

## 基于鲁棒观测器的带间隙三明治系统故障预报

周祖鹏<sup>1</sup>, 谭永红<sup>2†</sup>

(1. 桂林电子科技大学 机电工程学院, 广西 桂林 541004; 2. 上海师范大学 信息与机电工程学院, 上海 200234)

**摘要:** 工程实践中常见的带间隙的三明治系统的准确故障预报具有重要的现实意义, 为此, 本文构建了一种新的动态鲁棒观测器对其进行故障预报. 首先, 通过将非光滑项转化为干扰项的方法, 将间隙非光滑三明治系统转化为可用动态鲁棒观测器设计方法设计的系统. 其次, 采用零点配置和最小化基准区间观测器的范数( $H_{\infty, F}/H_{-, F}$ )指标的方法确定动态鲁棒观测器的增益矩阵. 最后, 通过仿真, 分别比较了基于非光滑鲁棒观测器和基于传统观测器的故障预报效果, 比较结果表明: 鲁棒观测器能够及时地准确预报传统观测器无法预报的故障, 且有效减少了故障的漏报和错报现象.

**关键词:** 鲁棒观测器; 间隙; 三明治系统; 故障预报

**中图分类号:** TP13 **文献标识码:** A

## Fault prediction for sandwich systems with backlash based on robust observer

ZHOU Zu-peng<sup>1</sup>, TAN Yong-hong<sup>2†</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China;

2. College of Information, Mechanical and Electrical Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China)

**Abstract:** In the practical application, realizing the accurate fault prediction of non-smooth sandwich system with backlash which widely exists in the real engineering systems is of great importance. Therefore, a novel dynamic robust observer is proposed in this paper. First, the non-smooth sandwich system with backlash is transformed into a system in which the conventional dynamic robust observer design method can be applied by converting the non-smooth item into a general disturbance. Then, by zeros assignment and minimizing the ( $H_{\infty, F}/H_{-, F}$ ) indicator on the basic operation zone, the feedback matrices of this observer can be obtained. Finally, the simulation results are presented. The comparison between the proposed robust non-smooth scheme and the conventional method demonstrates that the proposed robust fault detection approach can detect the actuator and sensor faults accurately and rapidly while the conventional observer cannot detect the fault at all. Moreover, the missing and false alarms are effectively reduced by the robust observer.

**Key words:** robust observer; backlash; sandwich system; fault prediction

### 1 引言(Introduction)

众所周知, 液压系统、机械传动系统和精密定位系统的宏平台中往往采用液压阀、驱齿轮和涡轮蜗杆执行器, 而这些执行器含有间隙特性, 因此这类系统可以用带间隙的三明治系统描述<sup>[1-2]</sup>. 三明治系统在系统实际工作过程中, 会受到外干扰和噪声影响, 同时建模时的模型误差也难以避免, 所以, 建立鲁棒观测器对存在干扰、噪声和模型误差的非光滑三明治系统进行故障预报具有重要意义. 根据文献检索发现: 过

去的方法都是针对线性系统或是光滑非线性系统进行鲁棒状态估计或是鲁棒故障预报. 由于非光滑三明治系统不仅是含有非光滑特性, 而且非线性环节的前、后端都连接有动态子系统, 非线性环节的输入和输出均为不可测量的中间变量. 因此, 此类系统具有更为复杂的结构<sup>[1]</sup>. 所以, 至今还没有发现针对非光滑三明治系统的鲁棒观测器故障预报的相关研究. 因此, 构造动态鲁棒观测器对非光滑三明治系统进行故障预报是很有意义的研究工作.

收稿日期: 2014-06-13; 录用日期: 2015-02-10.

†通信作者. E-mail: tany@shnu.edu.cn.

国家自然科学基金项目(61263016, 60971004, 61171088, 61203108), 广西重点实验室主任基金项目(13-071-11-62-006, 12-071-11-62-003), 上海市教育委员会科研创新项目(13YZ056), 上海市科委国际科技合作项目(14140711200), 上海市自然科学基金项目(09ZR1423400, 10ZR1422400)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61263016, 60971004, 61171088, 61203108), Key Laboratory Project of Guangxi Zhuang Autonomous Region (13-071-11-62-006, 12-071-11-62-003), Project of Science Innovation of Shanghai (13YZ056), International Science Cooperation Project (14140711200) and Shanghai Natural Science Foundation (09ZR1423400, 10ZR1422400).

## 2 带间隙的三明治系统模型 (The model of the sandwich systems with backlash)

设所研究的带间隙三明治系统结构如图1所示, 其中 $u$ 和 $y$ 分别为系统的输入和输出,  $L_1$ 为前段线性子系统,  $L_2$ 则为后端线性子系统,  $x$ 和 $v$ 为不可测的中间变量,  $D_1$ 和 $D_2$ 为间隙宽度( $0 < D_1 < \infty$ )和( $0 < D_2 < \infty$ );  $m_1$ 和 $m_2$ 为线性区斜率( $0 < m_1 < \infty$ 和 $0 < m_2 < \infty$ ).

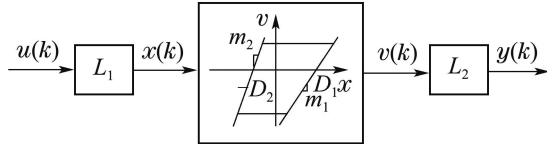


图1 带间隙的三明治系统的结构图

Fig.1 The structure of the sandwich systems with backlash

### 2.1 三明治系统线性部分的模型 (The models of the linear subsystems)

设前端线性子系统 $L_1$ 的离散时间状态方程可表示为

$$\mathbf{x}_1(k+1) = A_{11}\mathbf{x}_1(k) + B_{11}u(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_1(k) = C_1\mathbf{x}_1(k), \quad (2)$$

而后端线性子系统 $L_2$ 的状态方程为

$$\mathbf{x}_2(k+1) = A_{22}\mathbf{x}_2(k) + B_{22}v(k), \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_2(k) = C_2\mathbf{x}_2(k), \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ ,  $A_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ ,  $B_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ ,  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ ,  $C_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ ,  $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ ,  $v \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ ,  $i=1, 2$ ;  $x_{1i}$ 表示 $L_1$ 环节的第 $i$ 个状态变量,  $x_{2i}$ 表示 $L_2$ 环节的第 $i$ 个状态变量.  $A_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ 为转移矩阵,  $B_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ 表示输入矩阵,  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 为输出,  $n_i$ 表示第 $i$ 个线性环节的状态变量的维数.  $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 为输入,  $v \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 为间隙环节的输出变量. 不失一般性, 建模时约定, 对于 $L_1$ 来说, 令 $x_{1n_1}(k) = x(k)$ ; 对于 $L_2$ 来说, 令 $x_{2n_2}(k) = y(k)$ . 注意到系统只有 $u(k)$ 和 $y(k)$ 可测.

### 2.2 三明治系统间隙部分的模型 (The model of the backlash)

根据文献[2-4]可以得到如下间隙模型:

$x(k)$ : 间隙环节的输入.

$v(k)$ : 间隙环节的输出.

定义间隙的强制的中间变量 $m(k)$ 为

$$m(k) = m_1 + (m_2 - m_1)p(k), \quad (5)$$

其中:  $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$ ,  $p(k)$ 为引入的切换函数, 其定义为

$$p(k) = \begin{cases} 0, & \Delta x \geq 0, \\ 1, & \Delta x < 0. \end{cases} \quad (6)$$

根据间隙的输入输出关系, 定义中间变量 $v_1(k)$ 为

$$v_1(k) = m(k)(x(k) - D_1g_1(k) + D_2g_2(k)), \quad (7)$$

其中:

$$g_1(k) = \begin{cases} 1, & x(k) > \frac{v(k-1)}{m_1} + D_1 \ \& \ \Delta x(k) > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

和

$$g_2(k) = \begin{cases} 1, & x(k) < \frac{v(k-1)}{m_2} - D_2 \ \& \ \Delta x(k) < 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

为切换函数.

根据间隙的输入输出关系, 可以得到

$$\begin{aligned} v(k) &= \\ v_1(k) &+ [v(k-1) - v_1(k)]g_3(k) = \\ &(1 - g_3(k))v_1(k) + g_3(k)v(k-1), \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $g_3(k) = \begin{cases} 1, & g_1(k) + g_2(k) = 0, \\ 0, & g_1(k) + g_2(k) = 1 \end{cases}$ 为切换函数, 负责间隙线性区和记忆区之间的切换.

从式(8)可以看出, 当 $g_3(k) = 1$ 时, 系统工作在记忆区,  $v(k) = v(k-1)$ ; 当 $g_3(k) = 0$ 时, 系统工作在线性区,  $v(k) = v_1(k)$ .

将式(7)代入式(8)有

$$\begin{aligned} v(k) &= \\ &(1 - g_3(k))v_1(k) + g_3(k)v(k-1) = \\ &(1 - g_3(k))(m(k)x(k) - m(k)D_1g_1(k) + \\ &m(k)D_2g_2(k)) + g_3(k)v(k-1) = \\ &(1 - g_3(k))m(k)x(k) - \\ &(1 - g_3(k))m(k)D_1g_1(k) + \\ &(1 - g_3(k))m(k)D_2g_2(k) + g_3(k)v(k-1). \end{aligned} \quad (9)$$

根据前面的约定有 $x(k) = x_{1n_1}(k)$ . 若将式(9)代入式(3), 则有

$$\begin{aligned} x_2(k+1) &= A_{22}x_2(k) + B_{22}v(k) = \\ &A_{22}x_2(k) + B_{22}[(1 - g_3(k))m(k)x_{1n_1}(k) - \\ &(1 - g_3(k))m(k)D_1g_1(k) + \\ &(1 - g_3(k))m(k)D_2g_2(k)] + \\ &B_{22}g_3(k)v(k-1). \end{aligned} \quad (10)$$

### 2.3 带间隙三明治系统的整体状态空间方程 (State space model of the sandwich systems with backlash)

由式(1)-(4)和式(10)可得

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k+1) \\ \mathbf{x}_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21}(k) & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} B_{11} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22}(k) \end{bmatrix}, & (11) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k). \end{cases}$$

系统分为3个工作区, 分别称1, 2, 3区, 具体分区如下:

$$i = \begin{cases} 1, & x_{1n_1}(k) > \frac{v(k-1)}{m_1} + D_1 \ \& \ \Delta x_{1n_1}(k) > 0, \\ 2, & \text{其他}, \\ 3, & x_{1n_1}(k) < \frac{v(k-1)}{m_2} - D_2 \ \& \ \Delta x_{1n_1}(k) < 0, \end{cases}$$

其中:

$$\begin{aligned} A_{21}(k) &= [\beta_1 \ \beta_2(k)], \ \beta_1 = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_2 \times (n_2-1)}, \\ \beta_2(k) &= \begin{cases} B_{22}m_1, & i = 1, \\ 0, & i = 2, \\ B_{22}m_2, & i = 3, \end{cases} \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \beta_2(k) &= B_{22}(1 - g_3(k))m(k) \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}, \\ \theta_{22}(k) &= \begin{cases} -B_{22}m_1D_1, & i = 1, \\ B_{22}v(k-1), & i = 2, \\ B_{22}m_2D_2, & i = 3, \end{cases} \end{aligned}$$

即  $\theta_{22}(k) = -B_{22}(1 - g_3(k))m(k)D_1g_1(k) + (1 - g_3(k))m(k)D_2g_2(k) + g_3(k)v(k-1) \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}$ .

若令

$$\begin{aligned} A(k) &= \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21}(k) & A_{22} \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} B_{11} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \eta(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22}(k) \end{bmatrix}, \ i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

则式(11)可写成分段矩阵形式, 如式(12):

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + Bu(k) + \eta(k), \quad (12)$$

$A(k)$  表示不同工作区间的转移矩阵, 是输入矩阵,  $\eta(k)$  向量是由于间隙存在而产生的切换向量.

### 3 带间隙三明治系统的鲁棒故障预报观测器设计 (Robust fault detection observer design for sandwich system with backlash)

根据第1节中无故障无干扰的三明治系统模型, 考虑故障和模型误差并受外干扰和噪声影响的非光滑三明治系统如式(13)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \\ A(k)\mathbf{x}(k) + Bu(k) + \eta(k) + \\ B_d\mathbf{d}(k) + B_f\mathbf{f}(k), & (13) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + D_d\mathbf{d}(k) + D_f\mathbf{f}(k), \end{cases}$$

$\mathbf{d}(k) \in \mathbb{R}^{r \times 1}$  为干扰向量(包括模型误差, 外部的扰动和噪声),  $B_d \in \mathbb{R}^{n \times r}$  为干扰输入矩阵(它决定各个干扰分量如何影响系统的各个正常状态变量),  $D_d \in \mathbb{R}^{1 \times r}$  为干扰输出矩阵(它决定干扰如何影响系统的正常输出状态变量),  $\mathbf{f}(k) \in \mathbb{R}^{f \times 1}$  为故障向量(包括执行器故障和传感器故障).  $B_f \in \mathbb{R}^{n \times f}$  为故障输入矩阵,  $D_f \in \mathbb{R}^{1 \times f}$  为故障输出矩阵. 其中:

$$\begin{aligned} B_d &= [I_{n \times n} \ E_1 \ E_2 \ \dots \ E_q] \in \mathbb{R}^{n \times r}, \\ \mathbf{d}(k) &= \\ & \underbrace{[\Delta A_i \mathbf{x} + \Delta B u]}_{\text{model uncertainty}} \ \underbrace{[d_1 \ d_2, \dots, d_q]}_{\text{external disturbances}}]^T \in \mathbb{R}^{r \times 1}, \\ D_d &\in \mathbb{R}^{1 \times r}, \\ \mathbf{f}(k) &= [f_{\text{actuator}} \ f_{\text{sensor}}]^T \in \mathbb{R}^{2 \times 1}, \\ B_f &= [B \ 0] \in \mathbb{R}^{n \times 2}, \\ D_f &= [0 \ 1] \in \mathbb{R}^{1 \times 2}. \end{aligned}$$

构造如图2所示动态鲁棒观测器, 以不考虑三明治系统的非光滑非线性环节存在时的线性系统为基准区间, 此时, 三明治系统的非线性环节在基准区间中被等效为一个比例环节, 用表示基准区间的转移矩阵, 对于间隙三明治系统, 等效比例环节的比例系数取为1. 因此, 其数学表达式为

$$\begin{cases} \begin{cases} \mathbf{z}_1(k+1) = K_1\mathbf{z}_1(k) + K_2r(k), \\ \mathbf{v}(k+1) = K_3\mathbf{z}_1(k+1) + K_4r(k+1), \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1) = A_1\hat{\mathbf{x}}(k) + Bu(k) + \mathbf{v}(k), \\ \mathbf{y}(k+1) = C\hat{\mathbf{x}}(k+1), \end{cases} & (14) \end{cases}$$

其中:  $A_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{211} & A_{22} \end{bmatrix}$ ,  $A_{11}$  为  $L_1$  的系数矩阵,  $A_{22}$  为  $L_2$  的系数矩阵,  $A_{211}$  为系统工作在基准区间时的子块矩阵. 残差为  $r(k) = \mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)$ ,  $\mathbf{z}_1(k) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  为动态反馈状态变量, 可以根据需要设定其维数,  $\mathbf{v}(k) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  为动态反馈环节的输出.

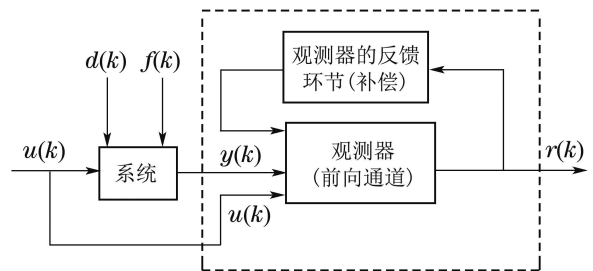


图 2 动态鲁棒观测器的结构框图

Fig. 2 Structure of the dynamic robust observer

令  $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$ , 结合系统式(13)和观测器式(14)可得动态观测器的扩展向量表达式(15)和

动态观测器的扩展动态误差表达式(16):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}(k+1) \\ \boldsymbol{z}_1(k+1) \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} A_1 - K_4 C & K_3 \\ -K_2 C & K_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}(k) \\ \boldsymbol{z}_1(k) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} K_4 \\ K_2 \end{bmatrix} y(k), \\ \boldsymbol{y}(k+1) = C \hat{\boldsymbol{x}}(k+1). \end{cases} \quad (15)$$

若令  $\boldsymbol{\xi}(k+1) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(k+1) \\ \boldsymbol{z}_1(k+1) \end{bmatrix}$ , 则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi}(k+1) = \\ \begin{bmatrix} A_1 - K_4 C & -K_3 \\ K_2 C & K_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}(k) + \\ \begin{bmatrix} B^*_{d^*} - K_4 D_{d^*} \\ K_2 D_{d^*} \end{bmatrix} \boldsymbol{d}^*(k) + \begin{bmatrix} B_f - K_4 D_f \\ K_2 D_f \end{bmatrix} \boldsymbol{f}(k), \\ \boldsymbol{e}(k) = [I_{n \times n} \quad \mathbf{0}_{n \times m}] \boldsymbol{\xi}(k) + D_f \boldsymbol{f}(k), \end{cases} \quad (16)$$

$A_1$ 表示系统工作在基准区间时的等效矩阵.

下面说明广义干扰向量  $\boldsymbol{d}^*(k)$ , 广义干扰输入矩阵  $B^*_{d^*}$ , 以及广义干扰输出矩阵  $D_{d^*}$  的定义. 在开始阶段, 决定系统切换的状态变量的初始值与其真实值可能存在误差, 同时再加上模型不确定性和干扰的影响, 造成观测器的基准工作区间与系统工作区间不一致, 由于这种不一致造成的切换误差为  $\Delta A_1(k)\boldsymbol{x}(k) + \Delta\eta$ ,  $\Delta A_1(k) = A(k) - A_1$ ,  $\Delta\eta = \eta(k) - \mathbf{0}$ . 切换误差可以看作是由于观测器估计区间与系统实际工作区间不一致而造成的, 所以可以认为是一种广义干扰, 并将其统一地写到干扰项中. 区间估计误差引起的干扰项推导过程如下:

$$\begin{aligned} \Delta A_1(k)\boldsymbol{x}(k) + \Delta\eta &= \\ (A(k) - A_1)\boldsymbol{x} + \eta(k) &= \\ \left( \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21}(k) & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{211} & A_{22} \end{bmatrix} \right) \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22}(k) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ A_{21}(k) - A_{211} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1(k) \\ \boldsymbol{x}_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \theta_{22}(k) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta A_2(k)\boldsymbol{x}_1(k) + \theta_{22}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

在第1节关于间隙三明治系统非光滑状态方程的描述中可知

$$\begin{aligned} A_{21}(k) &= [\beta_1 \quad \beta_2(k)] \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}, \\ \beta_1 &= \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_2 \times (n_1-1)}, \end{aligned}$$

$$\beta_2(k) = B_{22}(1 - g_3(k))m(k) \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1},$$

$A_{211} = [\beta_1 \quad \beta_2] \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}$ ,  $\beta_2 = B_{22}C_1 \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}$ , 其中  $C_1$  表示将间隙非光滑三明治系统简化为线性比例环节时的比例系数. 若令  $\psi = (1 - g_3(k))m(k) - C_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ , 则有

$$\begin{aligned} \Delta A_2(k) &= A_{21}(k) - A_{211} = \\ [\beta_1 \quad \beta_2(k)] - [\beta_1 \quad \beta_2] &= [\mathbf{0} \quad \beta_2(k) - \beta_2] = \\ [\mathbf{0} \quad B_{22}\psi] &\in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}. \end{aligned}$$

再将  $\Delta A(k)$  代入下式有

$$\begin{aligned} \Delta A(k)\boldsymbol{x}_1(k) &= \\ [\mathbf{0} \quad B_{22}\psi]\boldsymbol{x}_1(k) &= B_{22}\psi x_{1n_1} \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}. \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} \theta_{22}(k) &= -B_{22}(1 - g_3(k))m(k)D_1g_1(k) + (1 - \\ &g_3(k))m(k)D_2g_2(k) + g_3(k)v(k-1), \end{aligned}$$

若令

$$\begin{aligned} \phi &= -(1 - g_3(k))m(k)D_1g_1(k) + \\ &(1 - g_3(k))m(k)D_2g_2(k) + \\ &g_3(k)v(k-1) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}, \end{aligned}$$

则有

$$\theta_{22}(k) = B_{22}\phi \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1};$$

若令

$$\Delta\partial = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad \delta_x = \psi x_{1n_1}(k) + \phi \in \mathbb{R}^{1 \times 1},$$

则有

$$\begin{aligned} \Delta A_1(k)\boldsymbol{x}(k) + \Delta\eta &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta A(k)\boldsymbol{x}_1(k) + \theta_{22}(k) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{22}\psi x_{1n_1}(k) + B_{22}\phi \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{22} \end{bmatrix} (\psi x_{1n_1}(k) + \phi) &= \Delta\partial\delta_x \in \mathbb{R}^{n \times 1}. \end{aligned}$$

由此可以得到扩展广义干扰输入矩阵和扩展广义干扰向量, 与  $B_d$  和  $\boldsymbol{d}(k)$  比较, 其他干扰项不变化, 只是增加一个由于估计误差引起的扩展干扰项  $\Delta\partial\delta_x$ . 论文把带间隙三明治的非光滑项当作干扰项, 有效地将原来无法采用传统鲁棒观测器设计方法求解的非光滑三明治系统鲁棒观测器设计问题变成可能, 从而巧妙地解决了非光滑三明治系统鲁棒故障预报观测器设计中的难点问题. 这样的巧妙转化也正是论文的创新点所在. 最终的扩展干扰输入矩阵和扩展干扰表达式如下:

$$B_d^* = [ \underbrace{I_{n \times n}}_{\text{model uncertainty}} \quad \underbrace{\Delta \partial}_{\text{switching error}} \quad \underbrace{E_1 \ E_2 \ \dots \ E_q}_{\text{external disturbances}} ] \in \mathbb{R}^{n \times (r+1)},$$

$$d^*(k) = [ \underbrace{\Delta A(k)x + \Delta Bu}_{\text{model uncertainty}} \quad \underbrace{\delta_x}_{\text{switching error}} \quad \underbrace{d_1 \ d_2 \ \dots \ d_q}_{\text{external disturbances}} ]^T \in \mathbb{R}^{(r+1) \times 1},$$

其中:  $\Delta \partial = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  表示区间估计误差引起干扰的输入矩阵,  $\delta_x \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  表示由于区间估计误差引起的未知干扰项。

将式(16)写成紧缩形式为

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}_{d^*}d^*(k) + \tilde{B}_f f(k), \\ r(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) + \tilde{D}_{d^*}d^*(k) + \tilde{D}_f f(k), \end{cases} \quad (17)$$

其中:

$$\tilde{x}(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ z_1(k) \end{bmatrix}, \tilde{A} = \begin{bmatrix} A_1 - K_4 C & -K_3 \\ K_2 C & K_1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C} = [C \ 0], \tilde{D}_{d^*} = D_{d^*}, \tilde{D}_f = D_f.$$

结合式(17), 并对其进行  $Z$  变换得  $d^*(k)$  和  $f(k)$  到  $r(k)$  的传递函数矩阵为

$$r(z) = \tilde{G}_{d^*r}(\tilde{A}, K_d)d^*(z) + \tilde{G}_{fr}(\tilde{A}, K_d)f(z). \quad (18)$$

由式(18)可见, 残差不仅与故障有关还与扩展广义干扰有关, 设计鲁棒观测器的目的就是选择合适的动态观测器增益反馈矩阵组  $K_d = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4]$ , 使得残差对于干扰不敏感而对故障敏感.  $d^*(k)$  到  $r(k)$  的传递函数矩阵  $G_{d^*r}(\tilde{A}, K_d)$  可表示为

$$\tilde{G}_{d^*r}(\tilde{A}, K_d) = \frac{r(z)}{d^*(z)} = \tilde{C}(Iz - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}_{d^*} + \tilde{D}_{d^*}, \quad (19)$$

$f(k)$  到  $r(k)$  的传递函数矩阵  $G_{fr}(\tilde{A}, K_d)$  可表示为

$$\tilde{G}_{fr}(\tilde{A}, K) = \frac{r(z)}{f(z)} = \tilde{C}(Iz - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}_f + \tilde{D}_f. \quad (20)$$

设计非光滑鲁棒观测器需要满足的条件是:

1) 观测器是稳定的, 要求其动态误差转移特征矩阵的特征值都在单位圆内, 即

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_1 - K_4 C & -K_3 \\ K_2 C & K_1 \end{bmatrix}$$

的特征值在单位圆内.

2) 鲁棒性要求, 定义如下指标并对其进行优化:

$$\begin{cases} H_{\infty, F} = \min_{z=e^{j\omega}}(\max_{z=e^{j\omega}} \|\tilde{G}_{d^*r_j}(\tilde{A}, K_d, z)\|_F, \\ \omega \in [0, 2\pi), \\ H_{-, F} = \max_{z=e^{j\omega}}(\min_{z=e^{j\omega}} \|\tilde{G}_{fr}(\tilde{A}, K_d, z)\|_F, \\ \omega \in [0, 2\pi), \\ \min(\frac{H_{\infty, F}}{H_{2, F}}), \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $\|\cdot\|_F$  表示矩阵的 Frobenius 范数, 由于矩阵的 Frobenius 范数与向量的 2 范数相容, 所以采用 Frobenius 范数与采用矩阵 2 范数具有相同的效果, 但是 Frobenius 范数的计算要比矩阵 2 范数简单很多, 便于优化计算. 对鲁棒性要求可以理解为: 在所有频率内, 要求扩展广义干扰到残差传递函数矩阵的 Frobenius 范数最小, 而故障到残差传递函数矩阵的 Frobenius 范数最大, 以便最大限度地抑制干扰对估计误差的影响而增大故障对残差的影响. 另外, 这里有一个假设, 认为故障的频率和干扰频率不重叠. 因为本章的故障预报主要是针对特定的突变故障和缓变故障(具体故障函数见仿真例子)来说, 当故障稳定后其频率约为零. 为了更好地抑制主要干扰对残差的影响, 采用零点配置方法对动态观测器部分增益进行设计, 为此, 首先引入关于系统零点的定义. 根据文献[5]可知, 对系统的零点有如下定义, 如果系统为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k) + Du(k), \end{cases} \quad (22)$$

其中:  $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $u \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ ,  $y \in \mathbb{R}^{l \times 1}$ ,  $A, B, C, D$  是具有相应的维数常数矩阵, 设

$$\text{rank}(B) = r, \text{rank}(C) = l.$$

那么系统(22)的输入  $u(k)$  到输出  $y(k)$  传递函数矩阵的有限不变零点集合  $Z_z$  定义为满足如下条件的复数集合:

$$\begin{cases} \text{rank}[P(z)] = \\ \text{rank} \begin{bmatrix} zI - A & -B \\ C & D \end{bmatrix} < \min(r, l) + n. \end{cases} \quad (23)$$

如果  $r = l$ , 那么有限不变零点定义为特征多项式的

零点:

$$Z = \det(P(z)) \quad (24)$$

对于动态观测器(14), 根据以上零点定义, 其干扰  $d^*(k)$  到残差  $r(k)$  的零点为满足如下条件的  $z$  复数集合:  $\text{rank } \tilde{P}_{d^*}(z) < \min(1, r+2) + n + m$ , 其中

$$\begin{bmatrix} zI - A_1 + K_4C & K_3 & -B_{d^*}^* + K_4D_{d^*} \\ -K_2C & zI - K_1 & -K_2D_{d^*} \\ C & \mathbf{0} & D_{d^*} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

计算式(25)的秩为

$$\begin{aligned} \text{rank } \tilde{P}_{d^*}(z) &= \\ \text{rank} \begin{bmatrix} zI - \tilde{A} & -\tilde{B}_{d^*} \\ \tilde{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \\ r \begin{bmatrix} zI - A_1 + K_4C & -K_3 & -B_{d^*}^* + K_4D_{d^*} \\ -K_2C & zI - K_1 & -K_2D_{d^*} \\ C & \mathbf{0} & D_{d^*} \end{bmatrix} &= \\ r \begin{bmatrix} zI - A_1 + K_4C & -K_3 & -B_{d^*}^* + K_4D_{d^*} \\ \mathbf{0} & zI - K_1 & \mathbf{0} \\ C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \\ r \begin{bmatrix} zI - A_1 + K_4C & -K_3 & -B_{d^*}^* + K_4D_{d^*} \\ C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & zI - K_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \\ r \begin{bmatrix} zI - A_1 + K_4C & -B_{d^*}^* + K_4D_{d^*} & -K_3 \\ C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & zI - K_1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (26)$$

由式(26)可知, 满足  $|zI - K_1| = 0$  成立的  $z$  集合就是干扰  $d^*(k)$  到残差  $r(k)$  的零点集合. 因此, 可以通过设计合适的  $K_1$  来设定动态观测器的部分零点, 从而为观测器增加了抵御干扰的手段.

文献[6-7]中关于零点作用进行了说明: 设传递函数的零点恰好与输入量模态的极点重合, 输入量的运动成分被传递函数的零点阻断而不能“传递”到输出端. 通过给定反馈通路传递函数的极点可以自由设计闭环回路的零点使得这些零点正好与干扰输入的极点重合, 那么就能最大限度抑制干扰对残差的影响.

若干扰的主要频率为  $\omega_i (i = 1, 2, \dots, h)$ ,  $h$  为干扰主要频率数, 采样周期为  $T$ , 此时干扰的极点为  $z_i = e^{\pm(\omega_i T)j}$ , 所以增加的零点应该正好设置应该为  $z_i = e^{\pm(\omega_i T)j}$ . 文献[6-7]中指出, 对于单输入单输出系统(SISO), 输入的频率经过系统后不会改变, 也就是说输入频率和输出频率是相同的. 对于离散

观测器系统也有如下的规律: 对于离散系统(13), 若假设广义干扰的频带是有限的, 并且观测器(14)是稳定的, 在一个稳定的状态下, 干扰的频谱是输出残差的子集, 即  $\Omega_d \in \Omega_r$ . 可以把它理解为: 对于离散时间观测器, 干扰  $d(k)$  的频率  $\omega_d$  经过系统后没有改变, 因此可以从输出残差  $r(k)$  中将干扰频率辨识出来. 因此, 通过对非光滑非鲁棒观测器的输出残差进行频谱分析就能得到干扰的主要频率<sup>[6-7]</sup>. 由此求得增益矩阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{k}'_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}'_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{k}'_h \end{bmatrix} = \text{diag}\{\mathbf{k}'_i\},$$

$$\mathbf{k}'_i = \begin{bmatrix} \cos(\omega_i T) & -\sin(\omega_i T) \\ \sin(\omega_i T) & \cos(\omega_i T) \end{bmatrix},$$

$$i = 1, 2, \dots, h.$$

由此, 动态观测器的第1个增益矩阵就确定了, 主要用于抑制主要干扰. 类似方法在文献[8]中也有应用, 但文献[8]主要是针对连续光滑非线性系统进行故障预报.

鲁棒观测器不但要抑制主要干扰即残差对干扰不敏感, 另一个重要任务是残差对故障敏感, 那么其他几个增益矩阵主要用来实现这个功能. 根据式(21)和对观测器稳定性要求, 可以得到如式(27)所示的约束优化问题, 通过解该优化问题可以得到满足观测器收敛性的其他3个增益矩阵的值.

$$\begin{cases} \min \left( \frac{H_{\infty, F}}{H_{-, F}} \right), \\ \text{s.t. } |\lambda(\tilde{A})| < 1, \end{cases} \quad (27)$$

其中:  $\left( \frac{H_{\infty, F}}{H_{-, F}} \right)$  是目标函数,  $\lambda(\tilde{A})$  表示相应矩阵的特征值.

#### 4 仿真研究(Simulation)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(k+1) = A_1 \mathbf{x}(k) + Bu(k) + \eta_1(k) + \\ \quad B_d \mathbf{d}(k) + B_f \mathbf{f}_i(k), \\ x_{12}(k) > v(k-1) + 0.04 \ \& \ \Delta x_{12}(k) > 0, \\ \mathbf{x}(k+1) = A_2 \mathbf{x}(k) + Bu(k) + \eta_2(k) + \\ \quad B_d \mathbf{d}(k) + B_f \mathbf{f}_i(k), \\ \mathbf{x}(k+1) = A_3 \mathbf{x}(k) + Bu(k) + \eta_3(k) + \\ \quad B_d \mathbf{d}(k) + B_f \mathbf{f}_i(k), \\ x_{12}(k) < v(k-1) - 0.04 \ \& \ \Delta x_{12}(k) < 0, \\ y(k) = C \mathbf{x}(k) + D_d \mathbf{d}(k) + D_f \mathbf{f}_i(k), \end{array} \right. \quad (28)$$

其中:

$$A_1 = A_3 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.9 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.9 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \eta_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.01 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\eta_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.25v(k-1) \\ 0 \end{bmatrix}, \eta_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

$u(k) = 6 \sin(6Tk)$ , 采样周期  $T = 0.01$  s, 仿真时长为 20 s. 其中  $x(k) = [x_{11} \ x_{12} \ x_{21} \ x_{22}]^T$ . 不失一般性, 假设外干扰为如下信号:  $d_1(k)$  为输入  $u(k)$  处的正弦干扰,  $d_2(k)$  为第 2 个线性环节前的输入干扰(负载输入干扰),  $d_3(k)$  为输出的噪声, 假设为取值在  $+0.01$  和  $-0.01$  之间满足均匀分布的离散随机序列, 第 1 类故障(突变):

$$f_1(k) = [f_{11}(k) \ f_{12}(k)]^T = \begin{cases} [0 \ 0]^T, & \text{其他,} \\ [0.3 \ 0]^T, & 400 \leq k \leq 600, \\ [0 \ -0.4]^T, & 1200 \leq k \leq 1400. \end{cases}$$

第 2 类故障(缓变):

$$f_2(k) = [f_{21}(k) \ f_{22}(k)]^T = \begin{cases} [0 \ 0]^T, & \text{其他,} \\ [0.003(k-200) \ 0]^T, & 200 \leq k \leq 400, \\ [0.6 \ 0]^T, & 400 \leq k \leq 600, \\ [-0.003(k-600) \ 0]^T, & 600 \leq k \leq 800, \\ [-0.002(k-1000) \ 0]^T, & 1000 \leq k \leq 1200, \\ [0 \ -0.4], & 1200 \leq k \leq 1400, \\ [0 \ 0.002(k-1400)]^T, & 1400 \leq k \leq 1600. \end{cases}$$

图 3 给出了存在干扰和模型不确定以及故障的情况下的结构框图. 对图 3 分析, 可以得到外干扰分布矩阵为

$$B_d = [E_1 \ E_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_d = [0 \ 0 \ 1], D_f = [0 \ 1].$$

假设模型不确定性矩阵为

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta \partial_1 \\ \Delta \partial_2 \\ \Delta \partial_2 \\ \Delta \partial_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta b_3 \\ \Delta b_4 \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

所以广义干扰矩阵和向量为

$$B_d^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$d^* = \begin{bmatrix} \Delta \partial_1 x + \Delta b_1 u \\ \Delta \partial_2 x + \Delta b_2 u \\ \Delta \partial_3 x + \Delta b_3 u \\ \Delta \partial_4 x + \Delta b_4 u \\ \delta_x \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}, D_d^* = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

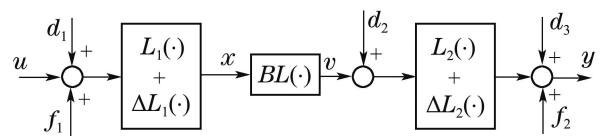


图 3 受干扰和故障影响的带间隙三明治系统结构框图  
Fig. 3 Structure of sandwich system with backlash with model uncertainty and disturbance

若不考虑鲁棒性, 依旧按照原来不考虑模型误差和干扰的情况, 取文献[9]中所给的间隙非光滑非鲁棒观测器, 其增益取为  $K_1 = K_2 = [0 \ 0 \ 0.1 \ 0.1]^T$ , 观测器满足收敛条件.

图 4 给出了非鲁棒观测器第 1 类故障和第 2 类故障的残差频谱图, 由图 4 可知, 残差主要能量集中在频率为  $\omega_1 = 20$  rad/s,  $\omega_2 = 6$  rad/s 附近的位置. 因为无论是第 1 类还是第 2 类故障, 其频率都可以认为是在低频区, 而干扰频率主要集中在高频区, 所以, 干扰频率和故障频率不重叠<sup>[10-11]</sup>. 因此, 设计鲁棒故障预报观测器时, 主要抑制这两个频率的残差干扰, 由此可以设计:

$$K_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(20T) & -\sin(20T) & 0 & 0 \\ \sin(20T) & \cos(20T) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(6T) & -\sin(6T) \\ 0 & 0 & \sin(6T) & \cos(6T) \end{bmatrix}$$

再根据式(27)采用优化算法解得其他增益矩阵的值,具体取值如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} \cos(20T) & -\sin(20T) & 0 & 0 \\ \sin(20T) & \cos(20T) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(6T) & -\sin(6T) \\ 0 & 0 & \sin(6T) & \cos(6T) \end{bmatrix},$$

$$K_2 = [0.10126 \quad 0.099251 \quad -0.1199 \quad -0.28242]^T,$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0.3542 & 0.5713 & 0.4089 & -0.0953 \\ -0.018 & 0.3131 & -0.0641 & 0.1239 \\ 0.5673 & 0.0921 & -0.1229 & 0.0684 \\ 0.45169 & -0.0033 & -0.1192 & -0.2704 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = [0.5821 \quad 0.05009 \quad 0.3494 \quad 0.6034]^T.$$

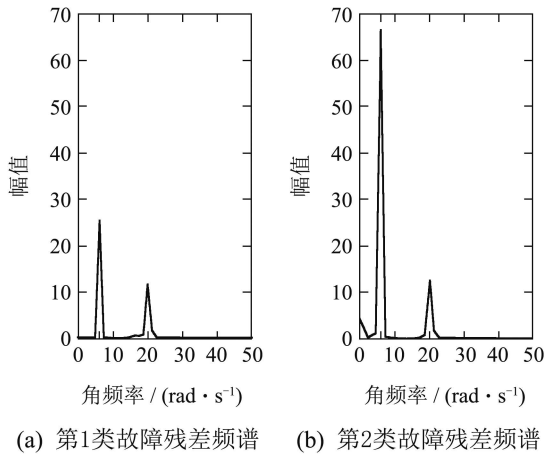


图4 非鲁棒观测器的两类故障的残差频谱图  
Fig. 4 Spectrum of two types of fault residuals by non-robust observer

为了进一步说明动态鲁棒故障预报观测器的优点,图5和图6分别给出了第1类和第2类故障发生时两类观测器产生的残差图。

由图5和图6可知:对于非鲁棒观测器,当第1类和第2类故障发生时,由于干扰的影响很大,无论是执行器故障还是传感器故障,它们产生的残差都完全被干扰残差淹没,无法准确地进行故障预报。而对于鲁棒故障预报观测器来说,在第1类突变故障发生时,当执行器在400~600的采样点发生故障时,残差显著偏离零线,当故障消除后,残差较快地恢复

到零线附近。而对于1200~1400的采样点处发生的传感器故障,同样能进行准确预报。对于鲁棒观测器,当第2类缓变故障发生时候,即在200~800的采样点,当执行器发生故障时,残差显著偏离零线,当故障消除后,残差较快地恢复到零线附近。而对于1000~1600的采样点处的传感器故障,同样能进行准确预报。因此,动态鲁棒故障预报观测器能够准确及时地对带间隙三明治系统进行故障预报。

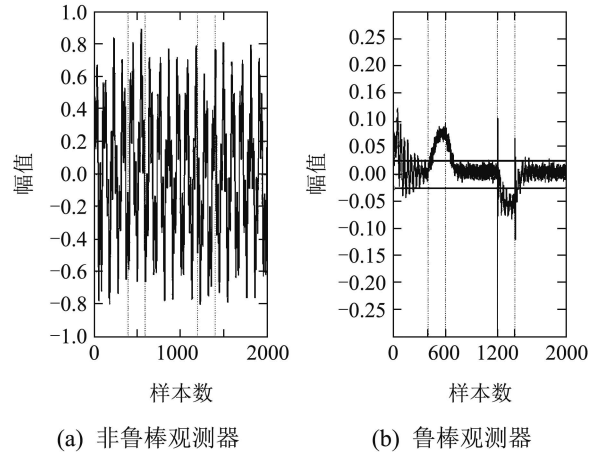


图5 第1类故障残差比较

Fig. 5 Residual comparisons of fault type 1

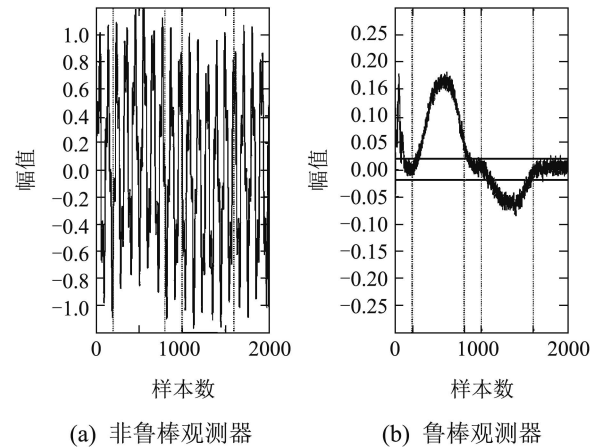


图6 第2类故障残差比较

Fig. 6 Residual comparisons of fault type 2

为了进一步说明鲁棒观测器方法有效减少了故障的漏报和误报,下面讨论动态鲁棒观测器的故障漏报和误报的概率。设定一个残差阈值,本案例中设定第1类故障和第2类故障的残差阈值分别为 $rt_1 = \pm 0.025$ 和 $rt_2 = \pm 0.02$ ,当残差绝对值超过该阈值就认为故障发生,发出故障警报。分别定义故障漏报率和误报率如下:

漏报率:

$$s_1 = \frac{m_1}{m_a}$$



$m_l$ : 已发生故障而未达到残差阈值的采样点数,  $m_a$ : 有故障的总采样点数.

误报率:

$$s_w = \frac{m_w}{n_a},$$

$m_w$ : 稳定后未发生故障而残差达到阈值的采样点数,  $n_a$ : 无故障的总采样点数.

如图5和图6所示, 残差的阈值分别用两条水平实线表示, 若有故障的区域的残差在残差阈值范围外, 那么就会发生故障漏报; 若无故障区域的残差落在在这个阈值内, 那么就会发生故障误报. 由于, 观测器的初始状态值与真实值之间存在误差, 因此, 观测器有一个稳定收敛的过程, 在计算故障误报率的时候, 通常剔除这个过程的采样点. 因此, 在本仿真实例的故障误报率计算过程中, 剔除前200个过渡采样点. 最后, 对于第1类突变故障, 动态鲁棒观测器的漏报概率为13.75%, 故障的误报概率为9.74%; 对于第2类缓慢变故障, 动态鲁棒观测器的漏报率为17%, 故障的误报概率为9.83%. 比较可知, 第2类缓慢变故障由于故障发生过程缓慢导致其残差变化缓慢, 所以漏报率较第1类突变故障高一些, 而两类故障的误报率相差不大. 当然, 对于非鲁棒传统观测器来说, 由于广义干扰的影响, 根本无法进行故障预报, 所以其故障漏报和误报率都是100%.

## 5 结论(Conclusions)

由于带间隙的非光滑三明治系统含有的非光滑和非线性特性, 导致这类系统的故障诊断变得更为复杂. 传统的鲁棒故障预报观测器设计方法无法直接应用到这类系统的故障观测器设计中. 因此, 本文通过提出广义干扰项的方法, 巧妙将该类系统的非光滑项转换和归并到干扰项中, 将原来无法应用的故障观测器设计方法可以应用到这类系统中. 另外, 在动态鲁棒观测器的增益矩阵设计过程中, 除了采用传统的最小化 $H_{\infty F}/H_{-F}$ 方法外, 还对这类系统采用传统观测器得出的残差进行频谱分析, 获取了系统广义干扰的主要频率点, 采用零点配置的方法尽可能地降低干扰对残差的影响. 最终, 通过这几种方法的融合, 成功解决了带间隙非光滑三明治系统准确故障预报的难题, 今后, 该类方法可以应用到实际工程中, 具有重要的应用价值.

## 参考文献(References):

- [1] 周祖鹏, 谭永红. 基于非光滑观测器的带死区三明治系统状态估计[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(8): 1063 – 1070. (ZHOU Zupeng, TAN Yonghong. State estimation of sandwich systems with dead zone based on non-smooth observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(8):1063 – 1070.)
- [2] 董瑞丽. 非光滑三明治系统的辨识和控制研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2008: 25 – 37. (DONG Ruili. *Identification and control of the nonsmooth sandwich systems* [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2008: 25 – 37.)
- [3] 赵彤. 基于Preisach间隙非线性建模与神经网络自适应控制方案设计[D]. 上海: 上海交通大学, 2004: 32 – 33. (ZHAO Tong. *Nonlinear modeling and adaptive control based on neural network of backlash based on Preisach model* [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2004: 32 – 33.)
- [4] KUGI Y, THULL D, KUHNEN K. An infinite-dimensional control concept for piezoelectric structures with complex backlash [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2006, 13(6): 1099 – 1119.
- [5] SCHRADER C B, SAIN M K. Research on system zeros: a survey [J]. *International Journal of Control*, 1989, 50(4): 1407 – 1433.
- [6] 胡寿松. 自动控制原理(第4版) [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001. (HU Shousong. *Theory of Automatic Control(Fourth Version)* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001.)
- [7] 吴麒. 自动控制原理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1990: 68 – 96. (WU Qi. *Theory of Automatic Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1990: 68 – 96.)
- [8] DAI X W, GAO Z W, BREIKIN T, et al. Zero assignment for robust  $h_2/h_\infty$  fault detection filter design [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1363 – 1372.
- [9] 周祖鹏, 谭永红. 基于非光滑观测器的带间隙三明治系统状态估计[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 34 – 41. (ZHOU Zupeng, TAN Yonghong. State estimation of sandwich systems with dead zone based on non-smooth observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 34 – 41.)
- [10] DAI X W, BREIKIN T, GAO Z W, et al. Dynamic modeling and robust fault detection of a gas turbine engine [C]. *American Control Conference*. Piscataway: IEEE, 2008: 2160 – 2165.
- [11] DAI X W, GAO Z W, BREIKIN T, et al. Disturbance attenuation in fault detection of gas turbine engines: a discrete robust observer design [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews*, 2009, 39(2): 234 – 129.

## 作者简介:

**周祖鹏** (1977–), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性系统状态估计、非线性系统故障诊断、产品绿色制造与仿生设计等, E-mail: zhouzupeng@guet.edu.cn;

**谭永红** (1958–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制与信号处理、非线性系统建模与控制、机电系统故障诊断等, E-mail: tany@shnu.edu.cn.