

具有输入时滞的主动悬挂系统的减振控制

宿浩[†], 唐功友

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 研究具有输入时滞的汽车主动悬挂系统在路面扰动下的减振控制器设计问题. 首先根据汽车悬挂系统的特点, 从实用性的角度出发化简了悬挂系统的数学模型. 然后提出一种变量代换方法, 将具有输入时滞的主动悬挂系统转换为形式上不含时滞的系统. 针对转换后的无时滞系统, 设计出具有输入时滞的主动悬挂系统减振控制器; 又从控制器的成本和易实现性出发添加了一个状态观测器. 在这种系统结构下, 设计出一种具有记忆和积分特性的主动悬挂系统减振控制策略. 仿真结果验证了这种设计控制器的方法是有效的.

关键词: 主动悬挂系统; 时滞; 观测器; 减振控制; 变量代换

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Vibration control for active suspension systems with time-delay input

SU Hao[†], TANG Gong-you

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China)

Abstract: We investigate the design problem of vibration controllers for vehicle active suspension systems with time-delay input from road disturbances. According to the characteristics of the vehicle suspension system, we first simplify the mathematical model of the suspension systems from the view point of practical application. Then, we propose a variable transformation to convert the active suspension system with time-delay input to a system without time-delay. For the converted system without time-delay, we design the vibration controller for the active suspension system with input time-delay, and on the basis of the manufacture and implementation costs we build an additional state observer. In this configuration of system, we develop a vibration control strategy with memory and integral characteristics for the active suspension system. Simulation results show the effectiveness of the controller design approach.

Key words: active suspension systems; time delay; observer; vibration control; variable transformation

1 引言(Introduction)

传统汽车上普遍利用被动悬挂系统提高乘坐的舒适性和操纵稳定性. 随着现代汽车技术的迅速发展, 人们对乘坐的舒适性和操纵稳定性的要求越来越高. 被动悬挂系统的减振原理是利用悬挂系统的结构设计被动地消耗由路面扰动产生的振动能量, 从而约束了对汽车乘驾性能的进一步改善. 主动悬挂系统能够根据汽车的运动状态和路面状况, 实时地在悬挂系统上施加一定的控制力, 使汽车的悬挂系统在各种路面状况下都处于最佳减振状态^[1-6]. 由于主动悬挂系统具有许多优点, 近年来, 主动悬挂系统的控制问题受到越来越多的研究者的关注. 许多学者将现代控制理论与方法用于汽车主动悬挂系统的减振控制收到了很好的效果. 例如, 利用 H_∞ 和 H_2 鲁棒控制方法^[1-4]、最优控制方法^[5-10]、自适应控制方法^[11-14]、预见控制

方法^[2,6]、模糊控制方法^[14-16]和Backstepping设计方法^[10,17]等.

主动控制方法已经逐步应用于轿车的主动悬挂系统中, 例如, 德国大众汽车公司的底盘上应用了自适应控制规律. 奔驰公司研发出了基于自适应阻尼悬挂系统的双重控制空气悬挂系统, 日产(Nissan)和丰田(Toyota)公司的若干品牌的轿车上也具备了主动悬挂控制功能. 目前汽车的主动控制悬挂的执行机构基本上都是利用液压传动的机械系统^[10,18-19]. 事实上, 机械和液压执行机构在实时运行中或多或少的存在时滞现象. 近年来具有时滞的主动悬挂系统的减振控制问题日趋成为研究热点, 涌现出许多很好的研究成果^[3-5,15,20-23].

尽管主动悬挂系统在理论研究和实际应用中都取得了巨大的成就, 但主动悬挂的在理论上仍然不够成

收稿日期: 2015-01-23; 录用日期: 2016-01-20.

[†]通信作者. E-mail: suhao@ouc.edu.cn; Tel.: +86 532-66781230.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家自然科学基金项目(41276085), 山东省自然科学基金项目(2015ZRE29046)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (41276085) and Natural Science Foundation of Shandong Province (2015ZRE29046).

熟. 需进一步解决的主要问题包括研究开发低成本, 低能耗的主动悬挂系统和设计结构简单且控制效果好的控制器. 基于这一目的, 本文首先根据汽车悬挂系统的特点, 简化了系统的数学模型. 然后提出一种变量代换方法, 将具有输入时滞的主动悬挂系统转换为形式上不含时滞的系统, 从而简化了主动悬挂系统减振控制器的设计. 最后利用成熟的线性系统控制理论, 实现了具有输入时滞的主动悬挂系统减振控制器的设计.

2 系统建模(System modelling)

考虑具有时滞的汽车四分之一主动独立悬挂系统, 系统的原理如图1所示.

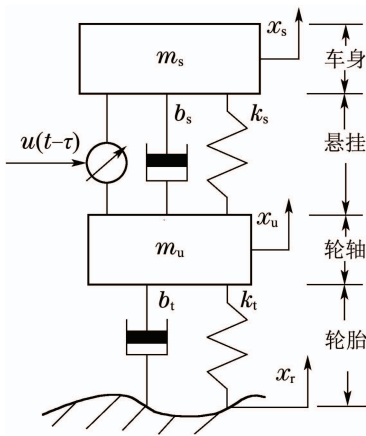


图1 主动独立悬挂系统

Fig 1 Active independent suspension system

根据牛顿第2定律, 可以写出系统运动的微分方程:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + b_s [\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)] + k_s [x_s(t) - x_u(t)] &= u(t - \tau), \\ m_u \ddot{x}_u(t) - b_s [\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)] - k_s [x_s(t) - x_u(t)] &= -u(t - \tau) - k_t [x_u(t) - x_r(t)] + b_t [\dot{x}_u(t) - \dot{x}_r(t)], \end{aligned} \quad (1)$$

其中: m_s 为四分之一车身质量, m_u 为轮轴质量, k_s 为悬挂弹簧的刚度系数, b_s 为悬挂阻尼系数, k_t 为轮胎刚度系数, b_t 为轮胎阻尼系数, $x_s(t)$ 为车身的垂向位移, $x_u(t)$ 为轮轴的垂向位移, $x_r(t)$ 为由路面不平度引起的轮胎底面垂向位移, $u(t)$ 为施加于悬挂系统的主动控制力, $\tau > 0$ 为施加主动控制力的时滞常量.

独立悬挂系统一般应用于小型客车中. 对于一般的小型客车而言, 轮轴质量 m_u 远小于四分之一车身质量 m_s . 而轮胎刚度系数 k_t 远大于悬挂弹簧的刚度系数 k_s . 以某汽车悬挂系统的参数为例, $m_s = 340 \text{ kg}$, $k_s = 17000 \text{ (N/m)}$, $b_s = 1400 \text{ (N} \cdot \text{s/m)}$, $m_u = 40 \text{ kg}$, $k_t = 190000 \text{ (N/m)}$. 可见该车型的 $m_s/m_u > 8$, $k_t/k_s > 11$. 所以有 $x_u(t) \approx x_r(t)$ 和 $\dot{x}_u(t) \approx \dot{x}_r(t)$, 即控制力 $u(t)$ 对轮轴的垂向位移 $x_u(t)$ 和垂向速度 $\dot{x}_u(t)$ 几乎

没有影响, 它们几乎仅取决于路面不平度和汽车的行驶速度. 为此, 假定轮胎为刚性体, 即 $x_u(t) = x_r(t)$. 从而, 主动独立悬挂系统(1)的运动模型简化为

$$m_s \ddot{x}_s(t) + b_s [\dot{x}_s(t) - \dot{x}_r(t)] + k_s [x_s(t) - x_r(t)] = u(t - \tau). \quad (2)$$

选择状态变量

$$x_1(t) = x_s(t), \quad x_2(t) = \dot{x}_s(t) = v_s(t) \quad (3)$$

和外部扰动变量

$$w_1(t) = x_r(t), \quad w_2(t) = \dot{x}_r(t) = v_r(t), \quad (4)$$

其中: $v_r(t)$ 为路面不平度引起的轮胎底面垂向速度. 定义 $x = [x_1, x_2]^T$ 为状态向量, $w(t) = [w_1(t), w_2(t)]^T$ 为外部扰动向量. 则系统(1)的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) + Dw(t), \\ x(0) = x_0, \\ u(t) = 0, \quad t \in [-\tau, 0], \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

通常评价悬挂系统性能的指标有平顺性(乘坐舒适性), 动行程和接地性. 其中, 对于独立悬挂系统, 平顺性指车身的垂向振动情况, 本文采用车身的垂向振动速度 $v_s(t) = \dot{x}_s(t)$ 来评价; 动行程指车身的垂向位移的最大值, 这里通过车身的垂向位移 $x_s(t)$ 来评价; 接地性取决于汽车的轮胎指标, 本文对此指标不予考虑.

注1 根据GB/T 13442-92或ISO2631标准, 评价悬挂

系统性能是用垂向振动加速度均方根 $\sqrt{\int_0^T \ddot{x}_s^2(t) dt/T}$ 值作为评价指标. 考虑到在水平路面行驶的车辆其悬挂的垂向振动可以近似为数学期望值为零的周期或正弦信号, 所以垂向位移 $x_s(t)$ 和垂向振动速度 $v_s(t)$ 可以近似反映垂向振动加速度 $\ddot{x}_s(t)$. 为了研究的方便, 本文采用了悬挂垂向位移 $x_s(t)$ 和垂向振动速度 $v_s(t)$ 的评价指标.

因此悬挂系统的控制输出向量可以选择为

$$y_c(t) = x(t). \quad (7)$$

如果采用状态反馈设计系统(5)的减振控制器, 需要在汽车上安装2个传感器分别测量车身垂向位移 $x_s(t)$, 车身垂向速度 $\dot{x}_s(t)$. 然而, 测量这些物理量是非常困难的, 目前还没有见到这些物理量的有效的在线测量方案. 在汽车悬挂系统中, 一个低成本而有效地测量方案是在车身与轮轴间安装一个位移和速度传感器分别测量车身与轮轴的相对位移 $x_s(t) - x_r(t)$ 和车身与轮轴的相对速度 $\dot{x}_s(t) - \dot{x}_r(t)$. 因此, 本文选择测量输出向量为

$$y_m(t) = \begin{bmatrix} x_s(t) - x_r(t) \\ \dot{x}_s(t) - \dot{x}_r(t) \end{bmatrix} = x(t) - w(t). \quad (8)$$

上述系统模型的主动悬挂系统的结构原理如图2所示。

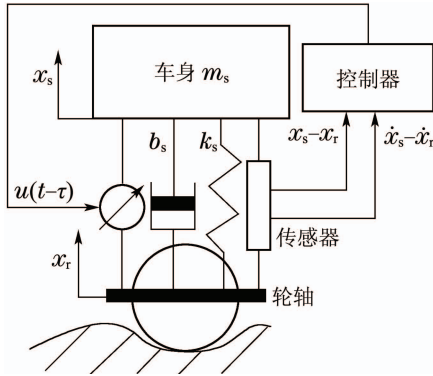


图2 主动独立悬挂系统

Fig 2 Active independent suspension system

综合式(5)(7)–(8),可以得到如图2所示的四分之一主动独立悬挂系统的状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) + Dw(t), \\ y_c(t) = x(t), \\ y_m(t) = x(t) - w(t), \\ x(0) = x_0, \\ u(t) = 0, t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (9)$$

3 状态反馈控制律设计 (Design of state feedback control law)

首先在无扰动的假设下设计反馈控制律. 当 $w(t) \equiv 0$ 时, 系统(9)的状态方程可以重写为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau), \\ x(0) = x_0, \\ u(t) = 0, t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (10)$$

本文设计带控制记忆的反馈控制律:

$$\begin{aligned} u(t) &= 0, t \leq 0, \\ u(t) &= -K[e^{A\tau}x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-Ar}Bu(t+r)dr], \\ & t > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 K 为待定的增益行向量. 则可以得到以下结果:

定理 1 考虑具有输入时滞的控制系统(10), 如果选取反馈控制律(11), 则存在增益行向量 K , 使得(10)的闭环系统是渐近稳定的.

证 引入一个变量代换

$$z(t) = e^{A\tau}x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-Ar}Bu(t+r)dr, t > 0, \quad (12)$$

则系统(10)转换为形式上不显含时滞的系统

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t), \\ z(0) = e^{A\tau}x_0. \end{cases} \quad (13)$$

将式(12)代入式(11)得知, 系统(10)的控制律(11)与系统(13)的下列控制律等价:

$$u(t) = -Kz(t), \quad (14)$$

则由定理1的假设, 式(13)的闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= (A - BK)z(t), \\ z(0) &= e^{A\tau}x_0. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(6)易知, (A, B) 是完全能控的. 从而存在增益行向量 K , 使得 $(A - BK)$ 为渐近稳定的, 即 $\|z(t)\|$ 有界, 且

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t)\| &\leq \|K\| \lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\| = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

由式(12)得

$$x(t) = e^{-A\tau}z(t) - \int_{-\tau}^0 e^{-A(r+\tau)}Bu(t+r)dr. \quad (17)$$

显然 $\|x(t)\|$ 有界, 且

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| &\leq \\ &\|e^{-A\tau}\| \lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\| + \\ &\int_{-\tau}^0 \|e^{-A(r+\tau)}B\| \lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t+r)\| dr = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

因此, 式(10)的闭环系统是渐近稳定的.

注 2 比较原时滞系统(10)和经变量代换(12)后的系统(13), 系统(13)除了去掉了时滞和初始条件有所变化, 其系统的系数矩阵与原系统(10)完全相同. 因此本文可以将次变量代换方法称为无时滞变换法.

注 3 带控制记忆的反馈控制律(11)相当于一类超前控制. 事实上, 本文可以将系统(10)写为积分方程形式:

$$x(t) = e^{A\tau}x(t - \tau) + \int_{-\tau}^0 e^{-Ar}Bu(t - \tau + r)dr, t > 0. \quad (19)$$

系统的控制律 $u(t - \tau)$ 选择为如下形式:

$$\begin{aligned} u(t) &= 0, t \leq \tau, \\ u(t - \tau) &= -Kx(t), t > \tau. \end{aligned} \quad (20)$$

控制律(20)是物理上不能实现的, 但控制律(11)是物理上可以实现的.

以下讨论反馈增益矩阵 K 的设计原则. 对于给定等级的路面和一定水平行驶速度为 v 的汽车而言, 路面对车身的垂向位移扰动可以近似用以下方程描述:

$$x_r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i \sin(i\omega_0 t + \theta_i), \quad (21)$$

其中: φ_i 与路面粗糙度及车速有关, $\theta_i \in [0, 2\pi)$ 为一个随机数, $\omega_0 = 2\pi v/l$, l 为试验路面的有效长度. 由系统(5)容易推得, 被动悬挂系统(即 $u(t) \equiv 0$ 时)的相对阻尼系数 $\zeta = b_s/2\sqrt{k_s m_s}$, 自然频率 $\omega_n = \sqrt{k_s/m_s}$. 由此得到开环系统的共振频率为

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = \frac{\sqrt{4m_s k_s - 2b_s^2}}{2m_s}. \quad (22)$$

根据国标GB/T 13442-92关于人体全身振动暴露的舒适性降低界限和评价准则描述,影响人体舒适度的最敏感频率为 $f = \omega/2\pi = 4\text{ Hz}$ 至 8 Hz . 随着频率的降低和提高,影响人体舒适度的程度逐渐减弱;当振动频率小于 $f_n = \omega_h/2\pi \approx 1\text{ Hz}$ 时,则振动对人体舒适度几乎没有影响. 因为系统(5)本身具有低通滤波特性,所以在扰动方程(21)中, $i\omega_0 \geq k_1\omega_r (k_1 > 1)$ 的高频分量对系统振动的影响可以忽略. 又由于人体对小于 ω_h 的振动频率不敏感,所以对 $i\omega_0 < \omega_h$ 的振动频率也不关心. 因此本文在设计控制律(11)时,力求将式(10)的闭环系统的频率特性的幅值在当 $\omega_h \leq \omega < k_1\omega_r$ 时有尽量大的衰减. 即使得

$$\sigma(\omega) = |\det[j\omega I - A + BK]^{-1}|, \omega_h \leq \omega < k_1\omega_r \quad (23)$$

尽量小. 但过分地减小 $\sigma(\omega)$ 将导致控制力 $|u(t)|$ 太大,即要求执行机构的功率加大. 因此在选择控制律(11)时,要在控制质量(减小 $\sigma(\omega)$)和控制成本(减小 $|u(t)|$)上做必要的折衷. 利用 H_∞ 控制方法和最优控制方法都可以得到质量和成本折衷的优化控制策略. 但对于具体的主动悬挂的减振控制问题,可以利用极点配置方法得到满意的减振控制策略,即根据系统性能要求预先给定(15)的具有负实部的极点 s_1 和 s_2 . 由

$$\det(sI - A + BK) = (s - s_1)(s - s_2) \quad (24)$$

比较式(24)等号两端关于 s 的同次幂系数,得到反馈增益矩阵

$$K = [m_s s_1 s_2 - k_s - b_s - m_s(s_1 + s_2)]. \quad (25)$$

4 减振控制律的物理实现问题(Physical implementation of vibration control law)

对于系统(9),由于控制输出向量就是状态向量,即 $y_c(t) = x(t)$,所以从理论上讲,状态反馈(11)实际上就是输出反馈. 然而,前面已经述及,控制输出向量的测量在物理上是非常困难的. 图2所示的主动独立悬挂系统,物理上可利用的反馈信号是测量输出 $y_m(t)$. 根据四分之一主动独立悬挂系统(9),可以得到物理可实现的主动悬挂系统的结构示意图(见图3).

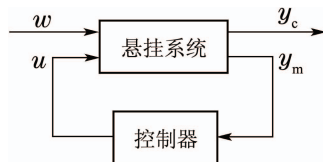


图3 悬挂系统结构示意图

Fig 3 Suspension system structure diagram

以下本文要研究如何利用测量输出 $y_m(t)$ 的反馈信号,设计近似与反馈控制律(11)相同控制效果的物理可实现的反馈控制律.

由前面的分析可知,本文只要能抑制频率为 $f_h =$

$\omega_h/2\pi$ 左右的路面对水平行驶车辆轮轴的垂向位移的扰动即可. 为此,在设计物理可实现的反馈控制律时,假设扰动频率 $\omega = \omega_h$,即路面对轮轴的垂向位移扰动可描述为

$$x_r(t) = \varphi \sin(\omega_h t + \theta), \quad (26)$$

其中 φ 和 θ 是未知的. 由式(4)和式(26)得到

$$\dot{w}(t) = Gw(t), \quad (27)$$

其中 $w(0)$ 是未知的,

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_h^2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

组合式(9)和式(26)得到悬挂的增广系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + D)x(t) - Dy_m(t) + Bu(t - \tau), \\ \dot{y}_m(t) = (A + D - G)x(t) + (G - D)y_m(t) + Bu(t - \tau). \end{cases} \quad (29)$$

由式(6)(8)(29)容易验证, $(A + D - G, A + D)$ 是完全能观测的. 事实上,由能观测的秩判据,得到能观测矩阵为列满秩的,即

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} A + D - G \\ (A + D - G)(A + D) \end{bmatrix} &= \\ \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & \omega_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_h^2 \end{bmatrix}^T &= 2. \end{aligned} \quad (30)$$

为了能使反馈减振控制律物理可实现,本文构造系统(29)的状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\psi}(t) = \hat{A}\psi(t) + \hat{B}u(t - \tau) + \hat{C}y_m(t), \\ \hat{x}(t) = \psi(t) - Ly_m(t), \end{cases} \quad (31)$$

其中:

$$\begin{cases} \hat{A} = A + D + L(A + D - G), \\ \hat{B} = (I + L)B, \\ \hat{C} = L(G - A - D)L + L(G - D) - (A + D)L - D. \end{cases} \quad (32)$$

增益矩阵 L 按以下步骤选择. 给定矩阵 \hat{A} 的两个具有负实部的特征值 λ_1 和 λ_2 ,由

$$\det(\lambda I - \hat{A}) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \quad (33)$$

比较式(33)等号两端同次幂的系数,得到增益矩阵

$$L = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\omega_h^2} \\ 0 & -\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\omega_h^2} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

将式(6)(28)(34)代入式(32),得到观测器(31)的系数矩阵

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 + \lambda_2 & 1 \\ -\lambda_1 \lambda_2 & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\omega_h^2 m_s} \\ \frac{\omega_h^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\omega_h^2 m_s} \end{bmatrix},$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} -(\lambda_1 + \lambda_2)(1 + \frac{k_s}{\omega_h^2 m_s}) \\ \lambda_1 \lambda_2 (1 + \frac{k_s}{\omega_h^2 m_s}) - \frac{k_s}{m_s} \\ \frac{\lambda_1 \lambda_2 m_s - (\lambda_1 + \lambda_2) b_s - (\lambda_1 + \lambda_2)^2 m_s}{\omega_h^2 m_s} \\ \frac{b_s}{m_s} (\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\omega_h^2} - 1) + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_1 \lambda_2}{\omega_h^2} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

容易证明, 观测器(31)的 $\hat{x}(t)$ 可以按任意预先给定的速率分别趋近于状态向量 $x(t)$. 事实上, 对式(31)的第2式等号两端对时间 t 求导数可得

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}\hat{x}(t) + \hat{B}u(t - \tau) + (LD - LG - D)y_m(t) - L\dot{y}_m(t). \quad (36)$$

令状态观测误差为

$$x_e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad (37)$$

则

$$\dot{x}_e(t) = \hat{A}x_e(t), \quad (38)$$

从而得

$$\|x_e(t)\| = \|e^{\hat{A}t}x_e(0)\| \leq \|e^{\hat{A}t}\| \|x_e(0)\| \leq e^{\mu t} \|x_e(0)\|, \quad (39)$$

其中 μ 为系数矩阵 \hat{A} 关于欧氏范数的测度. 由式(34)的第1式可知

$$\mu = \max\{\text{Re}(\lambda_1), \text{Re}(\lambda_2)\}. \quad (40)$$

由于 λ_1 和 λ_2 是预先给定的, 所以选择由式(33)定义的观测器增益矩阵 L , 可以使 $\|x_e(t)\|$ 按任意预先给定的衰减率趋近于零.

令 $\psi(t) = \hat{x}(t) + Ly_m(t)$, 将式(11)中的 $x(t)$ 用 $\hat{x}(t)$ 取代, 并联合式(31), 可以得到利用测量输出 $y_m(t)$ 作为反馈信号的控制律

$$\begin{cases} u(t) = 0, & t \leq 0, \\ \dot{\psi}(t) = \hat{A}\psi(t) + \hat{B}u(t - \tau) + \hat{C}y_m(t), & t > 0, \\ u(t) = -K[e^{A\tau}[\psi(t) - Ly_m(t)] + \int_{-\tau}^0 e^{-Ar}Bu(t+r)dr], & t > 0, \end{cases} \quad (41)$$

其中 \hat{A} , \hat{B} 和 \hat{C} 由式(35)定义, K 由式(25)确定.

5 实例仿真(Simulation examples)

将本文提出的减振控制律(40)应用到执行机构具有时滞的汽车主动独立悬挂模型上, 某汽车悬挂系统的参数如表1所示.

表1 某汽车悬挂系统的参数
Table 1 Parameters of a vehicle

参数	变量	取值	单位
四分之一车身质量	m_s	340	kg
悬挂刚度	k_s	17000	N/m
悬挂阻尼系数	b_s	1400	N · s/m

分别假设执行机构时滞为 $\tau = 0.1, 0.5$ s. 将表1的参数代入系统(9), 得到

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -43.95 & -1.13 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.001 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 43.95 & 1.13 \end{bmatrix}.$$

取

$$\omega_r = \frac{\sqrt{4m_s k_s - 2b_s}}{2m_s} = 7.0706,$$

为了使 $\sigma(\omega)$ ($\omega \geq \omega_r$)尽量小, 且又不使控制力 $|u(t)|$ 太大, 选择

$$s_1 = -5, \quad s_2 = -7, \quad \lambda_1 = -10, \quad \lambda_2 = -15.$$

从而得到

$$K = [-5100 \quad 2680], \quad L = \begin{bmatrix} 0 & -0.5001 \\ 0 & -3.0004 \end{bmatrix},$$

以及

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -25 & 1 \\ -150 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} -0.0015 \\ -0.0059 \end{bmatrix},$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 50.0030 & -7.4421 \\ 250.0182 & -66.7723 \end{bmatrix}.$$

不失一般性, 仿真时选择路面对轮轴的垂向位移扰动为

$$x_r(t) = \sum_{i=1}^3 \varphi_i \sin(\omega_i t + \theta_i),$$

其中:

$$\varphi_1 = 0.04 \text{ m}, \quad \varphi_2 = 0.03 \text{ m}, \quad \varphi_3 = 0.025 \text{ m},$$

$$\omega_1 = \omega_r - 4, \quad \omega_2 = \omega_r, \quad \omega_3 = \omega_r + 2,$$

$$\theta_1 = 1.8, \quad \theta_2 = 0, \quad \theta_3 = -1.2.$$

图4显示了路面位移扰动 $x_r(t)$ 随时间 t 的变化曲线. 图5显示了执行机构时滞 $\tau = 0.1$ s时主动悬挂系统和被动悬挂系统车身垂向振动位移 $x_s(t)$ 的响应曲线; 图6显示了执行机构时滞 $\tau = 0.1$ s时主动悬挂系统和被动悬挂系统车身垂向振动速度 $\dot{x}_s(t)$ 的响应曲线; 图7显示了时滞为 $\tau = 0.1$ s时控制律 $u(t)$ 的仿真曲线.

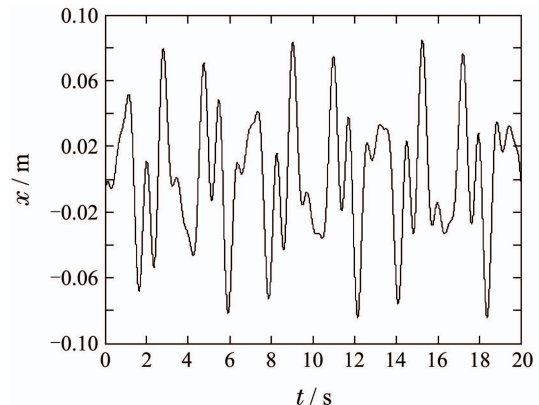


图4 路面位移扰动变化曲线

Fig 4 Variation curves of displacement disturbance

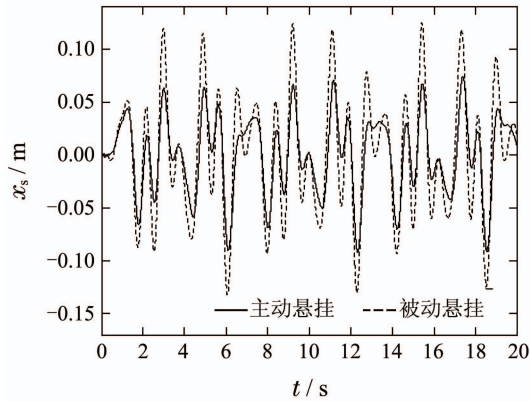


图 5 车身垂向位移响应曲线($\tau = 0.1$ s)
Fig 5 Response curve of vehicle body vertical displacement ($\tau = 0.1$ s)

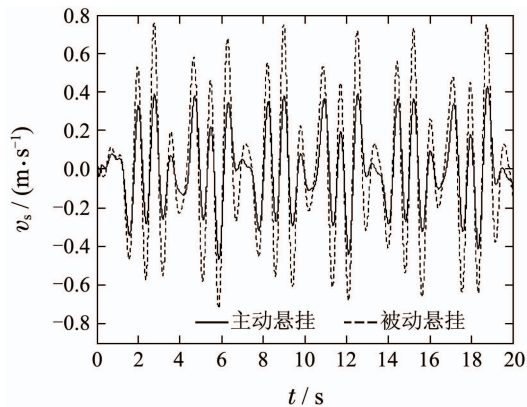


图 6 车身垂向速度响应曲线($\tau = 0.1$ s)
Fig 6 Response curve of vehicle body vertical velocity ($\tau = 0.1$ s)

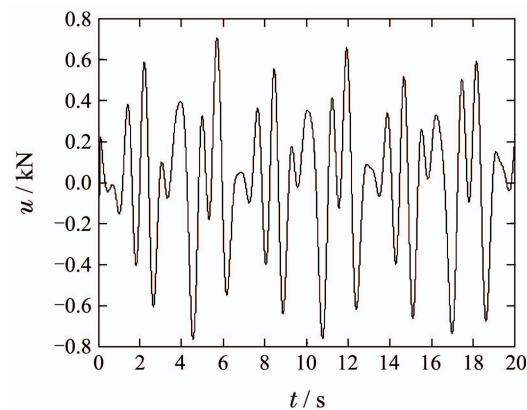


图 7 控制律仿真曲线($\tau = 0.1$ s)
Fig 7 Simulation curve of control law ($\tau = 0.1$ s)

由图4和图5可以看出,当时滞 $\tau = 0.1$ s时,在减振控制律 $u(t)$ 的作用下,主动悬挂系统在车身垂向位移 $x_s(t)$,垂向速度 $v_s(t)$ 的响应幅度明显比被动悬挂系统小,即主动悬挂系统与被动悬挂系统相比,车辆的乘适性和操纵稳定性得到明显提高。

图8显示了执行机构时滞 $\tau = 0.5$ s时主动悬挂系统和被动悬挂系统车身垂向振动位移 $x_s(t)$ 的响应曲线;图9

显示了执行机构时滞 $\tau = 0.5$ s时主动悬挂系统和被动悬挂系统车身垂向振动速度 $\dot{x}_s(t)$ 的响应曲线;图10示出了时滞为 $\tau = 0.5$ s时控制律 $u(t)$ 的仿真曲线。

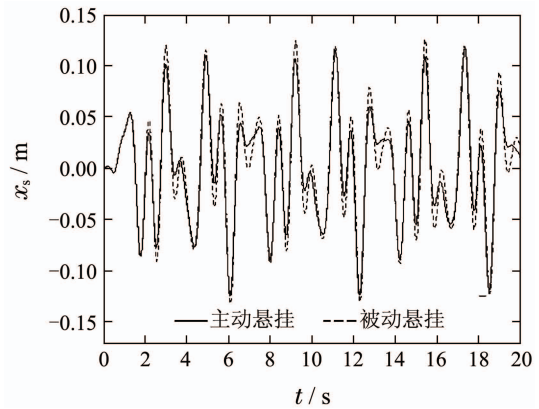


图 8 车身垂向位移响应曲线($\tau = 0.5$ s)
Fig 8 Response curve of vehicle body vertical displacement ($\tau = 0.5$ s)

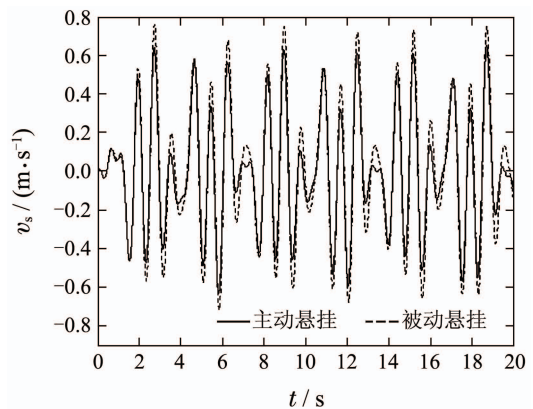


图 9 车身垂向速度响应曲线($\tau = 0.5$ s)
Fig 9 Response curve of vehicle body vertical velocity ($\tau = 0.5$ s)

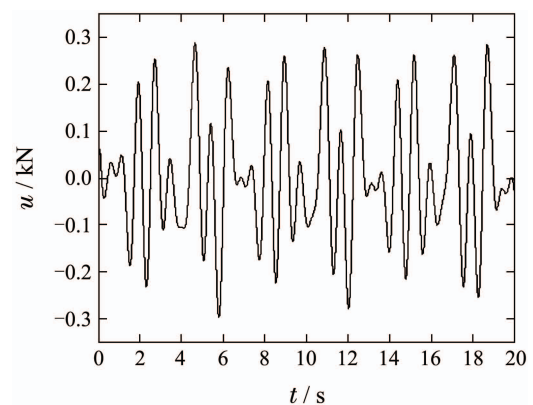


图 10 控制律仿真曲线($\tau = 0.5$ s)
Fig 10 Simulation curve of the control law ($\tau = 0.5$ s)

由图8和图9可以看出,当时滞 $\tau = 0.5$ s时,在减振控制律 $u(t)$ 的作用下,主动悬挂系统在车身垂向位移 $x_s(t)$,垂向速度 $v_s(t)$ 的响应幅度也比被动悬挂系统小,即主动悬挂系统与被动悬挂系统相比,车辆的乘适性和操纵稳

定性得到明显提高. 比较图4和图8及图5和图9可以看出, 随着时滞的增大, 控制质量随之变差, 但控制效果仍较明显. 对于执行机构提供的控制力大小进行比较, 由图7和图10可以看出, 随着时滞的增大, 控制力随之减小. 这说明随着时滞的增大, 执行机构的功率随之变小, 控制力变化更加柔和.

6 结论(Conclusions)

本文根据汽车悬挂系统的特点, 从实用性的角度出发简化了悬挂系统的数学模型. 提出了一种变量代换方法, 将具有输入时滞的主动悬挂系统转换为形式上不含时滞的系统. 并利用转换后的无时滞系统, 实现了具有输入时滞的主动悬挂系统减振控制器的设计. 从控制器的成本和易实现性考虑, 利用状态观测器构造方法, 设计了一种具有记忆和积分特性的主动悬挂系统的减振控制策略.

参考文献(References):

- [1] WENG Y, CHAO Z. Robust sampled-data H_∞ output feedback control of active suspension system [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2014, 10(1): 281 – 292.
- [2] AKBARI A, LOHMANN B. Output feedback H_∞/GH_2 preview control of active vehicle suspensions a comparison study of LQG preview [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48(12): 1475 – 1494.
- [3] LI H, JING X, KARIMI H. Output-feedback based H_∞ control for active suspension systems with control delay [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(1): 436 – 446.
- [4] DU H, ZHANG N. H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(1–2): 236 – 252.
- [5] HAN S Y, TANG G Y, YANG X X, et al. Optimal vibration control for vehicle active suspension discrete-time systems with actuator time delay [J]. *Asian Journal of Control*, 2013, 15(6): 1579 – 1588.
- [6] MARZBANRAD J, AHMADI G, ZOHOOR H, et al. Stochastic optimal preview control of a vehicle suspension [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 275 (3–5): 973 – 990.
- [7] SUN L, CAI X, YANG J. Genetic algorithm-based optimum vehicle suspension design using minimum dynamic pavement load as a design criterion [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(1–2): 18 – 27.
- [8] SIBIELAK M, KONIECZNY J, KOWAL J, et al. Optimal control of slow-active vehicle suspension — Results of experimental data [J]. *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*, 2013, 32(1/2): 99 – 116.
- [9] LIANG Y J, WU S L. Optimal vibration control for tracked vehicle suspension systems [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013: 1 – 7.
- [10] LIU Zhen, ZHU Xiaocai, LUO Cheng, et al. Backstepping-based optimal control design of hydraulic active suspension applied to a full-car model [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 1 – 8.

(刘震, 祝晓才, 罗成, 等. 基于Backstepping方法的全车液压主动悬挂最优控制设计 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(1): 1 – 8.)

- [11] SUN W, GAO H, YAO B. Adaptive robust vibration control of full-car active suspensions with electrohydraulic actuators [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(6): 2417 – 2422.
- [12] SUN W, ZHAO Z, GAO H. Saturated adaptive robust control for active suspension systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(9): 3889 – 3896.
- [13] CAO J, LIU H, LI P, et al. State of the art in vehicle active suspension adaptive control systems based on intelligent methodologies [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2008, 9(3): 392 – 405.
- [14] HUANG S, CHEN H. Adaptive sliding controller with self-tuning fuzzy compensation for vehicle suspension control [J]. *Mechatronics*, 2006, 16(10): 607 – 622.
- [15] LI H, LIU H, GAO H, et al. Reliable fuzzy control for active suspension systems with actuator delay and fault [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20(2): 342 – 357.
- [16] LI H, JING X, LAM H K, et al. Fuzzy sampled-data control for uncertain vehicle suspension systems [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, 44(7): 1111 – 1126.
- [17] YAGIZ N, HACIOGLU Y. Backstepping control of a vehicle with active suspensions [J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(12): 1457 – 1467.
- [18] CAO D, RAKHEJA S, SU C. Roll- and pitch-plane coupled hydro-pneumatic suspension, part 1: Feasibility analysis and suspension properties [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48(3): 361 – 386.
- [19] CAO D, RAKHEJA S, SU C. Roll- and pitch-plane coupled hydro-pneumatic suspension, part 2: Dynamic response analysis [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48(4): 507 – 528.
- [20] SUN W, ZHAO Y, LI J, et al. Active suspension control with frequency band constraints and actuator input delay [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(1): 530 – 537.
- [21] SONG II Y, SHIN V. Distributed mixed continuous-discrete receding horizon filter for multisensory uncertain active suspension systems with measurement delays [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(15): 1922 – 1931.
- [22] KONG Y, ZHAO D, YANG B, et al. Non-fragile multi-objective static output feedback control of vehicle active suspension with time-delay [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2014, 52(7): 948 – 968.
- [23] WANG Peng, SONG Pengyun, ZHANG Jiye, et al. Robust control for self-powered active suspension with time-delay in actuator [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(12): 1609 – 1615.
(王鹏, 宋鹏云, 张继业, 等. 执行器有时滞的馈能式主动悬架的鲁棒控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(12): 1609 – 1615.)

作者简介:

宿浩 (1982–), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为时滞系统及非线性系统的分析与综合, E-mail: suhao@ouc.edu.cn;

唐功友 (1953–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为时滞系统、非线性系统及网络控制系统的分析与综合、故障诊断与容错控制等, E-mail: gtang@ouc.edu.cn.