

J_2 项摄动影响下的大气层外弹道规划改进算法

魏倩, 蔡远利[†]

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 针对只限制飞行器始/终点位置和飞行时间两项约束条件的大气层外弹道规划问题, 提出了一种考虑地球 J_2 项引力摄动的Lambert改进制导算法. 根据经典Lambert制导理论确定中心力场假设条件下满足约束条件的标准弹道轨迹, 然后与考虑地球扁率条件下的实际弹道轨迹相对比, 得到基于轨道参数的弹道偏差解析解. 通过设计一种计及 J_2 项引力摄动的虚拟目标点预测模型并补偿摄动偏差, 将引力摄动影响下的轨道规划问题重新转化到二体理论Lambert制导下讨论. 与现有的摄动修正方法相比较, 考虑6个独立变量影响的预测模型修正算法能够全面完整地反应出轨道参数对于轨道偏差的影响. 同时, 基于椭圆轨道参数的预测模型具有鲁棒性强、计算精度高以及计算速度快等优点.

关键词: J_2 项摄动; 预测模型; 椭圆轨道参数; 弹道偏差; Lambert问题

中图分类号: V448.2 文献标识码: A

Trajectory planning algorithm of exo-atmosphere aircraft under the influence of the J_2 perturbation

WEI Qian, CAI Yuan-li[†]

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

Abstract: A modified Lambert algorithm considering the earth's J_2 perturbation gravitational is put forward for the trajectory planning problem of exo-atmosphere aircraft limited by two constraint conditions—the aircraft's initial/terminal points and flight time. According to the classic Lambert guidance theory, the normal trajectory within the assumed condition of central gravitational force is determined to meet the constraint conditions. Then, comparing with the actual trajectory within earth's oblateness perturbation, an analytic solution of trajectory deviation based on trajectory parameters is derived. By constructing a prediction model about the virtual terminal point in view of the J_2 perturbation gravitational to correct the deviation of perturbation, the trajectory planning problem is covered to the discussion of Lambert problem within two-body theory. Comparing with the existing perturbation correction method, the modified algorithm of prediction model with 6 independent variables has a complete response to the influence between trajectory deviation and the parameters. At the same time, the prediction model has strong robustness, high accuracy and fast computation speed.

Key words: J_2 perturbations; prediction model; elliptical trajectory parameters; trajectory deviation; Lambert's problem

1 引言(Introduction)

大气层外的轨道规划问题可以简化为满足飞行器始/终点位置与飞行时间两项约束条件的最优轨道求解问题, 也称为固定时间的Lambert问题. 在二体理论和中心力场的假设下, Lambert制导理论发展的较为完善, 提出了许多经典求解方法. 目前最常用的方法有两种, 一种是Battin-Vaughan(B-V)算法应用于空间卫星轨道领域, 另一种是Nelson-Zarchan建立航迹角迭代法被广泛使用在国防科技领域, 特别是在无人机和导弹制导等问题^[1-6].

当考虑到地球扁率, 飞行器在整个飞行轨道上都会受到强非线性的 J_2 项摄动引力的影响, 产生较大的弹道偏差. 近年来, 众多学者利用各种优化算法求解 J_2 项摄动条件下的Lambert问题. 较为普遍的优化算法是直接制导法和偏差补偿法.

直接制导法是不考虑 J_2 项摄动对于标准轨道的影响, 只根据当前时刻飞行器的实际飞行状态进行实时的Lambert制导^[7-8]. 其优点在于不考虑摄动因素影响直接进行实时制导控制, 具有良好的鲁棒性. 缺点在于在整个飞行过程中飞行器始终保持控制推进状态,

收稿日期: 2015-12-04; 录用日期: 2016-05-27.

[†]通信作者. E-mail: ylicai@mail.xjtu.edu.cn; Tel.: +86 13509181530.

本文责任编辑: 孟斌.

国家自然科学基金项目(61308120, 61463029)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61308120, 61463029).

能量消耗巨大;优化过程复杂繁琐,地面设计工作量巨大.

偏差补偿法是在二体理论Lambert问题的框架内,对于扰动引力偏差进行变相补偿的改进型Lambert制导理论.优点是依托于经典Lambert求解方法,计算简洁.其基本原理是,在 J_2 项引力摄动的情况下,求得补偿轨道偏差所需的速度增益矢量.速度增益矢量的求取主要采取两种途径,数值积分的弹道预测法和平均轨道要素法.前者需要大量的运算时间来得到较准确的飞行轨道预测数据;后者进行了大量近似处理,难以达到制导精度的要求.因此,现有解决方法不能同时满足精度和运行时间两方面的要求.

本文提出了基于预测模型的改进型Lambert制导算法.创新提出了基于轨道参数的弹道偏差解析解,并构建了关于轨道参数的虚拟目标点预测模型^[9-11].完全满足弹上计算所要求的计算精度高,计算规模小的工程要求,具有较高的工程实际价值.

2 改进Lambert制导问题描述(Description of modified Lambert guidance)

中心力场下的经典Lambert制导问题,本质就是在初始时刻 t_0 ,寻找一条通过初始位置 r_1 和终点位置 r_2 ,飞行时间为 t_F 的标准椭圆轨道.

飞行器的初始速度 $\|v_d\|$ 大小要满足^[1]

$$\|v_d\| = \sqrt{\frac{\mu(1 - \cos \beta)}{r_1 \cos \gamma \left(\frac{r_1 \cos \gamma}{r_2} - \cos(\beta + \gamma) \right)}}, \quad (1)$$

其中: $r_1 = \|r_1\|$ 为飞行器初始位置地心距, $r_2 = \|r_2\|$ 为目标位置地心距; γ 为飞行器的飞行航迹角, β 为飞行器初始位置矢量与目标位置矢量之间的夹角,称为转移角, $\mu = 3.986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 为地球引力常数.

飞行时间 t_F 满足

$$t_F = \frac{r_1}{v_d \cos \gamma} \left\{ \frac{\tan \gamma (1 - \cos \beta) + (1 - \lambda) \sin \beta}{(2 - \lambda) \left[\frac{1 - \cos \beta}{\lambda \cos^2 \gamma} + \frac{\cos(\gamma + \beta)}{\cos \gamma} \right]} + \frac{2 \cos \gamma}{\lambda \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right)^{1.5}} \arctan \left(\frac{\sqrt{2/\lambda - 1}}{\cos \gamma \cot \frac{\beta}{2} - \sin \gamma} \right) \right\}, \quad (2)$$

式中: $\lambda = r_0 v_d^2 / \mu$ 为能量比参数,当飞行轨道为椭圆轨道时,满足 $0 < \lambda < 2$.

因为,经典Lambert理论只局限于二体理论与中心力场假设.当考虑地球扁率(主要是 J_2 项引力摄动)后,飞行轨道将会出现较大的位置偏差(如图1所示).根据经典Lambert理论计算得到的标准椭圆轨道 $P_1 \widehat{P}_2$,其初始飞行速度为 v_d .当考虑 J_2 项摄动影响后,实际飞行轨道将变为 $P_1 P'_2$.

为了修正 J_2 项摄动产生的轨道偏差,改进算法引入虚拟目标点 P_2^* .以 P_2^* 作为瞄准点,进行标准Lambert制导飞行, t_F 时刻飞行器的实际飞行位置刚好落在任务目标点 P_2 .改进算法的核心就是寻找出虚拟目标点 P_2^* 并计算出速度增益矢量 Δv_d .

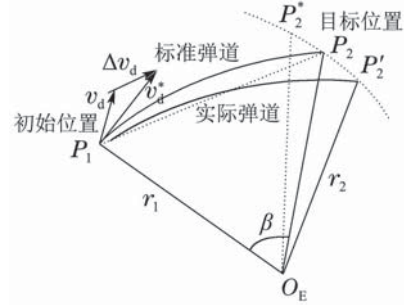


图1 标准弹道与实际弹道

Fig. 1 Normal trajectory and actual trajectory

3 轨道偏差解析解(A analytical solution of trajectory deviation)

3.1 J_2 项引力摄动的分解(Decomposition of J_2 gravitational perturbation)

设坐标系 $O - r\beta z$, O 点固定在飞行器质心上,并随飞行器沿标准椭圆轨道运动, Or 轴为地心 O_E 到点 O 的连线,指向点 O 为正; $O\beta$ 轴在标准椭圆轨道内并且垂直于 Or 轴,沿轨道运动方向为正; Oz 轴垂直于标准轨道平面.在 $O - r\beta z$ 中以地心角 β 为自变量,可得如下简化飞行运动方程:

$$\begin{cases} \dot{v}_r = v_\beta - \frac{\mu}{rv_\beta} + \frac{r}{v_\beta} \delta g_r, \\ \dot{r} = v_r \frac{r}{v_\beta}, \\ \dot{v}_\beta = -v_r + \frac{r}{v_\beta} \delta g_\beta, \\ \dot{t} = \frac{r}{v_\beta}, \\ v_z = \frac{r}{v_\beta} \delta g_z, \\ \dot{z} = \frac{r}{v_\beta} v_z, \end{cases} \quad (3)$$

其中: r 为地心距,飞行时间为 t ,侧向位移为 z .飞行器的径向速度为 v_r ,周向速度为 v_β ,侧向速度为 v_z ,相对应的摄动加速度分别为 (g_r, g_β, g_z) .

飞行器在任意点受到的 J_2 项引力函数可以表示为关于地心距 r 和地心纬度 φ 的函数

$$V_2(r, \varphi) = J \frac{\mu}{r} \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi \right), \quad (4)$$

其中: $a_e = 6378137 \text{ m}$, $J = 1.0826 \times 10^{-3}$.因为,地心纬度 φ 与运动方程自变量 β 之间存在较为复杂的几何关系,不利于积分运算.因此,对引力函数 V_2 进行优

化分解.

设导弹的关机点(初始点 P_1)的动量矩与地球不动外壳交点为 $O_p(\lambda_p, \varphi_p)$, 将以北极点 N 为极点的弹道位置坐标转换到以 O_p 为极点的新坐标体系^[12-13].

如图2所示, K_{P1} , K_{P2} , K_q 分别为中制导阶段的初始点 $P_1(r_1, \lambda_1, \varphi_1)$ 、目标点 $P_2(r_2, \lambda_2, \varphi_2)$, 以及标准弹道上任意一点 Q 的单下点. 新坐标系以点 O_p 作为极点, 通过北极点 N 和新极点 O_p 的子午圈作为新初始子午圈. 因此, 标准弹道上任意点 Q 原始位置坐标 (r, λ, φ) , 转换为新的位置坐标 (r, η, σ) . 同时, 中制导段初始点和目标点分别转换 $(r_1, \eta_{P1}, \sigma_{P1})$ 和 $(r_2, \eta_{P2}, \sigma_{P2})$. 新坐标具有以下特点: 对于标准的椭圆轨道 $\widehat{P_1P_2}$, $\eta \equiv 0$; 任意点 Q 的射程角满足 $\beta = \sigma - \sigma_{P1}$.

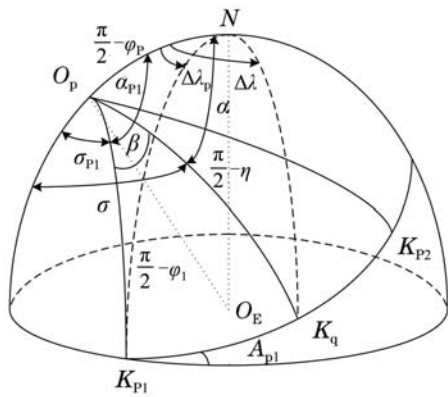


图2 极点变换的几何关系

Fig. 2 Geometry of pole transformation

关于极点 $O_p(\lambda_p, \varphi_p)$ 可以由初始点 P_1 位置信息得到, 表示为

$$\begin{cases} \sin \varphi_p = \cos \varphi_1 \sin A_{P1}, \\ \sin \Delta \lambda_p = \cos A_{P1} / \cos \varphi_p, \\ \cos \Delta \lambda_p = -\tan \varphi_p \tan \varphi_1, \\ \Delta \lambda_p = \lambda_1 - \lambda_p, \end{cases} \quad (5)$$

其中 A_{P1} 是初始点 P_1 的球面方位角

$$\begin{cases} \sin A_{P1} = \frac{\cos \varphi_2 \sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\sin \beta}, \\ \cos A_{P1} = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \beta}{\cos \varphi_1 \sin \beta}. \end{cases} \quad (6)$$

因此, 标准椭圆轨道上任意点 $Q(\lambda, \varphi)$, 变换出的新坐标 η, σ 为

$$\begin{cases} \sin \eta = \sin \varphi_p \sin \varphi + \cos \varphi_p \cos \varphi \cos(\Delta \lambda), \\ \begin{cases} \sin \sigma = \cos \varphi \sin \Delta \lambda / \cos \eta, \\ \cos \sigma = \frac{-\sin \varphi + \sin \varphi_p \sin \eta}{\cos \varphi_p} \cos \eta, \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_p$, $\alpha = \pi - \sigma$.

以极点变换得到的新坐标变量 σ 替换 J_2 项引力函数中的地心纬度变量 φ , 得到

$$V_2(r, \sigma) = \frac{J\mu a_e^2}{2r^3} (b_1 + b_2 \cos(2\beta) + b_3 \sin(2\beta)), \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} b_1 = \frac{2}{3} - \cos^2 \varphi_p, \\ b_2 = -\cos^2 \varphi_p \cos(2\alpha), \\ b_3 = -\cos^2 \varphi_p \sin(2\alpha). \end{cases} \quad (9)$$

J_2 项引力摄动的加速度, 坐标系 $O - r\beta z$ 的分量表示为

$$\begin{cases} \Delta g_r = \frac{\partial V_2}{\partial r} = -3 \frac{V_2}{r}, \\ \Delta g_\beta = \frac{1}{r \cos \eta} \frac{\partial V_2}{\partial \beta} = \frac{J\mu a_e^2}{r^4} (-b_2 \sin(2\beta) + b_3 \cos(2\beta)), \\ \Delta g_z = \frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial \eta} = (b_4 \sin \beta + b_5 \cos \beta), \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} b_4 = -\sin(2\varphi_p) \cos \alpha, \\ b_5 = -\sin(2\varphi_p) \sin \alpha. \end{cases} \quad (11)$$

3.2 轨道偏差解析解 (Analytical solution of trajectory deviation)

在 J_2 项摄动影响下, 实际飞行轨迹与标准椭圆轨道具在地心距 r 相同时, 轨道状态参数之间的偏差称为轨道偏差参数. 轨道偏差参数构成的偏差状态向量为

$$Y = [\Delta v_r \ \Delta \beta \ \Delta v_\beta \ \Delta t \ v_z \ \Delta z]^T; \quad (12)$$

摄动向量为

$$U = \left[\frac{r}{v_\beta} \delta g_r \ 0 \ \frac{r}{v_\beta} \delta g_\beta \ 0 \ \frac{r}{v_\beta} \delta g_z \ 0 \right]. \quad (13)$$

根据运动方程组(3)导出偏差状态的摄动方程

$$\frac{dY}{d\beta} = CY + U. \quad (14)$$

由于初始偏差状态为 $\delta Y(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, 则标准椭圆弹道下, 射程角为 β 时的轨道偏差为

$$\delta Y(\beta) = \Phi(\beta, \zeta) \delta Y(0) + \int_0^\beta \Phi(\beta, \zeta) U(\zeta) d\zeta = \int_0^\beta \Phi(\beta, \zeta) U(\zeta) d\zeta, \quad (15)$$

其中 $\Phi(\beta, \zeta)$ 为偏差向量 Y 的状态转移矩阵.

利用以上摄动偏差状态方程可以快速解算出 J_2 项摄动引力作用下, 地心距为 $r(\beta)$ 时实际轨道与标准轨道的偏差量 $(\Delta \beta(\beta), \Delta t(\beta), \Delta z(\beta))$.

虽然, 轨道偏差解析式 $(\Delta \beta(\beta), \Delta t(\beta), \Delta z(\beta))$ 是关于转移角 β 的积分函数, 但是其中也包含与飞行器始/终点位置等约束条件相关的飞行状态参数. 例如, 标准轨道的偏心率 e , 半通径 P , 球面轨道方位角 A_{P1} ; 关于初始点 P_1 和目标点 P_2 的相关轨道参数 r_1, f_1 ,

E_1 和 $r_2, f_2, E_2, t_F, v_{r2}$; 极点替换所产生的新极点精度 φ_p, α_1 .

因此, 在一系列的参数中, 选择6个独立轨道 J_2 参数 $r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1$ 作为代表变量, 可以推导出其他状态参数.

首先, 利用航迹角迭代法式(1)–(2)求得标准轨道的初始点飞行速度矢量 $\mathbf{v}_1(v_{1r}, v_{1\beta}, v_{1z})$. 同时, 计算出标准轨道的 e, P ,

$$P = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{v}_1 = r_1 * v_{1\beta}, \quad (16)$$

$$a = \frac{\mu r_1}{r_1 \|\mathbf{v}_1\|^2 - 2\mu}, \quad (17)$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{P}{a}}, \quad (18)$$

然后, 真近点角 f_1 和 f_2 由下式得到

$$\begin{cases} e \cos f_1 = \frac{P}{r_1} - 1, \\ e \sin f_1 = \frac{e \cos f_1 \cos \beta - e \cos f_2}{\sin \beta}. \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} e \cos f_2 = \frac{P}{r_2} - 1, \\ f_2 = f_1 + \beta. \end{cases} \quad (20)$$

偏近点角 E_1 和 E_2 为

$$\begin{cases} \sin E_1 = r_1 \sin f_1 \frac{\sqrt{1-e^2}}{P}, \\ \cos E_1 = r_1 \frac{e + \cos f_1}{P}. \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \sin E_2 = r_2 \sin f_2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{P}, \\ \cos E_2 = r_2 \frac{e + \cos f_2}{P}. \end{cases} \quad (22)$$

目标点 P_2 的径向速度 v_{r2} 表示为

$$v_{r2} = \sqrt{\frac{\mu}{P}} e \sin f_2. \quad (23)$$

最后, 把球面方位角 A_{p1} 和初始点 P_1 的地心纬度 φ_1 作为代表变量, 则 φ_p, α_1 由式(6)和式(7)计算得到.

因此, 轨道偏差公式可以表示为关于6个独立轨道参数变量的非线性方程, 记为

$$\begin{cases} \Delta\beta = f(r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1), \\ \Delta t = g(r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1), \\ \Delta z = q(r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1). \end{cases} \quad (24)$$

可以看出, 变量 r_1, r_2, β, t_F 可以确定出一个满足扁率 e 的标准轨道弧线. 而方位角 A_{p1} 和地心纬度 φ_1 则确定此轨道的位置以及轨道夹角. 因此, 6个变量能唯一确定出标准轨道与偏差的对应函数关系.

弹道偏差 $\Delta\beta(\beta), \Delta t(\beta), \Delta z(\beta)$ 转换为实际轨道参数是采用落点误差系数的计算方法.

设标准弹道的转移角为 β , 方位角为 A_{p1} , 实际弹道的转移角为 β' , 方位角为 A'_{p1} , 如图3所示, 关系为

$$\begin{cases} \Delta\beta = \beta' - \beta, \\ \Delta A_{p1} = A'_{p1} - A_{p1}. \end{cases} \quad (25)$$

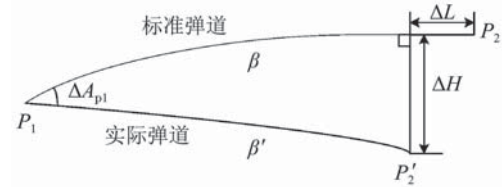


图3 射程偏差与侧向偏差

Fig. 3 Range deviation and lateral deviation

定义射程偏差 ΔL 和侧向偏差 ΔH

$$\Delta L = N_c \Delta\beta, \quad (26)$$

$$\Delta H = N_c \sin \beta \sin \Delta A_{p1}, \quad (27)$$

其中 N_c 为目标点子卯西半径.

根据轨道坐标系 $O-r\beta z$ 定义可以得知,

$$\Delta z = \Delta H, \quad (28)$$

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} + \frac{\Delta z}{N_c \sin \beta}. \quad (29)$$

因此, 实际轨道的落点信息(A'_{p1}, β', t_F)为

$$\begin{cases} A'_{p1} = A_{p1} + \Delta A_{p1}, \\ \beta' = \beta + \Delta\beta, \\ t'_F = t_F + \Delta t. \end{cases} \quad (30)$$

4 改进型Lambert制导算法(Modified Lambert guidance)

4.1 虚拟目标点的预测模型(Prediction model of virtual target point)

现有的Lambert改进算法都是在仿真轨道数据的基础上进行迭代修正. 此种方法在仅知始/终点位置与飞行时间的“贫信息”状态下可以完成虚拟目标点的寻找工作. 但是缺点在于迭代规模与收敛性都无法确定, 同时计算精度无法保证.

本文提出的基于预测模型的Lambert修正算法. 由于神经网络具有强大的学习能力, 可以准确地实现预测模型, 具有较好的收敛性、实时性和一定的泛化能力等^[14]. 同时, 6自由度的轨道参数变量可以涵盖了近地轨道空间中各种轨道类型, 预测模型可以全面体现出轨道参数对于轨道偏差的影响.

由式(24)可以知道, $r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1$ 是独立变量, 并且唯一确定出一类飞行轨道. 因此, 选取 $r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1$ 作为预测模型的输入变量.

而输出变量的选取关系到整个预测系统的预测精度. 如果输出变量设置为虚拟目标点位置信息(λ^* ,

φ_1^*, t_F^*), 则很难和输入变量产生直接联系, 难以形成非线性预测模型. 因此, 要选择与输入信息存在直接关联性的虚拟标称轨道参数(A_{p1}^*, β^*, t_F^*)作为输出变量.

神经网络模型以飞行轨道信息 $r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_1$ 作为6个输入变量. 虚拟目标点位置(A_{p1}^*, β^*, t_F^*)作为3个输出变量. 由于虚拟目标点的确定仅与飞行阶段的初始点、目标点位置以及飞行时间相关联. 利用此特点建立的神经网络模型会更加可靠、准确.

考虑到Lambert制导问题对于预测精度的严苛要求, 引入多隐含层来提高网络预测精度. 通过对比分析, 采用网络结构为6-12-12-12-3的5层BP神经网络满足模型的预测精度.

4.2 模型训练(Model training)

由于预测模型的输入变量与输出变量之间是非线性关系, 无法用具体公式来计算得到. 因此, 利用轨道偏差公式来间接构造出神经网络的训练样本集.

首先, 在大气层外导弹的飞行取值范围内进行选取采样数据, 构成采样矩阵

$$T_{a,b,c,d,e,f} = (r_{1a}, r_{2b}, \beta_c, t_{Fd}, A_{p1e}, \varphi_{1f}).$$

为了便于寻找变量之间的内在联系, 因此采用均匀采样的方法, 并且以取值区间的中点为参考点($r_{c1}, r_{c2}, \beta_{cc}, t_{cF}, A_{cp1}, \varphi_{c1}$). 采样矩阵满足以下条件:

$$\begin{cases} r_{1a} = r_{c1} + a\delta r_1, \\ r_{2b} = r_{c2} + b\delta r_2, \\ \beta_c = \beta_{cc} + c\delta\beta, \\ t_{Fd} = t_{cF} + d\delta t_F, \\ A_{p1e} = A_{cp1} + e\delta A_{p1}, \\ \varphi_{1f} = \varphi_{c1} + f\delta\varphi_1, \end{cases} \quad (31)$$

其中: $\delta r_1, \delta r_2, \delta\beta, \delta t_F, \delta A_{p1}, \delta\varphi_1$ 为小量采样间隔,

$$\begin{aligned} a &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_{r_1}, \quad b = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_{r_2}, \\ c &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_\beta, \quad d = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_t, \\ e &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_A, \quad f = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_\varphi. \end{aligned}$$

然后, 以采样数据($r_{1a}, r_{2b}, \beta_c, t_{Fd}, A_{p1e}, \varphi_{1f}$)作为自变量带入改进的偏差解析式(24), 再利用偏差式(24)-(30)计算出相对应的实际落点(A'_{p1}, β', t'_F), 构成采样结果矩阵 $T'_{c,d,e}$. 因为实际落点数据(A'_{p1}, β', t'_F)和采样矩阵任务目标点信息(A_{p1}, β, t_F)相对应, 为了计算方便为采样值矩阵 T' 添加的3个独立项 r_1, r_2, φ_1 , 采样值矩阵变为为 $T'_{a,b,c,d,e,f}$; 在采样矩阵 T 中减去相应的3项(r_1, r_2, φ_1), 成为 $T_{c,d,e}$.

最后, 六维的矩阵 T' 作为训练样本的输入集, 与之相对应的作为训练样本的输出集, 对BP神经网络进行离线样本训练. 如图4所示, 通过以上构造以及训练方法, 得到离线的虚拟目标点预测模型.

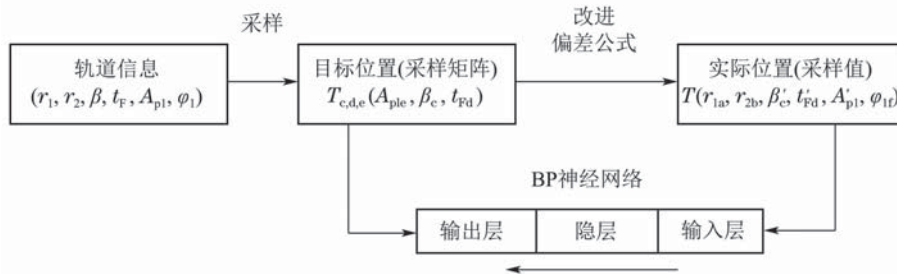


图 4 神经网络的训练原理图

Fig. 4 Training principle of neural network

4.3 算法步骤(Algorithm steps)

改进Lambert算法制导方法流程如下所示:

- 1) 输入任务初始点 P_1 位置 r_1 , 目标点 P_2 位置 r_2 和飞行时间 t_F . 按照要求把输入信息转换为轨道信息($r_1, r_2, \beta, t_F, A_{p1}, \varphi_{p1}$).
- 2) 以目标点信息为采样中心构造训练样本集, 对离线BP神经网络进行二次在线更新训练.
- 3) 利用更新后的预测模型推算出虚拟标称轨道信息(A_{p1}^*, β^*, t_F^*), 并且计算出虚拟目标点 P_2^* .
- 4) 以虚拟目标点 λ_2^*, φ_2^* 为瞄准点, 飞行时间 t_F^* 进行经典Lambert制导计算, 得到相应的修正初始

速度 v_d^* .

- 5) 补偿轨道偏差所需要的导引控制量, 增益速度矢量为 $\Delta v_d = v_d^* - v_d$.

5 算法验证与分析(Algorithm verification and analysis)

假设飞行器可以瞬间获得转移轨道所需要的速度增益矢量, 不涉及脉冲推力控制问题. 此外, 对于近地轨道空间, 仅考虑地心引力的作用, 忽略其它摄动影响.

取导弹发射点地心纬度 0° N, 地心经度 10° E, 高度1200 km处, 任务目标点 P_2 的地心经度 35° E, 地

心纬度 17° N, 飞行时间 t_F 为800 s. 因此把从 P_1 到 P_2 的标准轨道作为取值区间的参考点($r_{c1}, r_{c2}, \beta_{cc}, t_{cF}, A_{cp1}, \varphi_{c1}$), 则

$$\begin{aligned} r_{c1} &= 7.577 \times 10^6 \text{ m}, r_{c2} = 6.37782 \times 10^6 \text{ m}, \\ \beta_{cc} &= 0.6058 \text{ rad}, t_{cF} = 800 \text{ s}, \\ A_{cp1} &= 1.299 \text{ rad}, \varphi_{c1} = 0.1734 \text{ rad}. \end{aligned}$$

通过实例1-2中对于不同取值范围的讨论, 来印证BP神经网络具有较强的鲁棒性. 任务目标点 P_2 的地

心经度 46.2° E, 地心纬度 7° N, 飞行时间 t_F 为1150 s. 因此把从 P_1 到 P_2 的标准轨道作为取值区间的参考点($r_{c1}, r_{c2}, \beta_{cc}, t_{cF}, A_{cp1}, \varphi_{c1}$), 则

$$\begin{aligned} r_{c1} &= 7.57749 \times 10^6 \text{ m}, r_{c2} = 6.37782 \times 10^6 \text{ m}, \\ \beta_{cc} &= 0.7986 \text{ rad}, t_{cF} = 1150 \text{ s}, \\ A_{cp1} &= 1.5687 \text{ rad}, \varphi_{c1} = 0.1734 \text{ rad}. \end{aligned}$$

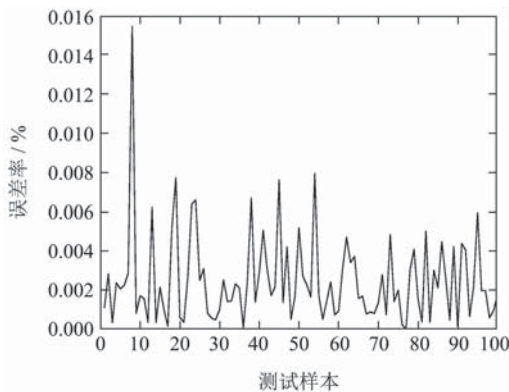
通过实例3-4中对于不同取值范围的讨论, 具体仿真数据如表1所示, BP神经网络的预测效果见图5.

表1 取值区域对神经网络的影响

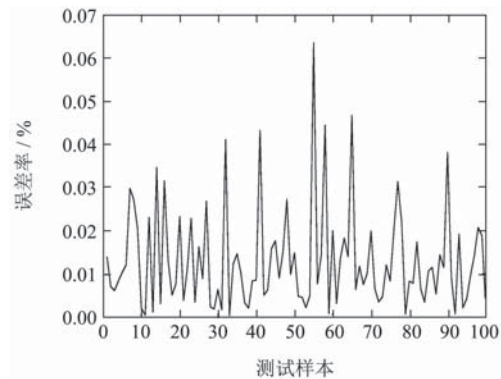
Table 1 Effect of value region on neural network

输入参数	实例1		实例2		实例3		实例4	
	区间	个数	区间	个数	区间	个数	区间	个数
r_1/km	± 2	5	± 2	5	± 2	5	± 2	5
r_2/km	± 2	5	± 2	5	± 2	5	± 2	5
β/rad	± 0.02	5	± 0.2	5	± 0.2	5	± 0.4	5
t_F/s	± 20	5	± 100	5	± 100	5	± 200	5
A_{p1}/rad	± 0.2	5	± 0.2	5	± 0.2	5	± 0.2	5
φ_1/rad	± 0.2	5	± 0.2	5	± 0.2	5	± 0.2	5
采样总数	15625		15625		15625		15625	
训练精度 ϵ_{BP}	10^{-6}		10^{-6}		10^{-6}		10^{-6}	
离散迭代数	87		119		70		125	
训练时间/s	107		156		88		155	
更新迭代数	2		4		3		6	
训练时间/s	0.7		1.6		1.08		2.6	

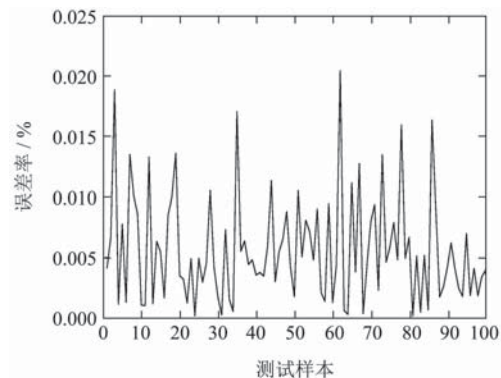
实验数据显示对一定取值区域内, 对于预测模型进行采样训练可以得到满足预测精度要求的BP神经网络预测模型. 由实验数据看到, 当取值范围不断扩大时, 迭代次数以及迭代时间都相应的增加, 增加计算成本. 同时, 由测试样本的误差率可以看出, 取值范围的增大, 同时带来预测误差的加大. 通过仿真实验的检验, 基于BP神经网络的改进Lambert制导策略能够准确地预测出制导所需的虚拟目标点信息, 准确完成任务要求.



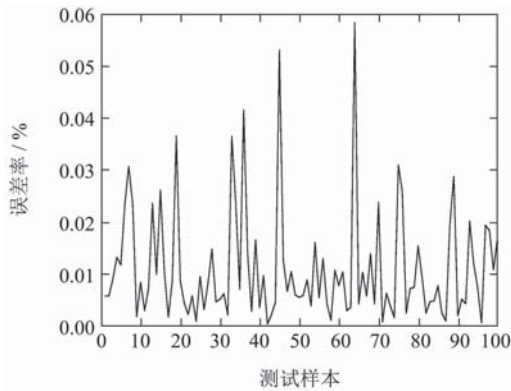
(a) 实例1的误差分析



(b) 实例2的误差分析图



(c) 实例3的误差分析



(d) 实例4的误差分析

图5 仿真实验的误差率分析

Fig. 5 Analysis of Error rate for simulation experiment

6 结束语(Conclusions)

考虑 J_2 项摄动影响下的大气层外轨道规划问题是一个寻找最优飞行路径的问题. 在经典Lambert制导理论上发展出来的摄动补偿优化算法是目前较为常用的一种改进策略.

本文利用轨道参数构造出一个6自由度的预测模型, 使得虚拟目标点的求解过程方便简洁, 计算精确. 同时, 与其他补偿方法相比, 本文介绍的改进算法全面考虑 J_2 项摄动影响在整个近地飞行空间的变化规律, 具有较高的工程实际价值.

参考文献(References):

- [1] BATTIN R H. *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics* [M]. Virginia, American: AIAA Inc, 1999.
- [2] AHN J, LEE S. Lambert algorithm using analytic gradients [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, 36(6): 1751 – 1761.
- [3] AHN J, BANG J, LEE S. Acceleration of zero-revolution Lambert's algorithms using table-based initialization [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2015, 38(2): 335 – 342.
- [4] ZARCHAN Z. Kill vehicle guidance and control sizing for boost-phase intercept [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2010, 33(6): 1724 – 1731.
- [5] ZHANG G, CAO X B, ZHOU D. Two-impulse cotangent rendezvous between coplanar elliptic and hyperbolic orbits [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2014, 37(3): 965 – 969.
- [6] WAILLIEZ S E. On Lambert's problem and the elliptic time of flight equation: A simple sem-analytical inversion method [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 53(5): 890 – 898.
- [7] SHAUL G, SERGEY R. Exo-atmospheric mid-course guidance [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. New York, USA: AIAA Inc, 2015: 2015 – 0088.
- [8] XU Ming, TAN Tian, LI Zhiwu, et al. Optimal correction strategy during Lambert transfer from view of probability [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(5): 574 – 578.
(徐明, 谭田, 李志武, 等. Lambert转移中途修正的全局概率最优策略 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(5): 574 – 578.)
- [9] WEI Qington, CHEN Mou, WU Wingxian. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and constraints [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361 – 1369.
(魏青桐, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与控制受限的四旋翼无人机反步姿态控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361 – 1369.)
- [10] LIU Zhibin, ZENG Xiaoqin, XU Yan, et al. Learning to control by neural networks using eligibility traces [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(7): 887 – 894.
(刘智斌, 曾晓勤, 徐彦, 等. 采用资格迹的神经网络学习控制算法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(7): 887 – 894.)
- [11] ZHANG Wei, QIAO Junfei, LI Fanjun. Direct adaptive dynamic neural network control for dissolved oxygen concentration [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(1): 115 – 121.
(张伟, 乔俊飞, 李凡军. 溶解氧浓度的直接自适应动态神经网络控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361 – 1369.)
- [12] ZHENG Wei, TANG Guojian. *Flight Dynamics of Ballistic Missile in Gravity Anomaly Field* [M]. Beijing, China: National Defence Industry Press, 2009: 41 – 53.
(郑伟, 汤国建. 扰动引力场中弹道导弹飞行力学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 41 – 53.)
- [13] WAILLIEZ S E. On Lambert's problem and the elliptic time of flight equation: a simple sem-analytical inversion method [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 53(5): 890 – 898.
- [14] DAI Wenzhan, LOU Haichuan, YANG Aiping. Overview of neural network predictive control in nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 16(5): 521 – 530.
(戴文战, 娄海川, 杨爱萍. 非线性系统神经网络预测控制研究进展 [J]. 控制理论与应用, 2009, 16(5): 521 – 530.)

作者简介:

魏倩 (1984–), 女, 博士研究生, 研究方向为飞行器制导与控制, E-mail: wq_kk@163.com;

蔡远利 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为飞行器制导与控制、复杂系统建模与仿真、随机系统理论及应用等, E-mail: ylicai@mail.xjtu.edu.cn.