

## 时延系统的自抗扰动态面控制

黄东, 孙国法<sup>†</sup>

(青岛理工大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266520)

**摘要:** 本文针对高阶时延系统同时存在系统不确定性和未知输入时延的情况, 考虑控制器信号的复杂性, 在动态面控制方法的基础上, 引入自抗扰控制技术设计了自抗扰动态面控制器. 利用反步法设计动态面控制信号, 采用跟踪微分器对虚拟控制信号滤波, 避免了由于对虚拟控制信号重复微分产生的“复杂性爆炸”问题; 在控制信号的基础上叠加扰动补偿项, 补偿项由扩张状态观测器实时在线估计产生, 保证了控制信号的实时性, 同时简化了控制器结构以便于实际应用. 在闭环系统稳定性判别中运用李雅普诺夫理论做出详细分析. 最后, 数值仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 自抗扰控制; 动态面控制; 扩张状态观测器; 时延系统; 非线性系统

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Active disturbance rejection dynamic surface control of time-delay system

HUANG Dong, SUN Guo-fa<sup>†</sup>

(College of Automation Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao Shandong 266520, China)

**Abstract:** This paper aims at the control of high-order time-delay systems with both uncertainty and unknown input time-delay. Considering the complexity problem of control signal, on the basis of dynamic surface control method, active disturbance rejection control (ADRC) is introduced to design active disturbance rejection dynamic surface controller. Backstepping method is employed to develop dynamic surface control signal. Using tracking differentiator (TD) to filter the virtual control signals, the “complexity of explosion” problem of controller is eliminated without duplicate derivative of virtual signal. Disturbance rejection term is added to the actual control signal, which is obtained by extended state observer (ESO). Real-time control signal is ensured, while the controller structure is simplified for practical application. In the closed-loop stability proof, Lyapunov theory is employed for detail analysis. Numerical simulation results validate the efficiency of the proposed control scheme.

**Key words:** active disturbance rejection control; dynamic surface control; extended state observer; time-delay system; nonlinear system

### 1 引言(Introduction)

时延系统在工业过程控制中广泛存在, 在温度控制系统中表现的尤为明显. 针对含时延系统的研究工作一直以来是控制领域研究的热点问题之一. 例如, 针对一类多输入多输出非线性多时延系统, 文献[1]提出了基于模糊逼近的自适应跟踪控制方案. 文献[2]对一类具有时延的神经元系统的Hopf分岔、混沌现象及其控制问题进行了研究. 针对存在几类典型的时延及执行器/传感器故障的非线性控制系统文献[3]研究了容错控制器, 并分别进行了仿真研究, 验证了这些容错控制方法的有效性. 文献[4]针对一阶惯性加延迟系统, 将线性自抗扰控制转化为内模控制结构, 导出了

其中控制器、滤波器、乘性不确定性、互补灵敏度函数的对应表达式.

非线性模型能够描述更一般化的实际系统, 但模型参数很难精确确定. 自适应反步法很好的解决了不确定性非线性系统的控制问题, 该方法也是目前国内外学者研究非线性控制算法的首选工具之一. 文献[5]利用反步法研究了一类挠性航天器的姿态镇定问题, 提出了一种基于模态观测器的反步控制设计方案. 文献[6]基于非线性反步法控制方法, 探讨了非线性无人水下航行器运动系统(unmanned underwater vehicle, UUV)的空间目标跟踪控制问题, 旨在提高UUV运动系统的动态品质. 文献[7]提出了一种将反

步法和非线性滑模观测器相结合的控制方法. 虽然自适应反步法能有效解决非线性尤其是高阶系统的跟踪控制问题, 但是控制信号随着系统阶次的增加而产生的“复杂性爆炸”问题一直以来是限制了该方法实际应用.

动态面方法旨在解决反步法的上述弱点, 避免了对虚拟信号的重复微分而使得反步法控制器得以简化, 从而更加适合于控制实际被控对象而得以广泛应用. 为实现多自主船含模型不确定性与未知风浪流干扰下的协同路径跟踪控制, 文献[8]提出了一种基于神经网络自适应动态面控制的协同路径跟踪算法. 文献[9]针对一类非匹配不确定非线性系统的跟踪控制问题, 提出了一种递归滑模动态面自适应控制算法. 文献[10]研究了互联系统的分布输出反馈自适应动态面控制问题. 文献[11]针对一类不确定非线性时变时滞系统, 提出了一种简化的自适应模糊动态面控制方法.

与动态面和反步法大量理论研究成果相比, 自抗扰控制技术在实际工业场合得到更为了广泛的应用. 文献[12]将一种无需依赖精确数学模型的自抗扰控制技术应用于解决船舶动力定位控制中的若干问题. 文献[13]以自主研发的三种规格的交流永磁同步电动机作为被控对象, 搭建了实际的高性能控制实验平台, 提出了复合自抗扰的非线性控制优化算法, 使得ADRC(active disturbance rejection control)技术能够更好的在新型高性能交流永磁伺服电机系统产品中应用. 针对具有欠驱动性、模型不确定性、控制输入饱和及运动状态约束条件特性的水面船舶, 文献应用自抗扰控制理论, 结合滑模控制、分散控制理论及后推设计方法进行了船舶航迹跟踪控制研究. 文献[15]基于自抗扰控制策略研究了全垫升气垫船航行控制问题.

本文提出采用自抗扰动态面方法控制不确定性非线性输入时延系统. 在动态面控制器设计的每一步, 采用跟踪微分器代替一阶滤波器, 消除控制器“复杂性爆炸”问题. 由自适应神经网络在线实时逼近系统不确定性函数并设计基于李雅普诺夫稳定性理论的权值调节律. 用扩张状态观测器对系统未知输入时延信号进行估计并在实际控制信号中增加补偿项以提高闭环控制性能. 最后, 在数值算例上对所提控制算法的有效性做了仿真验证.

### 2 问题描述(Problem description)

考虑如下倒三角形形式的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + x_2, \\ \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + u(t - \tau), \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $f_1, f_i, f_n (i = 2, \dots, n - 1)$  是未知非线性函数,

$u$  代表要设计的控制信号,  $y = x_1$  作为系统的输出信号.

**注 1** 式(1)能够表示更广泛的一类实际系统. 事实上, 有传递函数描述的时延线性系统通过选取合适的状态变量, 能够化为由式(1)描述的被控对象. 因此, 在接下来的控制器设计中, 本文将针对由模型(1)描述的时延系统设计自抗扰动态面控制器, 设计的控制同样适用于由传递函数描述的时延线性系统.

如图1所示, 对于输入端含未知时延的非线性系统(1), 本文的控制目标是设计一个自抗扰动态面控制器, 使得系统的输出信号  $y$  能够跟踪给定的参考信号  $x_r$ , 跟踪误差  $e_1$  能够在有限时间内收敛, 且整个闭环系统在李雅普诺夫意义下是稳定的. 另外, 调节控制器设计参数, 能够使得输出信号  $y$  的瞬态跟踪性得到显著提高.

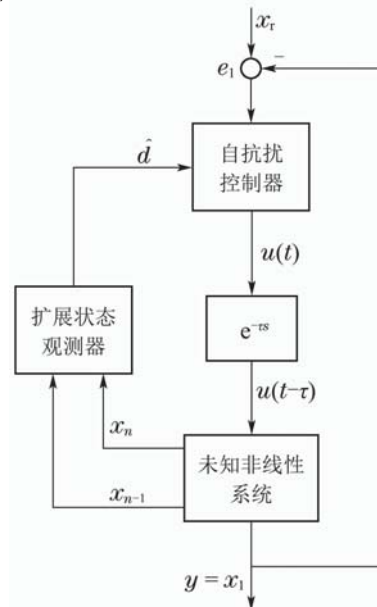


图1 系统框图

Fig. 1 System block diagram

**引理 1** 径向基函数神经网络(RBFNN)能够逼近未知光滑连续非线性函数  $f(X) : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}$ , 形式为

$$f(X) = \theta^T \Phi(X) + \epsilon, \quad (2)$$

其中:  $X = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_q]^T \in \mathbb{R}^q$  为神经网络的输入向量,  $\theta \in \mathbb{R}^q$  是神经网络的权值向量,

$$\Phi(X) = [\Phi_1(X) \ \Phi_2(X) \ \dots \ \Phi_q(X)]^T \in \mathbb{R}^q$$

为神经网络的基函数向量;  $\epsilon$  为估计误差且满足  $|\epsilon| < \bar{\epsilon}$ , 其中  $\bar{\epsilon}$  为估计误差的上界.

在下述控制器设计中, 用  $\hat{\theta}$  来表示对神经网络权值向量  $\theta$  的估计, 估计误差用  $\tilde{\theta}$  来表示.

### 3 控制器设计(Controller design)

定义系统的跟踪误差如下:

$$e_1 = x_1 - x_r, \quad e_j = x_j - \alpha_{j-1}, \quad (3)$$

其中:  $\alpha_{j-1} (j = 2, \dots, n)$  代表子系统的虚拟控制信号。

**第1步** 由系统的状态方程(1)和式(2)得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_r = \\ & f_1(x_1) + x_2 - \dot{x}_r = \\ & f_1(x_1) + \alpha_1 + e_2 - \dot{x}_r, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\alpha_1$  表示第 1 个子系统的虚拟控制信号。

为了获得参考信号  $x_r$  的微分信号, 设计跟踪微分器形式如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = v_1, \\ v_1 = -\lambda_1 |\eta_1|^{\frac{2}{3}} \operatorname{sgn} \eta_1, \\ \dot{z}_2 = v_2, \\ v_2 = -\lambda_2 |\eta_2|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} \eta_2, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\lambda_1, \lambda_2$  是微分器的反馈增益。

式(5)中, 微分器的跟踪误差定义如下:

$$\begin{cases} \eta_1 = z_1 - x_r, \\ \eta_2 = z_2 - v_1. \end{cases} \quad (6)$$

根据参考文献[16], 跟踪微分器(5)跟踪误差满足

$$\begin{cases} |\eta_1| \leq \mu_{i1} \varrho_1, \\ |\bar{\eta}_{i2}| \leq \mu_{i2} \varrho_1^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\bar{\eta}_{i2}$  定义为  $\bar{\eta}_{i2} = z_{i2} - \dot{\alpha}_i$ ,  $\mu_{i1}$  和  $\mu_{i2}$  是正常数,  $\varrho_1$  是噪声信号的上界, 即  $|z_{i1} - \alpha_{i-1}| \leq \varrho_1$ 。

于是, 子系统的虚拟控制信号应选为

$$\alpha_1 = -c_1 e_1 - \hat{f}_1(x_1) + z_2, \quad (8)$$

其中:  $c_1$  是控制器设计参数,  $\hat{f}_1(x_1)$  代表不确定性系统函数  $f_1(x_1)$  的估计。

由于非线性函数  $f_1(x_1)$  是不确定的, 本文采用引理1中描述的神经网络对  $f_1(x_1)$  在线逼近. 由此, 式(8)虚拟控制信号  $\alpha_1$  改写为

$$\alpha_1 = -c_1 e_1 - \hat{\theta}_1^T \Phi_1(X_1) + z_2. \quad (9)$$

式(9)中的神经网络调节律设计为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_1 (e_1 \Phi_1(X_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1), \quad (10)$$

其中:  $\Gamma_1$  是正定对称阵,  $\sigma_1$  是正定设计常数。

将虚拟控制信号(9)代入式(4), 得到子系统1的误差  $e_1$  的动态方程为

$$\dot{e}_1 = -c_1 e_1 + e_2 - \hat{\theta}_1^T \Phi_1(X_1) + \epsilon_1 + \bar{\eta}_2, \quad (11)$$

其中  $\epsilon_1$  和  $\bar{\eta}_2$  分别表示神经网络逼近误差和跟踪微分器的滤波误差。

**第i步** 由系统状态方程(1)和式(3)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = \\ & f_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) + x_{i+1} - \dot{\alpha}_{i-1} = \\ & f_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) + \alpha_i + e_{i+1} - \dot{\alpha}_{i-1}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\alpha_i$  是第  $i$  个子系统要设计的虚拟控制信号。

在设计虚拟控制信号  $\alpha_i$  时, 为避免在反推控制中对虚拟控制信号重复微分而导致控制器产生“复杂性爆炸”的问题, 引入自抗扰控制器的跟踪微分器对动态面控制器中的虚拟控制信号进行滤波处理, 微分器方程为

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = v_{i1}, \\ v_{i1} = -\lambda_{i1} |\eta_{i1}|^{\frac{2}{3}} \operatorname{sgn} \eta_{i1}, \\ \dot{z}_{i2} = v_{i2}, \\ v_{i2} = -\lambda_{i2} |\eta_{i2}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} \eta_{i2}, \end{cases} \quad (13)$$

其中  $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}$  是设计的反馈增益。

此处, 微分器的跟踪误差定义为

$$\begin{cases} \eta_{i1} = z_{i1} - \alpha_{i-1}, \\ \eta_{i2} = z_{i2} - v_{i1}, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\alpha_{i-1} (i = 1, \dots, n)$  是被跟踪的虚拟控制信号。

上述跟踪微分器的跟踪误差满足

$$\begin{cases} |\eta_{i1}| \leq \mu_{i1} \varrho_i, \\ |\bar{\eta}_{i2}| \leq \mu_{i2} \varrho_i^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $\bar{\eta}_{i2}$  定义为  $\bar{\eta}_{i2} = z_{i2} - \dot{\alpha}_i$ ,  $\mu_{i1}$  和  $\mu_{i2}$  是正常数,  $\varrho_i$  是噪声信号的上界, 即  $|z_{i1} - \alpha_{i-1}| \leq \varrho_i$ 。

于是, 第  $i$  个子系统的设计虚拟控制信号为

$$\alpha_i = -c_i e_i - \hat{f}_i(\bar{x}_i) + z_{i2}. \quad (16)$$

采用神经网络逼近器来估计不确定性函数  $f_i(\bar{x}_i)$  后, 虚拟控制信号变为

$$\alpha_i = -c_i e_i - \hat{\theta}_i^T \Phi_i(X_i) + z_{i2}. \quad (17)$$

上式中, 神经网络的权值调节律选为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i (e_i \Phi_i(X_i) - \sigma_i \hat{\theta}_i), \quad (18)$$

其中  $\Gamma_i$  是对称矩阵,  $\sigma_i > 0$  是正的设计常数。

将虚拟控制信号(17)代入误差动态方程(12), 进一步有

$$\dot{e}_i = -c_i e_i + e_{i+1} - \hat{\theta}_i + \epsilon_i + \bar{\eta}_{i2}, \quad (19)$$

其中,  $\epsilon_i$  和  $\bar{\eta}_{i2}$  分别表示第  $i$  个神经网络的逼近误差和跟踪微分器(13)的滤波误差。

**第n步** 根据系统的状态方程(1)和跟踪误差方程(3)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = \\ & u(t - \tau) + f_n(\bar{x}_n) - \dot{\alpha}_{n-1} = \\ & u(t) + d(t) - \dot{\alpha}_{n-1}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$d(t) = (u(t - \tau) - u(t)) + f_n(\bar{x}_n)$$

代表总扰动信号。

类似于前  $(n - 1)$  步, 要获取  $\alpha_{n-1}$  的微分信号, 设计跟踪微分器为

$$\begin{cases} \dot{z}_{n1} = v_{n1}, \\ v_{n1} = -\lambda_{n1}|\eta_{n1}|^{\frac{3}{2}}\text{sgn } \eta_{n1}, \\ \dot{z}_{n2} = v_{n2}, \\ v_{n2} = -\lambda_{n2}|\eta_{n2}|^{\frac{1}{2}}\text{sgn } \eta_{n2}, \end{cases} \quad (21)$$

其中 $\lambda_{n1}, \lambda_{n2}$ 设计的反馈增益. 微分器的跟踪误差定义为

$$\begin{cases} \eta_{n1} = z_{n1} - \alpha_{n-1}, \\ \eta_{n2} = z_{n2} - v_{n1}. \end{cases} \quad (22)$$

上述跟踪误差满足

$$\begin{cases} |\eta_{n1}| \leq \mu_{n1}\varrho_n, \\ |\bar{\eta}_{n2}| \leq \mu_{n2}\varrho_n^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \quad (23)$$

其中:  $\bar{\eta}_{n2}$ 定义为 $\bar{\eta}_{n2} = z_{n2} - \dot{\alpha}_n$ ,  $\mu_{n1}$ 和 $\mu_{n2}$ 是正常数,  $\varrho_n$ 是噪声信号的上界, 即 $|z_{n1} - \alpha_{n-1}| \leq \varrho_n$ .

为了在线估计系统未知时延产生的扰动信号, 定义观测误差 $\varepsilon_1 = \xi_1 - x_n$ 并设计扩张状态观测器形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 - \beta_1\text{fal}(\kappa_1, \delta_1, \varepsilon_1) + u, \\ \dot{\xi}_2 = -\beta_2\text{fal}(\kappa_2, \delta_2, \varepsilon_1), \end{cases} \quad (24)$$

其中:  $\xi_1, \xi_2$ 是观测器状态,  $\xi_2$ 用来估计系统的扰动输入信号 $d(t)$ , 非线性函数 $\text{fal}(\kappa, \delta, \varepsilon)$ 的表达式为

$$\text{fal}(\kappa, \delta, \varepsilon) = \begin{cases} |\varepsilon|^\kappa \text{sgn } \varepsilon, & |\varepsilon| > \delta, \\ \frac{\varepsilon}{\delta^{1-\kappa}}, & |\varepsilon| \leq \delta, \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $\kappa$ 是一个正的设计参数,  $\delta > 0$ 表示误差的边界,  $\varepsilon$ 代表扩张状态观测器的跟踪误差. 为了便于说明参数 $\kappa$ 和 $\delta$ 对观测效果的影响以及在实际应用中如何调节, 给出非线性函数 $\text{fal}(\cdot)$ 与参数的对应关系如图2所示.

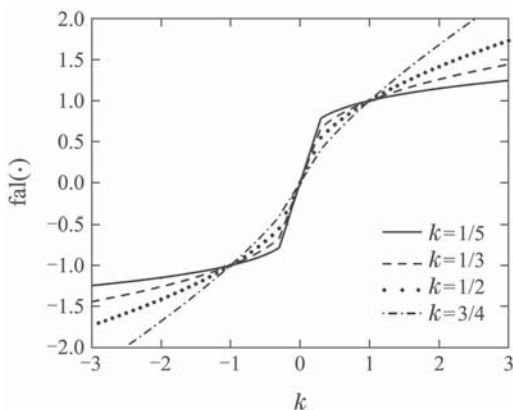


图2  $\kappa$ 变化时 $\text{fal}(\cdot)$ 输出信号

Fig. 2 Output of  $\text{fal}(\cdot)$  for different  $\kappa$

由图2和图3可以看出, 当固定其中一个参数时, 另外一个参数取值越小, 非线性函数 $\text{fal}(\cdot)$ 的形状越接近于符号函数. 在此情况下, 运行反馈增益选取较大的数值, 跟踪精度就会提高. 然而, 当这两个参数选取的太小时, 非线性函数 $\text{fal}(\cdot)$ 就会过于接近符号函数, 有

可能引起系统抖振问题. 因此, 在选择这两个涉及参数时, 也要根据实际对象折中考虑, 在提高系统快速高精度跟踪的同时, 避免引起系统不稳定.

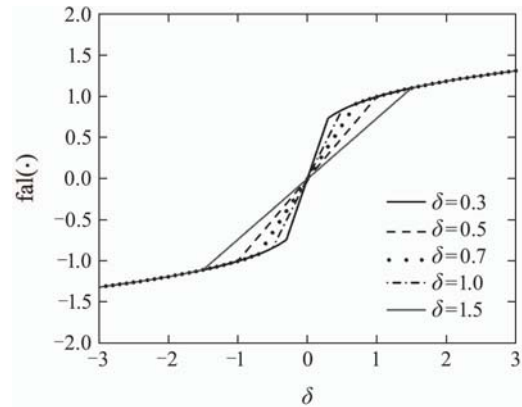


图3  $\delta$ 变化时 $\text{fal}(\cdot)$ 输出信号

Fig. 3 Output of  $\text{fal}(\cdot)$  for different  $\delta$

最后, 设计整个闭环系统的控制信号的形式为

$$u = -c_n e_n - \hat{f}_n(\bar{x}_n) + z_{n2}. \quad (26)$$

利用扩张状态观测器(24)在线估计非线性函数 $f_n(\bar{x}_n)$ , 控制信号改写为

$$u = -c_n e_n - \xi_2 + z_{n2}, \quad (27)$$

其中 $z_{n2}$ 是跟踪微分器(21)的第2个状态.

根据参考文献[16], 扩张状态观测器(24)的观测误差满足

$$\begin{cases} |\varepsilon_1| \leq \iota_1, \\ |\varepsilon_2| \leq \iota_2. \end{cases} \quad (28)$$

最后, 把控制信号(27)代入误差动态方程(20)得

$$\dot{e}_n = -c_n e_n + \varepsilon_n + \bar{\eta}_{n2} + \varepsilon_2. \quad (29)$$

根据参考文献[17], 非线性系统(1)可以通过坐标变换转化为如下形式:

$$\begin{cases} y_1 = x_1, \\ \dot{y}_1 = y_2, \\ \vdots \\ \dot{y}_n = \dot{y}_{n-1} = F(x) + u(t - \tau), \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $y_i (i = 1, \dots, n)$ 代表新定义的坐标变量,  $F(x)$ 表示系统总的扰动信号. 对应于系统(1)可以设计传统的扩张状态观测器为

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = y_2 - \gamma_1 \text{fal}(\kappa_1, \delta_1, \varepsilon_0), \\ \dot{\hat{y}}_j = \dot{\hat{y}}_{j+1} - \gamma_2 \text{fal}(\kappa_2, \delta_2, \varepsilon_0), \\ \vdots \\ \dot{\hat{y}}_n = \dot{\hat{y}}_{n+1} + u(t) - \gamma_n \text{fal}(\kappa_n, \delta_n, \varepsilon_0), \\ \dot{\hat{y}}_{n+1} = -\gamma_{n+1} \text{fal}(\kappa_{n+1}, \delta_{n+1}, \varepsilon_0), \end{cases} \quad (31)$$

其中:  $\gamma_1, \dots, \gamma_{n+1}$ 代表观测器反馈增益,  $\varepsilon_0$ 表示反馈误差.

在扩张状态观测器(31)的结构中, 采用输出误差  $\varepsilon_0$  来观测高阶系统输入端扰动信号时, 必然会随着系统阶次是升高而影响扰动观测效果. 要获得较好的观测效果, 需要把反馈增益的参数值调节成高增益的形式, 有可能引起系统抖振甚至不稳定. 由此可见, 传统自抗扰控制器在处理本文所研究的非线性时延系统时, 在控制器设计时将整个系统的不确定性合为一个总的扰动信号, 作为系统输入端用扩张状态观测器来估计的信号, 并不能充分利用对象模型的信息.

本文采用形式(24)的二阶扩张状态观测器利用系统状态  $x_n$  的跟踪误差对总扰动信号进行在线观测. 在神经网络反馈控制前阶子系统的基础上, 充分利用模型的结构信息, 提高观测性能. 最终, 在保证系统稳定性和鲁棒性的基础上, 来提高整个闭环系统的输出跟踪效果.

#### 4 稳定性分析(Stability analysis)

本文的主要结果可以概括为如下定理:

**定理 1** 满足表达式(1)的非线性时延系统, 在控制信号(27)以及虚拟控制信号(9)和(11)的作用下, 如果神经网络的权值调节律设计为(10)(18)和(28), 跟踪微分器的结构为(5)(13)和(21), 扩张状态观测器设计为(24), 则整个闭环控制系统是最终一致有界的(Uniform ultimate boundedness, UUB).

**证** 此定理的证明可以通过以下步骤形成:

**步骤 1** 首先, 选取李雅普诺夫候选泛函形式如下:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \tilde{\theta}_k^T \Gamma_k^{-1} \tilde{\theta}_k, \quad (32)$$

其中神经网络的权值估计误差定义为  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ .

**步骤 2** 其次, 对选取的李雅普诺夫候选泛函求导得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i + \sum_{k=1}^{n-1} \tilde{\theta}_k^T \Gamma_k^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_k. \quad (33)$$

由误差动态方程(11)(19)和(30), 以及权值调节律(10)(18)和(28), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\sum_{i=1}^n c_k e_k^2 + \sum_{j=2}^n e_{j-1} e_j + \sum_{k=1}^{n-1} e_k \epsilon_k + \\ & \sum_{k=i}^n e_i \bar{\eta}_{k2} + e_n \varepsilon_2 - \sum_{k=1}^{n-1} \sigma_k \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k. \end{aligned} \quad (34)$$

根据参考文献[10], 利用Young's不等式, 有下列不等式成立:

$$\begin{cases} e_{j-1} e_j \leq \frac{1}{2} e_{j-1}^2 + \frac{1}{2} e_j^2, & e_k \epsilon_k \leq \frac{1}{2} e_k^2 + \frac{1}{2} \epsilon_k^2, \\ e_k \bar{\eta}_{k2} \leq \frac{1}{2} e_k^2 + \frac{1}{2} \bar{\eta}_{k2}^2, & e_n \varepsilon_2 \leq \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2, \\ -\sigma_k \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k \leq -\frac{1}{2} \sigma_k \tilde{\theta}_k^2 + \frac{1}{2} \sigma_k \theta_k^2. \end{cases} \quad (35)$$

把上面的不等式代入式(32)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n C_i e_i^2 + \left( \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \epsilon_k^2 + \frac{\varepsilon_2^2}{2} \right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \bar{\eta}_{i2}^2 - \\ & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \sigma_k \tilde{\theta}_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \sigma_k \theta_k^2, \end{aligned} \quad (36)$$

其中:  $C_1 = c_1 + \frac{3}{2}$ ,  $C_j = c_j + 2$ ,  $j = 2, \dots, n-1$ ,  $C_n = c_n + \frac{5}{2}$ .

根据式(7)(15)和(23)并考虑  $\epsilon_i$ ,  $\bar{\eta}_{i2}$  和  $\varepsilon_2$  的有界性, 式(35)可以进一步写为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n C_i e_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \sigma_k \tilde{\theta}_k^2 + \gamma \leq \\ & -2CV + \gamma, \end{aligned} \quad (37)$$

其中:  $C = \min\{C_i, \sigma_k \lambda_{\min}(\Gamma_k)\}$  是一个正定常数,

$$\gamma = \frac{1}{2} n \bar{\epsilon} + \frac{1}{2} \sum_{m=i}^n \mu_{m2}^2 \varrho_{m2} + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \sigma_k \theta_k^2$$

是一个跟微分器误差和观测器误差有关的正数.

由式(35)可知, 当  $V = V(0)$  为常数时, 通过改变控制信号的设计参数, 使  $C > \frac{\gamma}{2V(0)}$ , 则有  $\dot{V}(t) \leq 0$ .

对不等式(35)两端积分可得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\gamma}{2C} + (V(0) - \frac{\gamma}{2C}) e^{-2Ct}. \quad (38)$$

因此, 有  $V$  的定义式(31)可知, 闭环系统的所有信号  $e_k$ ,  $\tilde{\theta}_k$  都是有界的, 从而  $\alpha_k$ ,  $\hat{\theta}_k$  也都是最终一致有界的. 证毕.

**定理 2** 对于定理1描述的闭环控制系统, 如果初始条件选为  $x_d(0) = x_1(0)$ ,  $\hat{\theta}_k(0) = 0$ ,  $z_{k1}(0) = \alpha_{k-1}(0)$ ,  $z_{k2}(0) = 0$ ,  $\xi_1(0) = x_n(0)$ ,  $\xi_2(0) = 0$ ,  $k = 1, \dots, n$ . 则通过选取合适的设计参数, 能够保证跟踪误差的  $L_\infty$  满足不等式

$$\|e_1\|_\infty \leq \sqrt{\frac{\gamma}{2C}} = \varrho.$$

**证** 由于参考信号的初值可以任意选取, 参考信号的初始值选为  $x_d(0) = x_1(0)$  可得

$$e_1(0) = 0. \quad (39)$$

由误差的定义方程, 并考虑初始条件得

$$e_j(0) = x_j(0) - \alpha_{j-1}(0) = 0, \quad j = 2, \dots, n. \quad (40)$$

$\hat{\theta}_k(0) = 0$  意味着

$$\tilde{\theta}_k(0) = -\theta_k(0). \quad (41)$$

因此, 由式(38)–(40), 并考虑式(31)可得

$$V(0) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \theta_k^T(0) \Gamma_k^{-1} \theta_k(0). \quad (42)$$

再由  $C$  和  $\gamma$  的定义得

$$V(0) - \frac{\gamma}{2C} \leq 0. \quad (43)$$

因此,式(37)满足

$$V(t) \leq \frac{\gamma}{2C}. \quad (44)$$

这意味着

$$\|e_1\|_\infty \leq \sqrt{\frac{\gamma}{2C}} = \varrho. \quad (45)$$

证毕.

由定理2可知,通过合理的初始化技术,能够进一步提高闭环系统的控制性能,尤其在改善系统跟踪性能方面为选取控制器参数提供了理论依据.

### 5 仿真算例(Simulation example)

**例1** 非线性时延系统.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + v(t - \tau), \end{cases} \quad (46)$$

其中系统不确定非线性函数取为

$$\begin{cases} f_1 = 0.5x_1 + 0.3x_2, \\ f_2 = x_1x_2. \end{cases} \quad (47)$$

参考信号  $x_r = \sin t$ ,  $\tau = 0.5$ . 仿真中,控制信号参数选取如表1所示.

表1 控制算法参数表

Table 1 Parameter values of control algorithm

参数	$c_1$	$c_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
取值	10	9	20	60	$2 \cdot I_{25}$	$2 \cdot I_{25}$	0.1	0.02
参数	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{21}$	$\lambda_{22}$
取值	0.15	0.15	0.1	0.1	10	70	8	10

参数的选取除了满足稳定性要求之外,还应该满足定理1和定理2证明中得出的不等式要求. 在仿真参数调试的过程中,首先选取较大的控制信号反馈增益参数  $c_1$  和  $c_2$ ,在保证系统的稳定性的前提下,来调节观测器参数,当达到满意的观测器观测效果时,把控制信号由输出反馈的形式变为状态反馈. 在继续调节过程中,控制器反馈增益由大变小,达到满意的控制效果为止. 观测器反馈增益  $\beta$  不宜过大,根据观测效果适当增大. 观测器所采用的非线性  $\text{fal}(\cdot)$  函数的参数根据图2和图3来调节. 参数自适应律的初值选取遵循定理2中的结论.

仿真结果如图4-8所示. 从图4可以看出,系统具有较好的闭环输出信号跟踪效果. 图5-6给出了跟踪微分器1和2的状态信号,而图7给出了扩张状态观测器的状态信号. 由图5和图6可以看出,跟踪微分器不仅很好的对参考信号和虚拟控制信号进行跟踪滤波,而且实时在线获得了被滤波信号的微分信号,有效避免了控制器信号的“复杂性爆炸”问题. 图7给出的是时延前后的控制信号,图8给出的是扩张状态观测器的状态信号.

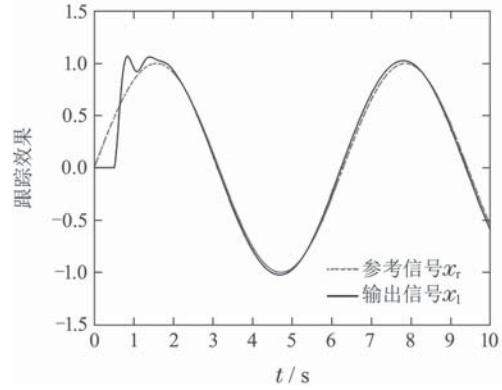


图4 输出信号跟踪效果

Fig. 4 Tracking performance of output signal

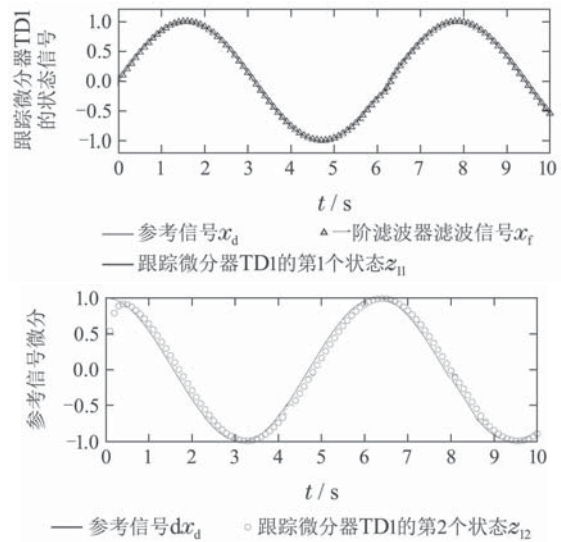


图5 跟踪微分器1的滤波状态

Fig. 5 Filter states of TD 1

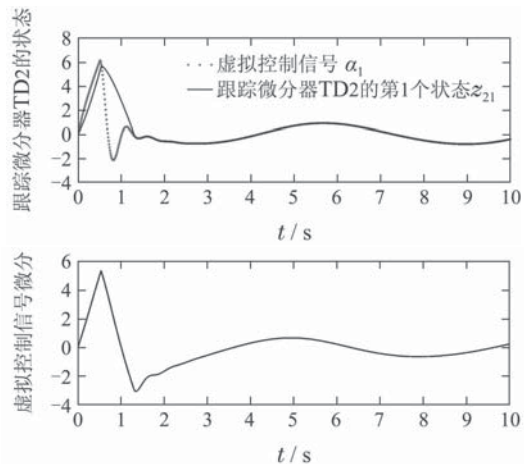
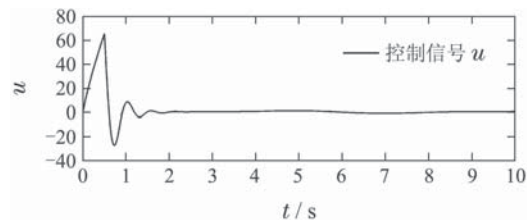


图6 跟踪微分器2的滤波状态

Fig. 6 Filter states of TD 2



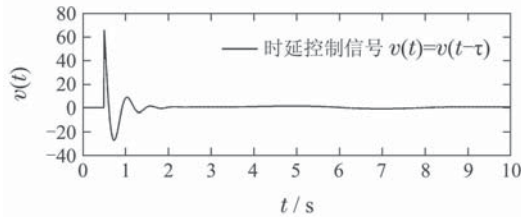


图 7 控制输入信号

Fig. 7 Input control signal

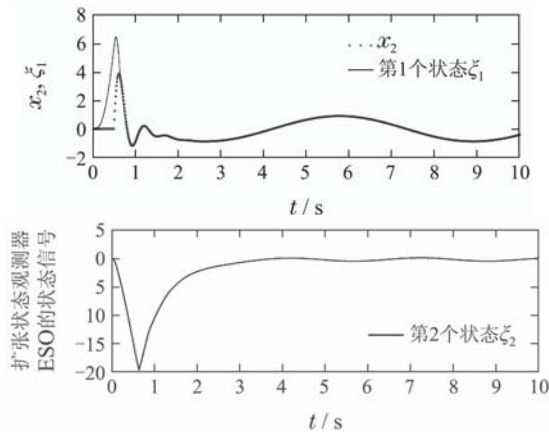


图 8 扩张状态观测器的状态

Fig. 8 States of ESO

## 6 结论(Conclusion)

本文针对非线性系统存在未知输入时延、模型不确定性、控制器复杂性等问题, 设计了自抗扰动态面控制器, 利用李雅普诺夫定理证明了闭环系统的稳定性. 通过在控制器设计的每一步中用跟踪微分器代替一阶滤波器, 既解决了反步法控制器的“复杂性爆炸”的问题又提高了对虚拟控制信号的滤波性能. 在控制器设计的最后一步, 利用扩张状态观测器来观测系统的扰动信号并加以补偿, 明显抑制了输入端扰动对输出信号跟踪性能的影响. 仿真结果表明, 该控制器能够有效抑制参数不确定性以及系统不确定性函数变化产生的扰动影响, 有效的提高了系统的鲁棒性和跟踪精度.

## 参考文献(References):

- [1] CHEN B, LIU X, LIU K, et al. Direct adaptive fuzzy control for nonlinear systems with time-varying delays [J]. *Information Sciences*, 2010, 180(5): 776 – 792.
- [2] LIAO X, WONG K, WU K, et al. Novel robust stability criteria for interval-delayed Hopfield neural networks [J]. *IEEE Transactions on Circuit and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2001, 48(11): 1355 – 1359.
- [3] ZHANG J, DU L, REN M, et al. Minimum error entropy for fault diagnosis of networked control systems [J]. *Entropy*, 2012, 14(3): 505 – 516.
- [4] XU Qi, SUN Mingwei, CHEN Zengqiang, et al. Extended state observer tuning for time-delay systems in the framework of internal model control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1641 – 1645.  
(徐琦, 孙明玮, 陈增强, 等. 内模控制框架下时延系统扩张状态观测器参数整定 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(12): 1641 – 1645.)
- [5] WANG Xiangyu, DING Shihong, LI Shihua. Stabilization of flexible spacecraft attitude based on backstepping control [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica*, 2011, 32(8): 1512 – 1523.  
(王翔宇, 丁世宏, 李世华. 基于反步法的挠性航天器姿态镇定 [J]. *航空学报*, 2011, 32(8): 1512 – 1523.)
- [6] ZHANG L, JIA H, XUE Q. NNFFC adaptive output feedback trajectory tracking control for a surface ship at high speed [J]. *Ocean Engineering*, 2011, 38(13): 1430 – 1438.
- [7] ZHU Qidan, ZHOU Fang, ZHAO Guoliang, et al. Control of ship courses using backstepping and sliding mode observer [J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology*, 2009, 37(4): 122 – 125.  
(朱齐丹, 周芳, 赵国良, 等. 基于反步法和滑模观测器的船舶航向控制 [J]. *华中科技大学学报*, 2009, 37(4): 122 – 125.)
- [8] WANG Hao, WANG Dan, PENG Zhouhua, et al. Adaptive dynamic surface control for cooperative path following of multiple autonomous surface vessels [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(5): 637 – 643.  
(王昊, 王丹, 彭周华, 等. 多自主船协同路径跟踪的自适应动态面控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(5): 637 – 643.)
- [9] WANG H, WANG D, PENG ZH, et al. Adaptive dynamic surface control for cooperative path following of underactuated marine surface vehicles via fast learning [J]. *IET Control Theory & Application*, 2013, 7(15): 1888 – 1898.
- [10] LIU Xi, SUN Xiuxia, LIU Shuguang, et al. Non-fragile recursive sliding mode dynamic surface control with adaptive neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(10): 1323 – 1328.  
(刘希, 孙秀霞, 刘树光, 等. 非脆弱递归滑模动态面自适应神经网络控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(10): 1323 – 1328.)
- [11] WANG Jianguo, ZHANG Xiuyu, LIN Yan. Output-feedback adaptive dynamic surface decentralized control for interconnected systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(10): 1265 – 1273.  
(王建国, 张秀宇, 林岩. 耦合系统的输出反馈自适应动态面控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(10): 1265 – 1273.)
- [12] LEI Z, CHEN G, YANG L. *Ship dynamic positioning decoupling control based on ADRC* [M] // *Foundations and Applications of Intelligent Systems*. Berlin Heidelberg: Springer, 2014: 443 – 455.
- [13] GAI Jiangtao, HUANG Qing, HUANG Shoudao, et al. Active disturbance rejection control of permanent magnet synchronous motor based on model compensation [J]. *Journal of Zhejiang University*, 2014, 48(4): 581 – 588.  
(盖江涛, 黄庆, 黄守道, 等. 基于模型补偿的永磁同步电机自抗扰控制 [J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2014, 48(4): 581 – 588.)
- [14] LI T, LI R, LI J. Decentralized adaptive neural control of nonlinear systems with unknown time delays [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 67(3): 2017 – 2026.
- [15] LIU Zhenye, LIU Wei, FU Mingyu, et al. Course control of the whole cushion lift based on fuzzy adaptive ADRC [J]. *Information and Control*, 2011, 40(6): 747 – 752.  
(刘振业, 刘伟, 付明玉, 等. 基于模糊自适应ADRC的全垫升气垫船航向控制 [J]. *信息与控制*, 2011, 40(6): 747 – 752.)
- [16] ARIE L. High-order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9): 924 – 941.
- [17] PARK J, KIM S, MOON C. Adaptive neural control for strict-feedback nonlinear systems without backstepping [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(7): 1204 – 1209.

## 作者简介:

黄东 (1971–), 男, 讲师, 目前研究方向为PLC(programmable logic controller)控制、建筑电气及其智能化, E-mail: 13706481257@163.com;

孙国法 (1985–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统智能自适应控制、自抗扰控制研究及应用、动态面、观测器设计等, E-mail: sunguofa\_bo@163.com.