

# 集成神经网络与自适应算法的分数阶滑模控制

张碧陶<sup>†</sup>, 高福荣, 姚 科

(广州市 香港科大 霍英东研究院, 广东 广州 511458)

**摘要:** 针对被控对象的参数时变和外部扰动问题, 本文融合神经网络的万能逼近能力和自适应控制技术, 并结合分数阶微积分理论, 提出了基于神经网络和自适应控制算法的分数阶滑模控制策略. 本文采用等效控制的方法设计滑模控制律, 并利用神经网络的万能逼近能力估测控制律的变化, 结合自适应控制算法和分数阶微积分理论抑制传统滑模控制系统的抖震, 同时根据Lyapunov稳定性理论分析了系统的稳定性, 最后给出了实验结果. 实验结果表明, 本文提出的基于神经网络和自适应控制算法的分数阶滑模控制系统, 能保持滑模控制器对系统外部扰动和参数变化鲁棒性的同时, 也能有效地抑制抖震, 使得系统获得较高的控制性能.

**关键词:** 神经网络; 滑模控制; 分数阶; 抖震; 自适应控制

**中图分类号:** TP13

## Neural network and adaptive algorithm-based fractional order sliding mode controller

ZHANG Bi-tao<sup>†</sup>, GAO Fu-rong, YAO Ke

(Guangzhou HKUST Fok Ying Tung Research Institute, Guangzhou Guangdong 511458, China)

**Abstract:** In this paper, a fractional order sliding mode scheme based on neural network self-adapting algorithm is proposed for dealing with the chattering phenomenon existing in conventional sliding mode controller under the existence of parameters variation and external disturbance. Firstly, the fractional order sliding mode control law is designed using equivalent control technology. And a switching control method is obtained to drive the system state to reach the given sliding manifold at any initial condition. Then the neural network and adaptive control algorithm are designed to abate the chattering of sliding mode controller. The stability of control system is analysis by Lyapunov stability theory finally. Experiments demonstrate that the proposed neural network self-adapting based fractional order sliding mode controller not only achieve better control performance than the conventional sliding mode control system, but also is robust with regard to system parameters variation and external disturbance.

**Key words:** neural network; sliding mode control; fractional order; chattering; adaptive control

### 1 引言(Introduction)

滑模变结构控制方法在具有外界扰动和参数变化的不确定系统中得到广泛的应用. 一旦系统满足匹配条件, 滑模控制律驱使系统进入滑模运动状态后, 系统对不确定扰动具有完全的不变性. 但传统滑模控制器的理想高频正负切换输出值使得实际系统的执行机构容易引起抖震<sup>[1]</sup>, 致使滑模控制系统在实际工程的应用受到很大的限制. 目前, 针对非线性系统, 已经有了相关的研究成果<sup>[2-3]</sup>. 自适应和

模糊<sup>[4-5]</sup>等现代控制理论也被提出来处理抖震问题, 实际工程常用的优化方法有: 扩大边界值, 降低控制律的切换频率<sup>[6]</sup>; 附加状态观测器, 实时监控滑模控制律<sup>[7-8]</sup>; 把开关切换控制律作用在更高阶数的滑模面<sup>[9]</sup>. 上述的优化方法简单实用, 但也衍生出新的问题: 扩大边界值或者使用观测器来降低开关频率就降低了传统滑模控制器的鲁棒性. 同时, 系统也存在稳态误差<sup>[10-11]</sup>; 把高频切换控制律作用在更高阶数的滑模面, 在推导等效控制律的时候, 低

收稿日期: 2015-12-04; 录用日期: 2016-07-22.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: bitaoz@ust.hk.

本文责任编辑: 陈增强.

广东省自然科学基金项目(2015A030310266), 广东省数控一代机械产品创新应用示范工程专项资金项目(2013B011301012), 广州市科技计划项目(201508030040)资助.

Supported by Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (2015A030310266), Numerical Control Generation of Mechanical Product Innovation Application Demonstration Project in Guangdong Province Special Funds, China (2013B011301012), Guangzhou City Major Project for the Innovation of Industry and Research, China (201508030040).

阶系统的控制律出现阶数耦合,不利于控制器的实现.此外,滑模控制方法与其他控制策略结合一直是研究的热点<sup>[12-15]</sup>.

分数阶微积分的理论以及应用研究是当今的研究热点,但由于分数阶微积分尚缺乏明晰的物理意义以及较好的分析和设计工具,当前只有在较少领域得到应用.然而,分数阶微积分具有的遗传特性,恰恰可以抑制滑模控制的抖震.本文把分数阶微积分理论引入到滑模控制中,利用分数阶微积分的遗传衰减特性,使得控制器在滑模面的切换中缓慢地释放能量,进而大大缓解了抖震问题.

针对传统整数阶滑模控制系统中的抖震,本文利用神经网络较强的学习能力,设计基于分数阶滑模面的神经网络自适应控制系统.控制策略主要是把滑模控制的输出加于限制,并用神经网络算法实施补偿和利用自适应算法调节控制输入,使得该策略不但能保存滑模控制技术的完全鲁棒性,而且能有效减少抖震,使得系统能达到较高的综合控制性能.

## 2 分数阶滑模控制器设计(Design of fractional order sliding mode controller)

不失一般性,考虑以下被控对象:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f(x) + bu + d(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x_{1,2}$  为系统状态,  $f(x)$  是系统状态函数,  $u$  为系统输入,  $|d| \leq \psi$  为外部扰动和参数变化造成的总摄动,  $b$  是正实数. 定义系统输入指令为  $r(t)$ , 系统误差  $e(t)$  及其导数如下:

$$\begin{aligned} e(t) &= r(t) - x_1, \\ \dot{e}(t) &= \dot{r}(t) - x_2. \end{aligned} \quad (2)$$

针对上述系统,设计分数阶滑模控制器.本文提出的分数阶滑模控制器的设计分为两步:切换流形面选择和控制律设计.

选择以下切换流形面(s):

$$s = c_0 D_t^{-r}(e) + \dot{e}, \quad (3)$$

其中:  $c \in \mathbb{R}^+$ ,  ${}_0 D_t^r(\cdot)$  为分数阶算子,  $0, t$  为积分上下限,  $r$  为阶数, 分数阶算子定义如下<sup>[16]</sup>:

$${}_0 D_t^r f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-r)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{r+1-n}} d\tau, & n-1 < r < n, \\ \frac{d^n}{dt^n} f(t), & r = n, \end{cases} \quad (4)$$

其中  $n$  为自然数.

从上式可以看出,分数阶微分实际上是卷积积分的形式,体现出分数阶微积分的记忆特性和随时间的衰减特性.控制律的设计必须保证系统在任意初始状态都能到达滑模态,本文采用等效控制的设计方法.

对式(3)求一阶导数,可得

$$\dot{s} = c_0 D_t^{1-r}(e) + \ddot{e}. \quad (5)$$

将式(1)-(2)代入上式,则

$$\dot{s} = c_0 D_t^{1-r}(e) + (\ddot{r} - (f + bu + d)). \quad (6)$$

考虑没有扰动的情况下(即  $d = 0$ ),令上式  $\dot{s} = 0$ , 可得滑模等效控制律  $u_e$ :

$$u_e = \frac{1}{b}(\ddot{r} + c_0 D_t^{1-r}(e) - f). \quad (7)$$

采用以下的切换控制律  $u_s$ :

$$u_s = \frac{\eta}{b} \operatorname{sgn} s, \quad (8)$$

其中  $\eta > \psi + b\varepsilon_{\max}$ .

综合上述两式得滑模控制律  $u$ :

$$u = u_e + u_s = \frac{1}{b}(\ddot{r} + c_0 D_t^{1-r}(e) - f) + \frac{\eta}{b} \operatorname{sgn} s. \quad (9)$$

考虑到抖震产生的主要原因是滑模控制律输出幅值过大的正负高频信号,则采用以下抑制抖震的饱和函数:

$$v = \operatorname{sat}(u) = \begin{cases} u_{\text{up}}, & u > u_{\text{up}}, \\ u, & |u| \leq u_{\text{up}}, \\ -u_{\text{up}}, & u < -u_{\text{up}}, \end{cases} \quad (10)$$

则得控制律

$$v = u - \delta, \quad (11)$$

其中  $\delta$  为饱和截断误差.

## 3 神经网络逼近算法设计(Design of neural network algorithm)

为了保存滑模控制技术的强鲁棒性,同时也不会产生过大的抖震,必须根据系统状况选择好  $u_{\text{up}}$ . 本文利用神经网络的逼近能力,在线调整该参数.

神经网络的输入输出如下:

$$h_j = \exp\left(\frac{\|x - c_i\|^2}{2b_j^2}\right), \quad (12)$$

$$\delta = W^{*\text{T}}h(x) + \varepsilon, \quad (13)$$

其中:  $x$  为网络输入,  $i$  为网络输入层的第  $i$  个输入,  $j$  为网络隐含层第  $j$  个网络输入,  $h = [h_j]^{\text{T}}$  为高斯基函数的输出,  $W^*$  为网络的理想权值,  $\varepsilon$  为理想神经网络逼近  $\delta$  的误差,  $\varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$ .

令  $\hat{\delta}$  为网络输出,  $\hat{W}$  为网络的估计权值, 神经网络的输入  $x = u$ , 则网络的输出为

$$\hat{\delta} = \hat{W}^T h. \quad (14)$$

取  $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ , 则有

$$\begin{aligned} \delta - \hat{\delta} &= W^{*T} h + \varepsilon - \hat{W}^T h = \\ &= (W^{*T} - \hat{W}^T) h + \varepsilon = \\ &= -\tilde{W}^T h + \varepsilon, \end{aligned} \quad (15)$$

因此, 根据式(11), 可得控制律如下:

$$v = u - \hat{\delta} = \frac{1}{b}(\ddot{r} + c_0 D_t^{1-r}(e) - f) + \frac{\eta}{b} \text{sgn } s - \hat{\delta}. \quad (16)$$

#### 4 基于Lyapunov稳定性的自适应控制律设计(Design of self-adaption control law based on Lyapunov stability)

选取如下的Lyapunov函数的导数:

$$\dot{V} = s\dot{s} + \lambda \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}}. \quad (17)$$

把式(11)代入式(6), 得

$$\dot{s} = c_0 D_t^{1-r}(e) + (\ddot{r} - (f + b(u + \delta) + d)). \quad (18)$$

将式(16)代入上式得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -\eta \text{sgn } s - b(\delta - \hat{\delta}) - d = \\ &= -\eta \text{sgn } s + b\tilde{W}^T h - b\varepsilon - d. \end{aligned} \quad (19)$$

把上式代入式(17), 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \lambda \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} = \\ &= -\eta|s| + sb\tilde{W}^T h - sb\varepsilon - sd + \lambda \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} = \\ &= -\eta|s| + \tilde{W}^T (sbh + \lambda \dot{\tilde{W}}). \end{aligned} \quad (20)$$

采取以下自适应控制律:

$$\dot{\tilde{W}} = -\frac{1}{\lambda}(sbh), \quad (21)$$

则有

$$\dot{V} = -\eta|s| - s(b\varepsilon + d) \leq 0, \quad (22)$$

因此, 系统满足稳定性条件.

当系统达到滑模面并保持在滑模状态, 则有

$$s = c_0 D_t^{-r}(e) + \dot{e} = 0. \quad (23)$$

对上式求  $r$  阶导数得

$$c_0 e + D_t^{1+r}(e) = 0. \quad (24)$$

对于上式的分数阶微积分方程, 只要满足  $c_0 > 0$ , 则系统状态误差  $e$  收敛到零<sup>[17]</sup>.

#### 5 实验验证(Experiment verification)

为了验证本文提出算法的有效性, 以三相永磁同步电机为控制对象进行了实验验证. 控制算法的

执行平台是自主开发的基于TMS320F28335内核的电机控制器, 并通过拖的方式实现电机运行过程的负载扰动.

三相永磁同步电机是一种多变量耦合的非线性系统, 但通过应用矢量控制算法, 可以得到简单的线性逼近模型<sup>[17]</sup>. 本文经过简单的系统参数识别, 可以得到三相永磁同步电机的以下二阶线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -56x_2 + 162u. \end{cases} \quad (25)$$

针对上述系统, 分别选择如下分数阶 ( $r = -0.75$ ) 和整数阶 ( $r = 1$ ) 切换函数:

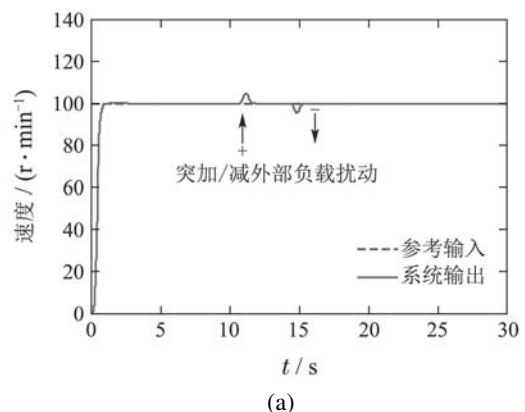
$$s = 36 {}_0D_t^{-0.75} e(t) + \dot{e}(t), \quad (26)$$

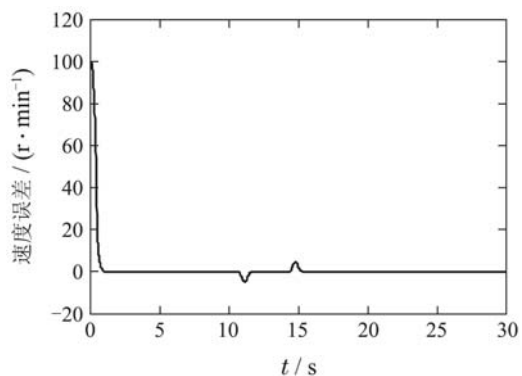
$$s = 35e(t) + \dot{e}(t), \quad (27)$$

并采用本文提出的分数阶滑模控制律(16)和自适应控制律(21), 以及对应整数阶滑模控制律和自适应控制律 ( $r = 1$ ).

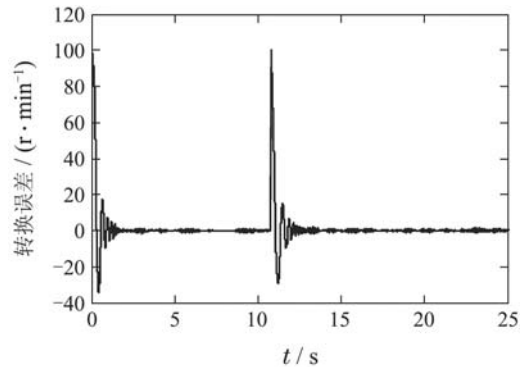
高斯函数的参数  $c_i = [-8, -4, 0, 4, 8]$ ,  $b_j = 6$ ,  $c = 6$ ,  $\eta = \psi + 0.5$ ,  $\gamma = 10$ .

图1和2分别给出了分数阶神经网络滑模控制系统和整数阶神经网络滑模控制器的实验结果. 从图1结果显示分数阶滑模控制系统状态能在有限时间内收敛到零点, 证明理论分析的可行性. 其中: 图1(a)显示在外部负载扰动的情况下系统输出响应能快速跟随系统输入; 图1(b)描述的是系统的跟随误差, 可以看出控制器对负载扰动的快速调节性能. 图1(c)中的滑模抖震现象得到了很大的抑制; 图1(d)显示了三相电流具有较好的平衡度. 从图2(a)整数阶滑模控制系统阶跃响应实验结果, 可以看出整数阶神经滑模控制器跟随响应的超调量较大; 图2(b)和(c)显示出整数阶滑模控制系统存在一定程度的震荡. 对比图1和图2, 可以得知分数阶神经滑模控制系统更好地削减抖震, 而且系统跟随的超调量较小. 综上所述, 分数阶神经滑模控制策略不但能保持强鲁棒性, 还能达到比整数阶神经滑模控制系统更好的综合控制性能.

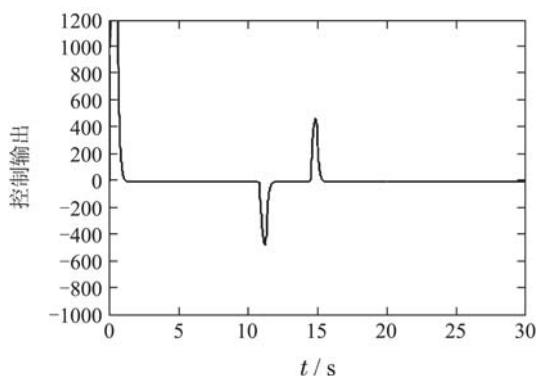




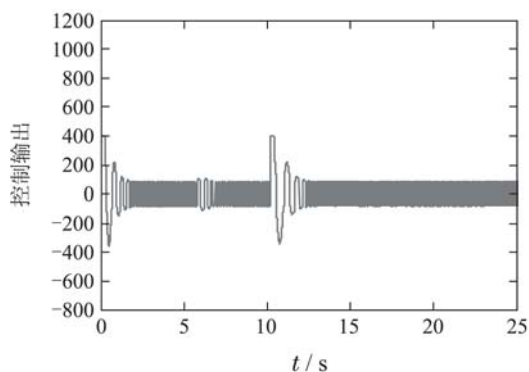
(b)



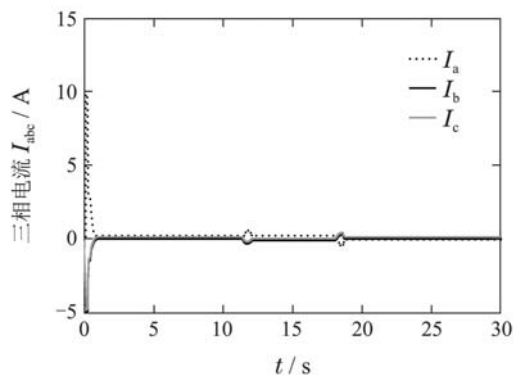
(b)



(c)



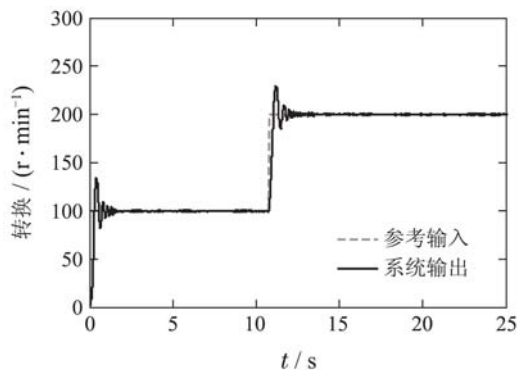
(c)



(d)

图1 分数阶滑模控制系统实验结果

Fig. 1 Experiment results of fractional order sliding mode controller



(a)

图2 整数阶滑模控制系统实验结果

Fig. 2 Experiment results of integral order sliding mode controller

### 6 结论(Conclusions)

本文针对系统扰动不确定性和滑模控制系统的抖震问题,研究了基于神经网络和自适应控制算法的分数阶滑模控制策略.文中给出了分数阶滑模控制器的设计方法和神经网络算法,以及基于Lyapunov稳定性的自适应控制律,并通过实验证明了该控制策略不但能保证系统输出在有外部扰动的情况下,也能快速、准确地跟随系统输入,而且能大大地缓解抖震现象的出现.此外,通过对比实验结果证明,分数阶滑模控制系统相对整数阶滑模控制方法具有优越性,能获得更高的综合控制性能.

### 参考文献(References):

[1] HU Yueming. *Variable Structure Control Theory and Applications* [M]. Beijing: Science Press, 2003. (胡跃明. 变结构控制理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.)  
 [2] FU Jian, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust sliding mode control with unidirectional auxiliary surfaces for nonlinear system with state constraints [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(9): 1288 – 1294. (傅健, 吴庆宪, 姜长生, 等. 带状态约束的非线性系统单向辅助面滑模控制 [J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1288 – 1294.)  
 [3] FU Jian, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Robust sliding mode positively invariant set for nonlinear continuous system [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(11): 1395 – 1401.

- (傅健, 吴庆宪, 姜长生, 等. 连续非线性系统的滑模鲁棒正不变集控制 [J]. 自动化学报, 2011, 37(11): 1395 – 1401.)
- [4] ZHANG Wei, MAO Jianqin. Adaptive fuzzy sliding-mode control method based on fuzzy tree model [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 17(2): 263 – 268.  
(张伟, 毛剑琴. 基于模糊树模型的自适应模糊滑模控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2010, 17(2): 263 – 268.)
- [5] LUO Xiaoyuan, ZHU Zhihao, GUAN Xinping. Chattering reduction adaptive sliding-mode control for nonlinear time-delay systems [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(2): 1429 – 1435.  
(罗小元, 朱志浩, 关新平. 非线性时滞系统的抖振削弱自适应滑模控制 [J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 1429 – 1435.)
- [6] BAIK I C, KIM K H, YOUN M J. Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(3): 47 – 54.
- [7] EDWARDS C, SPURGEON S K, PATTON R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation [J]. *Automatica*, 2000, 36(3): 541 – 553.
- [8] LIN D, WANG X. Observer-based decentralized fuzzy neural sliding mode control for interconnected unknown chaotic systems via network structure adaptation [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 16 (1): 2066 – 2080.
- [9] DINUZZO F, FERRARA A. Higher order sliding mode controllers with optimal reaching [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 98 – 104.
- [10] LEVANT A. Homogeneity approach to high-order sliding mode design [J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 823 – 830.
- [11] BOIKO I, FRIDMAN L, CASTELLANOS M I. Analysis of second order sliding mode algorithms in the frequency domain [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(6): 946 – 950.
- [12] ABDELHAMEED M M. Enhancement of sliding mode controller by fuzzy logic with application to robotic manipulators [J]. *Mechatronics*, 2005, 15(4): 439 – 458.
- [13] WAI R J. Fuzzy sliding-mode control using adaptive tuning technique [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 78 – 87.
- [14] LIN F J, SHEN P H. Robust fuzzy neural network sliding-mode control for two-axis motion control system [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2006, 53(3): 1209 – 1225.
- [15] ZAHIRIPOUR S A, JALALI A A. A novel adaptive switching function on fault tolerable sliding mode control for uncertain stochastic systems [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(6): 1528 – 1533.
- [16] ZHANG B, PI Y. Enhanced robust fractional order proportional-plus-integral controller based on neural network for velocity control of permanent magnet synchronous motor [J]. *ISA Transactions*, 2013, 52(2): 510 – 516
- [17] ZHANG B, PI Y, LUO Y. Fractional order sliding-mode control based on parameters auto-tuning for velocity control of permanent magnet synchronous motor [J]. *ISA Transactions*, 2012, 51(5): 649 – 656.

### 作者简介:

**张碧陶** (1984–), 博士, 香港科技大学霍英东研究院副研究员, 主要从事分数阶微积分理论在自动化协同控制的应用、电机智能控制、数控系统监测与协同控制等研究, E-mail: bitaoz@ust.hk;

**高福荣** (1965–), 男, 香港科技大学讲座教授, 主要从事塑料注射成型过程、间歇过程建模及控制、过程监测、故障诊断、光机电一体化等研究, E-mail: kefgao@ust.hk;

**姚科** (1977–), 男, 博士, 香港科技大学霍英东研究院副研究员, 主要从事以注塑过程为代表的批次过程控制理论与应用的研究, E-mail: keyao@ust.hk.