

基于改进sigmoid函数的非线性跟踪微分器

邵星灵[†], 王宏伦

(北京航空航天大学 无人驾驶飞行器设计研究所, 北京 100191;

北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

摘要: 本文受神经网络中常用的sigmoid激励函数特性的启发, 提出了一种形式简单、调参相对容易的非线性跟踪微分器(STD). 首先, 在sigmoid函数的基础上引入指数和幅度因子, 利用改进后的sigmoid函数构造加速度函数, 接着, 借助Lyapunov直接法证明了所设计的跟踪微分器的非摄动形式具有全局渐近稳定性, 随后利用系统等价性给出了跟踪微分器的具体形式并通过扫频测试分析了其频域特性; 最后, 与线性微分器(LD)、全程快速跟踪微分器(HSTD)以及改进的跟踪微分器(ITD)、反正切形式的跟踪微分器(ATD)分别进行对比仿真分析. 结果表明, 基于sigmoid函数设计的跟踪微分器可以兼顾响应的快速性以及平稳性、全程无抖振, 对信号的广义导数具有良好的逼近能力和滤波效果.

关键词: 改进的sigmoid函数; 加速度函数; 跟踪微分器; 扫频测试

中图分类号: TP249.1 文献标识码: A

Nonlinear tracking differentiator based on improved sigmoid function

SHAO Xing-ling[†], WANG Hong-lun

(Unmanned Aerial Vehicle Research Institute, Beihang University, Beijing 100191, China;
Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Inspired by the characteristic of common activation function of neural network, which is known as sigmoid function, we propose a nonlinear tracking differentiator (STD) with simple form and fewer tuning parameters. Firstly, exponential and scale factors are introduced to improve the sigmoid function, then the acceleration function is constructed by utilizing the improved sigmoid function. Secondly, the global uniformly asymptotical stability of the tracking differentiator (TD) in non-perturbation form is proved by using Lyapunov direct method. Moreover, the concrete form of TD is presented by the principle of system equivalence, and its frequency-domain characteristic is analyzed by utilizing the frequency-sweep test. Finally, simulations are performed and results are compared with those of linear differentiator, high-speed nonlinear tracking differentiator and improved nonlinear tracking differentiator, arctangent-based TD. It concludes that the sigmoid function-based nonlinear tracking differentiator not only guarantees the response with high speed and smoothness but also presents the behavior with no chattering in the whole course and exhibits excellent performance in approximating and filtering the generalized derivative of the signal.

Key words: improved sigmoid function; acceleration function; tracking differentiator; frequency sweep test

1 引言(Introduction)

非线性跟踪微分器(tracking differentiator, TD)的概念^[1]最初是由我国控制领域专家韩京清研究员于1994年提出的, 主要用于解决实际工程中从不连续或携带随机噪声的测量信号中提取连续的跟踪及其微分信号等问题. 其中, 文献[1]根据2阶连续系统的时间最优控制原理构造了具有开关函数的跟踪微分器, 其巧妙地利用了非线性功能函数, 同时对构造微分器的原始系统的稳定性要求较弱以及对输入信号的约束条件较弱, 但当跟踪误差充分小时颤振现象无

法避免, 为此文献[2]提出了2阶TD的离散形式, 不但可以消除颤振, 而且动态响应好, 稳态精度高, 同时给出了构造TD的基本单元-最速控制综合函数(fhan)的推演算法(对于2阶动态系统而言, 可称之为加速度函数), 正是TD的离散形式所具有的优良特性, 使其在自抗扰控制^[3]、系统辨识^[4]、零点配置等^[5]场合得到了广泛的应用. 唯一美中不足的是, TD采用了符号函数, 形式稍显复杂. 基于此, 王新华等^[6]设计了一种基于奇异摄动技术的有限时间收敛微分器, 该微分器采用了饱和函数以及非光滑非线性环节作为加速度函数,

当系统状态初值与输入信号存在较大偏差时, 峰值现象无法避免. 文献[7]采用幂函数的加权形式作为加速度函数, 提出了一种全程快速跟踪微分器(high-speed tracking-differentiator, HSTD), 其具有全程跟踪误差快速收敛等特点, 由于误差逼近平衡点时采用了非光滑非线性环节, 使得系统在稳态存在一定的颤振现象. 针对上述问题, 文献[8]合理综合了非线性环节和线性环节的优点, 提出了一种改进的跟踪微分器(improved tracking-differentiator, ITD), 当跟踪误差趋近于原点时, 线性环节占主导地位; 远离原点时, 光滑非线性环节占主导地位, 使得系统响应兼具快速性和准确性, 消除了颤振现象. 进一步, 文献[9]从加速度函数入手, 提出了一种基于反正切形式加速度函数的跟踪微分器, 这种结构的跟踪微分器较好地兼顾了快速性和过渡过程的平稳性. 不难发现, 近年来对跟踪微分器的研究主要集中于加速度函数的选择与构造等方面, 并且线性环节、光滑非线性环节、非光滑非线性环节的合理利用与加权是影响TD动态品质的关键因素.

本文受神经网络中常用的sigmoid激励函数特性的启发, 提出了一种形式简单、调参相对容易的非线性跟踪微分器(nonlinear tracking-differentiator, STD), 改进后的sigmoid函数兼具线性与非线性环节的特征, 形状上近似为线性工作区间可调的饱和函数. 首先, 利用改进后的sigmoid函数构造加速度函数, 接着, 借助Lyapunov直接法证明了所设计的跟踪微分器的非摄动形式具有全局渐近稳定性, 并通过扫频测试分析了跟踪与微分信号的频域特性, 仿真结果表明, 该跟踪微分器不存在微分信号在稳态时的高频颤振行为, 并且具有良好的动态响应和较强的滤波能力, 兼顾了快速性和准确性的要求.

2 Sigmoid函数的改进(The improvement of sigmoid function)

sigmoid函数是神经网络中一类重要的激励函数, 具有光滑性、严格单调性、饱和性等特征, 其具体表达式为

$$\text{sig}(x) = (1 + e^{-x})^{-1}. \quad (1)$$

显然, 该函数光滑、严格单调递增, 饱和值上、下界为(0, 1), 将式(1)作简单线性变换, 并引入指数和幅度因子, 使其变化范围为(-0.5a, 0.5a), 有

$$\text{sig}(x; a, b) = a[(1 + e^{-bx})^{-1} - 0.5], \quad (2)$$

其中: 参数a为幅值增益, 用于调节sig(x)函数的幅值; 参数b为指数因子, 负责调节函数的近似线性工作区间的范围. 由泰勒中值定理, 可求出式(2)在零点处的泰勒展开式:

$$\begin{aligned} \text{sig}(x; a, b) = & \\ \text{sig}(x; a, b)|_{x=0} + \text{sig}(x; a, b)'|_{x=0}(x) + & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{sig}(x; a, b)^n|_{x=0}}{2!}(x)^2 + \dots + R_n(x) = & \\ a\left(\frac{bx}{4} - \frac{(bx)^3}{48} + \frac{(bx)^5}{480} + \dots\right). & \quad (3) \end{aligned}$$

由上式可知, sig(x; a, b)函数在x = 0的邻域内, 线性函数占主导部分, 当自变量远离原点时, 非线性光滑函数占主导部分, 函数全程连续光滑, 显示表达式中没有突变与跳变环节.

从函数的图像可得到与上述一致的结论, 图1给出了幅值增益为1时, 不同的指数因子情况下对应的函数的曲线.

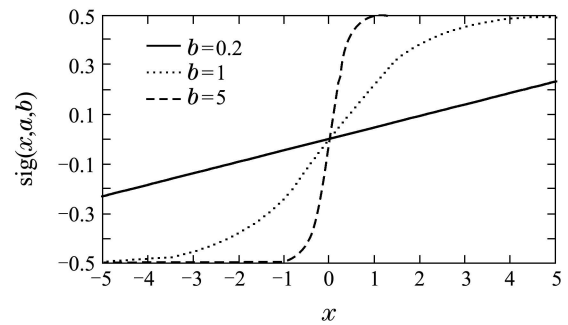


图 1 不同的指数因子情况下对应的sig(x; a, b)函数曲线
Fig. 1 sig(x; a, b) function plots with different exponential factors

综上, sig(x; a, b)函数具有线性形式和非线性形式的加权特性, 并且当自变量绝对值较大时, 函数值趋于平缓并逐渐接近饱和. 当自变量逐渐变小时函数值逐渐接近线性变化, 该函数既具饱和性与严格单调性, 又具有饱和函数所不具备的光滑性, 可用于设计2阶最速反馈控制的滑动曲面以及软变结构控制器^[10], 能有效地削弱系统抖振并兼具良好的动态性能.

3 基于改进 sigmoid 函数的跟踪微分器(Tracking differentiator based on improved sigmoid function)

定理 1 有如下系统 Σ_0 :

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) = -\text{sig}(z_1(t); a_1, b_1) - \text{sig}(z_2(t); a_2, b_2). \end{cases} \quad (4)$$

如果 a_1, b_1, a_2, b_2 均为大于零的正数, 则系统 Σ_0 满足Lyapunov渐近稳定条件, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z_2(t) = 0.$$

证 构造如下的Lyapunov函数:

$$V(z_1, z_2) = \int_0^{z_1} \text{sig}(\xi; a_1, b_1) d\xi + \frac{1}{2} z_2^2. \quad (5)$$

由于sig($\xi; a_1, b_1$)为一、三象限的奇函数, 并且当 $z_1 \neq 0$ 时可保证与sig($\xi; a_1, b_1$)同号, 根据定积分性质, 可得

$$\int_0^{z_1} \text{sig}(\xi; a_1, b_1) d\xi > 0.$$

此时显然 $V(z_1, z_2) > 0$. 接着对式(5)求导, 并将式(4)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= \text{sig}(z_1; a_1, b_1)z_2 + z_2\dot{z}_2 = \\ &-z_2\text{sig}(z_2; a_2, b_2) < 0, (z_1, z_2) \neq (0, 0), \end{aligned}$$

其中 $\dot{V}(z_1, z_2) = 0$ 所对应的系统平衡点只能是原点, 因此, 根据 LaSalle 不变集定理, 可推知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_1 \rightarrow 0, z_2 \rightarrow 0$.

同时由式(3)-(4)不难发现, 当 $|bz| \geq 1$ 时, 非线性环节起主导作用, 此时系统 Σ_0 可简化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -a_1(b_1 z_1)^n - a_2(b_2 z_2)^m, \\ n > 1, m > 1. \end{cases} \quad (6)$$

当 $|bz| \leq 1$ 时, 线性环节起主导作用, 此时系统 Σ_0 可简化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -a_1(b_1 z_1) - a_2(b_2 z_2). \end{cases} \quad (7)$$

注 1 由式(6)-(7)构成的动态系统与文献[8]提出的改进混合微分器的非摄动形式类似, 均具有远离原点时误差以光滑非线性形式收敛, 接近原点时以线性方式收敛的特性, 该误差收敛特性避免了全程快速跟踪微分器中的颤振现象. 与改进混合微分器不同的是, 本文的加速度函数不含有开关函数等跳变环节, 且仅需调节4个参数, 调参个数明显减少.

根据式(4)可设计出基于 sigmoid 函数的跟踪微分器, 首先给出如下引理:

引理 1 若系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) = f(z_1(t), z_2(t)) \end{cases}$$

的任意解均满足当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_1(t) \rightarrow 0, z_2(t) \rightarrow 0$, 则对于任意有界可积函数 $v(t)$ 和任意常数 $T > 0$, 系统 Σ_1

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = R^2 f(x_1(t) - v(t), x_2(t)/R) \end{cases}$$

的解 $x_1(t)$ 满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| = 0.$$

可见, 系统 Σ_1 的第一个状态依测度收敛于输入信号, 详细的证明过程可参见文献[1].

定理 2 如果 a_1, b_1, a_2, b_2, R 均为大于零的正数, 则对于任意的输入信号 $v(t) \in L[0, \infty)$ 和任意的 $T > 0$, 系统 Σ_2

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -R^2(\text{sig}(x_1(t) - v(t)) + \text{sig}(\frac{x_2(t)}{R})) \end{cases}$$

具有如下特性:

1) 系统 Σ_2 的解满足:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| = 0;$$

2) 系统 Σ_2 是系统 Σ_0 的摄动形式, 即本文所设计的跟踪微分器.

证 结合定理1和引理1, 根据系统等价性易证定理2的结论1成立, 在此不再赘述. 下面主要证明结论2:

首先, 记

$$e_1 = x_1(t) - v(t), e_2 = x_2(t) - \dot{v}(t),$$

则系统 Σ_2 对信号的误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = -R^2[\text{sig}(e_1) + \text{sig}(\frac{e_2 + \dot{v}(t)}{R})] - \frac{\ddot{v}(t)}{R^2}, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \frac{de_1}{d(Rt)} = \frac{e_2}{R}, \\ \frac{d(e_2/R)}{d(Rt)} = -[\text{sig}(e_1) + \text{sig}(\frac{e_2 + \dot{v}(t)}{R})] - \frac{\ddot{v}(t)}{R^2}. \end{cases}$$

令

$$\begin{aligned} \tau = Rt, z_1(\tau) &= e_1(t), \\ z_2(\tau) &= \frac{e_2(t)}{R}, z = [z_1, z_2]^T, \end{aligned}$$

则

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{d\tau} = z_2, \\ \frac{dz_2}{d\tau} = -[\text{sig}(z_1) + \text{sig}(z_2 + \frac{\dot{v}(t)}{R})] - \frac{\ddot{v}(t)}{R^2}. \end{cases} \quad (8)$$

不难发现, 当 $R \rightarrow \infty$ 时, 由于输入信号 $v(t) \in L[0, \infty)$, 故 $\ddot{v}(t)/R^2 \rightarrow 0, \dot{v}(t)/R \rightarrow 0$, 此时系统(8)等价于系统 Σ_0 , 因此系统 Σ_2 是系统 Σ_0 的摄动形式.

注 2 由定理(2)可知增大 R , 可以加快跟踪速度, 但同时微分信号的噪声抑制能力将被减弱. 调节 b_1 和 b_2 可改变跟踪信号与微分信号线性区间的大小, 一般可以首先大致选定 b_1 和 b_2 , 然后选定 R 调节跟踪效果, 最后通过综合微调 a_1 和 a_2 来调节跟踪和微分的整体效果.

4 跟踪微分器的频率特性分析 (The analysis of frequency property of tracking differentiator)

采用最小二乘扫频测试方法, 通过利用正弦输入, 测量跟踪微分器输出的正弦响应的幅值和相位延迟, 在相同频率下进行微分器的频率特性分析, 最终以波特图拟合的方式实现微分器的频域特性测试. 扫频测试的具体步骤为: 首先确定扫描的起始和终止频率, 以及频率点对应的采样时间和步长, 接着利用最小二乘原理进行估计, 计算该频率点对应的输出信号的振幅和相位, 针对选定的扫频序列点重复采用上述

方法,从而可以得到跟踪微分器的频率特性 bode 图^[11].

测试中采样周期取 1 ms, 正弦输入信号起始频率为 0.1 Hz, 终止频率为 100 Hz, 步长为 0.5 Hz, 对每个待测量的频率点, 运行 20000 个采样点, 得到的跟踪与微分信号的频率特性如图 2-3 所示.

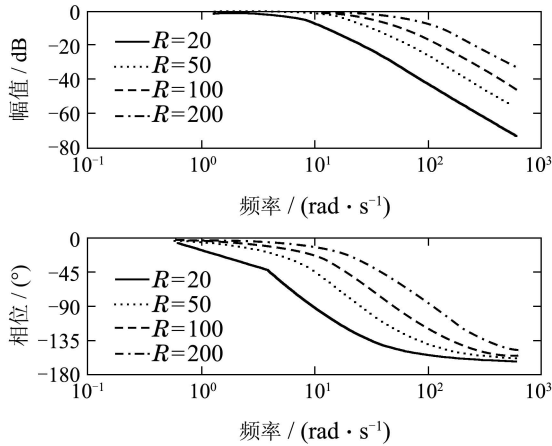


图 2 跟踪信号的频率特性曲线

Fig. 2 Frequency property plots for tracking signal

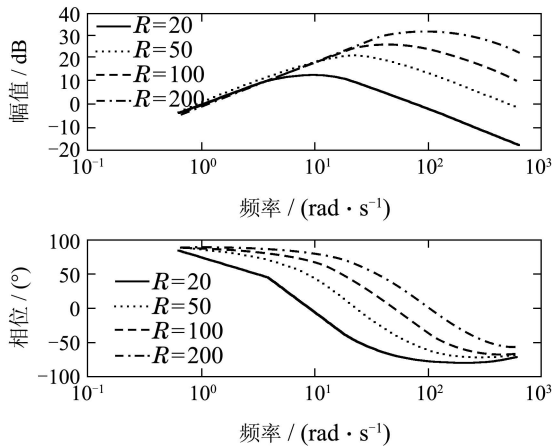


图 3 微分信号的频率特性曲线

Fig. 3 Frequency property plots for derivative signal

图 2 表明, 跟踪信号的幅频特性类似于理想的 2 阶低通滤波器, 可近似为由两条直线组成的折线, 折线交点处即为转折频率. 随着快速因子 R 的增大, 转折频率增大, 跟踪微分器所能跟踪的信号频率越高, 相应的幅频特性右移. 相频特性在转折频率以下相移很小, 但在转折频率附近, 相移很快降到 -180° , 这是一个较理想的相频特性.

由图 3 可以看出, 微分信号的相频特性在转折频率之前几乎保持超前 90° 的相位, 但在转折频率附近, 相移很快降到 -90° , 是品质很好的微分环节的频率特性. 同时可发现, 随着快速因子 R 的增大, 微分信号对高频噪声的滤波能力减弱.

5 仿真结果及分析(Simulation results and analysis)

5.1 跟踪微分器对信号广义导数逼近能力(approximation capability of TD with respect to signal's generalized derivative)

为验证本文所提出的跟踪微分器(STD)的有效性, 与全程快速跟踪微分器(HSTD)、改进的跟踪微分器(ITD)、反正切形式的跟踪微分器(ATD) 以及线性微分器(LD)进行比较, 输入信号为三角波信号, 幅值为 1, 周期 T 为 2 s, 其函数特征在于非光滑且在时刻 $t_j = 1 + jT/2 (j = 0, \dots, n)$ 处存在广义导数, 从而考察跟踪微分器对广义导数的逼近能力.

为保证对比分析的公平性, 仿真时精心调整了 5 种跟踪微分器的参数, 在快速性保持一致的前提下(设定上升时间均为 0.01 s), 比较相应的性能. 选取的跟踪微分器算法及参数如下:

1) 全程快速跟踪微分器(HSTD)^[7]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \varepsilon^2 \dot{x}_2 = -a_0(x_1 - v(t)) - \\ \quad a_1|x_1 - v(t)|^m \operatorname{sgn}(x_1 - v(t)) - \\ \quad b_0 \varepsilon x_2 - b_1 |\varepsilon x_2|^n \operatorname{sgn}(\varepsilon x_2), \end{cases}$$

其中:

$$\varepsilon = 0.004, a_0 = 5, a_1 = 0.5, \\ b_0 = 2, b_1 = 0.5, m = n = 0.5.$$

2) 改进的跟踪微分器(ITD)^[8]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \varepsilon^2 \dot{x}_2 = -a_1[(\beta(x_1 - v(t))^{p/q} + x_1 - v(t))] - \\ \quad a_2[(\beta \varepsilon x_2)^{p/q} + \varepsilon x_2], \end{cases}$$

其中:

$$\varepsilon = 0.004, a_1 = 4, a_2 = 4, \beta = 1.8, p = 9, q = 3.$$

3) 反正切形式的跟踪微分器(ATD)^[9]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = R^2(-a_1 \arctan[f_1(x_1 - v(t))] - \\ \quad a_2 \arctan[f_2 x_2/R]), \end{cases}$$

其中:

$$R = 1/0.004, a_1 = 5, a_2 = 4, f_1 = 2, f_2 = 2.$$

4) 线性微分器(LD)^[12]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \varepsilon^2 \dot{x}_2 = -a_0(x_1 - v(t)) - a_1 \varepsilon x_2, \end{cases}$$

其中:

$$\varepsilon = 0.004, a_0 = 2, a_1 = 1.$$

本文提出的跟踪微分器(STD)具体算法如系统 Σ_2 所示. 图 4-9 分别给出上述跟踪微分器对广义导数的逼近效果.

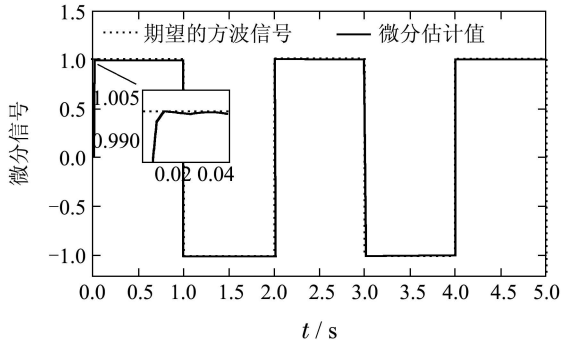


图4 HSTD对信号广义导数的逼近效果

Fig. 4 Approximation result of HSTD with respect to signal's generalized derivative

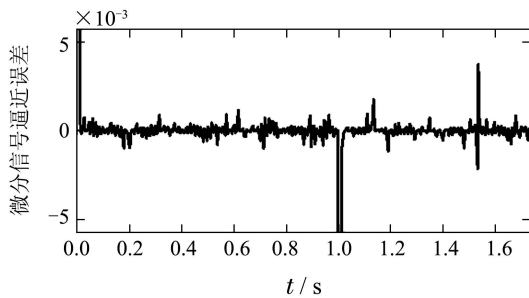


图5 HSTD对广义导数的逼近误差局部放大图

Fig. 5 The magnified approximation error of HSTD with respect to signal's generalized derivative

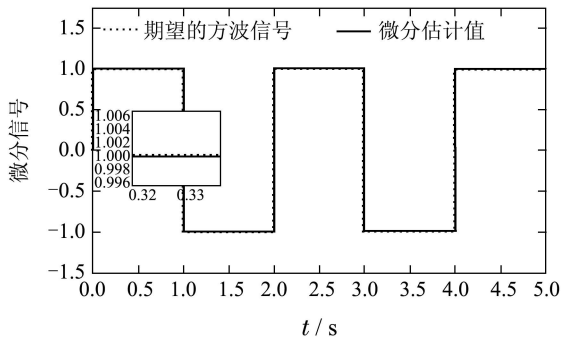


图6 ITD对广义导数的逼近效果

Fig. 6 Approximation result of ITD with respect to signal's generalized derivative

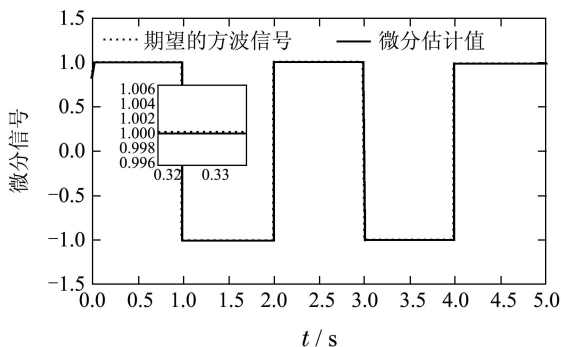


图7 ATD对广义导数的逼近效果

Fig. 7 Approximation result of ATD with respect to signal's generalized derivative

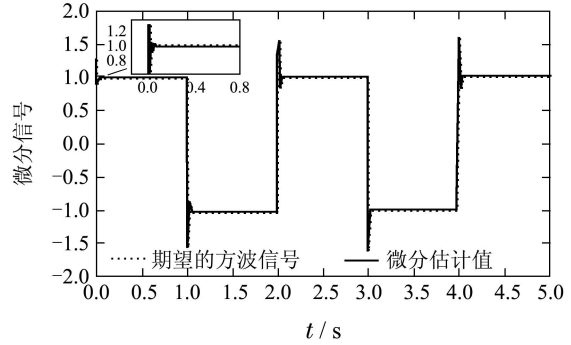


图8 LD对广义导数的逼近效果

Fig. 8 Approximation result of LD with respect to signal's generalized derivative

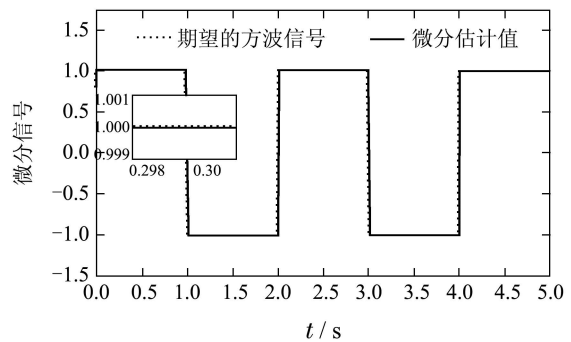


图9 本文的跟踪微分器(STD)对广义导数的逼近效果

Fig. 9 Approximation result of STD with respect to signal's generalized derivative

图4-5给出了HSTD对广义导数逼近的跟踪及误差曲线. 由图4可以看出, HSTD的微分信号能够快速无超调地逼近参考信号, 另一方面, 由HSTD的显示表达式也可看出, 当 x_1 充分接近 $v(t)$ 时, 由于符号函数的作用, 导致微分信号的稳态会存在如图5所示的颤振现象.

由图8可以看出, LD的微分输出曲线在初始阶段存在严重的超调, 这是线性高增益微分器的固有缺陷, 即当系统状态初值 $x_1(0)$ 与输入信息初值 $v(0)$ 存在较大误差时, 该峰值现象越明显.

由图6-7及图9不难发现, 由于ITD以及ATD与本文的微分器(STD)均采用线性环节趋近原点, 可以彻底避免高频颤振. 在满足同样的快速性要求条件下, ITD, ATD与STD的逼近效果基本相当, 均能无超调、无误差地实现对广义导数的估计.

5.2 跟踪微分器的跟踪与滤波性能(Tracking and noise attenuation properties of TD)

算例 1 输入信号中含有白噪声.

为了验证本文跟踪微分器(STD)的滤波性能, 假设输入信号 $v(t) = \sin t + n(t)$, 其中 $n(t)$ 为白噪声, 均值为0, 方差为0.01. 系统采样步长为0.001 s, 为保证微分信号具有足够的抑制噪声能力, 这里将速度因子 R 设定为30, 其余参数与上节一致, ITD, ATD与

STD的跟踪与微分结果如图10-12所示.

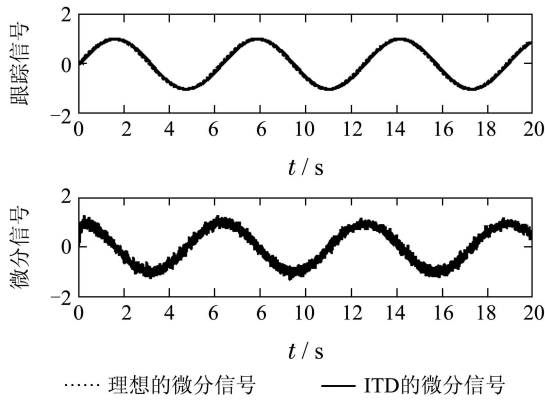


图 10 ITD的跟踪与微分输出曲线

Fig. 10 The tracking and derivative response of ITD

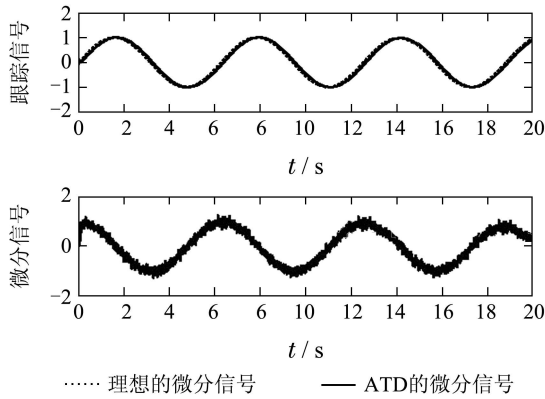


图 11 ATD的跟踪与微分输出曲线

Fig. 11 The tracking and derivative response of ATD

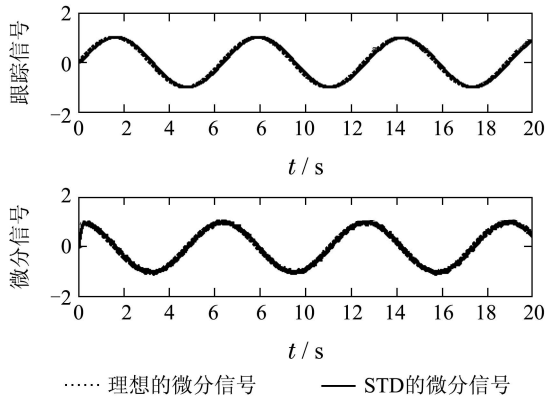


图 12 STD的跟踪与微分输出曲线

Fig. 12 The tracking and derivative response of STD

算例 2 输入信号中含有有色噪声.

白噪声仅仅是一种理论上的抽象,在物理上无法实现,工程实际中测量数据所包含的噪声往往是有色噪声,为验证本文跟踪微分器在实际工程中的滤波性能,这里假设输入信号中含有有色噪声.

由于有色噪声序列可以看成由白噪声序列驱动的线性环节的输,仿真中选取的线性环节(或称为成型

滤波器)为

$$G(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})},$$

其中:

$$\begin{cases} C(z^{-1}) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.2z^{-2}, \\ D(z^{-1}) = 1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2} + 0.1z^{-3}. \end{cases}$$

显然 $C(z^{-1})$ 和 $D(z^{-1})$ 均为稳定多项式,相应地输入信号序列为 $v(kT) = \sin(kT) + G(z^{-1})n(kT)$,其中系统采样步长 T 为0.001 s, $n(kT)$ 为白噪声序列,均值为0,方差为0.01,其余参数与上节一致.其中输入信号如图13所示,ATD与STD的跟踪与微分结果如图14-15所示.

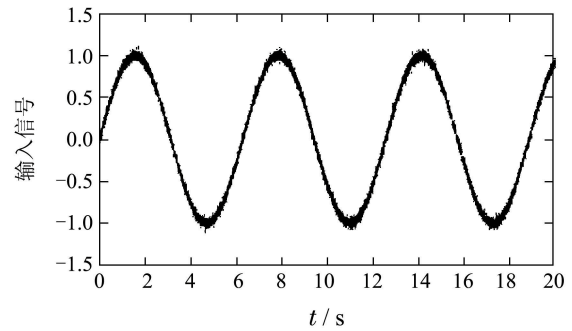


图 13 受污染的输入信号曲线

Fig. 13 The input signal with colored noise

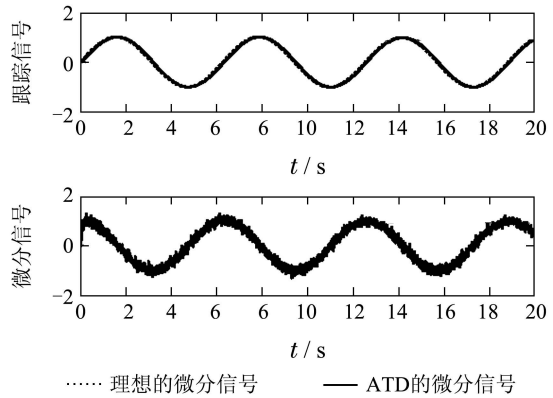


图 14 ATD的跟踪与微分输出曲线

Fig. 14 The tracking and derivative response of ATD

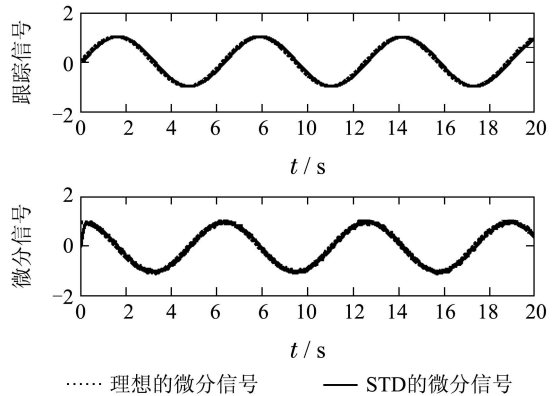


图 15 STD的跟踪与微分输出曲线

Fig. 15 The tracking and derivative response of STD

算例1和2的结果表明,在快速性保持一致的前提下,本文提出的跟踪微分器(STD)对分别含有白噪声以及有色噪声的正弦信号跟踪与滤波效果均较好,跟踪与微分信号均无超调、较快速地跟踪上理想信号,且跟踪精度较高.与ITD以及ATD的微分滤波效果相比,本文的微分噪声抑制能力更强,微分跟踪精度略优于ITD及ATD.此外,本文的跟踪微分器的显示表达式中不存在符号函数等跳变环节,调参数量明显少于ITD;与ATD相比,STD的全程分辨率(调节的精细度)更高,当自变量绝对值较大时,sigmoid函数更加陡峭,即误差收敛速度更快,且算法形式简洁并具有较强的工程实现价值.

6 结论(Conclusions)

本文受神经网络中常用的sigmoid激励函数特性的启发,提出了一种形式简单、调参相对容易的非线性跟踪微分器(STD),改进后的sigmoid函数兼具线性与非线性环节的特征.与HSTD和ITD的加速度函数相比,无需对幂函数的指数进行调节,形状上近似为线性工作区间可调的饱和函数.仿真结果表明,该跟踪微分器不存在微分信号在稳态时的高频颤振行为,并且具有良好的动态响应和较强的滤波能力,兼顾了快速性和准确性的要求.对于控制系统中控制律的设计(反馈量及其微分信息的跟踪及滤波)问题具有重要的参考价值和借鉴意义.

参考文献(References):

- [1] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器 [J]. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177 - 183.
(HAN Jingqing, WANG Wei. Nonlinear tracking differentiator [J]. *Systems and Mathematical Science*, 1994, 14(2): 177 - 183.)
- [2] 韩京清, 袁露林. 跟踪-微分器的离散形式 [J]. 系统科学与数学, 1999, 19(3): 268 - 273.
(HAN Jingqing, YUAN Lulin. The discrete form of the tracking differentiator [J]. *Systems Science and Mathematical Science*, 1999, 19(3): 268 - 273.)
- [3] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 20 - 23.
(HAN Jingqing. Active disturbances rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 20 - 23.)
- [4] 张文革, 韩京清. 跟踪-微分器用于连续系统辨识 [J]. 控制与决策, 1999, 14(增): 557 - 560.

- (ZHANG Wenge, HAN Jingqing. Continuous-time system identification with the tracking-differentiator [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(Supp.): 557 - 560.)
- [5] 张文革, 韩京清. 跟踪-微分器用于零点配置 [J]. 自动化学报, 2001, 27(15): 724 - 727.
(ZHANG Wenge, HAN Jingqing. The application of tracking differentiator in allocation of zero [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(15): 724 - 727.)
- [6] WANG X H, CHEN Z Q. Finite-time-convergent differentiator based on singular perturbation technique [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1731 - 1737.
- [7] 王新华, 陈增强, 袁著祉. 全程快速非线性跟踪-微分器 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 875 - 878.
(WANG Xinhua, CHEN Zengqiang, YUAN Zhuzhi. Nonlinear tracking-differentiator with high speed in whole course [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 875 - 878.)
- [8] 史永丽, 侯朝桢. 改进的非线性跟踪微分器设计 [J]. 控制与决策, 2008, 23(6): 647 - 650.
(SHI Yongli, HOU Chaozhen. Design of improved nonlinear tracking differentiator [J]. *Control and Decision*, 2008, 23(6): 647 - 650.)
- [9] 董小萌, 张平. 反正切形式跟踪微分器设计及相平面分析 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(4): 533 - 537.
(DONG Xiaomeng, ZHANG Ping. Design and phase plane analysis of an arctangent-based tracking differentiator [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(4): 533 - 537.)
- [10] 刘云龙, 高存臣, 任启峰, 等. 水下机器人基于sigmoid函数的软变结构控制 [J]. 电机与控制学报, 2012, 16(2): 90 - 95.
(LIU Yunlong, GAO Cunchen, REN Qifeng, et al. Soft variable structure control based on sigmoid functions for autonomous underwater vehicles [J]. *Electric Machines and Control*, 2012, 16(2): 90 - 95.)
- [11] 王新华, 刘金琨. 微分器设计与应用-信号滤波与求导 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
(WANG Xinhua, LIU Jinkun. *Differentiator Design and Application-Signal Filtering and Differentiation* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.)
- [12] KAHLIL H. Robust servomechanism output feedback controller for feedback linearizable systems [J]. *Automatica*, 1994, 30(10): 1587 - 1599.

作者简介:

邵星灵 (1988-), 男, 博士研究生, 从事复合分层容错干扰精细抑制与补偿理论与方法、飞行器制导与控制一体化、高超再入飞行器大包线协调控制等方面的研究, E-mail: huaning3557913@sina.com;

王宏伦 (1970-), 男, 教授, 博士生导师, 从事无人机自主控制与智能决策、高抗扰精确引导与控制、新概念无人机飞行控制以及复杂动态环境航路规划理论与方法等方面的研究, E-mail: hl_wang_2002@126.com.