},$$

于是式(17)可写为式(18)的形式:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A_{21} e_1 + A_{22} e_y + g_1 + F_{11} \xi(t), \\ \dot{e}_y = A_{23} e_1 + A_{24} e_y + g_2 + \\ \quad C_a P^{-1} C_a^T G^T f(t) - \nu_1 + F_{12} \xi(t). \end{cases} \tag{18}$$

取Lyapunov函数为 $V_2(t) = \frac{1}{2}(e_y^T J e_y + \eta^{-1} \varepsilon^2)$, 其中 $J = (C_a P C_a^T)^{-1}$, 由于 P 为正定阵, 故 $J > 0, V_2(t) > 0$, 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & e_y J A_{23} e_1 + e_y^T J A_{24} e_y + e_y^T J F_{12} \xi(t) + \\ & e_y^T G^T f(t) - e_y^T (\rho_1(t) + \rho_0) \|G\| \frac{e_y}{\|e_y\|} + \\ & e_y^T J g_2 - \varepsilon \|G\| \|e_y\| \leq \\ & e_y J A_{23} e_1 + e_y^T J A_{24} e_y + \\ & e_y^T J F_{12} \xi(t) + e_y^T J g_2 + \|G\| \alpha \|e_y\| - \\ & (\rho_1(t) + \rho_0) \|G\| \|e_y\| - \varepsilon \|G\| \|e_y\| \leq \\ & \|e_y\| \|J\| (\|A_{23} e_1\| + \|A_{24}\| \|e_y\| + \|F_{12}\| \beta - \\ & \rho_0 \|G\| \|J\|^{-1} + \|C_a\| \gamma \|T_0^{-1}\| \|\bar{e}\|). \end{aligned} \tag{19}$$

从式(19)可看出, 由于 $\|e\| < \theta$, 所以当

$$\rho_0 \geq \frac{\theta(2\|A_1\| + \gamma\|C_a\|) + \beta\|F\| + \delta}{\|G\|\|(C_a P^{-1} C_a^T)^{-1}\|^{-1}}$$

时, $\dot{V}_2(t) < 0$, 因此滑模运动经过有限时间到达滑模面 $s = \{e_y : e_y = 0\}$. 定理2得证. 证毕.

注 1 由定理1和定理2可知, 误差可以克服故障上界未知的影响收敛, 滑模运动经有限时间到达滑模面, 即 $e_y = \dot{e}_y = 0$, 然而会造成滑模输入控制 u 无穷大, 因此实际上通常需要将滑模控制输入式(7)调整为式(20), 其中 τ 是充分小的正常数, 这样也可减小滑模运动的抖振.

$$\nu(t) = \begin{cases} (\rho_1(t) + \rho_0) P^{-1} C_a^T \|E^T C_a^T N\| \frac{e_y}{\|e_y\| + \tau}, \\ e_y \neq 0, \\ 0, e_y = 0. \end{cases} \tag{20}$$

通过定理1和定理2的推导和证明过程, 可知用于上界未知执行器故障重构的自适应滑模观测器设计过程为

步骤 1 检查系统(1)是否满足匹配条件, 即 $\text{rank } D = \text{rank}(CD)$, 若不满足, 构造辅助输出矩阵 C_a , 若满足, 直接进行下一步.

步骤 2 根据式(10)求解 M, N, W, γ , 进而计算

观测器反馈增益矩阵 L .

步骤 3 根据式(16)及定理2求解滑模控制器增益 ρ_0 .

步骤 4 根据计算的 L, ρ_0 建立自适应滑模观测器.

3.2 故障重构(Fault reconstruction)

自适应滑模观测器实现上界未知执行器故障重构的方法是: 通过等效控制输出误差注入原理维持滑模运动, 实现故障重构. 当滑模运动到达时,

$$e_y = \dot{e}_y = 0,$$

这时方程(18)中的输出误差方程变为

$$\begin{aligned} C_a \nu(t) - C_a P^{-1} C_a^T G^T f(t) = \\ A_{23} e_1 + g_2 + F_{12} \xi(t). \end{aligned} \quad (21)$$

由定理1和定理2可知

$$\begin{aligned} \|C_a \nu(t) - C_a E f(t)\| \leq \\ (\|A_{23}\| e_1 + \|C_a\| \psi_g) \theta + \beta \|F_{12}\|. \end{aligned} \quad (22)$$

根据等效控制输出误差注入原理^[3], 执行器重构故障的估计值为

$$\hat{f}(t) \approx [(C_a E)^T C_a E]^{-1} (C_a E)^T C_a \nu(t). \quad (23)$$

注 2 由式(22)–(23)可知, 由于观测器的状态估计误差一般很小, 因而故障重构误差和未知干扰不确定性 $\xi(t)$ 的大小直接相关, 当未知干扰等不确定性为零时, 可实现故障的无偏估计, 一般而言, 未知干扰等不确定性比故障信号小得多, 因此可用式(23)当作故障重构信号的估计值.

4 基于高增益观测器的辅助输出估计(The estimation of the auxiliary output based on high gain observer)

高增益观测器的设计思想源自非线性控制系统的输出反馈镇定理论^[19], 后来被推广到一类多输入多输出非线性系统的状态观测器设计当中, 由于其理论上的严密性及较快的状态跟踪特性而获得广泛应用. 从式(23)可看出, 执行器故障重构需要 y_a , 而系统实际的输出为 y , 为此本文设计高增益观测器, 给出辅助输出 y_a 的精确估计方法.

定义

$$y_a = [y_{a1}^T \cdots y_{ap}^T]^T, y_{ai} = [y_{ai1} \cdots y_{ai\gamma_i}]^T,$$

于是有

$$\dot{y}_{ai} = C_{ai} [Ax + Bu + g(x) + Ef(t) + F\xi(t)]. \quad (24)$$

根据定义1和定义2得

$$\begin{cases} \dot{y}_{ai} = \Lambda_i y_{ai} + b_i \phi_i(x, f, \xi) + \bar{B}_i u + C_{ai} g(x), \\ y_{i1} = \bar{c}_i y_{ai}, \end{cases} \quad (25)$$

式中: I_{γ_i-1} 为 $(\gamma_i - 1) \times (\gamma_i - 1)$ 的单位阵,

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma_i-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, b_i = \begin{bmatrix} 0_{(\gamma_i-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_i = C_{ai} B, \phi_i(x, f, \xi) = c_i A^{\gamma_i-1} (Ax + Ef + F\xi),$$

$$\bar{c}_i = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times \gamma_i},$$

于是由式(24)可得 $y_{i1} = y_i$.

针对式(25), 建立高增益观测器如式(26)所示.

$$\begin{cases} \dot{Y}_{ai} = \Lambda_i Y_{ai} + l_i \bar{c}_i (y_{ai} - Y_{ai}) + \bar{B}_i u + C_{ai} g(x), \\ \hat{y}_{i1} = \bar{c}_i Y_{ai}, \end{cases} \quad (26)$$

其中 l_i 为待设计观测器增益矩阵, 其设计计算方法为

$$l_i = \begin{bmatrix} \chi_{i1} & \chi_{i2} & \cdots & \chi_{i\gamma_i} \\ \mu & \mu^2 & \cdots & \mu^{\gamma_i} \end{bmatrix}^T,$$

其中: $\mu \in (0, 1)$, 且 $\chi_{i1}, \cdots, \chi_{i\gamma_i}$ 为使得方程 $s^{\gamma_i} + \chi_{i1} s^{\gamma_i-1} + \cdots + \chi_{i\gamma_i} = 0$ 的所有根均具有负实部的系数, 其详细证明过程如文献[20], 本文不再证明.

定理 3 针对系统(25)建立的高增益观测器(26), 则 \hat{y}_{ai} 在有限时间内为辅助输出 y_{ai} 的精确估计.

证 定义误差 $y_{ai,j} - Y_{ai,j} = \mu^{\gamma_i-j} e_{ai,j}, j = 1, \cdots, \gamma_i$, 则 $e_{ai} = [e_{ai,1} \cdots e_{ai,\gamma_i}]^T$, 由式(25)–(26)有

$$\mu \dot{e}_{ai} = \bar{\Lambda}_i e_{ai} + \mu b_i \phi_i(x, f, \xi), \quad (27)$$

其中:

$$\bar{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} -\chi_{i1} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ -\chi_{i\gamma_i-1} & 0 & \cdots & 1 \\ -\chi_{i\gamma_i} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

由 $\chi_{i1}, \cdots, \chi_{i\gamma_i}$ 的定义可知 $\bar{\Lambda}_i$ 为 Hurwitz 矩阵, 故 $\lim_{t \rightarrow t_0} e_{ai} = 0, \lim_{t \rightarrow t_0} (y_{ai,j} - Y_{ai,j}) = 0$, 所以 Y_{ai} 在有限时间内为辅助输出 y_{ai} 的精确估计. 证毕.

注 3 用高增益状态观测器的估计值 Y_a 代替定理1–2中 y_a 的值, 以此来开展执行器的故障检测与重构研究.

5 仿真算例(An example of simulation)

为验证本文所提方法的有效性, 以某非线性系统为例开展故障检测与重构研究, 系统参数矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \end{bmatrix}, B = E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$g(x) = [-1 \ 0 \ 10 \ 0]^T \times \begin{cases} -0.2 + 3(x_1 - x_3 - 1), & x_1 - x_3 > 1, \\ 0.2(x_1 - x_3), & -1 \leq x_1 - x_3 \leq 1, \\ -0.2 + 3(x_1 - x_3 + 1), & x_1 - x_3 < -1. \end{cases}$$

可以算出 $\text{rank}D = \text{rank}[F \ E] \neq \text{rank}(CD)$, 由于 $c_1D = [0 \ 0]$, $c_1AD \neq [0 \ 0]$, $c_2D \neq [0 \ 0]$, 于是构造

$$C_a = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_1A \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

此时观测器的匹配条件得以满足. 可以看出与原系统相比, 辅助输出 y_{a1} 的第2个分量 $y_{a1,2}$ 未知, 于是对辅助输出 y_{a1} 构造高增益观测器, 其参数选为 $\chi_{11} = 3$, $\chi_{12} = 2$, $\mu = 0.01$, 初始值 $y_{a1,2}(0) = 0.2$, 此时辅助输出 $y_{a1,2}$ 的估计误差收敛曲线如图1所示, 由图1可知高增益观测器重构输出 $Y_{a1,2}$ 可作为辅助输出 $y_{a1,2}$ 的精确估计.

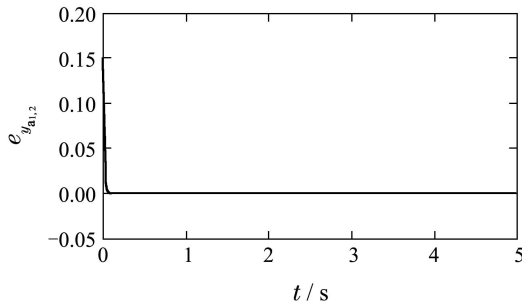


图1 基于高增益观测器的辅助输出估计误差

Fig. 1 The estimation error of auxiliary output based on high gain observer

根据用于执行器故障重构的自适应滑模观测器设计方法, 由定理1和LMI工具箱可以求得,

$$P = \begin{bmatrix} 32.7391 & 1.0286 & -1.1306 & 0 \\ 1.0286 & 0.1236 & -0.1236 & 0 \\ -1.1306 & -0.1236 & 17.7495 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20.7565 \end{bmatrix},$$

观测器增益矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} -0.2030 & -0.1394 & 23.7226 \\ 8.9417 & 1.5811 & -194.7752 \\ -2.7468 & 11.7534 & -0.4140 \\ 17.8353 & -3.1068 & 0.2721 \end{bmatrix},$$

$$G = [0 \ 11.7505 \ -0.1020], \gamma_{\min} = 1.3539,$$

已知输入设为0, 干扰设为 $\xi(t) = 0.06\sin(6t + 4)$, 选取 $\eta = 0.1$, 则由定理2设计滑模增益为 $\rho_0 = 24$, $\tau = 0.02$, 此时设置执行器故障类型1为 $0.2\sin(2\pi t)$, 和幅值为0.4, 周期为4s, 占空比为0.4的方波信号组成, 故障的发生时刻为 $t = 4s$, 此时, 自适应滑模观测器的状态跟踪误差如图2所示, 故障1的重构信号如图3所

示; 故障类型2为sawtooth信号, 故障发生时刻设置为 $t = 2s$, 故障2的重构信号如图4所示.

由图2可知, 当执行器发生故障时, 按照本文提出的观测器设计方法, 观测器的第1, 3, 4状态估计误差趋于0, 第2状态的估计误差维持在一个范围很小的有界邻域内, 说明了本文设计的观测器能克服故障等未知干扰的影响, 状态估计误差有界收敛稳定, 验证了定理1-2的正确性, 从而确保了执行器故障重构的有效性. 同时由图3-4可以看出, 本文提出的故障重构方法对未知上界的执行器故障类型跟踪能力强, 能较好地实现对未知执行器故障的估计.

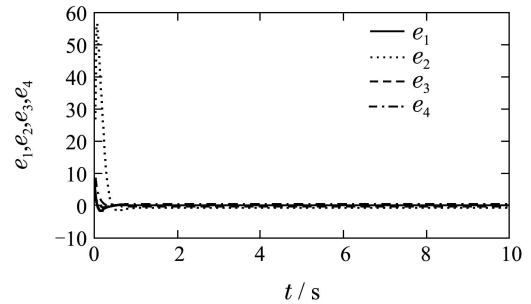


图2 基于自适应滑模观测器的状态估计误差

Fig. 2 The estimation error of state based on adaptive sliding mode observer

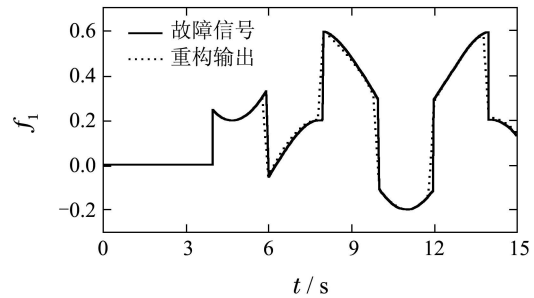


图3 故障类型1和重构信号的仿真波形

Fig. 3 The simulated signal of fault case 1 and reconstruction

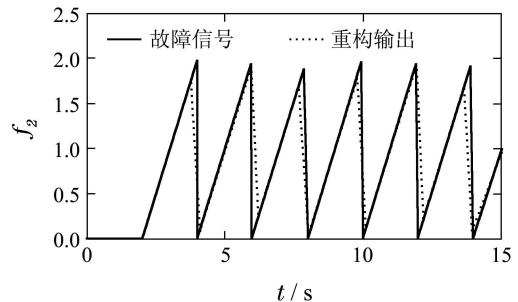


图4 故障类型2和重构信号的仿真波形

Fig. 4 The simulated signal of fault case 2 and reconstruction

6 结论(Conclusions)

本文针对一类含未知干扰不匹配非线性Lipschitz系统, 考虑故障上界未知的情形, 研究了基于自适应滑模观测器的故障重构方法. 首先通过构造辅助输出

使得系统的匹配条件得到满足, 并设计高增益观测器实现了辅助输出中未知变量的精确估计; 然后对辅助输出系统设计了滑模观测器, 考虑故障上界未知, 设计了自适应律在线修正滑模增益, 构造了Lyapunov函数使得设计的观测器能克服上界未知的影响, 从而使得状态误差收敛, 运用Schur补引理将增益矩阵的设计转为最小化优化问题, 并运用LMI给出了求解方法, 引入线性变换矩阵结合Lyapunov全局稳定性理论给出了滑模增益设计方法, 使得设计的控制器增益能不受故障上界未知的影响, 采用等效控制输出误差注入原理实现了执行器故障的直接估计; 最后仿真算例验证了本文方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] 颜秉勇. 非线性系统故障诊断若干方法及其应用研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
(YAN Bingyong. Research on several methods of fault diagnosis for nonlinear systems and their applications [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2010.)
- [2] TAN C P, EDWARDS C. Sliding mode observers for reconstruction of simultaneous actuator and sensor faults [C] // *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Hawaii, USA: IEEE, 2003: 1455 – 1460.
- [3] EDWARDS C, SPURGEON S K, PATTON R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation [J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 541 – 553.
- [4] TAN C P, EDWARDS C. Sliding mode observers for fault detection and reconstruction of sensor faults [J]. *Automatica*, 2002, 38(5): 1815 – 1821.
- [5] YAN X G, EDWARDS C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer [J]. *Automatica*, 2007, 43(9): 1605 – 1614.
- [6] KOK Y N, TAN C P, DENNY O. Disturbance decoupled fault reconstruction using cascaded sliding mode observers [J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 794 – 799.
- [7] TAN C P, EDWARDS C. Robust fault reconstruction in uncertain linear systems using multiple sliding mode observers in cascade [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010 55(4): 855 – 867.
- [8] TAN C P, EDWARDS C. Robust fault reconstruction using multiple sliding mode observers in cascade: development and design [C] // *American Control Conference, Hyatt Regency Riverfront*. St. Louis, MO: IEEE, 2009: 3411 – 3416.
- [9] TAN C P, CRUSCAB F, ALDEEN M. Extended results on robust state estimation and fault detection [J]. *Automatica*, 2008, 44(8): 2027 – 2033.
- [10] 何静, 邱静, 张昌凡. 基于微分同胚变换的故障重构算法 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(4): 481 – 487.
(HE Jing, QIU Jing, ZHANG Changfan. Fault reconstruction based on global diffeomorphic coordination transformation [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(4): 481 – 487.)
- [11] 王江, 周翊民, 曾启明. 基于级联观测器的多输入多输出非线性系统的故障检测 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 237 – 242.
(WANG Jiang, ZHOU Yimin, CENG Qiming. Fault detection and isolation of MIMO nonlinear systems based on the cascade observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 237 – 242.)
- [12] 于金泳, 刘志远, 陈虹. 基于滑模观测器的车辆电子稳定性控制系统故障重构 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1057 – 1063.
(YU Jinyong, LIU Zhiyuan, CHEN Hong. Fault reconstruction in the vehicle electronic stability control based on sliding mode observers [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1057 – 1063.)
- [13] 赵瑾, 申忠宇, 顾幸生. 一类不匹配不确定动态系统的鲁棒执行器故障检测与重构 [J]. 化工学报, 2008, 59(7): 1797 – 1802.
(ZHAO Jin, SHEN Zhongyu, GU Xingsheng. Robust actuator fault detection and reconstruction for a class of uncertain dynamic system with mismatched uncertainties [J]. *Journal of Chemical Industry and Engineering*, 2008, 59(7): 1797 – 1802.)
- [14] 李浩, 窦丽华, 苏中. 非匹配不确定系统的自适应反步非奇异快速终端滑模控制 [J]. 控制与决策, 2012, 27(10): 1584 – 1592.
(LI Hao, DOU Lihua, SU Zhong. Adaptive backstepping non-singular fast terminal sliding mode control for unmatched systems [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(10): 1584 – 1592.)
- [15] 王坚浩, 胡剑波. 一类非匹配不确定非线性系统的鲁棒跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 727 – 731.
(WANG Jianhao, HU Jianbo. A Robust tracking control for a class of nonlinear systems with unmatched uncertainties [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(5): 727 – 731.)
- [16] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 非匹配不确定高阶非线性系统的滑模控制新方法 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 708 – 714.
(PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. New method of sliding mode control for higher order nonlinear system with mismatched uncertainties [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 708 – 714.)
- [17] FLOQUET T, EDWARDS C, SPURGEON S K. On sliding mode observers for systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, 21(8/9): 638 – 656.
- [18] 梅生伟. 现代鲁棒控制理论与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
(MEI Shengwei. *Modern Robust Control Theory and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.)
- [19] 祝晓辉, 李颖晖. 永磁同步电机高增益速度观测器设计与仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2007, 19(11): 2550 – 2554.
(ZHU Xiaohui, LI Yinghui. Research on high gain velocity observer design and simulation of permanent magnet synchronous motor [J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(11): 2550 – 2554.)
- [20] AHRENS J H, KHALIL H K. High-gain observers in the presence of measurement noise: a switched-gain approach [J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 936 – 943.

作者简介:

刘聪 (1988–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制理论、非线性系统故障检测以及容错控制等, E-mail: 598832156@qq.com;

李颖晖 (1966–), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统控制及故障诊断、健康管理等, E-mail: liyinghui66@163.com;

朱喜华 (1985–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制理论、非线性系统故障检测及容错控制等, E-mail: zhx2004kgd@sina.com;

刘培培 (1986–), 男, 硕士, 主要研究方向为矩阵分析及数理统计的教学科研, E-mail: 815183878@qq.com.