

再入飞行器带有干扰观测器的有限时间控制

王芳^{1†}, 宗群², 田栢苓², 董琦²

(1. 燕山大学理学院, 河北秦皇岛 066004; 2. 天津大学自动化学院, 天津 300072)

摘要: 针对模型参数不确定及外界干扰影响下的再入飞行器的姿态控制问题, 设计基于干扰观测器的有限时间控制策略. 首先建立面向控制模型, 并通过多时间尺度原理将面向控制模型分为内、外两环; 其次, 设计干扰观测器实时观测面向控制模型中的参数不确定及外界干扰, 解决滑模控制因参数过大而导致的抖振问题, 基于观测值, 设计终端滑模控制器, 在此基础上, 基于Lyapunov理论对控制系统的稳定性进行分析; 最后, 基于六自由度再入模型, 验证所设计的有限时间姿态控制策略的有效性.

关键词: 再入模型; 有限时间控制; 终端滑模控制; 干扰观测器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Finite time control design for re-entry hypersonic vehicle with disturbance observer

WANG Fang^{1†}, ZONG Qun², TIAN Bai-ling², DONG Qi²

(1. School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004;

2. School of Electric and Automation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The finite time attitude tracking control problem is investigated based on disturbance observer for the reentry hypersonic vehicles with bounded external disturbances and model uncertainties. Firstly, the attitude model is divided into a two-loop structure based on the multiple time scale technique, and then terminal sliding mode controllers are designed for each loop. Secondly, disturbance observer is designed to estimate external disturbances and uncertainties, and the chattering caused by the big controller parameters of the sliding mode control can be eliminated. Stability is presented on the basis of Lyapunov analysis. Finally, simulation is carried out to demonstrate the effectiveness of the proposed controller for the 6-DOF reentry model.

Key words: reentry model; finite time control; terminal sliding mode control; disturbance observer

1 引言(Introduction)

高超声速飞行器相关技术在军事领域具有独特的吸引力, 国内外控制领域的专家及学者对高超声速飞行器的制导、导航以及控制技术进行了大量的研究, 也获得了许多有价值的成果. 高超声速飞行器在再入飞行阶段中, 其模型体现出强非线性与强耦合性的特点, 且飞行器所经历的环境、气动特性、地球引力特性等的影响都对控制提出了严重考验. 许多的控制方法被应用于再入姿态控制, 如增益调度控制^[1]、轨迹线性化控制^[2]、动态逆控制^[3-4]、滑模控制方法^[5-6]、自适应反步控制^[7]等方法. 因为飞行环境的多变性, 动

力学参数的不确定性以及未知的外界干扰, 要求再入飞行器的控制系统具有很好的自主性与鲁棒性. 滑模控制是处理不确定的有效技术之一, 但是当采用滑模控制处理不确定时, 需要事先已知不确定的上界, 在实际中不确定的上界不容易事先获得; 另外若选择足够大的切换增益值来保证滑模到达条件, 易导致抖振问题. 另外, 为消除以上问题, 一种方式是通过饱和函数^[8]和S型函数^[9]代替符号函数. 另一种方式是采用干扰观测器估计系统的干扰. 它的主要思路是在控制器设计过程中引入前馈补偿部分以提高系统的控制性能. 干扰观测器技术自从被提出后, 得到了越来越

收稿日期: 2015-07-09; 录用日期: 2016-08-31.

[†]通信作者. E-mail: wangfang@ysu.edu.cn; Tel.: +86 335-8057027.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(61503323, 61203012, 61273092), 中国博士后科学基金项目(2015M571282), 秦皇岛市科技计划项目(201502A178), 燕山大学青年教师自主研究计划项目(14LGB027), 燕山大学博士基金项目(B928)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61503323, 61203012, 61273092), China Postdoctoral Science Foundation (2015M571282), Qinhuangdao Science and Technology Project (201502A178), the Young Teachers Independent Research Program of Yansha University (14LGB027) and the Ph.D. Programs Foundation of Yanshan University (B928).

多的关注^[10-13], 也被广泛应用于飞行控制领域^[14-19]. 本文综合考虑模型不确定以及外界扰动的影响, 结合干扰观测器与终端滑模控制, 设计有限时间姿态跟踪控制器: 1) 基于多时间尺度原理, 将再入姿态模型分为姿态角回路和姿态角速率回路, 并设计干扰观测器实时观测和补偿不确定; 2) 基于终端滑模控制策略, 分别针对姿态角回路和姿态角速率回路, 设计基于干扰观测器的有限时间控制器; 3) 基于Lyapunov稳定性理论, 证明闭环控制系统的稳定性; 4) 最后, 针对所设计的控制策略, 基于X-33的6自由度模型, 进行仿真验证.

2 高超声速飞行器再入姿态模型(Reentry model of hypersonic vehicle)

高超声速飞行器在再入过程中的六自由度动力学方程由两个部分组成, 一部分是描述飞行器质心运动的平动方程, 另一部分是描述飞行器绕质心运动的转动方程. 因为本文的重点是研究再入姿态控制问题, 通过研究飞行器绕质心运动情况即转动方程, 可以获得再入过程的姿态信息, 确定如下再入转动方程:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & -[r \sin \alpha + p \cos \alpha] \tan \beta + q + \\ & \frac{\sin \mu}{\cos \beta} [-\dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma + \dot{\chi} \cos \gamma - \\ & \frac{\cos \mu}{\cos \beta} [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi - (\Omega + \dot{\theta}) \cos \phi \sin \chi] + \\ & (\Omega + \dot{\theta})(\cos \chi \cos \phi \sin \gamma - \sin \phi \cos \gamma), \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \sin \mu [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi + \\ & (\Omega + \dot{\theta}) \cos \phi \sin \chi] + \cos \mu [\dot{\chi} \cos \gamma - \\ & \dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma - \sin \phi \cos \gamma] - \\ & (\Omega + \dot{\theta}) \cos \phi \cos \chi \sin \gamma, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & -q \sin \beta - p \cos \alpha \cos \beta + \dot{\alpha} \sin \beta - \\ & \dot{\chi} \sin \gamma - r \sin \alpha \cos \beta - \dot{\phi} \sin \chi \cos \gamma + \\ & (\Omega + \dot{\theta})[\sin \phi \sin \gamma + \cos \phi \cos \chi \cos \gamma], \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{p} = & \frac{I_{zz}(M_x + M_z)}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} pq + \\ & \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_{zz} - I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} qr, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\dot{q} = \frac{M_y}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (r^2 - p^2), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{r} = & \frac{I_{xz}M_x}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{I_{xx}M_z}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \\ & \frac{(I_{xx} - I_{yy})I_{xx} + I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} pq + \\ & \frac{(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} qr, \quad (6) \end{aligned}$$

其中状态 α, β, μ 为飞行器的3个姿态角: 攻角、侧滑

角、倾斜角, 而状态 p, q, r 为飞行器的3个姿态角速率: 滚转角速率、俯仰角速率、偏航角速率. 其余变量经度 ϕ , 纬度 θ , 飞行速度 v , 航向角 χ , 航迹角 γ 为飞行器的轨迹状态, M_x, M_y, M_z 分别为滚转通道、俯仰通道和偏航通道的控制力矩; $I_{ij}(i = x, y, z; j = x, y, z)$ 为飞行器的转动惯量.

2.1 面向控制模型(Control-oriented model)

由转动方程(1)–(6)可以看出, 它们具有较强的非线性, 且姿态状态与轨迹状态间存在较强的耦合性, 从而导致姿态控制器的设计较为复杂, 所以为了简化姿态控制器的设计, 建立面向控制的模型. 因为地球的自传速度、飞行器的转动速度与飞行器的平动速度相比是较小量, 因此可以忽略地球的自转以及模型中关于转动运动的项; 另外, 在再入飞行过程中, 需保持侧滑角在0值附近, 所以 $\sin \beta \approx 0, \cos \beta \approx 1, \tan \beta \approx 0$. 将以上因素的影响作为不确定处理, 则转动方程中式(4)–(6)可表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q - [r \sin \alpha + p \cos \alpha] \tan \beta + \Delta d_1, \\ \dot{\beta} = -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \Delta d_2, \\ \dot{\mu} = -[r \sin \alpha + p \cos \alpha] \cos \beta - q \sin \beta + \Delta d_3. \end{cases} \quad (7)$$

考虑力矩扰动 $\Delta \mathbf{d}_M = [d_{21} \ d_{22} \ d_{23}]^T$ 的影响, 定义

$$\Delta \mathbf{D}_2 = \mathbf{I}^{-1}(\Delta \mathbf{d}_M - \Phi \Delta \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} - \Delta \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}). \quad (8)$$

为了方便后续控制器的设计以及系统稳定性的分析, 将式(4)–(6)及(7)改写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{R} \boldsymbol{\omega} + \Delta \mathbf{D}_1, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{I}^{-1} \mathbf{M} + \Delta \mathbf{D}_2, \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{I}^{-1} \Phi \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}, \quad \boldsymbol{\Theta} = [\alpha \ \beta \ \sigma]^T, \quad \boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$$

为飞行器的姿态角向量和姿态角速率向量, $\mathbf{M} = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ 表示系统的控制力矩向量, $\Delta \mathbf{D}_1 = [\Delta d_1 \ \Delta d_2 \ \Delta d_3]^T$, $\Delta \mathbf{I}$ 分别表示轨道运动项对姿态运动造成的不确定、转动惯量矩阵不确定, 矩阵 $\mathbf{R}, \mathbf{I}, \Phi$ 为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \tan \beta & 1 & -\sin \alpha \tan \beta \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ -\cos \alpha \cos \beta & -\sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}.$$

本文控制目标是在转动惯量矩阵不确定和力矩扰动综合影响下, 基于终端滑模控制, 设计控制输入, 实现姿态角 α, β, μ 的稳定跟踪.

3 终端滑模控制器设计(Terminal sliding mode control design)

由于飞行器在飞行过程中, 姿态角的变化率远远小于姿态角速率的变化率, 将飞行器面向控制模型(9)分为快回路(姿态角速率回路)和慢回路(姿态角回路), 进而分别针对每个回路设计干扰观测器实现对综合不确定的在线观测和补偿, 并在此基础上设计终端滑模控制器. 基于高超声速飞行器的实际工程背景, 对于式(9)中的不确定做如下假设, 这些假设将用于控制器设计和稳定性分析^[7].

假设 1 存在未知的有界正常数 η_1 , 使得

$$\|\Delta D_1\| \leq \eta_1.$$

假设 2 存在未知的有界正常数 η_2 , 使得

$$\|\Delta D_2\| \leq \eta_2.$$

3.1 姿态角回路控制器设计(Attitude angle loop control design)

滑模控制具有设计简单和强鲁棒性的特点, 但它的滑动模态及强鲁棒性通过较大的控制力实现; 要获得较大的控制力, 就需要选择足够大的控制器参数, 使控制器中的不连续项能够抑制模型中的不确定及外界扰动; 过于保守的选择控制器参数会加剧控制量的抖振问题. 因此, 设计干扰观测器估计和补偿面向控制模型中的不确定.

3.1.1 姿态角回路观测器设计(Attitude angle loop observer design)

本节通过干扰观测器^[20]对模型中的不确定及外界扰动实时观测, 依据观测值实时更新控制器参数, 解决控制器参数选取过于保守的问题.

对式(9)中的不确定 ΔD_1 设计如下形式的观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\Theta}} = R\omega + \Delta \hat{D}_1 + \lambda_{13}(\Theta - \hat{\Theta}), \\ \Delta \dot{\hat{D}}_1 = z_{12} + \lambda_{12}(\Theta - \hat{\Theta}), \\ \dot{z}_{12} = z_{13} + \lambda_{11}(\Theta - \hat{\Theta}), \\ \dot{z}_{13} = \lambda_{10}(\Theta - \hat{\Theta}). \end{cases} \quad (10)$$

通过选择合适的观测器参数 $\lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}$, 使

$$e_1^{(4)} + \lambda_{13}e_1^{(3)} + \lambda_{12}e_1^{(2)} + \lambda_{11}e_1^{(1)} + \lambda_{10} = 0$$

的系数满足Hurwitz稳定性条件, 那么 e_1 将收敛到一个极小的邻域内^[20], 表示为如下形式:

$$\|e_1\| \leq \varepsilon_1, \quad (11)$$

其中: $e_1 = (e_{11}, e_{12}, e_{13})^T$, $\varepsilon_1 > 0$ 为任意小的参数. 基于干扰观测器的设计, 进行姿态角回路的终端滑模控制器设计.

3.1.2 姿态角回路终端滑模控制器设计(Attitude angle loop terminal sliding mode controller design)

终端滑模控制器的设计包括两步: 第1步, 根据快速终端滑模控制器的设计原则设计滑模面, 并引入跟踪误差的积分项, 保证控制器能在有限时间内消除稳态误差; 第2步, 选择合适的控制律设计方法, 结合设计的终端滑模面得到需要的控制输入.

设姿态角的跟踪误差为

$$e_\Theta = \Theta - \Theta_c, \quad (12)$$

其中 Θ_c 为姿态角的参考指令.

基于式(12), 构造如下滑模面:

$$s_\Theta = e_\Theta + \int_0^t (K_{11}e_\Theta + K_{12}e_\Theta^{q_1/p_1})dt, \quad (13)$$

其中: p_1, q_1 为正奇数, $q_1 < p_1 < 2q_1$, $K_{11}, K_{12} > 0$ 为对角阵.

对式(13)关于时间求导, 则

$$\begin{aligned} \dot{s}_\Theta &= \dot{e}_\Theta + K_{11}e_\Theta + K_{12}e_\Theta^{q_1/p_1} = \\ &\dot{\Theta} - \dot{\Theta}_c + K_{11}e_\Theta + K_{12}e_\Theta^{q_1/p_1} = \\ &R\omega + \Delta D_1 - \dot{\Theta}_c + K_{11}e_\Theta + K_{12}e_\Theta^{q_1/p_1}. \end{aligned} \quad (14)$$

设计如下的趋近律, 使滑模面在有限时间内收敛到零^[18]

$$\dot{s}_\Theta = -K_\Theta \text{sgn } s_\Theta, \quad (15)$$

其中 $K_\Theta = \text{diag} \{k_{\Theta_1}, k_{\Theta_2}, k_{\Theta_3}\} > 0$. 姿态角速率回路控制器的设计目的是实现 e_ω 在有限时间 T_ω 收敛到零, 由式(14)–(15), 设计如下控制器:

$$\omega_c = R^{-1}(\dot{\Theta}_c - K_{11}e_\Theta - K_{12}e_\Theta^{q_1/p_1} - K_\Theta \text{sgn } s_\Theta - \Delta \hat{D}_1). \quad (16)$$

将式(16)代入式(14), 则

$$\dot{s}_\Theta = -K_\Theta \text{sgn } s_\Theta + e_1, \quad (17)$$

其中 $e_\omega = \omega - \omega_c$ 为姿态角速率的跟踪误差及内环需跟踪的参考指令.

3.2 姿态角速率回路控制器设计(Attitude angular rate loop control design)

本节中, 基于姿态角方程(12), 控制器(19)和角速率的跟踪误差 e_ω 设计姿态角速率回路控制器.

基于姿态角方程(14), 对式(23)求导有

$$\dot{e}_\omega = f(\omega) + I^{-1}M + \Delta D_2 - \dot{\omega}_c. \quad (18)$$

类似于姿态角回路控制器设计, 首先通过干扰观测器估计姿态角速率方程中的不确定项 ΔD_2 , 然后基于终端滑模控制设计控制器.

3.2.1 姿态角速率回路观测器设计(Attitude angular rate loop observer design)

设 ΔD_2 的估计值为 $\Delta \hat{D}_2$,取 $\Delta \hat{D}_2$ 的三阶动态方程实现 ΔD_2 的观测,故观测器具有如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}} = f(\omega) + I^{-1}M + \Delta \hat{D}_2 - \dot{\omega}_c + \lambda_{23}(\omega - \hat{\omega}), \\ \Delta \dot{\hat{D}}_2 = z_{22} + \lambda_{22}(\omega - \hat{\omega}), \\ \dot{z}_{22} = z_{23} + \lambda_{21}(\omega - \hat{\omega}), \\ \dot{z}_{23} = \lambda_{20}(\omega - \hat{\omega}). \end{cases} \quad (19)$$

设干扰观测器的观测误差为 $e_2 = \Delta D_2 - \Delta \hat{D}_2$, λ_{20} , λ_{21} , λ_{22} , λ_{23} ,使 $e_2^{(4)} + \lambda_{23}e_2^{(3)} + \lambda_{22}e_2^{(2)} + \lambda_{21}e_2^{(1)} + \lambda_{20} = 0$ 的系数满足Hurwitz稳定性条件,那么 e_2 将收敛到一个极小的邻域内^[20],表示为如下形式:

$$\|e_2\| \leq \varepsilon_2, \quad (20)$$

其中: $e_2 = (e_{21}, e_{22}, e_{23})^T$, $\varepsilon_2 > 0$ 为任意小的参数.

以下基于所设计的干扰观测器,设计姿态角速率回路的终端滑模控制器.

3.2.2 姿态角速率回路终端滑模控制器设计(Attitude angular loop terminal sliding mode controller design)

基于姿态角速率的跟踪误差 e_ω ,设计如下的姿态角速率回路滑模面:

$$s_\omega = e_\omega + \int_0^t (K_{21}e_\omega + K_{22}e_\omega^{q_2/p_2})dt, \quad (21)$$

其中: p_2, q_2 为正奇数, $q_2 < p_2 < 2q_2$, $K_{21}, K_{22} > 0$ 为对角阵.

对式(24)关于时间求导,则

$$\begin{aligned} \dot{s}_\omega &= \dot{e}_\omega + K_{21}e_\omega + K_{22}e_\omega^{q_2/p_2} = \\ & \dot{\omega} - \dot{\omega}_c + K_{21}e_\omega + K_{22}e_\omega^{q_2/p_2} = \\ & f(\omega) + I^{-1}M + \Delta D_2 - \dot{\omega}_c + \\ & K_{21}e_\omega + K_{22}e_\omega^{q_2/p_2}. \end{aligned} \quad (22)$$

设计如下趋近律,使滑模面在有限时间内收敛到零^[21]

$$\dot{s}_\omega = -K_\omega \operatorname{sgn} s_\omega, \quad (23)$$

其中 $K_\omega = \operatorname{diag}\{k_{\omega 1}, k_{\omega 2}, k_{\omega 3}\} > 0$.由式(21)及式(22),设计如下的控制器:

$$\begin{aligned} M &= I(-K_{21}e_\omega - K_{22}e_\omega^{q_2/p_2} - \Delta \hat{D}_2 + \\ & \dot{\omega}_c + I^{-1}\Phi I\omega - K_\omega \operatorname{sgn} s_\omega). \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)代入式(22),则

$$\dot{s}_\omega = -K_\omega \operatorname{sgn} s_\omega + e_2. \quad (25)$$

注1 因为面向控制模型的快慢环结构是基于多时间尺度理论进行划分的,因此,根据奇异摄动理论可知,要保证双环系统的稳定性,必须先保证快环的稳定性,再保证慢环的

稳定性,即必须先保证快环滑模面 s_ω 趋于零,再使 e_ω 趋于零;然后慢回路滑模面 s_θ 趋于零,再使 e_θ 趋于零,所以,在选择控制器参数时,需要使得 K_θ 的最小元素大于等于 K_ω 的最大元素.只要根据下一节稳定性分析中,参数需要满足的条件先确定外环控制器参数,可以很容易的确定内环控制器参数.

4 稳定性分析(Stability analysis)

定理1 若系统(9)采用控制律(24),当控制器参数 $K_\theta = \operatorname{diag}\{k_{\theta 1}, k_{\theta 2}, k_{\theta 3}\}$, $K_\omega = \operatorname{diag}\{k_{\omega 1}, k_{\omega 2}, k_{\omega 3}\}$,满足 $k_{\theta i} > a_{\theta i} + \varepsilon_{1i}$, $k_{\omega i} > a_{\omega i} + \varepsilon_{2i}$, $i = 1, 2, 3$ ($\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ 为干扰估计误差的上界, $a_{\theta i}, a_{\omega i}$ 为任意小的正数)时,滑动模态满足到达条件,且在有限时间内,姿态角跟踪误差收敛到零.

证 选取如下的Lyapunov函数:

$$V = 1/2 s_\theta^T s_\theta + 1/2 s_\omega^T s_\omega. \quad (26)$$

由式(17)和式(25),对式(26)求导有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_\theta^T \dot{s}_\theta + s_\omega^T \dot{s}_\omega = \\ & s_\theta^T (-K_\theta \operatorname{sgn} s_\theta + e_1) + s_\omega^T (-K_\omega \operatorname{sgn} s_\omega + e_2) = \\ & -s_\theta^T K_\theta \operatorname{sgn} s_\theta + s_\theta^T e_1 - s_\omega^T K_\omega \operatorname{sgn} s_\omega + s_\omega^T e_2 \leq \\ & -k_{\theta 1} |s_{\theta 1}| - k_{\theta 2} |s_{\theta 2}| - k_{\theta 3} |s_{\theta 3}| + \varepsilon_{11} |s_{\theta 1}| + \\ & \varepsilon_{12} |s_{\theta 2}| + \varepsilon_{13} |s_{\theta 3}| - k_{\omega 1} |s_{\omega 1}| - k_{\omega 2} |s_{\omega 2}| - \\ & k_{\omega 3} |s_{\omega 3}| + \varepsilon_{21} |s_{\omega 1}| + \varepsilon_{22} |s_{\omega 2}| + \varepsilon_{23} |s_{\omega 3}|. \end{aligned} \quad (27)$$

若 $k_{\theta i} > a_{\theta i} + \varepsilon_{1i}$, $k_{\omega i} > a_{\omega i} + \varepsilon_{2i}$, $i = 1, 2, 3$, $a_{\theta i}, a_{\omega i} > 0$,则式(27)满足

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -a_{\theta 1} |s_{\theta 1}| - a_{\theta 2} |s_{\theta 2}| - a_{\theta 3} |s_{\theta 3}| - \\ & a_{\omega 1} |s_{\omega 1}| - a_{\omega 2} |s_{\omega 2}| - a_{\omega 3} |s_{\omega 3}| \leq \\ & -a_{\theta \min} (|s_{\theta 1}| + |s_{\theta 2}| + |s_{\theta 3}|) - \\ & a_{\omega \min} (|s_{\omega 1}| + |s_{\omega 2}| + |s_{\omega 3}|) \leq \\ & -a_{\min} (|s_{\theta 1}| + |s_{\theta 2}| + |s_{\theta 3}| + |s_{\omega 1}| + \\ & |s_{\omega 2}| + |s_{\omega 3}|), \end{aligned} \quad (28)$$

其中: $a_{\theta \min} = \min\{a_{\theta 1}, a_{\theta 2}, a_{\theta 3}\}$, $a_{\omega \min} = \min\{a_{\omega 1}, a_{\omega 2}, a_{\omega 3}\}$, $a_{\min} = \min\{a_{\theta \min}, a_{\omega \min}\}$.由文献[22]可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -a_{\min} (|s_{\theta 1}|^2 + |s_{\theta 2}|^2 + |s_{\theta 3}|^2 + \\ & |s_{\omega 1}|^2 + |s_{\omega 2}|^2 + |s_{\omega 3}|^2)^{\frac{1}{2}} = \\ & -2^{\frac{1}{2}} a_{\min} V^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

由文献[23]可知,滑模面在有限时间内收敛到0,进一步,由终端滑模的有限时间收敛性^[24-25]可知,姿态角跟踪误差在有限时间收敛到零.

注2 当选择合适的观测器参数时,观测器可以很好的估计干扰,一般地,干扰的估计误差要远远小于干扰的值,所以我们只需选择较小的控制器参数,就可以很好的消弱滑模控制中为克服不确定而产生的高增益所导致的抖振问题.

注 3 若仅采用有限时间终端滑模控制^[26], 为克服不确定, 会导致选取的控制器的增益过大, 虽然也能够实现姿态角的稳定跟踪, 但易导致控制输入幅值过大. 另外, 它消除抖振的方式是通过饱和函数和S型函数代替符号函数.

5 虚拟控制奇异问题的消除(The elimination of the virtual control singularity problem)

设计控制器时, 需要用到式(17)的导数, 但是式(17)含有 $K_{\theta} \text{sgn } s_{\theta}$, 导致无法对 ω_c 进行求导, 为了解决这个问题, 文献[27-29]提出微分器方法. 另外, 为解决符号函数的不连续问题和可能产生的抖振问题, 一般可采用如下形式的饱和函数替换符号函数:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} s/\varepsilon, & |(s/\varepsilon)| \leq 1, \\ \text{sgn}(s/\varepsilon), & |(s/\varepsilon)| > 1. \end{cases} \quad (30)$$

保证其连续性, 该函数为单调连续函数, 因此可以保证虚拟控制信号的连续性. 但是上述函数只能解决符号函数的不连续问题而解决不了符号函数的不可导问题, 所以本文为了解决由符号函数导致的虚拟控制的不可导问题(同时解决了符号函数的不连续问题), 采用如下形式的Sigmoid函数替换符号函数^[30]:

$$\text{sig}(s) = \frac{2}{1 + \exp(-as)} - 1, \quad (31)$$

其中 $a > 0$ 为设计常数. 其大小直接决定Sigmoid函数的收敛速度. 因此, 虚拟控制式(17)和实际控制输入式(25)变为

$$\omega_c = R^{-1}(\dot{\theta}_c - K_{11}e_{\theta} - K_{12}e_{\theta}^{q_1/p_1} - K_{\theta} \text{SIG}(s_{\theta}) - \Delta \hat{D}_1), \quad (32)$$

$$M = I(-K_{21}e_{\omega} - K_{22}e_{\omega}^{q_2/p_2} - \Delta \hat{D}_2 + \dot{\omega}_c + I^{-1}\Phi I\omega - K_{\omega} \text{SIG}(s_{\omega})), \quad (33)$$

其中: $\text{SIG}(s_{\theta}) = [\text{sig}(s_{\theta 1}) \text{ sig}(s_{\theta 2}) \text{ sig}(s_{\theta 3})]^T$, 且 $\text{SIG}(s_{\omega}) = [\text{sig}(s_{\omega 1}) \text{ sig}(s_{\omega 2}) \text{ sig}(s_{\omega 3})]^T$.

6 仿真分析(Simulation analysis)

仿真中采用文献[31]中X-33六自由度模型和再入气动数据, 飞行器的初始飞行条件为

$$\begin{aligned} h_0 &= 260000 \text{ ft}, v_0 = 24061 \text{ ft/s}, \\ \phi_0 &= 0^\circ, \theta_0 = 0^\circ, \gamma_0 = -1.064^\circ, \\ \psi_0 &= 0^\circ, \alpha_0 = 12.60^\circ, \beta_0 = -11.46^\circ, \\ \mu_0 &= -27.29^\circ, p = q = r = 0^\circ/\text{s}. \end{aligned}$$

飞行器受到的外界有界扰动分别取为

$$\begin{aligned} d_{21} &= 10^4 \times (1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250)), \\ d_{22} &= 10^4 \times (1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250)), \\ d_{23} &= 10^4 \times (1 + \sin(\pi t/125) + \sin(\pi t/250)). \end{aligned}$$

转动惯量矩阵的标称值为

$$I = \begin{bmatrix} 434270 & 0 & -17880 \\ 0 & 961200 & 0 \\ -17880 & 0 & 1131541 \end{bmatrix}.$$

仿真中转动惯量矩阵的不确定取为 $\Delta I = 30\%I$, 观测器和控制器参数选为

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 = 7, \lambda_{10} = \lambda_{20} = 5 \text{diag}\{1, 1, 1\}, \\ q_1 &= q_2 = 5, \lambda_{11} = \lambda_{21} = 9 \text{diag}\{1, 1, 1\}, \\ \lambda_{12} &= \lambda_{22} = \lambda_{23} = \lambda_{13} = 10 \text{diag}\{1, 1, 1\}, \\ K_{11} &= K_{12} = K_{\theta} = \text{diag}\{1, 3, 1, 1\}, \\ K_{21} &= K_{22} = K_{\omega} = 1.8 \text{diag}\{1, 1, 1\}, a = 1. \end{aligned}$$

仿真结果如图1-4, 为了更好的体现动态变化过程, 给出了局部动态变化曲线.

图1分别表示攻角跟踪曲线、侧滑角跟踪曲线和倾斜角跟踪曲线, 可以看出姿态角曲线在很短时间内和姿态角参考指令的曲线重合, 说明所设计的控制策略能够实现姿态角的快速、高精度的稳定跟踪. 图2更为直观地表示出3个姿态角的跟踪误差曲线. 图3分别表示滚转、俯仰、偏航角速率的变化曲线. 图4分别表示控制输入滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩变化曲线, 可以看出控制输入曲线平滑、无抖振情形的出现, 说明所设计的控制器能够有效的消弱抖振. 由此可见, 本文的控制策略在鲁棒性、精确性以及快速性具有很好的控制效果.

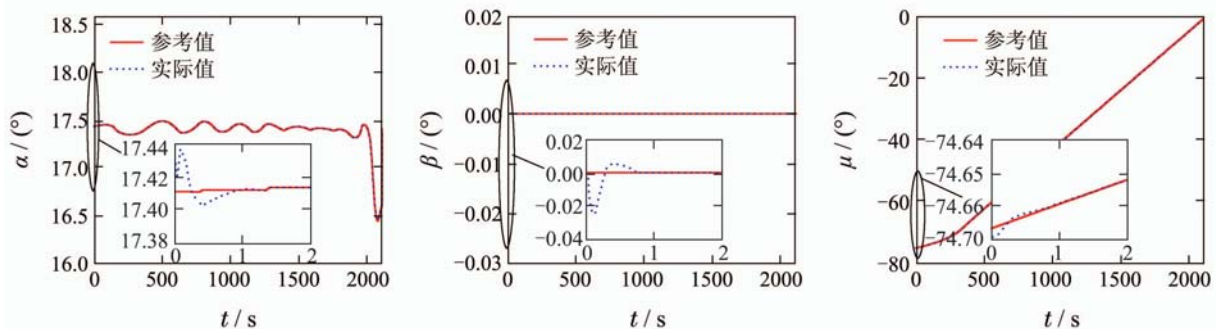


图 1 本文控制方法: 姿态角跟踪曲线

Fig. 1 Response of attitude angle of the proposed control method

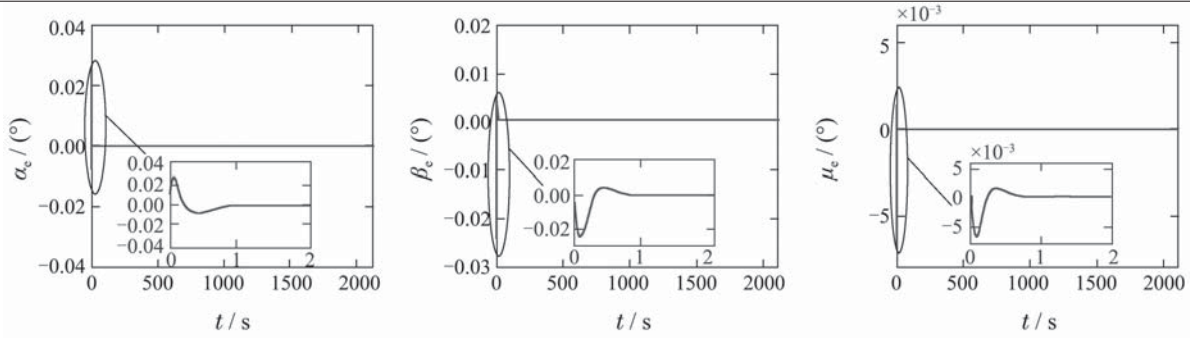


图2 本文控制方法: 姿态角跟踪误差曲线

Fig. 2 Response of attitude angle error of the proposed control method

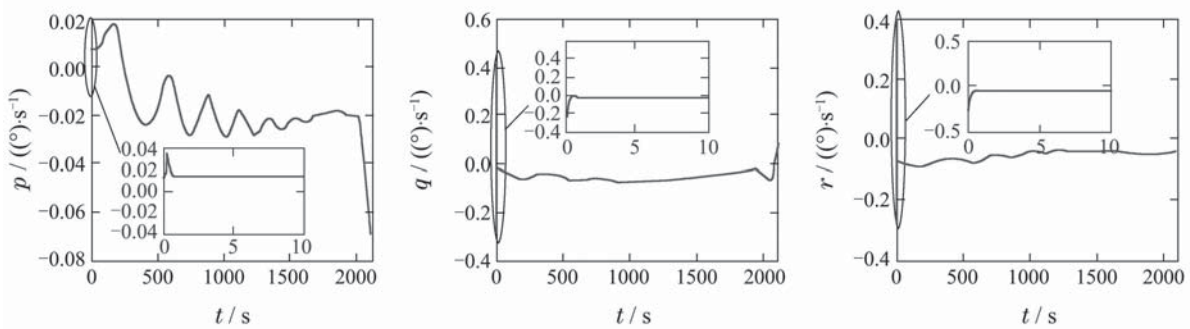


图3 本文控制方法: 姿态角速率跟踪曲线

Fig. 3 Response of attitude angular rate of the proposed control method

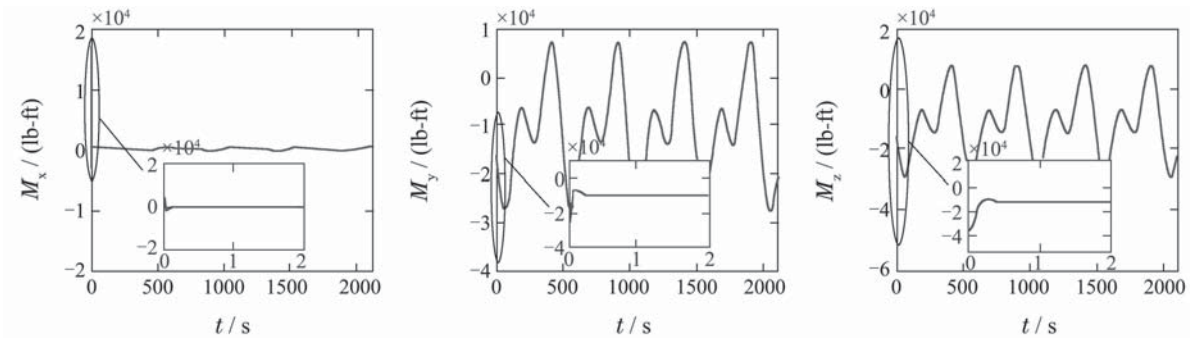


图4 本文控制方法: 控制输入曲线

Fig. 4 Response of control input of the proposed control method

为进一步验证本文提出的控制方法, 在相同的模型和初始条件下, 与只采用有限时间终端滑模控制的方法^[26], 进行对比仿真. 有限时间终端滑模控制方法的控制器参数可以选取为: $K_{11} = K_{12} =$

$\text{diag}\{1, 1, 1\}$, $K_{21} = K_{22} = \text{diag}\{1, 1, 1\}$, $p_1 = p_2 = 9$.

仿真结果如图5-8, 为更好的体现动态变化过程, 给出了局部动态变化曲线.

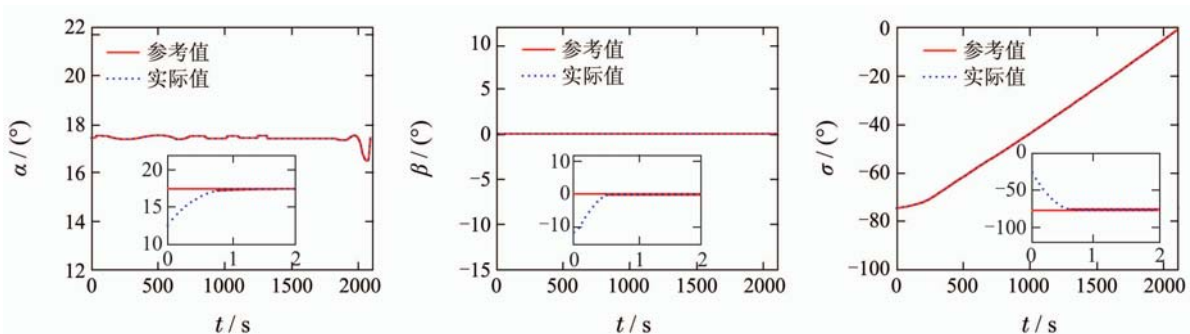


图5 终端滑模控制: 姿态角跟踪曲线

Fig. 5 Response of attitude angle of terminal sliding mode control

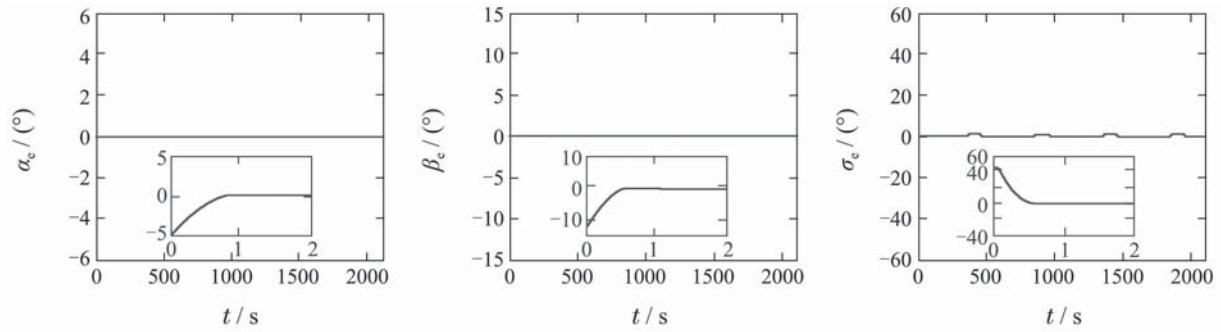


图 6 终端滑模控制: 姿态角跟踪误差曲线

Fig. 6 Response of attitude angle error of terminal sliding mode control

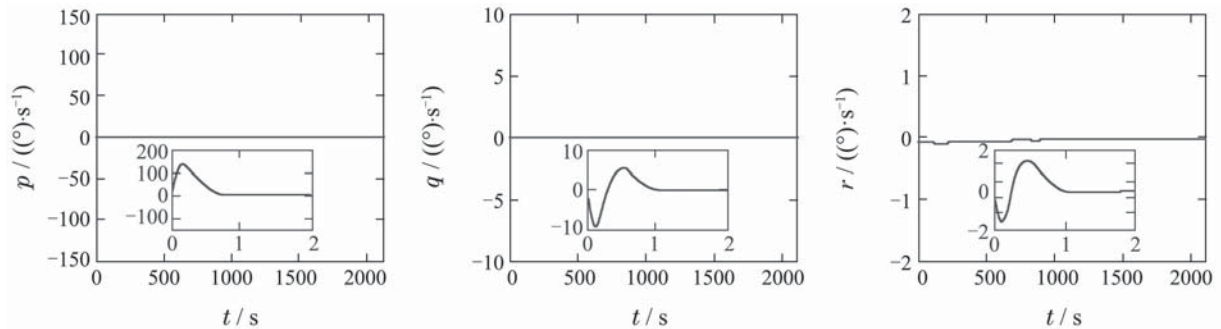


图 7 终端滑模控制: 姿态角速率跟踪曲线

Fig. 7 Response of attitude angular rate of terminal sliding mode control

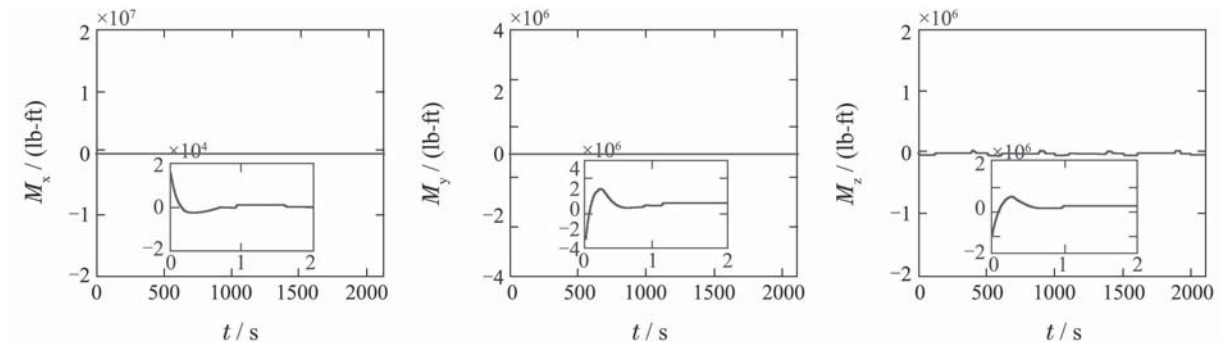


图 8 终端滑模控制: 控制输入曲线

Fig. 8 Response of control input of terminal sliding mode control

对比图5-8与图1-4可知: 1) 两种控制方法都能够实现姿态角的稳定跟踪; 只采用有限时间终端滑模控制方法实现稳定跟踪的时间与本文的控制方法几乎相同。2) 但是由控制器参数选取可以看出, 只采用有限时间终端滑模控制方法时, 控制器参数的要比本文控制方法的控制器参数大, 从而导致控制输入的幅值比本文控制方法的控制输入的幅值大, 易导致控制输入饱和的问题, 对飞行器的安全飞行具有潜在的威胁。

7 结论(Conclusions)

本文针对高超声速飞行器的再入姿态控制问题, 设计了基于干扰观测器的有限时间终端滑模控制器, 通过对模型中的不确定及外界扰动进行实时观测, 基于观测误差选择控制器参数, 解决了滑模控制器参数

选取过于保守的问题, 进而解决了控制器参数过大而导致的抖振问题。仿真结果表明, 所设计的控制策略在参数不确定及有界扰动情况下实现了姿态角的快速、稳定跟踪。

参考文献(References):

- [1] HODEL A S, HALL C E. Variable-structure PID control to prevent integrator windup [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2001, 48(2): 442 – 451.
- [2] ZHU J J, HODEL A, SCOTT A, et al. X-33 entry flight controller design by trajectory linearization: a singular perturbational approach [C] // *American Astronautical Society Guidance and Control Conference*. Breckenridge, CO: AIAA Press, 2001: 151 – 170.
- [3] JOHNSON E N, CALISE A J. Limited authority adaptive flight control for reusable launch vehicles [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamic*, 2003, 26(6): 906 – 913.

- [4] FAN Jinsuo, ZHANG Hexin, ZHANG Mingkuan, et al. Adaptive second-order terminal sliding mode control for aircraft re-entry attitude [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(3): 403 – 407. (范金锁, 张合新, 张明宽, 等. 基于自适应二阶终端滑模的飞行器再入姿态控制 [J]. *控制与决策*, 2012, 27(3): 403 – 407.)
- [5] STOTT J E, SHTESSEL Y B. Launch vehicle attitude control using sliding mode control and observation techniques [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2011, 349(2): 397 – 412.
- [6] ZONG Q, WANG F, TIAN B L. Nonlinear adaptive filter backstepping flight control for reentry vehicle with input constraint and external disturbances [J]. *PIMechE Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2014, 228(6): 889 – 907.
- [7] WANG F, HUA C C, ZONG Q. Attitude control of RLV in reentry phase with input constraint via robust adaptive backstepping control [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2015, 29(10): 1308 – 1327.
- [8] XU H J, MIRMIRANI M D, IOANNOU P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2004, 27(5): 829 – 838.
- [9] QIAO Z W, SHI T N, WANG Y D, et al. New sliding-mode observer for position sensorless control of permanent-magnet synchronous motor [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(2): 710 – 719.
- [10] CHEN M, GE S Z. Direct adaptive neural control for a class of uncertain nonaffine nonlinear systems based on disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, 43(4): 1213 – 1225.
- [11] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 61(4): 1983 – 1992.
- [12] YANG J, LI S H, SU J Y, et al. Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances [J]. *Automatica*, 2013, 49(9): 2287 – 2291.
- [13] YANG J, LI S H, YU X H. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(1): 160 – 169.
- [14] YANG Junqi, ZHU Fanglai. Linear-matrix-inequality observer design of nonlinear systems with unknown input and measurement noise reconstruction [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 538 – 544. (杨俊起, 朱芳来. 未知输入和可测噪声重构之线性矩阵不等式非线性系统观测器设计 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(4): 538 – 544.)
- [15] YANG J, LI S H, SUN C Y, et al. Nonlinear-disturbance-observer-based robust flight control for airbreathing hypersonic vehicles [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1263 – 1275.
- [16] BU Xiangwei, WU Xiaoyan, CHEN Yongxin, et al. Nonlinear-disturbance-observer-based sliding mode backstepping control of hypersonic vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1473 – 1479. (卜祥伟, 吴晓燕, 陈永兴, 等. 基于非线性干扰观测器的高超声速飞行器滑模反演控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(11): 1473 – 1479.)
- [17] YANG Qingyun, CHEN Mou. Robust control for near space vehicles with input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(1): 18 – 28. (杨青运, 陈谋. 具有输入饱和的近空间飞行器鲁棒控制 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(1): 18 – 28.)
- [18] SUN H B, LI S H, SUN C Y. Finite time integral sliding mode control of hypersonic vehicles [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 229 – 244.
- [19] WANG Liang, LIU Xiangdong, SHENG Yongzhi. High-order sliding mode observer based adaptive time-varying sliding mode for re-entry attitude control [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(2): 281 – 286. (王亮, 刘向东, 盛永智. 基于高阶滑模观测器的自适应时变滑模再入姿态控制 [J]. *控制与决策*, 2014, 29(2): 281 – 286.)
- [20] SIRA-RAMREZ H, CORTES-ROMERO J, LUVIANO-JUAREZ A. Robust linear control of nonlinear flat systems [J]. *Robust Control, Theory and Applications*, 2010, 20: 455 – 477.
- [21] LIU Jinkun. *MATLAB Simulation for Sliding Mode Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (刘金琨. *滑模变结构控制MATLAB仿真* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.)
- [22] HARDY H, LITTLEWOOD J E, POLYA G. *Inequalities* [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1952.
- [23] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.
- [24] MAN Z H, YU X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear systems [C] // *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan: IEEE, 1996.
- [25] LIN T, CAI K Y. A general form and improvement of fast terminal sliding mode [C] // *Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Jinan: IEEE, 2010.
- [26] HAN Zhao, ZONG Qun, TIAN Bailing, et al. Hypersonic vehicle attitude control using Terminal sliding mode control [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 259 – 265. (韩钊, 宗群, 田栢苓, 等. 基于Terminal滑模的高超声速飞行器姿态控制 [J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 259 – 265.)
- [27] SU Jingya, ZHANG Ruifeng, WANG Xinhua, et al. Controlling a four-rotor aircraft based on noise-attenuation differentiator [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 827 – 832. (宿敬亚, 张瑞峰, 王新华, 等. 基于滤噪微分器的四旋翼飞行器控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(8): 827 – 832.)
- [28] WANG Jie, ZONG Qun, TIAN Bailing, et al. Reentry attitude control for hypersonic vehicle based on quasi-continuous high order sliding mode [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(9): 1166 – 1173. (王婕, 宗群, 田栢苓, 等. 基于拟连续高阶滑模的高超声速飞行器再入姿态控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(9): 1166 – 1173.)
- [29] ZHANG Qiang, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust control for nonaffine nonlinear systems based on backstepping [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(1): 19 – 26. (张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于Backstepping的非仿射非线性系统鲁棒控制 [J]. *控制与决策*, 2014, 29(1): 19 – 26.)
- [30] KIM J, SON J, LEE J. A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM [J]. *IEEE Transactions on Industry Electronics*, 2011, 58(9): 4069 – 4077.
- [31] BOLLINO K P. *High fidelity real time trajectory optimization for reusable launch vehicles* [D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 2006.

作者简介:

王芳 (1984–), 女, 博士, 讲师, 主要从事高超声速飞行器控制、非线性系统有限时间控制等方面的研究, E-mail: wangfang@ysu.edu.cn;

宗群 (1961–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为高超声速飞行器控制、无人机控制、多智能体控制等, E-mail: zongqun@tju.edu.cn;

田栢苓 (1982–), 男, 副教授, 主要从事飞行器制导、控制、轨迹优化方面的研究, E-mail: Tianbailing121@126.com;

董琦 (1986–), 男, 博士研究生, 主要从事飞行器制导、控制等方面的研究, E-mail: dongqiouc@126.com.