

一类参数线性系统辨识的最优输入设计

杨雅君, 郑宇昕, 廖 瑛[†]

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 对未知参数进行估计时, 得到的结果与激励系统所选用的输入信号有较大的关系. 针对一类参数可线性化系统, 本文提出了一种利用多维同步正交信号和直接配点法设计最优输入信号的方法. 首先根据最小二乘原理, 利用法矩阵构造Mayer型性能指标函数. 然后利用不同频率的正弦基函数构造相互正交的多维输入, 通过添加幅值与相位的等式约束, 使得输入信号在初/末时刻取值均为零. 之后采用直接配点法离散状态变量, 将动态的最优输入问题转化为静态的非线性规划问题. 最后采用从可行解到优化的串行优化策略进行求解, 不仅提高了寻优效率, 还确保了优化结果为原问题的可行解. 仿真结果表明, 与工程上常用的输入信号相比, 本文方法获取的最优输入信号可以提高参数估计精度并加快收敛速率.

关键词: 最优输入设计; 参数估计; 配点法; 最优控制

中图分类号: V412 **文献标识码:** A

Optimal inputs design for a class of parametric linearizable system identification

YANG Ya-jun, ZHENG Yu-xin, LIAO Ying[†]

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: The selection of input signals for system excitation plays an important role to the result when one estimates the unknown parameters. Motivated by the direct collocation method, a general optimal input design approach based on the multiple simultaneous orthogonal inputs is proposed for parametric linearizable systems in this paper. First, according to the least square principle, the cost function is constructed as so-called Mayer form by using the normal matrix. Then, to design multiple simultaneous orthogonal inputs, each input is assigned based on the sum of sinusoid with a unique frequency, an equality constraint condition between amplitudes and phases are presented to make the input signals are zeros at initial and terminal time. Third, the system states are parameterized based on direct collocation method, therefore the original dynamic inputs optimization problem is converted into a static nonlinear programming problem. Finally, the optimization problem is solved by using the sequential minimal optimization strategy; it can be ensure that the solution is feasible for the original problem and convergence rate in optimal-searching is improved greatly. Simulation result show that, by comparing with 3211 and doublet inputs, the optimal inputs which is synthesized by proposed approach can improve the convergence rate and estimation accuracy of system identification.

Key words: optimal input design; parameter estimation; collocation method; optimal control

1 引言(Introduction)

系统辨识最主要的两个步骤分别是实验设计及后续的数据分析处理, 其中实验设计至关重要, 因为如果实验设计不合理, 即使采用更加先进的分析处理算法, 也不能从实验数据中获得有用信息. 如何选择输入信号, 获得信息最丰富的动态响应, 是实验设计要解决的关键问题. 最优输入设计(optimal input design, OID), 即在一定的约束下, 寻找使系统辨识精度的某

一性能指标达到最高的输入信号^[1], 最早的思想可追溯到Fisher^[2]的专著, 但人们还是公认Levin^[3]是首次系统地提出OID概念的学者.

OID研究的一个重要内容是: 如何提高连续时间动态系统的参数估计精度, 这类系统以含有待估计参数的常微分方程(ordinary differential equation)或微分代数方程(differential algebraic equation)作为状态方程. 早在20世纪70年代, 解决该问题的基本思想就已

收稿日期: 2015-06-08; 录用日期: 2016-04-25.

[†]通信作者. E-mail: liaoying1104@163.com; Tel.: +86 731-84574137.

本文责任编辑: 吴立刚.

上海航天科技创新基金项目(SAST201251), 长城信息杯科技创新项目资助.

Supported by Shanghai Aerospace Science and Technology Innovation Foundation(SAST201251) and Science and Technology Innovation Foundation of Greatwall Information Industry Co., Ltd.

成形^[4],主要包括两点:一是采用Fisher信息矩阵(fisher information matrix, FIM)作为优化依据,二是采用最优控制理论的方法寻找OID的解.时至今日,许多OID的实际应用^[5-10]依然遵循这一思想,Morelli^[8]研究了飞行试验中飞机舵面运动设计,给出了一种状态有界约束下的设计方法,该方法以FIM逆矩阵的迹作为最优性能指标(即A-准则),采用动态规划方法求解最优控制问题. Jauberthie 等人^[9]在其基础上用连续可微函数对舵面运动指令进行近似,增加了梯度法优化步骤,获得了连续的输入信号. Han Yongsu等人^[10]研究了飞机多操纵面同时激励的情况,特点是输入信号由多个正弦基函数叠加而成,通过精心设计正弦函数的频率使各通道输入信号相互正交,实现观测数据与输入信号完全去相关.除了以FIM作为优化依据外,对于一类参数可线性化的系统,还可以用参数回归矩阵(regression matrix)作为优化依据,这类方法常见于机器人参数辨识的研究^[11-12],通常采用傅立叶级数构造输入信号,以傅立叶系数作为优化设计变量,以回归矩阵的条件数作为具体的代价函数,利用启发式优化算法——如遗传算法或粒子群算法等——进行求解.由于回归矩阵是状态轨迹和输入轨迹的函数,因此每次计算代价函数都要进行轨迹积分,计算量很大,输入信号的优化过程也比较费时.

本文针对现有方法的缺点,研究一类参数可线性化系统辨识的最优输入设计问题,首先对OID问题的一般数学模型进行描述,并给出了限定问题性质的基本假设;然后提出了一种新型优化准则,该准则可以作为待估参数总体可辨识度的度量指标;之后在文献[10]的基础上,提出输入变量的参数化方法,在多维输入信号相互正交的前提下,增加约束条件使初始时刻和终端时刻输入为零;紧接着,基于直接配点法给出了一种求解OID问题的计算方法,该方法能以较少的时间获得输入信号参数的优化解;最后,将所提出的整套设计流程,应用于一个简单的空间受控刚体惯量矩参数辨识问题,给出了最优输入设计结果,通过与其他类型输入信号激励下的辨识结果进行对比,证明采用本文方法设计的输入信号能够明显提高参数估计的收敛速度和精度.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, \theta, u), \\ y = h(t, x, \theta, u) + \varepsilon(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $t \in \mathbb{R}^+$ 表示时间; $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量; $y \in \mathbb{R}^l$ 为输出信号; $\theta \in \mathbb{R}^p$ 为未知参数; $u \in \mathbb{R}^m$ 为输入信号; $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^l$ 为观测噪声,服从高斯分布且均值为零;函数 $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 的结构已知.

参数辨识的目的就是根据输入信号 $u(t)$ 和输出信号 $y(t)$ 对未知参数 θ 进行估计;而最优输入设计(OID)就是刻意的对输入信号 $u(t)$ 进行设计,使参数估计精

度和收敛速度得到提高.

假设 1 当 $\varepsilon(t) \equiv 0$ 时,系统(1)可改写为关于未知参数 θ 的线性回归方程的形式

$$\varphi(t, \dot{x}, x, y, u) \cdot \eta(\theta) = \nu(t, \dot{x}, x, y, u), \quad (2)$$

式中: $\varphi \in \mathbb{R}^{(n+l) \times p}$ 即回归矩阵函数,对时间 t 一阶连续可微; $\eta: \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^p$ 为未知参数的线性或非线性的函数,其反函数存在且唯一; $\nu \in \mathbb{R}^{n+l}$ 在 $t \in [0, +\infty)$ 上不恒等于零.

上述系统参数辨识的OID问题可以描述为:设计有限输入变量 $u(t)$,使得在 $u(t)$ 激励下根据系统响应 $y(t)$ 能以最小估计误差获得未知参数 θ 的估计值 $\hat{\theta}$,即 $\min \|\theta - \hat{\theta}\|$,并满足变量有界约束

$$\begin{aligned} x_{lb} &\leq x \leq x_{ub}, \\ y_{lb} &\leq y \leq y_{ub}, \quad u_{lb} \leq u \leq u_{ub}, \end{aligned}$$

其中下标lb和ub分别表示变量的下界与上界.

3 最优输入设计方法(OID approach)

3.1 最优输入性能指标(Cost function of OID)

将输入持续时间 $t \in [t_0, t_f]$ 等间隔化分为 $N - 1$ 个子区间:

$$t_0 = t_1 < t_2 < \dots < t_N = t_f. \quad (3)$$

区间宽度 $\Delta t = t_j - t_i, i < j$, 设

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi(t_i, \dot{x}(t_i), x(t_i), y(t_i), u(t_i)), \\ \nu_i &= \nu(t_i, \dot{x}(t_i), x(t_i), y(t_i), u(t_i)). \end{aligned}$$

根据最小二乘原理,未知参数 $\eta(\theta_i)$ 的估计为

$$\hat{\eta} = \left(\sum_{k=1}^N \varphi_k^T \varphi_k \right)^{-1} \left(\sum_{k=1}^N \varphi_k^T \nu_k \right). \quad (4)$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,式(4)改写为

$$\hat{\eta} = \left(\int_{t_0}^{t_f} \varphi^T(t) \varphi(t) dt \right)^{-1} \left(\int_{t_0}^{t_f} \varphi^T(t) \nu(t) dt \right). \quad (5)$$

设

$$\Phi(t) = \int_{t_0}^{t_f} \varphi^T(t) \varphi(t) dt,$$

Φ 即所谓“法矩阵”,其条件数为 $\text{cond}(\Phi) \in [1, +\infty)$.

根据矩阵分析原理可知, $\text{cond}(\Phi)$ 越接近于1,估计值 $\hat{\eta}$ 受矩阵摄动 $\Delta\Phi$ 的影响越小,即参数估计抗噪声的能力越强,估计值 $\hat{\eta}$ 也就更接近于真实值 η .因此,可以将 $\text{cond}(\Phi)$ 作为衡量参数估计精度的依据.

注意到 Φ 为正定对称矩阵,引入记号

$$\Phi_{i,j} = \varphi^T \varphi(i, j), \quad i \leq j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

其中 $\Phi_{i,j}$ 和 $\varphi^T \varphi(i, j)$ 分别表示矩阵 Φ 和 $\varphi^T \varphi$ 的第 i 行第 j 列元素.

将 $\Phi_{i,j}$ 视为新的状态,设扩维状态矢量为 $X = [x^T, \Phi_{11}, \dots, \Phi_{pp}]^T$,最优输入设计问题可以被归纳成如

下最优控制问题:

$$\min \kappa = L(X(t_f), t_f), \quad (7a)$$

$$\text{s.t. } \dot{X} = F(X(t), u(t), t), \quad (7b)$$

$$\mu(X(t_0), t_0, X(t_f), t_f) = 0, \quad (7c)$$

$$g(X(t), y(t), u(t), t) \leq 0, \quad (7d)$$

$$\gamma(X(t), u(t), t) = 0, \quad (7e)$$

式中: $\kappa \in \mathbb{R}$ 表示最优性能指标, 泛函 $L(\cdot)$ 为关于 $\text{cond}(\Phi)$ 的单调递增函数, 这里定义为

$$L(X(t_f), t_f) = \lg(\text{cond}[\Phi(t_f)]).$$

式(7b)为最优控制问题的状态方程约束, 扩维状态方程右函数定义为

$$F(\cdot) = [f^T(\cdot), \varphi^T \varphi(i, j)]^T, \quad i \leq j \leq p.$$

式(7c)为状态轨迹的边界条件约束, 注意在最优输入问题中 $\Phi_{i,j}(t_0) = 0$, 函数 $\mu(\cdot)$ 定义为

$$\mu(\cdot) = [(x(t_0) - x_0)^T, (x(t_f) - x_f)^T, \Phi_{i,j}(t_0)]^T,$$

其中 x_0 和 x_f 分别表示“期望的”状态初值和终值. 式(7d)为不等式约束, 由输入输出信号和状态轨迹的上、下界约束变形得到

$$g(\cdot) = [(x(t) - x_{ub})^T, \dots, (u_{lb} - u(t))^T]^T.$$

式(7e)为等式约束, 由系统(1)中的观测方程决定: $\gamma(\cdot) = y(t) - h(\cdot)$.

对于式(7)所示的最优控制问题, 很难用变分法求得解析解, 通常要转化为非线性规划问题进行数值求解, 这个过程首先要考虑的就是输入变量的参数化, 即将输入变量用一组静态的设计变量表示.

3.2 参数化输入信号(Inputs parametrization)

采用以下方法对输入变量 $u(t)$ 进行参数化, 首先设每一维输入为不同频率的正弦基函数之和. 考虑到输入变量是多维的, 如果各个维度的信号相互正交, 将使得参数估计完全与输入无关, 有利于提高模型参数的辨识精度. 两个信号 u_1 和 u_2 在区间 $[t_1, t_2]$ 内正交的定义为

$$\langle u_1, u_2 \rangle = \int_{t_1}^{t_2} u_1(t)u_2(t)dt = 0,$$

其中 $\langle u_1, u_2 \rangle$ 表示两个信号的内积.

在系统辨识过程中, 输入信号的频带越宽, 对系统模型不确定性的鲁棒性就越强, 因而希望输入信号频带不仅能够覆盖系统的模态频率, 而且具有较宽的频带. 设计构成输入变量的正弦基函数具有独立的相位, 频率和幅值, $u(t)$ 的第 i 维信号可以写为

$$u_i(t) = \sum_{k \in S_i} A_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \psi_k\right), \quad (8)$$

式中: S_i 是构成 u_i 的正弦基函数频率系数的集合; $T = t_f - t_0$ 表示输入的持续时间; A_k 是第 k 个正弦函数的幅值; ψ_k 是第 k 个正弦函数的相位. 考虑形如式(8)

的两个输入信号:

$$u_1(t) = \sin\left(\frac{2\pi k_1 t}{T} + \psi_1\right),$$

$$u_2(t) = \sin\left(\frac{2\pi k_2 t}{T} + \psi_2\right),$$

其中 $k_1 \neq k_2$. u_1 和 u_2 的内积 $\langle u_1, u_2 \rangle$ 满足

$$\begin{aligned} \langle u_1(t), u_2(t) \rangle &\approx \\ &\sum_{i=0}^{N-1} \sin\left(\frac{2\pi k_1 t_i}{T} + \psi_1\right) \sin\left(\frac{2\pi k_2 t_i}{T} + \psi_2\right) = \\ &\sum_{i=0}^{N-1} \sin\left(\frac{2\pi k_1 i}{N} + \psi_1\right) \sin\left(\frac{2\pi k_2 i}{N} + \psi_2\right) = \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi(k_1 - k_2)i}{N} + \psi_1 - \psi_2\right) - \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi(k_1 + k_2)i}{N} + \psi_1 + \psi_2\right). \end{aligned}$$

注意, 上式推导中引用了三角恒等式. 显然, 对于任意整数 k 和常值相角 ψ , 有 $\langle u_1(t), u_2(t) \rangle = 0$, 即构正弦基函数的频率系数 k 取整数时, 多输入信号是相互正交的. 因此, 设计频率参数的集合为

$$\begin{aligned} S_1 &= \{2, 2 + m, 2 + 2m, \dots\}, \\ S_2 &= \{3, 3 + m, 3 + 2m, \dots\}, \\ &\vdots \\ S_m &= \\ &\{(m + 1), (m + 1) + m, (m + 1) + 2m, \dots\}, \end{aligned} \quad (9)$$

至此, 输入变量可以用独立设计变量 $\{A_k, \psi_k\}$ 参数化表示, 考虑到输入信号的工程可实现性, 希望在 t_0 和 t_f 时刻输入变量为 0, 经简单推导可知控制参数需满足约束

$$\sum_{k \in S_i} A_k \sin \psi_k = 0. \quad (10)$$

3.3 参数化状态(State variables parametrization)

控制变量参数化后, 可以用显式积分处理微分等式约束(7b), 即所谓直接打靶法求解, 但该方法需要在优化的每步迭代中数值积分状态轨迹, 计算效率较低, 因此本文引入直接配点法思想, 对状态轨迹也进行参数化.

如式(3)所示, 将输入持续时间历程分段, 每段的两个端点称为节点(node)记节点处对应的状态变量为 $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, 对时间分段不一定是等分, 但为简化问题, 这里采用等分方式. 子区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上的状态变量 $X(t)$ 用三次 Hermite 插值多项式近似表示, 即

$$\begin{aligned} X(s) &= c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3, \\ T_i &= t_{i+1} - t_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ s &= (t - t_i)/T_i, \quad s \in [0, 1]. \end{aligned} \quad (11)$$

状态量在子区间上应满足边界条件

$$X(0) = X_i, \quad (12a)$$

$$\left. \frac{dX(s)}{ds} \right|_{s=0} = \dot{X}_i = F(X_i, u_i, t_i), \quad (12b)$$

$$X(1) = X_{i+1}, \quad (12c)$$

$$\left. \frac{dX(s)}{ds} \right|_{s=1} = \dot{X}_{i+1} = F(X_{i+1}, u_{i+1}, t_{i+1}). \quad (12d)$$

根据边界条件,可求得Hermite多项式中的系数为

$$c_0 = X_i, c_2 = -3X_i - 2\dot{X}_i + 3X_{i+1} - \dot{X}_{i+1},$$

$$c_1 = \dot{X}_i, c_3 = 2X_i + \dot{X}_i - 2X_{i+1} + \dot{X}_{i+1}.$$

子区间的中点即 $s = 0.5$ 处为配点(collocation),可得配点处的状态为

$$X_{c,i} = \frac{X_i + X_{i+1}}{2} + \frac{T_i(\dot{X}_{i+1} - \dot{X}_i)}{8},$$

$$\dot{X}_{c,i} = \frac{3(X_i + X_{i+1})}{2T_i} - \frac{\dot{X}_i + \dot{X}_{i+1}}{4}. \quad (13)$$

为确保多项式能更好地拟合状态变量,应使配点处由状态方程计算得到的状态变量导数

$$\dot{X}_{EOM,i} = F(X_{c,i}, u(t_{c,i}), t_{c,i})$$

与多项式求得的状态变量导数 $\dot{X}_{c,i}$ 相等,即希望向量

$$d_i = \dot{X}_{EOM,i} - \dot{X}_{c,i} = 0, \quad (14)$$

d_i 称为Defect向量,式(13)将微分等式约束(7b)转变为

非线性等式约束.

3.4 优化策略(Strategy of optimization)

经过状态变量和输入变量的参数化,输入信号参数 $\{A_{i,k}, \psi_{i,k}\} (i=1, 2, \dots, m, k_i \in S_i)$ 和节点处的状态变量 $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ 成为设计变量,设

$$z = (X_1^T, X_2^T, X_N^T, A_{1,k_1}, A_{2,k_2}, \dots, A_{m,k_m}, \psi_{1,k_1}, \psi_{2,k_2}, \dots, \psi_{m,k_m}), \quad (15)$$

动态优化问题式(7)转化为如下静态非线性规划问题:

$$\min \kappa = L(X_N), \quad (16a)$$

$$\text{s.t. } \mu(X_1, X_N) = 0, \quad (16b)$$

$$g(z) \leq 0, \quad (16c)$$

$$\begin{cases} \gamma(z) = 0, \\ d(z) = 0, \\ A_{k_i} \sin \psi_{k_i} = 0. \end{cases} \quad (16d)$$

对式(16)这类高维非线性规划问题,可以采用序列二次规划(SQP)算法进行求解, SQP算法启动需要设置变量初始猜测值(initial guess, IG). 为了确保优化结果是原动态优化问题的解,并给出IG,采用先求可行解再求优化解的串行优化策略,如图1所示.

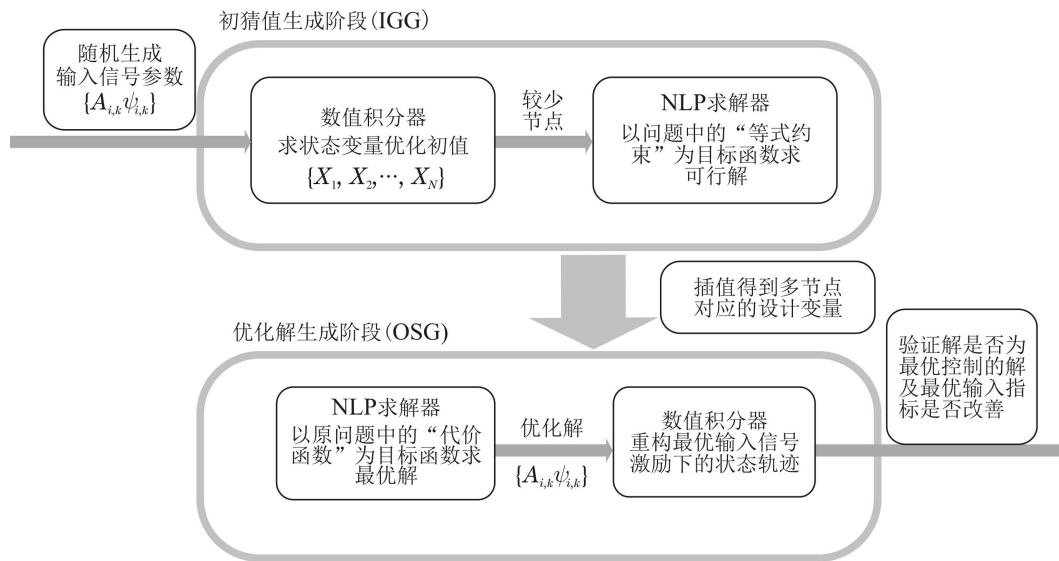


图1 最优输入求解策略

Fig. 1 The strategy for solving the OID problem

首先,随机生成输入变量参数初值,显式积分状态方程(7b)获得状态轨迹;然后,取较少的节点数,并以静态优化问题的等式约束为目标函数进行求解,获得满足等式约束的可行解.这两步合称为初猜生成器(initial guess generator, IGG).之后,根据IGG计算得到的可行解,插值得到更多节点,以此为优化初值,计算静态优化问题式(16),获得输入信号

参数;最后,将优化后的输入信号参数再代入状态方程(7b)进行数值积分,验证优化结果是否为最优控制问题的解,以及最优输入性能指标是否得到改善.这两步合称为优化解生成器(optimal solution generator, OSG).

IGG与OSG共同构成了本文提出的OID方法,引入OID环节后,动态系统的未知参数估计流程如

图2所示.

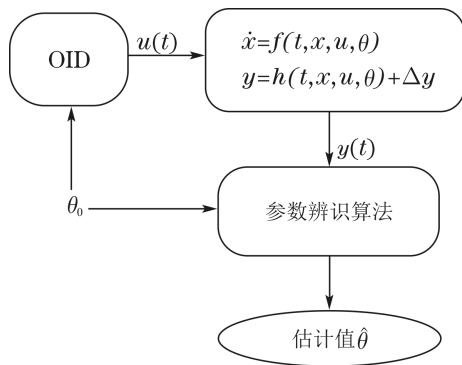


图 2 具有OID环节的参数估计流程

Fig. 2 Parameters estimation procedure with OID

给定待估参数先验值 θ_0 , 根据该先验值设计系统的最优输入信号 $u(t)$ 并对真实系统进行激励, 同样以该先验值作为辨识算法的初始估值, 与采集得到的响应 $y(t)$ 一起代入辨识算法, 计算得参数的估计值 $\hat{\theta}$.

4 仿真算例(Simulation example)

4.1 算例模型(Mathematical model)

为了验证本文提出的最优设计方法对参数估值精度的提高能力及其计算效率, 考虑一个简单的空间受控刚体惯量矩估计问题, 其动力学微分方程为

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = \tau, \quad (17)$$

式中: $J = \text{diag}\{J_1, J_2, J_3\}$ 为未知惯量矩参数; $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 为刚体角速度矢量; $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ 为输入力矩. 该系统的状态变量和输入变量分别为 ω 和 τ , 假设角速度可以用陀螺测量, 则输出变量也为 ω .

将式(17)改写为回归方程的形式, 有

$$\varphi(t, \dot{x}, x) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 & -\omega_2\omega_3 & \omega_2\omega_3 \\ \omega_1\omega_3 & \dot{\omega}_2 & -\omega_1\omega_3 \\ -\omega_1\omega_2 & \omega_1\omega_2 & \dot{\omega}_3 \end{bmatrix},$$

$$\eta = [J_1, J_2, J_3]^T, \quad \nu(t) = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T.$$

设待估计参数的真实值和先验值分别为

$$\eta = [200, 400, 300]^T \text{ kg} \times \text{m}^2,$$

$$\eta_0 = [100, 200, 150]^T \text{ kg} \times \text{m},$$

输入持续时间 $T = 60 \text{ s}$, 输入 $\tau_i \in [-4, 4] \text{ N}$, 正弦基函数频率参数设计为

$$\tau_1: k = 2, 5, 8, 12,$$

$$\tau_2: k = 3, 6, 9, 13,$$

$$\tau_3: k = 4, 7, 10, 14.$$

4.2 最优输入设计结果(Result of OID)

在MATLAB2012b环境中编写了本文提出的最

优输入设计方法的计算程序, 使用MATLAB优化工具箱中fmincon函数调用的SQP算法, IGV阶段取节点数为10, OSV阶段取节点数为60. 共进行10次优化, 每次计算平均耗时435.96 s. 表1中列出了输入信号参数的初猜值(IGV)和优化后的结果(OSV), 注意优化前法矩阵 Φ 的条件数为6.0696, 优化后的条件数为1.7365.

表 1 输入信号初猜值与优化值对比

Table 1 Input parameters of IGV and OSV comparison

输入	IGV		OSV	
	A_k	ψ_k	A_k	ψ_k
τ_1	0.5573	1.7201	0.0786	2.7262
	0.6459	-1.0283	0.5585	-3.0685
	0.4987	0.9094	0.0824	-3.0249
	0.7974	-0.7317	0.6178	3.1375
τ_2	0.2256	2.2065	0.8780	-3.1270
	0.5514	2.1998	0.9364	-3.1243
	0.3594	-1.5282	0.1869	2.8878
	0.1418	0.6611	0.8676	3.0590
τ_3	0.4365	0.3720	0.0009	-3.1313
	0.3213	0.1414	0.0015	-3.1237
	0.3594	2.4337	0.0245	3.1406
	0.6538	-1.4927	0.7566	-3.0446
cond(Φ)	6.0696		1.7365	

将初猜值和优化值分别代入真实系统模型, 仿真得到系统的输入信号和状态轨迹如图3所示. 从图中可以看出, 由于输入信号使用了正弦基函数, 状态轨迹初始时刻与终端时刻取值接近, 即系统在激励结束后将回到初始状态, 这种性质在进行实际物理试验时是非常有利的. 此外, 输入轨迹初末时刻均为零, 有利于真实执行机构复现该信号.

4.3 参数辨识结果对比(Result of parameters identification)

为了验证优化后的输入信号能提高参数辨识的精度, 引入两种航空航天领域常用的辨识输入信号—doublet型信号与3211型信号—对真实系统模型进行激励, 两种信号的时间历程和状态响应如图4所示, 与图3对比可见, 这两种输入的幅值和状态响应变化范围更大.

参数辨识算法采用增广无迹卡尔曼滤波器, 增广一词指的是将未知参数作为状态量增加到原状态方程中, 实现状态量与参数同时估计, 角速度观测数据中增加了均方差为 $1e-3 \text{ rad/s}$ 的高斯白噪声, 参

数估计时间历程如图5所示。

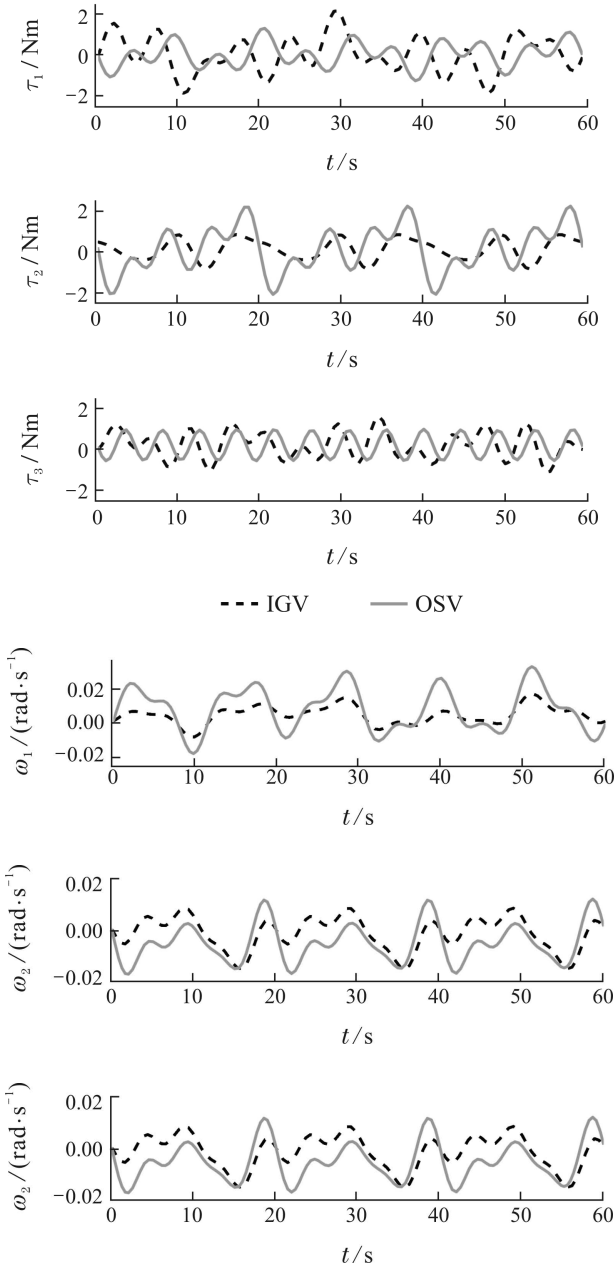


图3 使用初猜值与优化值获得的输入/状态轨迹

Fig. 3 Histories of state and input variables use IG and OSV input parameters

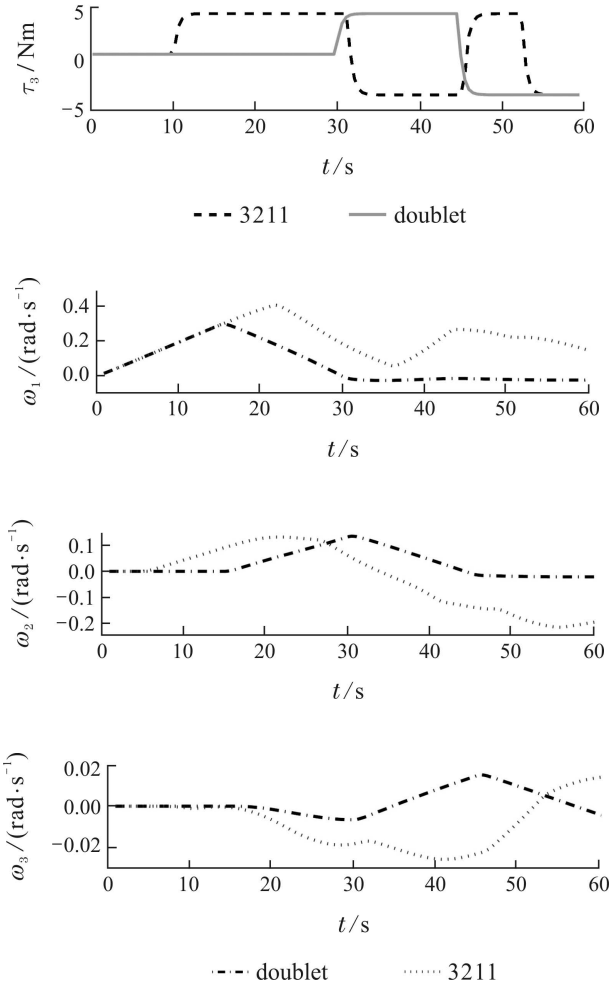
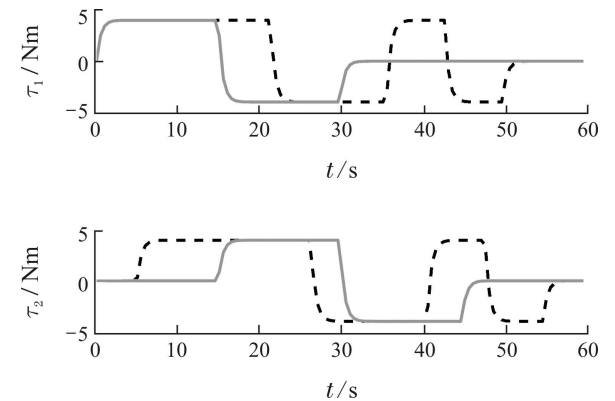
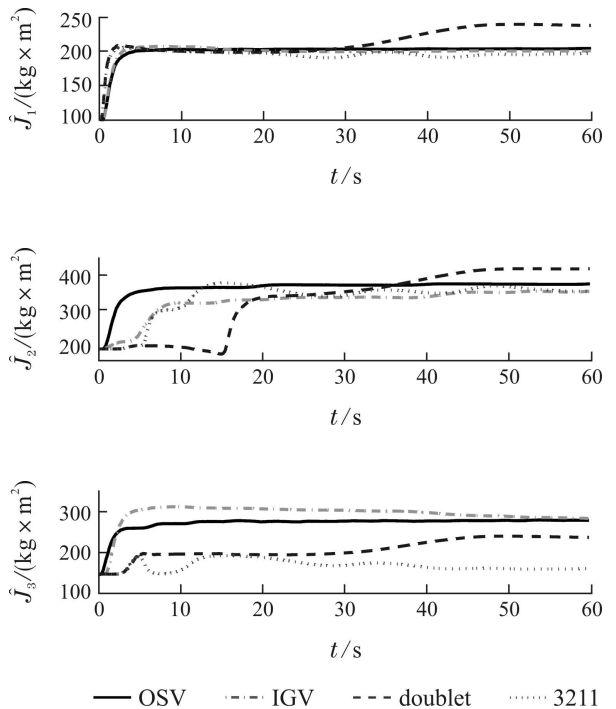


图4 使用3211和doublet输入获得的状态轨迹与输入轨迹

Fig. 4 Histories of state and input variables use 3211 and doublet inputs



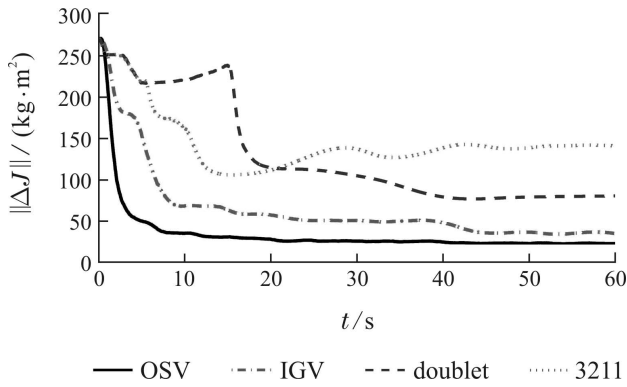


图5 采用不同输入信号时参数估计的时间历程

Fig. 5 Parameters estimation histories use difference inputs

可以看出,除了doublet型输入外,其他3种输入信号激励下的估计值 \hat{J}_1 均能很快收敛到真实值

($200 \text{ kg} \times \text{m}^2$);若采用优化后的输入信号(OSV)进行激励, \hat{J}_2 的收敛速度明显快于其他3种输入;对于 \hat{J}_3 ,只有优化输入(OSV)和初猜输入(IGV)激励下的估计值收敛向真值($300 \text{ kg} \times \text{m}^2$).

从参数估计总误差 $\|\Delta J\|$ 曲线来看,优化输入(OSV)激励下的估计值收敛速度和估计误差均优于其他3种输入信号, $t \geq 20 \text{ s}$ 后估值残差约为 $25 \text{ kg} \times \text{m}^2$,并保持稳定.

为进一步对比不同输入信号激励下的参数估计精度,对参数辨识过程进行了多次蒙特卡洛仿真,以获得参数估计的均值和方差,100次蒙特卡洛仿真后得到的参数估计均值和方差如表2所列.可以看出,根据本文方法计算的优化输入从总体上提高了参数估计的准确度.

表2 不同输入信号激励下的参数估计均值、方差和相对误差

Table 2 Mean, variation and error of estimation use difference inputs

输入信号类型	估值±标准差(相对误差%)		
	J_1	J_2	J_3
OSV	202.721949±0.171982(1.361%)	389.812335±1.441511(2.547%)	301.020173±0.453521(0.340%)
IGV	201.095667±0.647204(0.548%)	384.861888±1.782874(3.785%)	304.132288±0.617003(1.377%)
doublet	240.172067±0.005689(20.086%)	434.623422±0.231552(8.656%)	239.491251±0.003016(20.170%)
3211	200.190018±0.001222(0.095%)	370.154939±0.011852(7.461%)	163.621595±0.000747(45.459%)

5 结论(Conclusions)

最优输入设计的目的是为了提提高系统辨识的效率和准确度.

本文针对一类参数可线性化的非线性系统,提出了一种基于直接配点法的最优输入设计方法.该方法的优化依据有别于传统的FIM依据和回归矩阵依据,采用最小二乘法矩阵作为优化依据,性能指标函数只与终端时刻的法矩阵有关,减轻了OID问题性能指标函数的计算复杂度.

此外,采用正弦函数作为参数化输入信号的基函数,通过设置幅值和相位约束确保初末时刻取值输入为零,还可以使终端时刻状态轨迹回到初始位置附近,为系统辨识物理实验提供了便利.采用直接配点法离散状态变量,设计的串行优化策略不仅保证了静态非线性规划问题的解为原动态优化问题的解,还极大地提高了计算效率.通过一个简单的受控刚体惯量矩辨识算例,证明了本文提出的设计方法,计算效率较高,可以加快估计的收敛速度,并有效提高参数估计的精度.

参考文献(References):

- [1] HU Dewen, WAN Baiwu. Survey of the optimal input design (OID) for system identification [J]. *Control Theory & Applications*, 1989, 6(9): 1-11. (胡德文, 万百五. 系统辨识的最优输入设计(OID)综述 [J]. *控制理论与应用*, 1989, 6(9): 1-11.)
- [2] FISHER R. *The Design of Experiments* [M]. Edinburgh: Oliver & Boyd, 1935.
- [3] LEVIN M J. Optimum estimation of impulse response in the presence of noise [J]. *IRE Transactions on Circuit Theory*, 1960, 7(1): 50-56.
- [4] MEHRA R K. Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems-survey and new results [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(6): 753-768.
- [5] JAUBERTHIE C, DENIS-VIDAL L, COTOND P, et al. An optimal input design procedure [J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 881-884.
- [6] FRANCESCHINI G, MACCHIETTO S. Model-based design of experiments for parameter precision: state of the art [J]. *Chemical Engineering Science*, 2008, 63(19): 4846-4872.
- [7] CHIANEH H A, STIGTER J D, KEESMANA K J. Optimal input design for parameter estimation in a single and double tank system through direct control of parametric output sensitivities [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21(1): 111-118.

- [8] MORELLI E A. Flight test of optimal inputs and comparison with conventional inputs [J]. *Journal of Aircraft*, 1999, 36(2): 389 – 397.
- [9] JAUBERTHIE C, BOURNONVILLE F, COTON P, et al. Optimal input design for aircraft parameter estimation [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2006, 10(4): 331 – 337.
- [10] HAN Y, KIM Y. Optimal input design for online parameter estimation for aircraft with multiple control surfaces [J]. *Engineering Optimization*, 2011, 43(5): 559 – 580.
- [11] ZHOU Jun, YU Yueqing. Dynamic parameter identification of modular robot with flexible joints [J]. *Robot*, 2011, 33(4): 440 – 448.
(周军, 余跃庆. 考虑关节柔性的模块机器人动力学参数辨识 [J]. 机器人, 2011, 33(4): 440 – 448.)
- [12] ABDELLATIF H, HEIMANN B. Experimental identification of the dynamics model for 6-DOF parallel manipulators [J]. *Robotica*, 2010, 28(3): 359 – 368.
- [13] TANG Guojin, LUO Yazhong, YONG Enmi. *Spacecraft Trajectory Optimization Theory, Method and Applications* [M]. Beijing: Science Press, 2012.
(唐国金, 罗亚中, 雍恩米. 航天器轨迹优化理论、方法及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.)

作者简介:

杨雅君 (1987–), 男, 博士研究生, 研究方向为航天器在轨辨识与姿态控制, E-mail: yajusand@163.com;

郑宇昕 (1989–), 男, 博士研究生, 研究方向为飞行器系统参数辨识与故障诊断, E-mail: xyz100826@163.com;

廖瑛 (1961–), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为飞行器系统建模、控制与仿真, E-mail: liaoying1104@163.com.