

结合误差变换的Bouc-Wen迟滞非线性系统反步控制器设计

赵新龙[†], 汪佳丽

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对智能材料执行器中非平滑、多映射的迟滞非线性, 采用Bouc-Wen模型描述迟滞, 并提出了一种基于误差变换的反步控制器设计方案. 首先利用Bouc-Wen模型中的变量特性, 通过预设性能函数, 将误差约束在预设范围内. 然后通过误差变换, 将一个对输出误差存在约束的跟踪问题转化为一个无约束的镇定问题. 最后利用反步控制法设计迟滞系统的控制器, 该控制方法保证期望的跟踪精度, 并能将误差限定在设定范围内且满足预设性能, 提高了系统的暂态和稳态性能. 仿真结果表明设计方法的有效性.

关键词: 迟滞; Bouc-Wen模型; 误差变换; 反步

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Backstepping control with error transformation for Bouc-Wen hysteresis nonlinear system

ZHAO Xin-long[†], WANG Jia-li

(College of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: The Bouc-Wen model is employed to describe hysteresis phenomenon which is non-smooth and multi-valued mapping in smart-material-based actuators. A backstepping controller combining with error transformation is proposed for a class of hysteresis systems. First, the prescribed performance function is used to confine the error to residual set with variable property in Bouc-Wen model explored. Then the output error transformation is introduced to transform the original constrained system into an equivalent unconstrained one. Finally, a backstepping controller is designed for the hysteresis systems. This control scheme can track the desired output effectively, guarantee the prescribed performance and improve the transient and steady state of the system. The simulation results illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: hysteresis; Bouc-Wen model; error transformation; backstepping

1 引言(Introduction)

随着微/纳米技术的迅速发展, 基于智能材料(压电陶瓷、磁致伸缩材料、形状记忆合金)的执行器在光学精密加工工程、微电子制造技术、航天航空技术、超精密机械制造、微机器人操作、生物工程等高新技术领域正逐步得到广泛的应用. 然而这些执行器有一个固有的特性——迟滞, 已经成为制约超精密系统定位精度的关键技术. 寄生于智能材料执行器中的迟滞特性不但会降低系统的控制精度, 而且会导致系统不稳定^[1], 在强调纳米级定位的超精密系统中, 迟滞引起的误差可以达到整个行程的10%–15%^[2], 迟滞作为一种非常规的非线性现象, 其多映射性、非平滑性、记忆性和速率相关性使得常规的控制算法不能实现对迟滞系统的精确控制, 近年来引起了很多学者的兴趣并提出了许多控制方案, 主要分为基于迟滞逆模型的控制和直接控制.

基于迟滞逆模型的基本思想是构造迟滞逆来实现对迟滞的补偿. 所采用的迟滞逆模型主要有: Preisach逆模型、KP逆模型、PI逆模型和神经网络逆模型. 从控制结构上主要分为3类: 其一是直接开环逆控制, 即将逆模型作为控制器, 与迟滞串联组成单位系统^[3-4]; 其二是前馈反馈控制^[2,5], 前馈控制器由逆模型构成, 反馈控制器主要有: PID控制器、自适应控制器、滑模控制器等; 其三是迟滞线性化与常规控制相结合的方法, 即先将逆模型和被控对象串联, 得到解耦的对象, 然后对该对象设计常规控制方法^[6-7].

基于逆模型的控制方法存在的缺点是: 逆模型参数依赖性强, 逆模型一般需要离线辨识, 模型精度会影响系统的控制效果.

为了克服基于逆模型方法所存在的局限性, 很多

学者提出直接控制方法来对迟滞系统设计控制器. 直接控制是直接考虑迟滞对系统的影响, 克服基于逆模型方法的局限性, 主要有两种类型: 其一是直接融合迟滞模型的控制器的设计方法; 其二是将迟滞作为扰动的控制器的设计方法.

在第1种控制器设计方法中, 文献[8]针对Backlash模型, 通过对模型参数在线估计设计了鲁棒自适应控制器. 文献[9-10]基于PI迟滞模型在没构造迟滞逆的情况下, 将控制器与PI模型结合起来设计了自适应变结构控制器, 为研究控制器和迟滞模型相结合的方案做了原创工作. 文献[11]直接考虑迟滞影响设计了神经网络自适应控制器. 在第2种控制器设计方法中有自适应控制、鲁棒控制、滑模控制等控制方案^[12-13].

直接控制方法改进了基于逆模型的控制方法的缺点, 但是控制器设计受迟滞模型的类型限制. 鉴于基于逆模型控制和直接控制方法存在的缺点, 本文针对另一类广泛应用的微分方程描述的Bouc-Wen迟滞模型, 设计了第1种控制器, 利用Bouc-Wen模型中的变量特性和预设性能函数, 将误差变换与反步控制相结合, 设计了基于误差变换的反步控制器. 该算法扩展了迟滞模型的应用范围并减少跟踪误差, 与上述控制算法相比, 该方法能够有效地将跟踪误差控制在预定范围内, 加快响应速度, 减小超调量和跟踪误差.

2 迟滞非线性系统结构(The structure of hysteresis nonlinear system)

智能材料执行器的系统描述如图1所示.

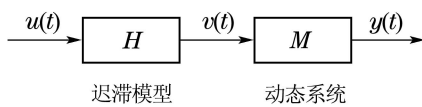


图 1 迟滞非线性系统

Fig. 1 Hysteresis nonlinear system

这里 H 表示智能材料执行器中的迟滞特性, M 表示驱动的动态系统, 其中: $u(t)$ 为迟滞输入, $v(t)$ 为迟滞输出及动态系统的输入, $y(t)$ 为动态系统的输出.

整个迟滞系统描述如下^[14-15]:

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2y(t) = Kw_n^2v, \\ v = H(u). \end{cases} \quad (1)$$

转换成系统状态空间模型可写成如下形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K} \end{bmatrix} v, \\ y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \\ v = H(u), \end{cases} \quad (2)$$

其中: ω_n 为固有频率, ξ 为阻尼比, $[x_1 \ x_2]$ 为状态, K 为标称增益, $\bar{K} = Kw_n^2 > 0$. 迟滞 H 由Bouc-Wen模型来表示, 表达式如下所示:

$$v(t) = d_p u(t) - h(t), \quad (3)$$

$$\dot{h} = A_{bw} \dot{u} - \beta |\dot{u}| |h| |h|^{n-1} - \gamma \dot{u} |h|^n, \quad (4)$$

其中: $u(t)$ 为迟滞输入, $v(t)$ 为迟滞输出, A_{bw} 为恢复力振幅的控制参数, β, γ 为迟滞形状控制参数. 图2为当 $u(t) = \sin(t)$, $d_p = 1.5$, $A_{bw} = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 1.8$, n 分别为 1, 2, 3, 4 时, Bouc-Wen模型(3)输入输出之间的迟滞关系.

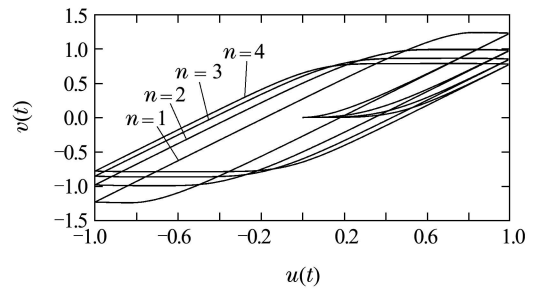


图 2 Bouc-Wen模型表示的迟滞特性

Fig. 2 Hysteresis characteristics of Bouc-Wen model

从图2可以看出, Bouc-Wen模型表示的迟滞具有以下特点: 其一是多映射性, 即相同的输入对应不同的输出, 并且滞环形状随着 n 的变化而改变, 而控制量 $u(t)$ 必须通过迟滞特性才能作用于动态系统, 迟滞的存在会降低控制精度. 其二是非平滑性, 即在输入方向变化时在转折点处是不可微的, 在该点处不满足非线性系统控制器设计的条件, 这样难以用传统的控制方法来设计控制器. 其三是微分方程(4)的通解未知, 由于Bouc-Wen模型是依公式(4)形式的微分方程来描述, 不能得到其通解, 在解的特性未知的情况下无法设计这种串级控制器使得系统稳定.

为了消除迟滞影响, 提高控制精度, 本文利用Bouc-Wen模型的特性并结合误差变换, 采用反步控制来设计迟滞系统的控制器.

3 控制器的设计(Controller design)

系统控制要求是设计控制量 $u(t)$ 使得:

P1 系统输出位移 $y(t)$ 能够跟踪期望 $y_d(t)$.

P2 跟踪误差 $e(t) = y(t) - y_d(t)$ 能达到预设的系统要求.

假设 1 系统期望输出 y_d 及其导数 \dot{y}_d 均是有界.

为了保证系统瞬态和稳态响应能够达到预设的要求, 根据文献[16]引入了误差变换.

3.1 误差变换(Error transformation)

首先, 提出预设性能函数 $\rho(t)$ ^[16], 该函数能够将跟踪误差约束在预设的范围内, 其定义如下:

定义 1 假设函数 $\rho(t)$ 为正定, 严格递减, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = \rho_\infty > 0$, 则称光滑函数 $\rho(t)$ 为预设性能函数.

由P2可得, 跟踪误差必须满足以下条件:

$$-\delta\rho(t) < e(t) < \rho(t), e(0) > 0, \quad (5)$$

或

$$-\rho(t) < e(t) < \delta\rho(t), e(0) < 0, \quad (6)$$

其中: $t \geq 0, 0 \leq \delta \leq 1$.

本文选择

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-lt} + \rho_\infty,$$

其中: l 决定 $\rho(t)$ 递减的速率, $\rho_0 = \rho(0)$ 为允许误差的最大值, ρ_∞ 为跟踪误差到达稳态时允许的最大值.

图3表示系统跟踪误差在预设范围内的示意图, 图3(a)和图3(b)分别表示 $e(0) > 0, e(0) < 0$ 两种条件下误差的变化范围.

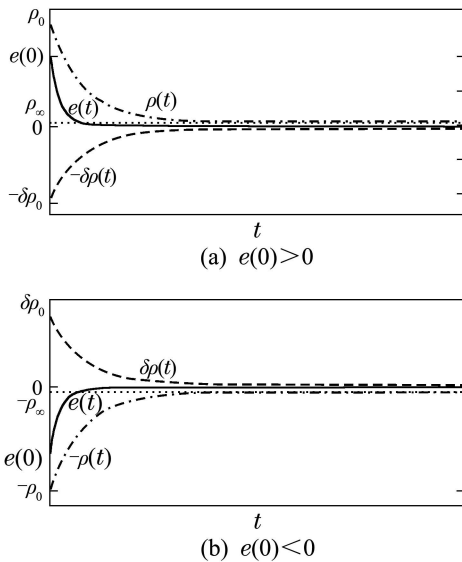


图 3 跟踪误差在预设误差范围内的示意图

Fig. 3 Diagram of tracking error with prescribed performance

误差转换的定义为

$$e(t) = \rho(t)S(z_1), \quad (7)$$

其中: z_1 为转换后的误差, $S(\cdot)$ 是平滑, 严格递增的可逆函数, 满足以下特性:

$$\begin{cases} -\delta < S(z_1) < 1, & e(0) > 0, \\ -1 < S(z_1) < \delta, & e(0) < 0, \end{cases} \quad (8)$$

和

$$\begin{cases} \lim_{z_1 \rightarrow -\infty} S(z_1) = -\delta, & \lim_{z_1 \rightarrow +\infty} S(z_1) = 1, \\ e(0) > 0, \\ \lim_{z_1 \rightarrow -\infty} S(z_1) = -1, & \lim_{z_1 \rightarrow +\infty} S(z_1) = \delta, \\ e(0) < 0. \end{cases} \quad (9)$$

由 $S(z_1)$ 的性质, $\rho(t) \geq \rho_\infty > 0$ 可得, 式(7)的逆

变换如下所示:

$$z_1 = S^{-1}\left(\frac{e(t)}{\rho(t)}\right). \quad (10)$$

将 z_1 对时间 t 求导, 得

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial S^{-1}}{\partial (e(t)/\rho(t))} \left(\frac{\dot{e}(t)\rho(t) - e(t)\dot{\rho}(t)}{\rho^2(t)} \right). \quad (11)$$

并将 $e(t) = y(t) - y_d(t)$ 以及式(2)代入上式, 得

$$\dot{z}_1 = \eta(-v + x_2), \quad (12)$$

其中: $\eta = \frac{\partial S^{-1}}{\partial (e(t)/\rho(t))} \frac{1}{\rho(t)}, v = \dot{y}_d + \frac{e(t)\dot{\rho}(t)}{\rho(t)}$.

当 $e(0) > 0$ 时, 选择 $z_1 = \ln\left(\frac{\delta + e(t)/\rho(t)}{1 - e(t)/\rho(t)}\right)$, 当

$e(0) < 0$ 时, 选择 $z_1 = \ln\left(\frac{1 + e(t)/\rho(t)}{\delta - e(t)/\rho(t)}\right)$.

因此转换后的系统状态方程如下所示:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \eta(-v + x_2), \\ \dot{x}_2 = -w_n^2 x_1 - 2\xi w_n x_2 + \bar{K}v. \end{cases} \quad (13)$$

注 1

通过预设性能函数 $\rho(t)$, 将系统跟踪误差预先限定在任意小的范围, 经过式(10)的误差变换后, 转换后的系统(13)与原始系统(2)的结构保持不变, 变换后的误差 z_1 有界, 能够保证预设性能.

3.2 反步控制(Back-stepping control)

反步设计法是把非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统, 然后为每个子系统设计部分Lyapunov函数和中间虚拟控制量, 一直后退到整个系统, 最后把它们结合起来完成整个控制器的设计. 系统控制框图如图4所示.

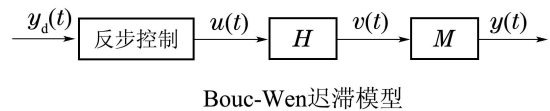


图 4 系统控制框图

Fig. 4 Block diagram of the control system

H 为Bouc-Wen迟滞模型, 通过微分方程的形式来描述, 但是到目前为止还不能得到该微分方程的通解. 在解的特性未知的情况下不能应用反步控制等常规的控制算法来对迟滞系统直接设计控制器, 这个也是Bouc-Wen迟滞系统控制器设计的难点. 为了将常规的控制器的设计算法应用于迟滞系统, 首先需要对Bouc-Wen模型的微分方程进行分析, 文献[17]证明了Bouc-Wen模型的中间变量 h 有界, 并给出上界值 h_M :

$$h = \varphi_{\beta, \gamma, n} \sqrt[n]{\frac{A_{bw}}{\beta + \gamma}}, \quad (14)$$

其中: $0 \leq \varphi_{\beta, \gamma, n} \leq 1$, 可以得到 $h_M = \sqrt[n]{\frac{A_{bw}}{\beta + \gamma}}$.

上界值 h_M 是反步控制算法设计的关键, 基于上界

值 h_M , 整个反步控制算法设计如下:

针对系统(13), 首先利用虚拟控制量 α_1 , 定义误差变量

$$\begin{cases} z_1 = S^{-1}\left(\frac{e(t)}{\rho(t)}\right), \\ z_2 = x_2 - \alpha_1. \end{cases} \quad (15)$$

第1步 根据文中式(11)–(12)首先可以得到 $\dot{z}_1 = \eta(-v + x_2)$, 取 $\alpha_1 = -\frac{c_1 z_1}{\eta} + v$, c_1 为正实数. 选取 $V_1 = \frac{1}{2}z_1^2$.

对 V_1 求导得

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1(z_2 - c_1 z_1) = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \eta. \quad (16)$$

在这过程中 \dot{V}_1 的 z_2 项应在下一步中消除.

第2步 对 z_2 求导得

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = -w_n^2 x_1 - 2\xi w_n x_2 + \bar{K}v - \dot{\alpha}_1. \quad (17)$$

由Bouc-Wen模型特性(14)和式(13)(17)设计实际控制律

$$u = (-c_2 z_2 - z_1 \eta + w_n^2 x_1 + 2\xi w_n x_2 - \text{sgn } z_2 \cdot \hat{D} + \dot{\alpha}_1) / (\bar{K}d_p), \quad (18)$$

$$\hat{D} = d|z_2|. \quad (19)$$

其中: $D = \bar{K}h_M$, \hat{D} 是 D 的估计值, c_2, d 均为正实数.

定理 1 对于迟滞非线性系统(1)及Bouc-Wen迟滞模型(3)–(4), 经式(10)的误差变换, 在假设1的前提下, 采用式(18)–(19)的控制算法, 闭环系统的所有信号都是有界的, 系统跟踪误差 $\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(t)|$ 收敛于任意小的领域内.

证 选取Lyapunov函数

$$V = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2d}\tilde{D}^2, \quad (20)$$

其中 $\tilde{D} = D - \hat{D}$.

根据式(16)–(19), 对 V 进行求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 - \frac{1}{d}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} = \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - z_2 \text{sgn } z_2 \cdot \hat{D} - \bar{K}h z_2 - \frac{1}{d}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} \leq \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \tilde{D}(|z_2| - \frac{1}{d}\dot{\tilde{D}}) = \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

以上分析表明 $V(t)$ 是一致最终有界的, 根据式(20), z_1, z_2 均有界, 则 x_1, x_2 也是有界的, 因此系统的所有信号都是一致最终有界的, 在上述反步算法给定

的控制下, 系统是渐近稳定的.

4 仿真结果(Simulation results)

本文采用的迟滞非线性系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_n^2 & -2\xi w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{K} \end{bmatrix} v, \\ y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad v(t) = d_p u(t) - h(t), \\ \dot{h} = A_{bw} \dot{u} - \beta |\dot{u}| h - \gamma \cdot u |h|, \end{cases}$$

其中: $\xi = 0.9050, w_n = 1000, \bar{K} = 3, A_{bw} = 1.2, \beta = 0.8, \gamma = -0.7, d_p = 1.6, n = 1$.

本文要求系统输出误差不超过0.01, 故选择性能函数 $\rho(t) = (0.5 - 0.01)e^{-2.5t} + 0.01, \delta = 0.5$. 设定 x_1, x_2 的初始值均为0.

图5–8分别表示该系统的迟滞特性、系统控制量、输出位移和跟踪误差. 从图5–8可知, 系统存在明显的迟滞特性, 本文所设计的控制方案能够将系统误差限定在预设的范围内, 并且能够在短时间达到稳定.

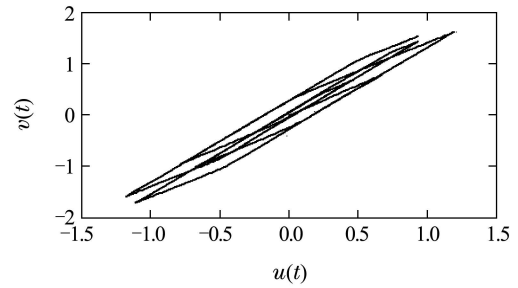


图 5 Bouc-Wen模型输出与输入的迟滞关系
Fig. 5 System hysteresis characteristics

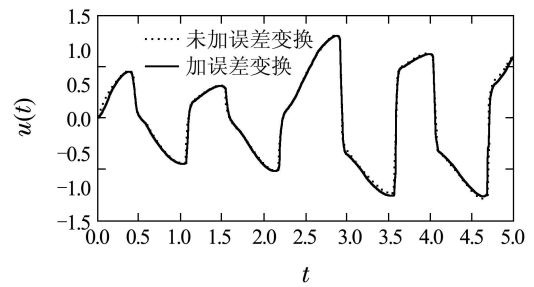


图 6 系统控制量
Fig. 6 Control signal

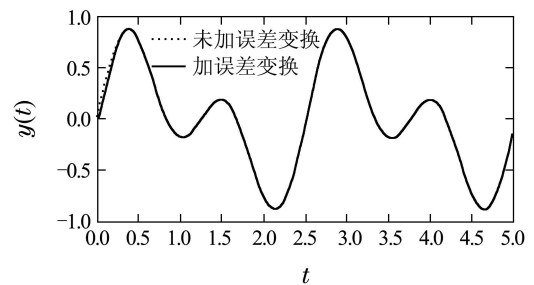


图 7 系统输出位移
Fig. 7 System output

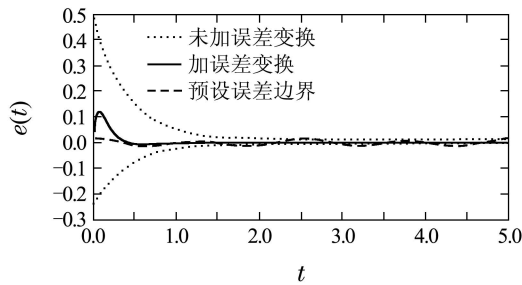


图8 系统跟踪误差

Fig. 8 Tracking error

5 总结(Conclusions)

本文针对智能材料执行器系统,使用Bouc-Wen模型描述迟滞现象,通过挖掘Bouc-Wen模型中间变量的特性,采用误差变换与基于Lyapunov函数的反步控制相结合来实现控制器的设计.该方法能够有效削弱迟滞现象产生的不良影响,保证期望的跟踪精度,并能将误差限定在设定范围内,提高了系统的暂态和稳态性能.最后对迟滞非线性系统进行仿真,并将加误差转换与未加误差转换的控制算法进行比较,结果表明该方法能够有效地减小误差,提高系统的控制精度.

参考文献(References):

- [1] TAO G, KOLOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.
- [2] PING G, JOUANEH M. Tracking control of a piezoceramic actuator [J]. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 1996, 4(3): 209 – 216.
- [3] GU G Y, YANG M J, ZHU L M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2012, 83(6): 065106-1 – 065106-8.
- [4] JANOSHA H, PESOTSKI D, KUHNEN K. FPGA-based compensator of hysteretic actuator nonlinearities for highly dynamic applications [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatron*, 2008, 13(1): 112 – 116.
- [5] SONG G, ZHAO J Q, ZHOU X Q, et al. Tracking control of a piezoceramic actuator with hysteresis compensation using inverse preisach model [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2005, 10(2): 198 – 209.
- [6] TAN X B, BARAS J S. Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators [J]. *Automatica*, 2004, 40(1): 1469 – 1480.
- [7] ZHOU J, WEN C Y, LI T S. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(10): 2627 – 2633.
- [8] SU C Y, STEPANENKO Y, SVOBODA J. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2427 – 2432.
- [9] SU C Y, WANG Q Q, CHEN X K. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(12): 2069 – 2074.
- [10] 冯颖, 胡跃明, 苏春翌. 基于Prandtl-Ishlinskii模型的一类回滞非线性系统自适应控制 [J]. *自动化学报*, 2006, 32(3): 450 – 455. (FENG Ying, Hu Yueming, SU Chunyi. Adaptive control of a class of nonlinear systems with Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(3): 450 – 455.)
- [11] 赵新龙, 谭永红. 基于迟滞算子的非平滑三明治系统自适应控制 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(6): 1121 – 1127. (ZHAO Xinlong, TAN Yonghong. Adaptive control of non-smooth sandwich systems based on hysteretic operator [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1121 – 1127.)
- [12] ZHONG J H, YAO B. Adaptive robust precision motion control of a piezoelectric positioning stage [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(5): 1039 – 1046.
- [13] XU Q, LI Y. Model predictive discrete-time sliding mode control of a nanopositioning piezostage without modeling hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(4): 983 – 994.
- [14] GU G Y, ZHU L M, SU C Y, et al. Motion control of piezoelectric positioning stages: modeling, controller design and experimental evaluation [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, 18(5): 1459 – 1471.
- [15] PENG J Y, CHEN X B. Integrated PID-based sliding mode state estimation and control for piezoelectric actuators [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(1): 88 – 99.
- [16] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.
- [17] FAYCALI, JOSE R. *Systems with Hysteresis: Analysis, Identification and Control Using the Bouc-Wen Model* [M]. England: John Wiley press, 2007.

作者简介:

赵新龙 (1977-), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为迟滞非线性系统的建模和控制、精密定位系统控制, E-mail: zhaoxinlong@hotmail.com;

汪佳丽 (1990-), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为精密微动平台的建模和控制, E-mail: wangjialixyz@126.com.