

一类具有羊群效应的多重多维泰勒网动力学模型

周 博[†], 严洪森

(东南大学 自动化学院 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096)

摘要: 含大量有主观判断力个体参与的系统, 往往会表现出羊群效应的特点, 现有研究方法主要从机理和个体角度展开, 不适合建立整体模型. 本文提出带间歇反馈的多重多维泰勒网动力学模型建模方法, 适合建立含有羊群效应系统的整体优化模型. 首先讨论了多维泰勒网和间歇反馈模型建立方法. 然后研究了多重多维泰勒网的特性, 并通过多重多维泰勒网调节羊群效应和系统长期趋势两个部分在系统中合理比重. 最后给出了辨识模型参数的具体方法和步骤. 应用实例的结果验证了带间歇反馈的多重多维泰勒网建模方法在实际应用中的可实现性, 同时其拥有更好的预测精度.

关键词: 多重多维泰勒网; 间歇反馈; 羊群效应; 动力学模型; 系统辨识

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A

A class of multiple multi-dimensional Taylor networks dynamics model with herd behavior

ZHOU Bo[†], YAN Hong-sen

(Ministry of Education Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering,
School of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: A system that involves considerable quantities of individuals with subjective judgment tends to exhibit the feature of herd behavior. Existing research methods mainly focus on mechanisms and individuals, and hence they are incapable of establishing integrated models. We propose a dynamics modeling method for multiple multi-dimensional Taylor networks with intermittent feedback. The method is proved to be effective in establishing an overall optimization model of a system with herd behavior. Firstly, the methods of modeling multi-dimensional Taylor networks with intermittent feedback are discussed. Secondly, the characteristic of multiple multi-dimensional Taylor network is studied and used to regulate the appropriate proportion of herding behavior to long-term trend in the system. Finally, the specific method and procedure of identifying model parameters are given. The result of the application example demonstrates the modeling method of multiple multi-dimensional Taylor networks with intermittent feedback is realizable in practical applications, and has higher prediction accuracy.

Key words: multiple multi-dimensional Taylor network; intermittent feedback; herd behavior; dynamics model; system identification

1 引言(Introduction)

人类社会是一个复杂而庞大的系统. 不同于物理系统或化学系统遵守固定的物理法则或化学原理, 构成人类社会的系统参与其中的是大量拥有主观意识的个人, 而每个个体都会通过思考判断做出自己的决策. 个体差异和主观的独立性, 使得建立这样的系统模型十分困难. 但是我们发现, 个体在做出决策时, 常常会参考或模仿大多数其他个体的选择, 虽然决策显现自发性和多样性的特点, 可是因为从众心理等因素,

系统中总会出现一些主流决策成为引领风向的主导, 这样一种现象被称之为“羊群效应”^[1]. 最早羊群效应是指羊群跟随头羊的行动而行动, 现在更广泛的被用来描述人类盲目跟风的一些行为. 追逐潮流、股票买卖、交通堵塞、就业选择等等日常生活现象中, 都存在羊群效应. 对羊群效应的规律总结, 成为研究含有个人决策的系统建模和预测的一条途径. 同时, 研究这些问题可以对社会的正常有序发展起到引导作用, 十分有益.

收稿日期: 2014-07-04; 录用日期: 2015-01-21.

[†]通信作者. E-mail: ai_haibara@126.com.

国家自然科学基金项目(50875046, 60934008), 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2242014K10031)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (50875046, 60934008) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (2242014K10031).

现有对羊群效应的研究主要从以下几个角度展开: 1) 由个体决策与选择的角度解释或模拟羊群效应是如何逐步形成^[2-3]; 2) 检测系统中是否存在羊群效应^[4-5]; 3) 分析羊群效应所呈现的特点^[6-7]; 4) 研究羊群效应发生条件和时机^[8-9]; 5) 羊群效应对系统的影响^[10]. 这些研究是从羊群效应的产生机理入手, 研究个体与个体之间是如何影响, 主流决策如何产生, 对其规律进行总结归纳. 通过这些研究, 对生活中的羊群效应有了很好地解释. 可是, 如果要建立系统的整体模型仅从机理入手是不够的. 因为对于含有大量个体的系统来说, 每一个个体就是一个子系统, 也许可以先对子系统分别建模仿真, 再将它们联合起来形成一个整体模型, 但是子系统存在细小误差, 而误差层层向上传递逐渐放大就会最终导致模型难以符合目标需求功能^[11]. 同时羊群效应相比系统的长期趋势更多是体现一些短期的波动特点. 因此如果要想对整个系统进行建模, 就应当以整体的角度作为出发点, 兼顾考虑因羊群效应对系统产生的影响. 传统的数据整体建模方法没有考虑羊群效应对系统的影响^[12-14].

本文通过研究含有羊群效应的系统对外数据表征, 提出了带间歇反馈的多重多维泰勒网动力学模型. 该方法以建立系统整体模型的角度出发, 通过多维泰勒网和间歇反馈分别有针对性地辨识了系统的长期运行趋势和羊群效应特点产生的数据波动规律. 同时根据多重多维泰勒网的多重叠加原理, 对其和间歇反馈在系统中的所占比重可以进行平衡和动态调整, 起到优化系统参数及提高辨识精度的作用. 该方法可以应用到诸多具有羊群效应的实际场合, 例如: 金融系统建模与预测, 交通流量的预测, 热门专业报考人数和求职岗位预测等. 这些研究可以为将来进一步对数据的挖掘研究提供基础, 并为引导社会稳定和疏导盲目行为带来的负面影响而制定方针政策提供依据.

2 模型的建立(Model building)

2.1 间歇反馈多维泰勒网(Intermittent feedback multi-dimensional Taylor network, IFB-MTN)

一般系统动力学方程有式(1)所示普遍形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{u}(\mathbf{x}(k)), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k)), \end{cases} \quad (1)$$

其中: \mathbf{x} 是系统状态向量, \mathbf{y} 是系统输出向量, 非线性函数 \mathbf{f} 和 \mathbf{u} 分别等效了系统内部状态向量 \mathbf{x} 的动力学映射关系和反馈控制量. \mathbf{g} 等效了状态-输出映射关系.

首先考虑式(1)中第1行系统状态方程, 其等号右边有两个部分组成, 如果暂不考虑反馈控制量 \mathbf{u} , 系统状态方程为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)). \quad (2)$$

多维泰勒网是一种非线性系统的动力学建模方法, 适合未知机理的一般非线性系统的建模^[15]. 非线性函数 \mathbf{f} 用多维泰勒网模型构造, 基于多元泰勒公式展开的原理, 设状态向量为 n 维, 其结构框图如图1所示. 其中 $\mathbf{w}_j = \{w_{j,1}, w_{j,2}, \dots, w_{j,N(n,m)}\}$ 为权值集合, 对应于连接点的每条连接线上的权值, $j = 1, 2, \dots, n$.

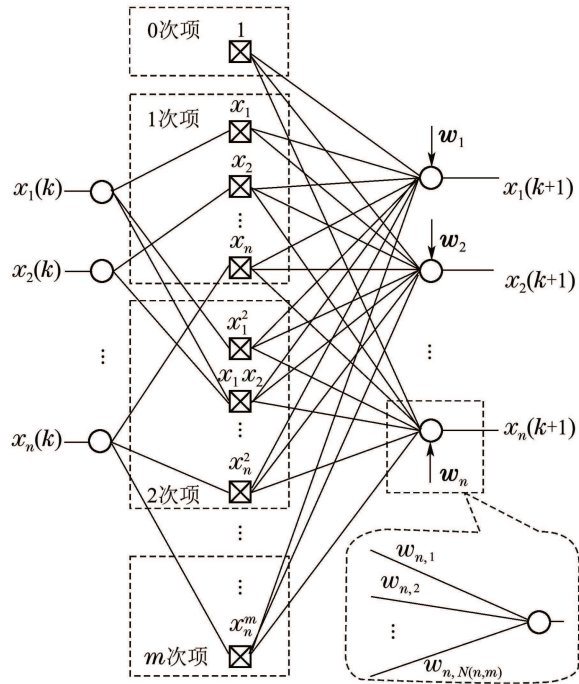


图1 多维泰勒网模型图

Fig. 1 Multi-dimensional Taylor network

向量函数 \mathbf{f} 的分量函数 f_j 可以写成如下多维泰勒网模型标量形式方程:

$$\begin{aligned} f_j(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) = & \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_{j,t} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k) + \\ & R_{j,m}(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)), \end{aligned} \quad (3)$$

其中: 所有符号中的下标 j 表示对应 \mathbf{f} 的分量序号; $w_{j,t}$ 为第 j 个分量的第 t 个变量乘积项之前的权值; $N(n, m)$ 为该展开式的总项数; $\lambda_{t,i}$ 为第 t 个变量乘积项中变量 x_i 的幂次, 其满足

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{t,i} \leq m; \quad (4)$$

$R_{j,m}$ 表示状态变量乘积项中各变量的幂次总和大于 m 的余项. 因为随着幂次总和的增加, 越高次幂项数的权重在系统中越小, 因此在选定合适的幂次总和 m 后, $R_{j,m}$ 项可忽略不计算.

展开式中的各项按照幂次总和递增的次序排列, 令 $P(n, m)$ 表示变量数为 n , 总幂次和为 m 的展开式项数, 则有

$$N(n, m) = P(n, 0) + \sum_{r=1}^m P(n, r) = \sum_{r=0}^m P(n, r), \quad (5)$$

其中 0 次项的项数 $P(n, 0)$ 等于 1. 由递归方法推出 $P(n, m)$ 的表达式:

$$P(n, m) = \sum_{i=1}^n P(i, m - 1), \quad m > 0. \quad (6)$$

将式(6)代入式(5), 有

$$N(n, m) = P(n, 0) + \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n P(i, r - 1), \quad m > 0. \quad (7)$$

本文所建立的模型考虑的对象是含有羊群效应的系统, 因此对于状态控制向量 u 的构造需要针对羊群效应的特点来进行. 羊群效应是含有一定数量人或其他有主观意识的个体参与的系统中, 常会发生的现象. 从分析机理的角度上看, 其发生原因可以认为是系统中个体缺乏自我主见, 盲从他人的行为大量累积所导致. 从系统对外数据表征的角度来看, 含有羊群效应的系统具有很明显的数据起伏波动形态. 而系统的输出何时会升高, 何时会下降是我们所关心的问题, 建模时可将羊群效应应用间歇反馈来表达. 间歇反馈指系统因为存在羊群效应, 在不同的阈值时, 状态变化量对系统自身产生或不产生反馈, 使得引起系统变化的主要动力聚集与消散, 导致呈现起伏波动状的对外表征的过程^[16].

举例来说, 在金融投资市场, 人们往往会为了追求利益最大化或损失最小, 而在投资时跟随市场的变化而进行投资操作, 追涨和追跌这些现象都是典型的羊群效应表现. 但当市场价格增涨或降低到某个程度时, 人们则会自然停止继续追涨或追跌以规避风险.

间歇反馈具体形式以带有正负两方向起止阈值的死区函数表达. 可以看成是两个死区函数相减的结果. 它的数学表达式为

$$\begin{aligned} & \text{sdz}(\Delta x, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) = \\ & \text{dez}(\Delta x, \alpha_1, \alpha_2) - \text{dez}(\Delta x, \beta_1, \beta_2) = \\ & \begin{cases} 1, & \alpha_1 \leq \Delta x \leq \beta_1, \\ -1, & \beta_2 \leq \Delta x \leq \alpha_2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

其中: $\text{sdz}(\Delta x, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ 为带有正负两方向起止阈值的死区函数, 正方向的起止阈值分别为 α_1 和 β_1 , 负方向的起止阈值分别为 α_2 和 β_2 ; $\text{dez}(\Delta x, \alpha_1, \alpha_2)$ 和 $\text{dez}(\Delta x, \beta_1, \beta_2)$ 为死区函数. 函数示意图如图 2 所示.

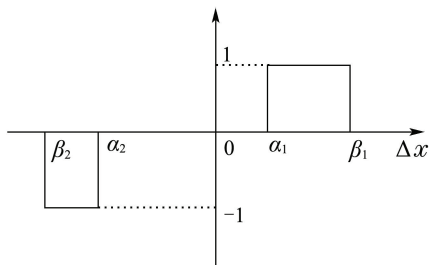


图 2 叠加的死区函数

Fig. 2 Superimposed dead zone functions

由图 2 可以看出, 间歇反馈对系统的影响只在一定区间产生. 当总结羊群效应规律确定起始阈值后, 系统变化量在 β_2 到 α_2 区间对系统施加负方向反馈增益, 在 α_1 到 β_1 区间施加正方向反馈增益, 其他区间增益为 0.

因此可将系统自身的状态负反馈和带有正负两方向起止阈值的死区函数形式的状态正反馈组成 u 的向量基本表达形式:

$$\begin{aligned} & u(x) = \\ & f_u(x) + \text{diag}\{\varphi_u\} \text{sdz}(\Delta x, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2), \quad (9) \end{aligned}$$

其中: φ_u 为激励函数, 表示对叠加的死区向量函数 $\text{sdz}(\cdot)$ 激励强度大小的向量函数; $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示把向量扩展为对角元素为对应向量元素的对角矩阵.

状态控制向量 u 的标量通式为

$$u_j = f_{u,j} + \varphi_{u,j} \text{sdz}(\Delta x_j, \alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \beta_{1,j}, \beta_{2,j}), \quad (10)$$

其中: 因为 $f_{u,j}$ 同样为关于 x 不同分量的函数, 因此可合并入式(3)的 f_j 中, 由多维泰勒网的形式表示. 将幂次之和大于 m 的余项 $R_{j,m}$ 忽略, 得到间歇反馈多维泰勒网动力学模型状态方程

$$\begin{aligned} & x_j(k + 1) = \\ & \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_{j,t} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k) + \\ & \varphi_{u,j} \text{sdz}(\Delta x_j(k), \alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \beta_{1,j}, \beta_{2,j}). \quad (11) \end{aligned}$$

由式(11)可见间歇反馈多维泰勒网动力学模型的状态方程既包含了系统的长期趋势的状态负反馈又包含了等效羊群效应的间歇正反馈, 但是在实际参数辨识的时候, 两部分数据互相揉合在一起, 存在难以清晰地有针对性辨识的问题.

2.2 多重重维泰勒网(Multiple multi-dimensional Taylor networks, MMTN)

从多维泰勒网的模型结构图和方程式可以看出, 它的主要构成是将状态变量的所有元素进行组合加权叠加. 研究其这样的结构特点, 当处理针对相同的状态变量的多个多维泰勒网时, 可以有如下定理成立.

定理 1 设有针对 n 维状态向量 x 展开到 m 次的多维泰勒网方程

$$f^{(s)} = \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}, \quad (12)$$

其中 $w^{(s)} = \{w_1^{(s)}, w_2^{(s)}, \dots, w_{N(n,m)}^{(s)}\}$.

若 $w^{(3)} = w^{(1)} + w^{(2)}$, 则有 $f^{(3)} = f^{(1)} + f^{(2)}$.

证 令

$$x^* = \left(\prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{1,i}} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{2,i}} \dots \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{N(n,m),i}} \right)^T. \quad (13)$$

由式(12)得

$$\begin{aligned}
 f^{(3)} &= \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(3)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}} = \mathbf{w}^{(3)} \mathbf{x}^* = \\
 &(\mathbf{w}^{(1)} + \mathbf{w}^{(2)}) \mathbf{x}^* = \mathbf{w}^{(1)} \mathbf{x}^* + \mathbf{w}^{(2)} \mathbf{x}^* = \\
 &\sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(1)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}} + \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(2)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}} = \\
 &f^{(1)} + f^{(2)}
 \end{aligned}$$

定理1证毕.

由定理1的结果可以得到推论1.

推论 1 若 $f^{(s)} = \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}$, $s = 1, 2, \dots, l$, $f = \sum_{s=1}^l \mathbf{w}^{(s)} \mathbf{x}^*$, 则有

$$f = \sum_{s=1}^l f^{(s)} = \sum_{t=1}^{N(n,m)} \sum_{s=1}^l w_t^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}. \quad (14)$$

证毕.

证 由定理1易证.

利用多重多维泰勒网的性质, 可以通过多重叠加的方式对间歇反馈多维泰勒网模型参数进行多轮迭代修正.

2.3 带间歇反馈的多重多维泰勒网 (Multiple multi-dimensional Taylor networks with intermittent feedback, MIMTN)

间歇反馈多维泰勒网模型中包含两个部分: 多维泰勒网和间歇反馈. 从其代表的物理意义上来说, 多维泰勒网部分表示的是系统中稳定的长期动力学趋势. 而间歇反馈表示系统中短期波动, 其波动的原因由羊群效应引起. 两部分的数据很紧密地揉合在一起, 很难将其清晰地剥离开. 在进行参数辨识的时候, 一般先忽略不稳定部分, 进行多维泰勒网参数辨识, 然后再确定间歇反馈部分的参数. 这样处理是考虑到, 多维泰勒网描述的是数据中体现的共性, 将其先求出, 剩下与期望输出的误差值被认为由不稳定部分造成, 再由羊群效应来建模辨识.

这样的求解方法并没有使前后两部分之间参数进行平衡. 比较合理的方法应当反复调节前后两部分的参数, 让其共同适应所有的训练数据. 交替迭代求解两部分参数时, 根据多重多维泰勒网的特点和式(14), 可写出带间歇反馈的多重多维泰勒网模型状态方程

$$\begin{aligned}
 x_j^{(l)}(k+1) &= \\
 &\sum_{t=1}^{N(n,m)} \sum_{s=1}^l w_{j,t}^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k) + \\
 &\varphi_{u,j}^{(l)}(\text{sdz}(\Delta x_j(k), \alpha_{1,j}^{(l)}, \alpha_{2,j}^{(l)}, \beta_{1,j}^{(l)}, \beta_{2,j}^{(l)})). \quad (15)
 \end{aligned}$$

由式(15)所示, 符号上标括号中的 l 代表当前进行交替迭代的轮数, s 表示多重多维泰勒网叠加的重数序号. 每一轮运算包括叠加一重多维泰勒网和修正一

次间歇反馈参数两部分组成. 当 l 等于1时, 表示并未对模型参数进行修正, 此时式(15)和式(11)间歇反馈多维泰勒网模型状态方程等同, 因此间歇反馈多维泰勒网模型是带间歇反馈的多重多维泰勒网模型的特例, 当且仅当交替迭代轮数为1.

3 MIMTN模型参数辨识 (MIMTN model parameters identification)

带间歇反馈的多重多维泰勒网模型参数的辨识, 主要是对系统分别交替辨识多维泰勒网和间歇反馈两部分模型参数. 根据多重多维泰勒网原理, 对每一轮新辨识的多维泰勒网进行参数叠加, 同时修正当前轮次间歇反馈模型参数.

假设数据的样本集 $T = \{(\mathbf{x}(k), y(k+1))\}_{k=1}^d$, $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$, $y(k) \in \mathbb{R}$, k 为数据序号, d 为数据总个数. 输出以1维为例, 设输出 $y(k) = x_1(k)$, 即式(1)中令 $\mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) = (1, 0, \dots, 0) \cdot \mathbf{x}(k)$, 多维输出情况类推, 则可建立相应带间歇反馈的多重多维泰勒网模型为

$$\begin{aligned}
 y^{(l)}(k+1) &= \\
 &\sum_{t=1}^{N(n,m)} \sum_{s=1}^l w_t^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k) + \\
 &\varphi_u^{(l)}(\text{sdz}(\Delta x_1(k), \alpha_1^{(l)}, \alpha_2^{(l)}, \beta_1^{(l)}, \beta_2^{(l)})). \quad (16)
 \end{aligned}$$

为了书写简化, 用 w_t 表示 $w_{1,t}$, $\{\alpha_1^{(l)}, \alpha_2^{(l)}, \beta_1^{(l)}, \beta_2^{(l)}\}$ 表示 $\{\alpha_{1,1}^{(l)}, \alpha_{2,1}^{(l)}, \beta_{1,1}^{(l)}, \beta_{2,1}^{(l)}\}$.

多维泰勒网的参数序列 $\{\mathbf{w}^{(s)}\}_{s=1}^l$ 运用最小二乘法求解. 设当前轮次为 l , 当前模型输出为 $\tilde{y}^{(l)}$, 其MTN方程为

$$\tilde{y}^{(l)}(k+1) = \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(l)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k). \quad (17)$$

设当前目标输出为 $\Delta y^{(l-1)}$, 其结果由上一轮的MIMTN模型求出:

$$\Delta y^{(l-1)}(k+1) = y(k+1) - y^{(l-1)}(k+1). \quad (18)$$

其中: 当 $l = 1$ 时, $\Delta y^{(0)}(k+1) = y(k+1)$.

式(17)的误差平方和函数为

$$\begin{aligned}
 E^{(l)} &= \\
 &\sum_{k=1}^d (\Delta y^{(l-1)}(k+1) - \tilde{y}^{(l)}(k+1))^2 = \\
 &\sum_{k=1}^d (\Delta y^{(l-1)}(k+1) - \sum_{t=1}^{N(n,m)} w_t^{(l)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k))^2. \quad (19)
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_k &= (\prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{1,i}}(k), \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{2,i}}(k), \dots, \\
 &\prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{N(n,m),i}}(k))^T,
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_d),$$

$$\mathbf{w}^{(l)} = (w_1^{(l)} \ w_2^{(l)} \ \dots \ w_{N(n,m)}^{(l)})^T,$$

$$\Delta \mathbf{y}^{(l-1)} = (\Delta y^{(l-1)}(2), \Delta y^{(l-1)}(3), \dots, \Delta y^{(l-1)}(d+1))^T,$$

则式(19)的向量形式为

$$E^{(l)} = \sum_{k=1}^d (\Delta y^{(l-1)}(k+1) - (\mathbf{w}^{(l)})^T \mathbf{a}_k)^2 = (\mathbf{w}^{(l)})^T \mathbf{A} \mathbf{A}^T \mathbf{w}^{(l)} - 2(\Delta \mathbf{y}^{(l-1)})^T \mathbf{A}^T \mathbf{w}^{(l)} + (\Delta \mathbf{y}^{(l-1)})^T \Delta \mathbf{y}^{(l-1)}. \quad (20)$$

参数 $\mathbf{w}^{(l)}$ 的最小二乘估计值 $\hat{\mathbf{w}}^{(l)}$ 为

$$\hat{\mathbf{w}}^{(l)} = (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A} \Delta \mathbf{y}^{(l-1)}, \quad (21)$$

其中 $\hat{\mathbf{w}}^{(l)} = (\hat{w}_1^{(l)} \hat{w}_2^{(l)} \dots \hat{w}_{N(n,m)}^{(l)})^T$.

间歇反馈模型4个参数 $\alpha_1^{(l)}, \alpha_2^{(l)}, \beta_1^{(l)}, \beta_2^{(l)}$ 由遗传算法求解. 其目标输出为样本数据输出部分去除由每轮多重多维泰勒网计算出的输出估计值, 剩下的差值集合作为间歇反馈模型的目标输出集 $\Delta \tilde{y}^{(l)}(k)$, 其计算公式为

$$\{\Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1) = y(k+1) - \sum_{t=1}^{N(n,m)} \sum_{s=1}^l \hat{w}_t^{(s)} \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_{t,i}}(k)\}_{k=1}^d. \quad (22)$$

令 $\tilde{T}^{(l)} = \{(\mathbf{x}(k), \Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1))\}_{k=1}^d$ 为辨识间歇反馈部分的样本数据集. 接着将4个参数编码为满足约束条件 $\beta_2^{(l)} < \alpha_2^{(l)} < 0 < \alpha_1^{(l)} < \beta_1^{(l)}$ 的染色体.

适应度函数为有效样本总个数, 其数值越大表示适应度越好,

$$\text{fit} = ND_1 + ND_2 + ND_3, \quad (23)$$

其中: ND_1, ND_2, ND_3 分别表示样本数据集 $\tilde{T}^{(l)}$ 中状态变化量 $\Delta x_1(k)$ 在区间

$$[\alpha_1^{(l)}, \beta_1^{(l)}], [\beta_2^{(l)}, \alpha_2^{(l)}], (-\infty, \beta_2^{(l)}) \cup (\alpha_2^{(l)}, \alpha_1^{(l)}) \cup (\beta_1^{(l)}, +\infty)$$

时, 满足相对应的

$\Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1) > 0, \Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1) < 0, |\Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1)| < \xi$ 的样本个数; ξ 为阀门阈值, 为防止噪声扰动而设置. 令 κ 为阀门比例参数, \hat{y}_{abs} 为 $\tilde{T}^{(l)}$ 中 $\Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1)$ 的绝对均值, 则 $\xi = \kappa \hat{y}_{\text{abs}}$.

通过遗传算法求得最优适应度模型参数 $\hat{\alpha}_1^{(l)}, \hat{\alpha}_2^{(l)}, \hat{\beta}_1^{(l)}, \hat{\beta}_2^{(l)}$. 同时在统计 ND_1 和 ND_2 时, 将符合条件的 $\Delta x_1(k)$ 落在 $[\alpha_1^{(l)}, \beta_1^{(l)}] \cup [\beta_2^{(l)}, \alpha_2^{(l)}]$ 区间所对应的 $\Delta \tilde{y}^{(l)}(k+1)$ 计入集合 $T_\varphi^{(l)}$ 中. 设最优适应度对应集合 $T_\varphi^{(l)} = \{y_{\varphi, \tilde{j}}^{(l)}\}_{\tilde{j}=1}^{ND_1+ND_2}$, 则激励函数 $\varphi_u^{(l)}$ 的估计函数 $\hat{\varphi}_u^{(l)}$ 为

$$\hat{\varphi}_u^{(l)} = \frac{1}{ND_1 + ND_2} \sum_{\tilde{j}=1}^{ND_1+ND_2} |y_{\varphi, \tilde{j}}^{(l)}|. \quad (24)$$

通过式(16)由截至当前轮次求得的参数 $\{\hat{\mathbf{w}}^{(s)}\}_{s=1}^l, \hat{\varphi}_u^{(l)}, \hat{\alpha}_1^{(l)}, \hat{\alpha}_2^{(l)}, \hat{\beta}_1^{(l)}, \hat{\beta}_2^{(l)}$ 求得 $y^{(l)}(k+1)$.

模型迭代轮数的设定与实际问题相关, 其设定方法将在应用实例中具体讨论.

带间歇反馈的多重多维泰勒网模型参数辨识步骤如下:

步骤1 输入带间歇反馈的多重多维泰勒网模型基本参数: 状态量维数 n , 展开次数 m , 迭代轮数 l_{set} , 拟合绝对误差率变化量阈值 $s_{\Delta \text{MAPE}}$, 计数变量 n_s ; 训练样本数据: 数据集 T ; 遗传算法参数: 染色体数, 交叉概率, 变异概率, 种群规模, 仿真代数等. 若数据集为一维时间序列, 按照式(25)将训练样本数据集格式转换为 $T = \{(\mathbf{x}(k), y(k+1))\}_{k=1}^d$.

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) = (x(k), x(k-\tau), \dots, x(k-(n-1)\tau)), \\ y(k) = x(k), \end{cases} \quad (25)$$

其中 $\tau = 1$ 为延迟时间.

步骤2 令 $\Delta y^{(0)}(k+1) = y(k+1)$. 初始化循环参数: 轮次 $l = 1$. 计数变量 $n_s = 0$.

步骤3 如果 $l > 1$, 由式(18)计算 $\Delta y^{(l-1)}(k+1)$; 否则, 直接进行下一步.

步骤4 由式(19)–(21)计算得到当前轮次多维泰勒网估计参数集 $\hat{\mathbf{w}}^{(l)}$.

步骤5 由式(22)确定间歇反馈辨识样本数据集 $\tilde{T}^{(l)}$.

步骤6 以式(23)为适应度函数, 通过遗传算法辨识求得估计参数 $\hat{\alpha}_1^{(l)}, \hat{\alpha}_2^{(l)}, \hat{\beta}_1^{(l)}, \hat{\beta}_2^{(l)}$, 通过式(24)求得估计参数 $\hat{\varphi}_u^{(l)}$.

步骤7 将当前轮次获得参数和样本数据代入式(16)计算当前轮次的样本数据拟合绝对误差率值 $\text{MAPE}^{(l)}$. 如果 $l = 1$, 转步骤9.

步骤8 由式(26)计算当前轮次的拟合绝对误差率变化值 ΔMAPE . 如果当前 $\Delta \text{MAPE} \geq s_{\Delta \text{MAPE}}$, 则令 $n_s = n_s + 1$; 否则, 令 $n_s = 0$.

$$\Delta \text{MAPE} = |\text{MAPE}^{(l)} - \text{MAPE}^{(l-1)}|. \quad (26)$$

步骤9 如果 $l = l_{\text{set}}$, 转步骤10; 否则, $l = l + 1$, 转步骤3.

步骤10 如果 $n_s \geq 10$, 计算终止, 输出截至当前轮次所辨识出的参数 $\{\hat{\mathbf{w}}^{(s)}\}_{s=1}^l, \hat{\varphi}_u^{(l)}, \hat{\alpha}_1^{(l)}, \hat{\alpha}_2^{(l)}, \hat{\beta}_1^{(l)}, \hat{\beta}_2^{(l)}$; 否则, $l_{\text{set}} = l_{\text{set}} + 10$, 转步骤3.

4 应用实例(Application example)

世界范围内的股票市场中存在着典型的羊群效应已经被广泛验证^[4]. 本文以金融时间序列作为样本数据, 建立中国股票市场的动力学模型, 检验带间歇反馈的多重多维泰勒网动力学模型可实现性和预测性能. 将自2009年10月20日至2011年1月10日300个

上海证券交易所综合指数日收盘数据作为样本和测试验证数据,其中前270个数据作为样本,后30个数据用作测试验证.样本数据格式按照式(25)设置.

带间歇反馈的多重多维泰勒网模型初始参数设置如下:初始轮数设定 $l_{set} = 20$,拟合绝对误差率变化量阈值 $s_{\Delta MAPE} = 0.3 \times 10^{-3}$,多维泰勒网参数 $n = 3, m = 3, w$ 维数为20;间歇反馈阀门比例参数 $\kappa = 80\%$;遗传算法群体数250,染色体交叉概率80%,变异概率5%,遗传代数1000.根据由训练270组样本数据建立的MIMTN模型辨识出模型参数,并由30组测试数据得到30个单步预测数值.实际值、预测值和相对误差见表1.

表1 预测值与实际值比较
Table 1 Predicted value and the actual value comparison

序号	实际值	预测值	相对误差/%
1	2820.18	2833.93	0.4876
2	2823.45	2823.80	0.0125
3	2843.61	2820.14	-0.8252
4	2842.43	2859.14	0.5880
5	2857.18	2837.32	-0.6950
6	2875.86	2877.49	0.0567
7	2848.55	2891.94	1.5233
8	2810.95	2832.30	0.7597
9	2841.04	2810.76	-1.0657
10	2922.95	2853.87	-2.3634
11	2927.08	2936.98	0.3381
12	2911.41	2922.82	0.3919
13	2898.14	2886.58	-0.3989
14	2893.74	2872.88	-0.7207
15	2852.92	2859.32	0.2245
16	2904.11	2852.46	-1.7786
17	2877.90	2911.71	1.1750
18	2855.22	2860.50	0.1851
19	2835.16	2840.48	0.1875
20	2781.40	2816.89	1.2759
21	2732.99	2793.42	2.2110
22	2751.53	2746.35	-0.1884
23	2759.57	2770.34	0.3902
24	2808.08	2781.21	-0.9570
25	2852.65	2809.73	-1.5046
26	2838.59	2850.76	0.4288
27	2824.20	2807.76	-0.5821
28	2838.80	2798.78	-1.4097
29	2791.81	2860.28	2.4527
30	2804.05	2792.00	-0.4296

选取自回归移动平均模型(ARIMA)、BP神经网络模型(BPNN)、多维泰勒网模型(MTN)、间歇反馈多维泰勒网模型(IFB-MTN)和带间歇反馈的多重多维泰勒网模型(MIMTN)对相同数据集进行建模辨识与预

测.预测结果以指标均方根误差(RMSE)、平均绝对误差(MAE)、平均绝对误差率(MAPE)来衡量,数值越低表示预测精度越高,如表2所示.

表2 5种模型的预测指标统计
Table 2 Statistical predictors of five models

模型	RMSE	MAE	MAPE/%
ARIMA	33.69	28.32	0.9978
BPNN	33.00	27.12	0.9554
MTN	32.63	25.89	0.9125
IFB-MTN	31.53	24.73	0.8701
MIMTN	30.89	24.23	0.8536

由表2可以看出, MIMTN各种指标均好于其他4种模型.其中优于ARIMA, BPNN和MTN模型的原因是: MIMTN模型比这3种模型多考虑了系统中的羊群效应,在建模和辨识过程中区分了稳定和不稳定的部分,提高了针对性.同时,相较于同样考虑了羊群效应的IFB-MTN模型, MIMTN模型通过多重多维泰勒网和间歇反馈的交替参数叠加和修正,平衡了稳定和不稳定部分,让其在整体中的存在结构更加合理,因此提高了辨识精度.

MIMTN模型迭代轮数的设定也是模型建立好坏的一个重要指标. MIMTN模型比IFB-MTN模型效果更好的原因就是因为在通过多轮的迭代平衡了参数,如果轮数选择较少,可能使得参数平衡不到位;如果轮数选择较多,则可能花费更多的计算时间而不能提高精度,降低了计算效率.将样本数据进行模型辨识时,拟合的平均绝对误差率随着迭代轮数的增加也在不断变化,其变化量大小表明了系统参数的逐代调整对系统模型影响大小.当变化量变小并趋于平稳时表明系统参数已调整合适.令 $\Delta MAPE$ 表示每两轮之间拟合的平均绝对误差率变化量,生成轮次 l 与 $\Delta MAPE$ 对应曲线如图3所示.

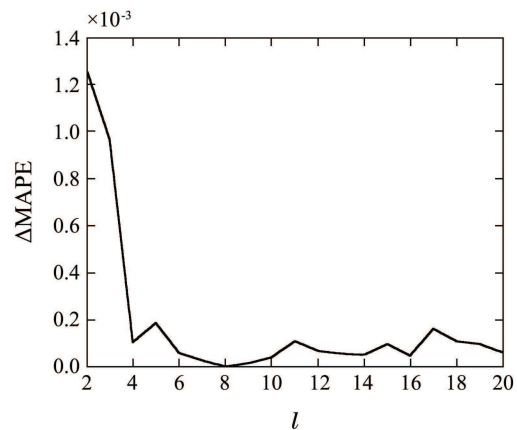


图3 轮次与拟合平均绝对误差率变化量对应曲线
Fig. 3 Corresponding curve of round and the amount of change for fitting's mean absolute percentage error

5 结论(Conclusions)

本文提出了带间歇反馈的多重多维泰勒网模型. 同其他羊群效应机理研究, 以及同传统数据建模方法的单纯数据挖掘相比, 本文方法从全局的角度对系统进行数据建模, 考虑了羊群效应的存在对系统的影响, 兼顾了系统长期趋势与短期波动规律, 同时通过多轮参数的交替修正平衡了两者比重关系, 适用于含有羊群效应的系统进行数据建模与预测.

参考文献(References):

- [1] ALLEN W R, KABATA Z. The evolution of animal senescence [J]. *Journal of Zoology*, 1984, 62(9): 1661 – 1667.
- [2] SHILLER R. Conversation information and herd behavior [J]. *The American Economic Review*, 1995, 85(2): 181 – 194.
- [3] BURGER M, MARKOWICH P A, PIETSCHMANN J F. Continuous limit of a crowd motion and herding model: analysis [J]. *Kinetic and Related Models*, 2011, 4(4): 1025 – 1047.
- [4] CELIK S. Herd behavior in world stock markets: evidence from quantile regression analysis [J]. *Iktisat Isletme ve Finans*, 2013, 28(329): 75 – 95.
- [5] LEE E, LEE B. Herding behavior in online P2P lending: an empirical investigation [J]. *Electronic Commerce Research and Applications*, 2012, 11(5): 495 – 503.
- [6] BRUNETTI C, BUYUKSAHIN B, HARRIS J H. Herding and speculation in the crude oil market [J]. *Energy Journal*, 2013, 34(3): 83 – 104.
- [7] 朱少醒, 吴冲锋, 张则斌. 基于随机图论的股市“羊群效应”模型 [J]. 系统工程理论方法应用, 2000, 9(1): 11 – 16. (ZHU Shaoxing, WU Chongfeng, ZHANG Zebin. Herd behavior and stock market return distribution [J]. *Systems Engineering—Theory Methodology Applications*, 2000, 9(1): 11 – 16.)
- [8] 韩少春, 刘云, 张彦超, 等. 基于动态演化博弈论的舆论传播羊群效应 [J]. 系统工程学报, 2011, 26(2): 275 – 281. (HAN Shaochun, LIU Yun, ZHANG Yanchao, et al. Herd instinct of opinion based on dynamic evolutionary game theory [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2011, 26(2): 275 – 281.)
- [9] JIANG Z Q, ZHOU W X, SORNETTE D. Bubble diagnosis and prediction of the 2005–2007 and 2008–2009 Chinese stock market bubbles [J]. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 2010, 74(3): 149 – 162.
- [10] 姚灿中, 杨建梅. 基于复杂网络的大众生产系统稳定性研究 [J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(1): 125 – 132. (YAO Canzhong, YANG Jianmei. Stability research of peer production system based on complex networks [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2011, 17(1): 125 – 132.)
- [11] CHOLETTE M E, LIU J B, DJURDJANOVIC D, et al. Monitoring of complex systems of interacting dynamic systems [J]. *Applied Intelligence*, 2012, 37(1): 60 – 79.
- [12] 王红军, 田铮. 非线性时间序列建模的混合自回归滑动平均模型 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 875 – 881. (WANG Hongjun, TIAN Zheng. Mixed autoregressive moving average model for modeling nonlinear time series [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 875 – 881.)
- [13] 张冬青, 宁宣熙, 刘雪妮. 基于RBF神经网络的非线性时间序列在线预测 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(2): 151 – 155. (ZHANG Dongqing, NING Xuanxi, LIU Xueni. On-line prediction of nonlinear time series using RBF neural networks [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(2): 151 – 155.)
- [14] 熊少锋, 王可东, 姜锐, 等. 自回归滑动平均建模中观测噪声方差估计的新方法 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 178 – 185. (XIONG Shaofeng, WANG Kedong, JIANG Rui, et al. A new measurement noise estimation method for autoregressive and moving average modeling [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(2): 178 – 185.)
- [15] 周博, 严洪森. 基于小波和多重泰勒网动力学模型的金融时间序列预测 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2654 – 2662. (ZHOU Bo, YAN Hongsen. Financial time series forecasting based on wavelet and multi-dimensional Taylor network dynamics model [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2013, 33(10): 2654 – 2662.)
- [16] 周博, 严洪森. 基于间歇反馈多维泰勒网的动力学模型 [J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1517 – 1521. (ZHOU Bo, YAN Hongsen. A dynamics model based on intermittent feedback multi-dimensional Taylor network [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1517 – 1521.)

作者简介:

周博 (1983–), 男, 博士研究生, 研究领域为复杂非线性系统辨识、预测, E-mail: ai_haibara@126.com;

严洪森 (1957–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域为生产计划与调度、预测、知识化制造, E-mail: hsyang@seu.edu.cn.