

## 运输机低空重装空投增益自适应滑模控制

刘日, 孙秀霞<sup>†</sup>, 董文瀚, 王栋

(空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:** 本文针对带有不确定性且不确定性边界未知的低空重装备空投过程控制问题, 提出了基于增益自适应全局滑模的飞行控制方法. 该方法采用反馈线性化技术对重装空投过程模型进行线性化, 解决了空投模型的强非线性问题. 在此基础上, 设计了切换增益自适应全局滑模控制器, 保证了系统在响应全程的鲁棒性, 克服了滑模到达阶段系统初始误差对切换增益自适应过程的影响. 提出了一种改进的增益自适应方法, 解决了滑动阶段的切换增益过度自适应问题. 基于Lyapunov理论证明了控制器的稳定性和鲁棒性. 仿真验证了控制方法的控制性能和优越性.

**关键词:** 飞行控制; 非线性系统; 反馈线性化; 自适应控制; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Low altitude heavyweight airdrop flight control design using sliding mode control with gains adaptation

LIU Ri, SUN Xiu-xia<sup>†</sup>, DONG Wen-han, WANG Dong

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** This paper proposes a global sliding mode flight control method with switching gains adaptation for low altitude heavyweight airdrop operations, in the presence of uncertainties whose bounds are not known. This method uses the feedback linearization technique to decouple the nonlinear heavyweight airdrop model, thus solving the strong nonlinear problem of the system. On this basis, a global sliding mode controller with switching gains adaptation is presented. It guarantees the global robustness of the system and overcomes the influence of the initial errors in the reaching phase of the sliding mode to the switching gains adaptation process. A modified gains adaptation method is proposed, which solves the overestimation problem of the switching gains in the sliding phase of the sliding mode. The stability and robustness properties are proved by using the Lyapunov theory. The control performance as well as the advantage of the proposed method is evaluated in a number of simulation scenarios.

**Key words:** flight control; nonlinear system; feedback linearization; adaptive control; sliding mode control

### 1 引言(Introduction)

低空重装空投主要用于重型武器、载人装备的精确投放, 是大型运输机必备的功能之一<sup>[1-3]</sup>. 空投过程中, 货物在牵引伞的作用下沿导轨移动, 到达舱门处自然离机. 货物舱内移动时, 飞机持续抬头, 货物离机瞬间, 飞机突然低头. 为保证飞行安全和货物精确着陆, 飞行控制系统应能够抑制突然的、大幅值的扰动<sup>[4-6]</sup>, 同时也应对不确定性具有较强的鲁棒性<sup>[7-11]</sup>.

目前, 针对重装空投过程飞行控制问题, 国内外学者已经取得了一些有意义的成果. 文献[7]基于空投过程小扰动线性化模型, 提出了 $L_1$ 自适应飞行控制方案; 文献[12-13]采用逆动力学, 设计了一类变重量、

变重心飞机姿态控制律. 尽管以上方法能够在不同的方面提高飞机系统性能, 但是随着空投货物重量的增加, 飞机运动状态将严重偏离工作点. 理论上, 在空投全过程尽量选择多个工作点对模型线性化可以解决上述问题<sup>[8]</sup>, 但工作量非常大.

为解决空投过程模型的强非线性问题, 文献[14]基于反馈线性化理论设计了重装空投动态逆控制器. 不同于小扰动线性化, 反馈线性化不忽略系统高阶项, 是对非线性系统的精确线性化. 但其应用条件较为苛刻, 要求被控对象的数学模型精确已知. 实际上, 本文不可能用数学模型精确表征重装空投复杂的非线性动态, 并且飞机的气动系数也必然存在一定程度的不

收稿日期: 2016-02-16; 录用日期: 2016-08-11.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: gcxysxx@126.com; Tel.: +86 29-84787726.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(61273141), 航空科学基金项目(20141396012)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61273141) and Aviation Science Foundation of China (20141396012).

确定性.

为提高系统鲁棒性,文献[9-10]基于空投反馈线性化模型,设计了线性滑模控制器,解决了反馈线性化方法鲁棒性缺失的问题;文献[11]综合全局滑模和积分滑模的优点,提出了迭代滑模控制方法,改善了系统动态性能,提高了控制精度.但上述滑模控制的切换增益要依据系统不确定性边界选取,而系统不确定性通常是一些复杂的非线性函数,比如气动系数摄动与飞机、货物运动参数耦合构成的复杂不确定性,实际中难以获得其边界信息.因此,通常要将增益设定大一些,这会加剧滑模控制的抖振<sup>[15]</sup>.

引入饱和函数或采用高阶滑模是解决抖振问题的有效方法<sup>[16-17]</sup>,但仍未解决切换增益选取依赖于不确定性边界的问题.为去除滑模控制对系统不确定性边界的要求,有学者提出了增益自适应滑模控制方法,如文献[18-19]利用滑模面函数的跟踪误差范数对切换增益进行自适应调节,文献[20-21]提出了基于模糊逻辑的切换增益自适应方法.由于理想滑模是不存在的,滑模面函数的跟踪误差不能消除,因此,以上方法存在增益过度自适应的问题.并且,文献[18-21]的方法没有考虑滑模运动达到阶段系统初始误差对切换增益自适应的影响,即当系统初始相轨迹远离滑模面时,切换增益在初始时刻会迅速增加,但这一增加过程并不是由不确定性引起的,而主要是初始误差造成的.文献[22]采用全局滑模技术,克服了滑模运动达到阶段初始误差对切换增益自适应的影响,但在滑动阶段仍存在过度自适应的问题.

本文针对带有不确定性且不确定性边界未知的低空重装空投运动系统,设计了基于反馈线性化与自适应全局滑模相结合的飞行控制器.通过选择合理的状态作为系统输出,实现了多变量交叉耦合的空投过程飞机运动模型解耦线性化.在此基础上,提出了一种改进的增益自适应全局滑模控制方法稳定飞机俯仰姿态和速度,改善了反馈线性化方法的鲁棒性,解决了常规自适应滑模控制存在的过度自适应问题.仿真验证了所提方法的良好控制性能和优越性.

## 2 空投过程飞机运动方程(Aircraft motion model in cargo extraction)

本文采用文献[11]中的空投过程模型,将货物视为质点,假设货物出舱导轨与机体纵轴 $ox_b$ 重合,如图1所示.图中: $F_{cx}$ 、 $F_{cz}$ 和 $M_c$ 分别为货物对飞机的摩擦力、支持力和干扰力矩; $D$ 、 $L$ 、 $T$ 和 $M_y$ 分别为气动阻力、升力、推力和俯仰力矩; $V$ 、 $\alpha$ 、 $\gamma$ 和 $\theta$ 分别为飞行速度、迎角、爬升角和俯仰角.

通过对飞机受力分析,可建立其纵向运动方程为

$$\dot{V} = (T \cos \alpha - D - m_b g \sin \gamma - F_{cx})/m_b, \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = (T \sin \alpha + L - m_b g \cos \gamma - F_{cz})/m_b V, \quad (2)$$

$$\dot{q} = (M_y + M_c)/I_y, \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = q, \quad (4)$$

式中: $m_b$ 为飞机质量, $q$ 为俯仰角速度, $I_y$ 为飞机绕横轴的惯性矩.

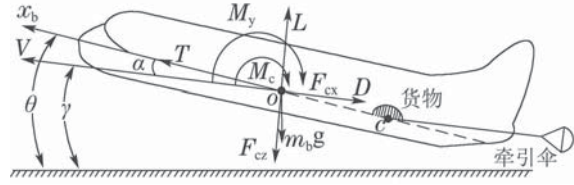


图1 空投过程示意图及飞机受力分析

Fig. 1 Graphical representation for airdrop and forces analysis of the aircraft

气动力和气动力矩的表达式为

$$D = \bar{q}S[C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{D\delta_e}\delta_e], \quad (5)$$

$$L = \bar{q}S[C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{L\delta_e}\delta_e], \quad (6)$$

$$M_y = \bar{q}Sc_A[C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{mq}\frac{qc_A}{2V} + C_{m\delta_e}\delta_e], \quad (7)$$

其中: $\bar{q}$ 为动压, $S$ 为机翼面积, $\delta_e$ 为升降舵偏度, $c_A$ 为平均气动弦长, $C_{D*}$ 、 $C_{L*}$ 和 $C_{m*}$ 分别为阻力系数、升力系数和俯仰力矩系数.

发动机推力由下式计算:

$$T = T_m \delta_p, \quad (8)$$

式中: $\delta_p$ 为油门开度, $T_m$ 为最大推力.

货物对飞机的干扰 $F_{cx}$ 、 $F_{cz}$ 和 $M_c$ 是由货物的动力学方程得到的<sup>[11]</sup>.依据质点系的加速度合成定理,货物的绝对加速度是牵连加速度、科氏加速度和相对加速度的矢量和:

$$a_c = \underbrace{\frac{dV}{dt} + \frac{d\Omega}{dt} \times r_c + \Omega \times (\Omega \times r_c)}_{a_{c1}} + \underbrace{2\Omega \times \frac{\tilde{d}r_c}{dt}}_{a_{c2}} + \underbrace{\frac{\tilde{d}^2 r_c}{dt^2}}_{a_{c3}}, \quad (9)$$

式中: $a_{c1}$ 、 $a_{c2}$ 和 $a_{c3}$ 分别为牵连加速度、科氏加速度和相对加速度, $\Omega$ 是飞机的旋转角速度矢量, $r_c$ 是货物相对飞机质心的位矢, $\frac{\tilde{d}(\cdot)}{dt}$ 为矢量的相对导数.将 $a_c$ 沿速度轴系分解可得:

$$a_{wx} = \dot{V} + q^2 r_c \cos \alpha - \ddot{r}_c \cos \alpha + \dot{q} r_c \sin \alpha + 2q \dot{r}_c \sin \alpha, \quad (10)$$

$$a_{wz} = -V \dot{\gamma} - q^2 r_c \sin \alpha + \ddot{r}_c \sin \alpha + \dot{q} r_c \cos \alpha + 2q \dot{r}_c \cos \alpha, \quad (11)$$

其中: $a_{wx}$ 和 $a_{wz}$ 分别为 $a_c$ 沿速度方向和垂直于速度方向的分量, $r_c$ 是货物相对飞机质心的距离.由货物受

力分析可得

$$m_c a_{wx} = F_{cx} - F_p - m_c g \sin \gamma, \quad (12)$$

$$m_c a_{wz} = -F_{cz} + m_c g \cos \gamma, \quad (13)$$

$$F_{cx} = \mu F_{cz}, \quad (14)$$

式中:  $m_c$  是货物质量,  $\mu$  是货物与导轨的摩擦系数,  $F_p$  是牵引力. 若  $\lambda$  表示牵引比, 则牵引力  $F_p = m_c g \lambda$ .

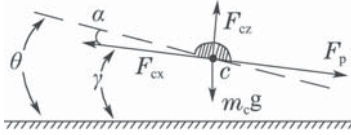


图 2 货物的受力分析

Fig. 2 Forces analysis of the cargo

将式(10)–(11)代入(12)–(13)可得

$$F_{cx} = F_p + m_c r_c \sin \alpha \dot{q} + m_c \dot{V} + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \cos \alpha - (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \sin \alpha, \quad (15)$$

$$F_{cz} = (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \cos \alpha + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \sin \alpha - m_c r_c \cos \alpha \dot{q} + m_c V \dot{\gamma}, \quad (16)$$

其中:

$$\ddot{r}_c = \dot{V} \cos \alpha + V \sin \alpha \dot{\gamma} + g \sin \theta - \mu g \cos \theta + \mu F_p \sin \alpha / m_c + r_c q^2 + F_p \cos \alpha / m_c + \mu (\dot{V} \sin \alpha - V \dot{\gamma} \cos \alpha + \dot{q} r_c + 2q \dot{r}_c). \quad (17)$$

货物对飞机的干扰力矩为

$$M_c = r_c \cdot (F_{cz} \cos \alpha - F_{cx} \sin \alpha). \quad (18)$$

**注 1** 由式(1)–(18)可见, 空投过程飞机运动模型是由飞机飞行状态、货物运动状态、货物质量和牵引系统参数等多变量交叉耦合的非线性系统. 并且, 由于参数漂移、未建模动态等客观因素的存在, 使得系统会带有一定的不确定性. 更详细的模型推导和讨论见文献[11].

由式(1)–(8)和式(15)–(18), 可将飞机运动方程写成如下形式:

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + B(x)u, \quad (19)$$

式中:

$$x = [V \quad \alpha \quad q \quad \theta]^T, \quad u = [\delta_e \quad \delta_p]^T, \\ B(x) = [b_1 \quad b_2] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} \end{bmatrix}^T,$$

$$f(x) = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4]^T,$$

$$\Delta f(x) = [\Delta f_1 \quad \Delta f_2 \quad \Delta f_3 \quad \Delta f_4]^T,$$

$\Delta f(x)$  为系统不确定性函数,  $f_i$  和  $b_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2$ ) 的表达式为

$$\begin{cases} f_1 = [-\bar{q}S(C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + T_0 \cos \alpha - m_b g \sin \gamma - (\Lambda_1 \cos \alpha - \Lambda_2 \sin \alpha + F_p) - m_c r_c \sin \alpha f_3] / (m_b + m_c), \\ f_2 = [-T_0 \sin \alpha - \bar{q}S(C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + m_b g \cos \gamma + \Lambda_1 \sin \alpha + (m_b + m_c)Vq + \Lambda_2 \cos \alpha - m_c r_c \cos \alpha f_3] / (m_b + m_c)V, \\ f_3 = \bar{q}S c_A (C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{mq} q c_A / 2V) / \Lambda_3 + m_c r_c [F_p \sin \alpha - \Lambda_2 - m_b g \cos \gamma \cos \alpha + m_b g \sin \gamma \sin \alpha + \bar{q}S \sin \alpha (C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + \bar{q}S \cos \alpha (C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0))] / (m_b + m_c) \Lambda_3 + r_c (\Lambda_2 - F_p \sin \alpha) / \Lambda_3, \\ f_4 = q, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} b_{11} = -(m_c r_c \sin \alpha \Lambda_4 + \bar{q}S C_{D\delta_e}) / (m_b + m_c), \\ b_{12} = T_m \cos \alpha / (m_b + m_c), \\ b_{21} = (m_c r_c \cos \alpha \Lambda_4 - \bar{q}S C_{L\delta_e}) / (m_b + m_c)V, \\ b_{22} = -T_m \sin \alpha / (m_b + m_c)V, \\ b_{31} = \Lambda_4, b_{32} = 0, b_{41} = b_{42} = 0. \end{cases} \quad (21)$$

$\Lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 的表达式为

$$\begin{cases} \Lambda_1 = m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c, \\ \Lambda_2 = m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c, \\ \Lambda_3 = I_y + m_c r_c^2 - m_c^2 r_c^2 / (m_b + m_c), \\ \Lambda_4 = \bar{q}S m_c r_c (C_{D\delta_e} \sin \alpha + C_{L\delta_e} \cos \alpha) / (m_b + m_c) \Lambda_3 + \bar{q}S c_A C_{m\delta_e} / \Lambda_3. \end{cases} \quad (22)$$

### 3 模型的反馈线性化(Feedback linearization of the model)

定义  $y = [y_1 \quad y_2]^T = [V \quad \theta]^T$  为系统(19)的输出状态. 由输入输出反馈线性化理论可知<sup>[23]</sup>, 对于系统(19)的第  $i$  个输出  $y_i$ , 如果  $r_i$  是使导数  $y_i^{(r_i)}$  至少依赖一个输入的最小整数, 即

$$\begin{cases} y_i^{(l)} = L_f^l y_i, \quad l = 1, 2, \dots, r_i - 1, \\ y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} y_i + \sum_{j=1}^2 L_{b_j} (L_f^{r_i-1} y_i) u_j + L_{\Delta f} L_f^{r_i-1} y_i, \end{cases} \quad (23)$$

且至少有一个  $L_{b_j} (L_f^{r_i-1} y_i) \neq 0$ , 其中  $L(\cdot)$  为李导数算子, 则称  $y_i$  的相对阶为  $r_i$ .

下面分别对输出  $y_1 = V$  和  $y_2 = \theta$  微分  $m$  次和  $n$  次, 直到油门或升降舵出现在微分子式中. 由于

$$\dot{V} = f_1 + \Delta f_1 + b_{11} \delta_e + b_{12} \delta_p, \quad (24)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{q} = f_3 + \Delta f_3 + b_{31}\delta_e + b_{32}\delta_p, \quad (25)$$

因此,  $r_1 = 1, r_2 = 2$ .

结合式(23)–(25)可知, 应用反馈线性化方法可将系统(19)化为如下的输入输出形式:

$$[y_1^{(r_1)} \ y_2^{(r_2)}]^T = A(x) + \Delta A(x) + E(x)u, \quad (26)$$

其中系统解耦矩阵  $E(x)$  为

$$E(x) = \begin{bmatrix} L_{b_1} L_f^{r_1-1} y_1 & L_{b_2} L_f^{r_1-1} y_1 \\ L_{b_1} L_f^{r_2-1} y_2 & L_{b_2} L_f^{r_2-1} y_2 \\ b_{11} & b_{12} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

在迎角  $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$  的范围内,  $|b_{11}b_{32}| \ll |b_{12}b_{31}|^{[11]}$ , 因此  $E(x)$  是非奇异矩阵. 状态矩阵和模型摄动矩阵分别为

$$A(x) = [L_f^{r_1} y_1 \ L_f^{r_2} y_2]^T = [f_1 \ f_3]^T, \quad (28)$$

$$\Delta A(x) = [L_{\Delta f} L_f^{r_1-1} y_1 \ L_{\Delta f} L_f^{r_2-1} y_2]^T = [\Delta f_1 \ \Delta f_3]^T. \quad (29)$$

#### 4 控制律设计(Control law design)

货物牵引过程中, 驾驶员应尽可能地稳定飞机姿态和高度, 以保证空投精确性和飞行安全. 因此, 空投过程飞机的控制问题即为对配平状态的跟踪控制问题<sup>[7–11]</sup>.

考虑系统(26), 设计滑模控制律来稳定飞机速度和俯仰姿态. 设空投启动时飞机速度和俯仰角的配平状态为  $V_d$  和  $\theta_d$ , 则跟踪误差为

$$e = [e_1 \ e_2]^T = [V - V_d \ \theta - \theta_d]^T. \quad (30)$$

若采用基本的滑模控制方法<sup>[9–10]</sup>, 则滑模面函数设计为

$$s_i = e_i^{(r_i-1)} + c_{i(r_i-1)} e_i^{(r_i-2)} + \dots + c_{i1} e_i, \quad (31)$$

其中: 滑模面系数  $c_{ij}$  的选择使  $s_i$  的表达式为 Hurwitz 稳定,  $i = 1, 2$ . 令  $s = [s_1 \ s_2]^T$ , 则控制律为

$$u = E^{-1}(x) [Y_d - A(x) - C_e - \eta \text{sgn } s], \quad (32)$$

式中:  $Y_d = [V_d^{(r_1)} \ \theta_d^{(r_2)}]^T$ ,  $C_e = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{j=r_1-1} c_{1j} e_1^{(j)} \\ \sum_{j=1}^{j=r_2-1} c_{2j} e_2^{(j)} \end{bmatrix}$ ,  $\eta$

为常值滑模切换增益. 为保证控制器对系统不确定性的鲁棒性, 要求切换增益大于不确定性边界, 即

$$\eta > \|\Delta A\|. \quad (33)$$

上述滑模控制的切换增益要依据系统不确定性边界选取, 而系统不确定性  $\Delta A$  是由飞机气动系数摄动与飞机、货物运动参数耦合构成的复杂非线性不确定性, 实际中难以获得其边界的先验信息. 为克服系统不确定性, 切换增益的选择难免过于保守. 为了改善

系统动态品质, 文献[11]提出了非线性积分滑模飞行控制方法, 但未从根本上解决滑模控制的保守性问题.

为了消除滑模控制切换增益选择对系统不确定性先验信息的要求, 文献[18–19]将参数自适应方法引入滑模控制器设计. 滑模面函数设计如式(31), 控制作用修改为

$$u = E^{-1}(x) [Y_d - A(x) - C_e - \hat{\eta} \text{sgn } s]. \quad (34)$$

切换增益  $\hat{\eta}$  的自适应律为

$$\dot{\hat{\eta}} = \Gamma \cdot \|s\|, \quad (35)$$

式中  $\Gamma$  为自适应增益. 由式(35)可进一步得到  $\hat{\eta} = \Gamma \int_0^t \|s(\tau)\| d\tau$ . 可见, 切换增益  $\hat{\eta}$  是依据滑模函数偏离切换面的程度(即滑模函数相对  $s = 0$  的距离, 以  $\|s\|$  为衡量指标)实时调整的.

采用增益自适应的方法消除了滑模控制对系统不确定性先验信息的要求, 拓展了滑模控制的应用范围, 提高了工程可实现性. 然而, 上述自适应算法仍存在以下两个方面的问题:

1) 滑模运动是系统沿切换面的运动, 到达理想终点时, 满足  $s = 0$ . 而实际上, 系统运动沿切换面上下穿行. 因此, 切换增益  $\hat{\eta} = \Gamma \int_0^t \|s(\tau)\| d\tau$  将一直增加, 即式(35)存在过度自适应的问题.

2) 由于切换增益的作用是克服系统不确定性(如式(33)所示), 因此, 本文希望滑模函数相对切换面的偏离是由系统不确定性引起的. 但是若定义滑模函数如式(31)、自适应律如式(35), 则系统初始误差也会导致切换增益增大. 这是由于积分动作  $\int_0^t \|s(\tau)\| d\tau$  包括了滑模到达阶段和滑动阶段两部分, 而在到达阶段, 式(31)定义的滑模函数相对切换面的偏离主要是由系统初始误差引起的.

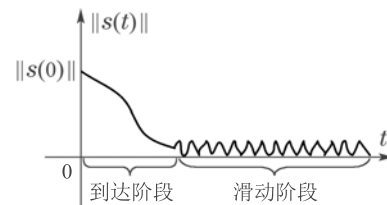


图3 式(31)定义的滑模函数的运动轨迹

Fig. 3 Trajectory of the sliding function defined by (31)

为消除滑模到达阶段系统初始误差对切换增益自适应的影响, 本文设计如下的全局滑模切换函数:

$$\begin{cases} \phi_i(t) = e_i^{(r_i-1)} + c_{i(r_i-1)} e_i^{(r_i-2)} + \dots + c_{i1} e_i, \\ s_i = \phi_i(t) - e^{-\xi_i t} \phi_i(0), \end{cases} \quad (36)$$

式中  $\xi_i > 0 (i = 1, 2)$  为指数趋近常数. 由式(36)可得,  $\|s(0)\| = 0$ , 即全局滑模切换函数能够保证系统初始运动就处于滑动模态. 因此, 如果将式(36)定义的滑模

函数应用于增益自适应滑模算法设计, 则会有效减小系统初始误差对切换增益自适应的影响.

为保证滑模切换面可达, 将控制律(34)改进如下:

$$u = E^{-1}(x)[Y_d - A(x) - C_e + \dot{Z} - \hat{\eta} \operatorname{sgn} s], \quad (37)$$

式中  $Z = [e^{-\xi_1 t} \phi_1(0) \ e^{-\xi_2 t} \phi_2(0)]^T$ . 如前文所述, 由于实际的滑模运动是沿切换面上下穿行, 因此若采用式(35)定义的自适应律, 则切换增益

$$\hat{\eta} = \Gamma \int_0^t \|s(\tau)\| d\tau$$

将一直增加. 为了克服式(35)的过度自适应问题, 提出如下的改进自适应律:

$$\dot{\hat{\eta}} = \Gamma \cdot \|s\| \cdot \operatorname{sgn}(\|s\| - \varepsilon), \quad (38)$$

其中:  $\varepsilon > 0$ ,  $\hat{\eta}$  的初值大于 0. 当  $\|s\| < \varepsilon$  时, 增益  $\hat{\eta}$  减小; 当  $\|s\| > \varepsilon$  时, 增益  $\hat{\eta}$  增大. 与式(35)定义的自适应算法相比, 式(38)可限制  $\hat{\eta}$  的过度增大.

**注 2** 为了避免切换增益  $\hat{\eta}$  出现小于 0 的情况, 本文引入一个足够小的正数  $\beta$ , 并限定: 如果  $\hat{\eta} \leq \beta$ , 则令  $\dot{\hat{\eta}} = \beta$ , 否则,  $\hat{\eta}$  由式(38)计算.

**定理 1** 考虑系统(26), 定义全局滑模切换函数(36), 若采用控制律(37)和自适应律(38), 则存在一个常数  $\eta^*$  满足  $\hat{\eta}(t) \leq \eta^*, \forall t > 0$ .

**证** 定义 Lyapunov 函数  $\sigma_1 = \frac{1}{2} s^T s$ , 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \frac{1}{2} s^T \dot{s} = \\ & s^T [A(x) + \Delta A(x) + E(x)u - Y_d + C_e - \dot{Z}] = \\ & s^T [\Delta A(x) - \hat{\eta} \operatorname{sgn} s] \leq -(\hat{\eta} - \|\Delta A\|) \|s\|. \quad (39) \end{aligned}$$

假定在  $t_0$  时刻  $\|s(t_0)\| > \varepsilon$ , 则由式(38)可知,  $\hat{\eta}(t)$  开始增大. 存在一个时刻  $t_1 (t_1 > t_0)$ , 满足  $\hat{\eta}(t_1) \geq \|\Delta A\|$ . 此时切换增益足够克服系统不确定性, 即  $\dot{\sigma}_1 \leq -(\hat{\eta} - \|\Delta A\|) \|s\| < 0$ , 则  $\|s(t)\|$  开始减小. 当  $\|s(t_2)\| < \varepsilon (t_2 > t_1)$  时,  $\hat{\eta}(t)$  开始减小. 存在一个时刻  $t_3 (t_3 > t_2)$ , 满足  $\hat{\eta}(t_3) < \|\Delta A\|$ , 此时  $\dot{\sigma}_1$  的正负性无法判断. 若  $\dot{\sigma}_1 < 0$ ,  $\|s(t)\|$  和  $\hat{\eta}(t)$  将继续减小; 若  $\dot{\sigma}_1 > 0$ ,  $\|s(t)\|$  开始增大. 当  $\|s(t_4)\| \geq \varepsilon (t_4 > t_3)$  时,  $\hat{\eta}(t)$  开始增大, 系统进入下一运动周期. 由于切换增益  $\hat{\eta}(t)$  围绕系统不确定性边界  $\|\Delta A\|$  做“增大-减小”的振荡运动, 且其变化率  $\Gamma \|s\|$  是有界的, 因此, 必存在一个常数  $\eta^*$  满足  $\hat{\eta}(t) \leq \eta^*, \forall t > 0$ . 证毕.

**定理 2** 考虑系统(26), 定义全局滑模切换函数(36), 若采用控制律(37)和自适应律(38), 则滑模函数  $s$  将在有限时间内稳定在切换面的  $\varepsilon$  邻域内.

**证** 定义如下的 Lyapunov 函数:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2k} (\hat{\eta} - \bar{\eta})^2, \quad (40)$$

其中:  $k > 0$ , 常数  $\bar{\eta} \geq \max\{\eta^*, \|\Delta A\|\}$ .

对  $\sigma_2$  取一阶导数得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_2 &= s^T \dot{s} + \frac{1}{k} (\hat{\eta} - \bar{\eta}) \cdot \dot{\hat{\eta}} = \\ & s^T [\Delta A(x) - \hat{\eta} \operatorname{sgn} s] + \frac{1}{k} (\hat{\eta} - \bar{\eta}) \cdot \dot{\hat{\eta}} \leq \\ & \|\Delta A\| \cdot \|s\| - \hat{\eta} \|s\| + \frac{1}{k} (\hat{\eta} - \bar{\eta}) \cdot \dot{\hat{\eta}} + \\ & \bar{\eta} \|s\| - \bar{\eta} \|s\| = \\ & (\|\Delta A\| - \bar{\eta}) \cdot \|s\| + (\hat{\eta} - \bar{\eta}) \cdot \left(\frac{\dot{\hat{\eta}}}{k} - \|s\|\right). \quad (41) \end{aligned}$$

引入常数  $\delta > 0$ , 将式(41)变为

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_2 &\leq (\|\Delta A\| - \bar{\eta}) \|s\| + (\hat{\eta} - \bar{\eta}) \cdot \left(\frac{\dot{\hat{\eta}}}{k} - \|s\|\right) + \\ & \delta \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}| - \delta \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}|. \quad (42) \end{aligned}$$

结合定理 1 有

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_2 &\leq \\ & - \underbrace{\left(\frac{\dot{\hat{\eta}}}{k} - \|s\| - \delta\right) \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}|}_{\rho_2} - \\ & \underbrace{(\bar{\eta} - \|\Delta A\|) \cdot \|s\|}_{\rho_1 > 0} - \delta \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}| = \\ & -\rho_1 \cdot \sqrt{2} \frac{\|s\|}{\sqrt{2}} - \delta \cdot \sqrt{2k} \frac{|\hat{\eta} - \bar{\eta}|}{\sqrt{2k}} - \rho_2 \leq \\ & -\min(\rho_1 \sqrt{2}, \delta \sqrt{2k}) \cdot \left(\frac{\|s\|}{\sqrt{2}} + \frac{|\hat{\eta} - \bar{\eta}|}{\sqrt{2k}}\right) - \rho_2 \leq \\ & -\min(\rho_1 \sqrt{2}, \delta \sqrt{2k}) \cdot \sigma_2^{1/2} - \rho_2. \quad (43) \end{aligned}$$

**情形 1** 若  $\|s(t_0)\| > \varepsilon$ , 则有  $\dot{\hat{\eta}} = \Gamma \cdot \|s\|$ . 由式(44)可知, 通过选择合适的  $k$  能够保证  $\rho_2$  大于 0. 需要指明的是,  $k$  并不是控制器参数.

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \left(\frac{\Gamma \cdot \|s\|}{k} - \|s\| - \delta\right) \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}| > 0 \Rightarrow \\ k &< \frac{\Gamma \cdot \|s\|}{\delta + \|s\|} \Rightarrow k < \min_{\|s\| > \varepsilon} \left[\frac{\Gamma \cdot \|s\|}{\delta + \|s\|}\right] \Rightarrow \\ k &< \frac{\Gamma \cdot \varepsilon}{1 + \varepsilon}. \quad (44) \end{aligned}$$

由于  $\rho_2 > 0$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_2 &\leq -\min(\rho_1 \sqrt{2}, \delta \sqrt{2k}) \cdot \sigma_2^{1/2} - \rho_2 < \\ & -\min(\rho_1 \sqrt{2}, \delta \sqrt{2k}) \cdot \sigma_2^{1/2}. \quad (45) \end{aligned}$$

滑模函数  $s$  将在  $t_F \leq \frac{2\sigma_2^{1/2}(t_0)}{\min(\rho_1 \sqrt{2}, \delta \sqrt{2k})}$  时间间隔内稳定在切换面的  $\varepsilon$  邻域内.

**情形 2** 若  $\|s(t_0)\| < \varepsilon$ , 则有  $\dot{\hat{\eta}} = -\Gamma \cdot \|s\|$ , 且

$$\rho_2 = \left(\frac{-\Gamma \cdot \|s\|}{k} - \|s\| - \delta\right) \cdot |\hat{\eta} - \bar{\eta}| \leq 0.$$

此时,  $\dot{\sigma}_2$  的正负性无法判定. 如果  $\dot{\sigma}_2 < 0$ , 则  $\|s(t)\|$  将减小; 如果  $\dot{\sigma}_2 > 0$ , 则  $\|s(t)\|$  将增大, 且当出现  $\|s(t)\|$



> ε情况时, 转入情形1.

综上, 滑模函数s将在有限时间内稳定在切换面附近的一个小邻域内. 证毕.

**注3** 文献[18-19]的分析表明, 当采用自适应律(35)时, 则理论上控制律能够保证滑模运动最终收敛于切换面. 自适应律(38)解决了自适应律(35)存在的切换增益过度自适

应问题, 但它只能保证滑模运动稳定在切换面的领域空间.

最后, 结合外环PID高度保持控制完成整个自动飞行控制系统的设计. 高度的指令 $H_d$ 为飞机平飞高度 $H_{trim}$ , 高度误差信号经PID运算后输出俯仰角指令 $\theta_d$ , 速度指令为飞机平飞速度 $V_{trim}$ . 控制系统的整体结构如图4所示.

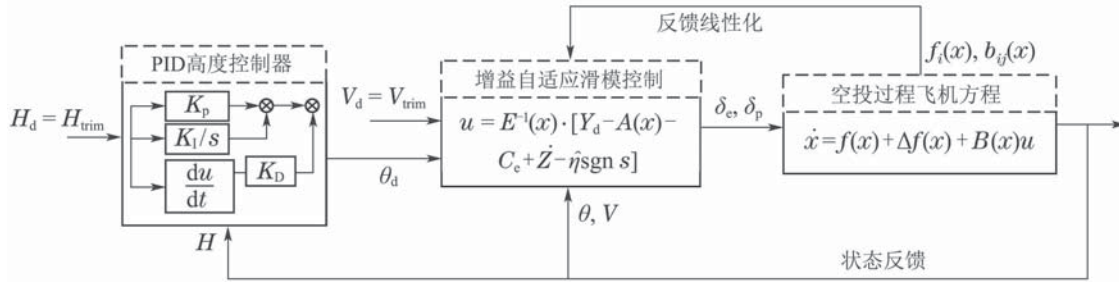


图4 控制系统结构

Fig. 4 Framework of control system

### 5 仿真与分析(Simulation and analysis)

某型运输机(空机重24,955 kg)空投8,000 kg货物, 货物初始装载于飞机质心处, 飞机配平状态为: 高度 $H = 100$  m, 速度 $V = 80$  m/s, 迎角 $\alpha = \theta = 3.8134^\circ$ , 油门开度 $\delta_p = 27.1\%$ , 升降舵偏度 $\delta_e = 0^\circ$ , 襟翼偏度 $25^\circ$ , 为水平安定面偏度为 $-3.4568^\circ$ .

首先验证本文控制方法的控制性能和鲁棒性. 选择内环自适应滑模控制器(37)-(38)参数为滑模面系数 $c_{11} = 1, c_{21} = 2, \xi_1 = \xi_2 = 5$ ; 切换增益参数 $\hat{\eta}(0) = 0.001, \varepsilon = 5, \Gamma = 1, \beta = 0.0001$ . 外环PID高度控制参数为 $K_p = 0.03, K_I = 0.02, K_D = 0.0005$ . 仿真条件设定如下:

**情形1** 假定空投过程飞机模型是精确的, 仿真对应图5中实线;

**情形2** 令气动参数 $C_L, C_D$ 和 $C_m$ 变化-20%, 仿真对应图5中点划线;

**情形3** 令气动参数 $C_L, C_D$ 和 $C_m$ 变化+20%, 仿真对应图5中虚线.

由图5中实线可见, 空投过程中飞机高度变化量在0.5 m范围内, 大约货物离机5 s后高度稳定于配平状态值, 飞机速度在整个过程变化很小. 迎角和俯仰角的变化量被控制在 $2^\circ$ 以内, 而由于重型货物的离机, 飞机再次稳定时的迎角和俯仰角明显小于飞机带货配平状态. 从图中点划线和虚线也可看出, 当考虑气动参数不确定性时, 控制器仍能保证良好的控制效果. 图6为升降舵偏转和油门开度曲线. 可以看出升降舵偏度和油门开度幅值均在允许范围内, 且并未出现强烈的抖振现象.

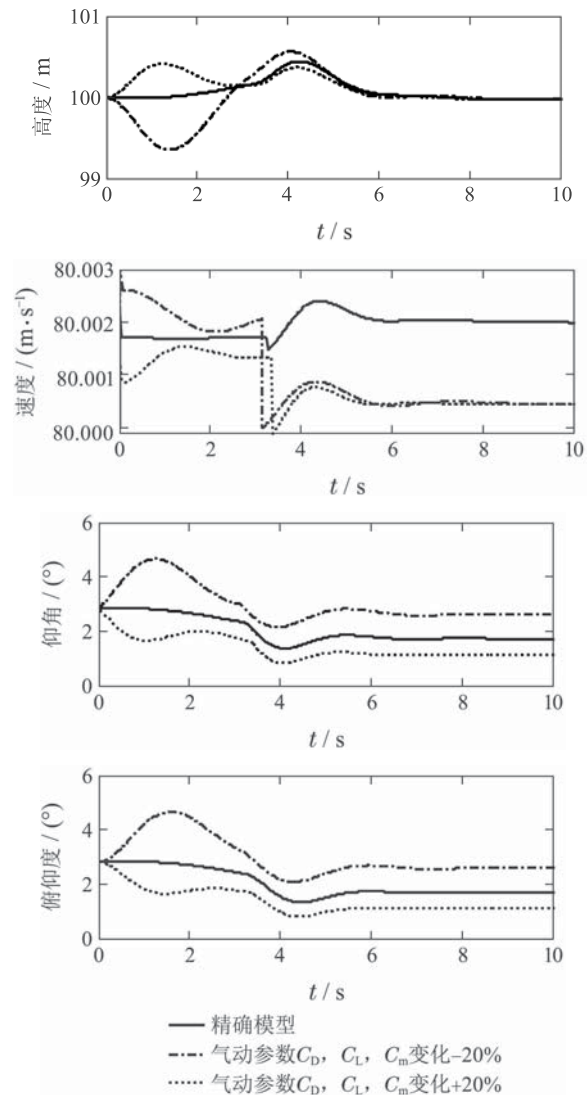


图5 空投过程飞机响应曲线

Fig. 5 Aircraft response in cargo extraction

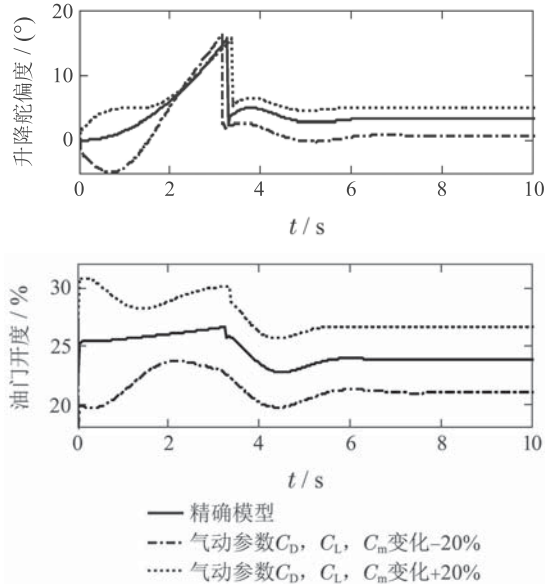


图 6 升降舵和油门开度曲线

Fig. 6 Curves of the elevator and throttle opening

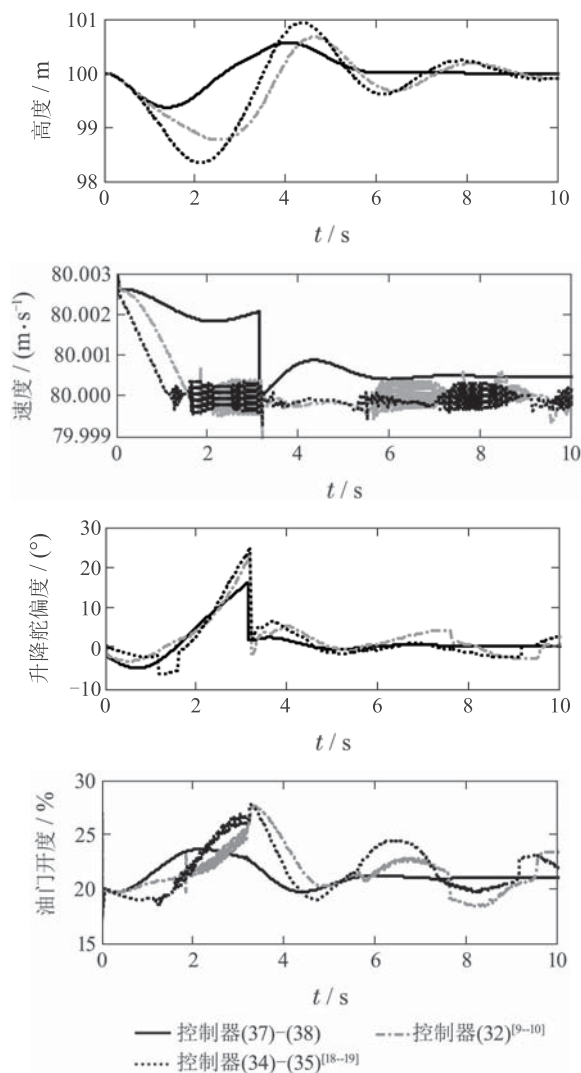


图 7 控制器(37)-(38), (34)-(35)<sup>[18-19]</sup>与(32)<sup>[9-10]</sup>的性能对比  
Fig. 7 Control performance comparison of controller (37)-(38), (34)-(35)<sup>[18-19]</sup> and (32)<sup>[9-10]</sup>

下面仿真对比本文控制器(37)-(38)与控制器(34)-(35)<sup>[18-19]</sup>和(32)<sup>[9-10]</sup>的控制性能. 设定气动参数 $C_L$ ,  $C_D$ 和 $C_m$ 变化 $-20\%$ . 控制器(34)-(35)的参数选取为: 滑模面系数 $c_{11} = 1, c_{21} = 2$ ; 切换增益参数 $\hat{\eta}(0) = 0.001, \Gamma = 1$ . 控制器(32)的参数选取为:  $c_{11} = 1, c_{21} = 2$ ; 切换增益 $\eta = 0.1$ . 由图7可见, 与本文控制器相比, 控制器(32)和(34)-(35)作用下, 高度的收敛时间更长, 过渡过程的偏差量更大, 油门和速度曲线都出现了高频振荡现象. 图8为切换增益对比曲线. 控制器(34)-(35)的切换增益在 $0 \sim 2$  s内快速增大到 $0.1$ , 之后缓慢继续增大. 而本文控制器作用下, 切换增益维持在 $0 \sim 0.001$ 之间振荡, 并且具有更好的控制效果, 与定理1的分析过程相符.

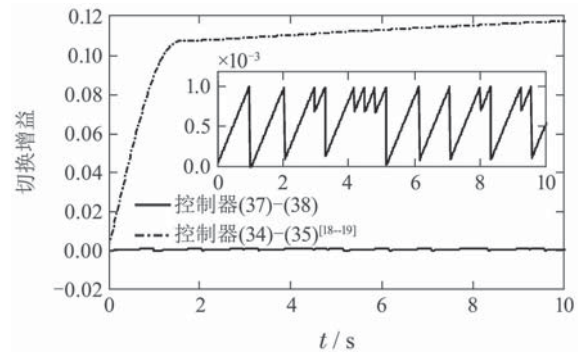


图 8 控制器(37)-(38)和(34)-(35)<sup>[18-19]</sup>的切换增益对比

Fig. 8 Switching gains comparison of controller (37)-(38) and (34)-(35)<sup>[18-19]</sup>

## 6 结论(Conclusions)

本文研究了带有不确定性且不确定性边界未知的低空重装备空投过程控制问题, 取得的成果有: 1) 利用输入输出反馈线性化方法对空投过程模型进行线性化处理, 解决了模型的强非线性问题, 减小了控制器设计的难度; 2) 针对空投过程反馈线性化模型, 设计了增益自适应全局滑模飞行控制器, 去除了滑模控制器设计对系统不确定性边界的先验要求, 克服了滑模运动达到阶段系统初始误差对切换增益自适应的影响; 3) 提出了一种改进的增益自适应方法, 解决了滑动阶段的切换增益过度自适应的问题.

本文控制器待调节的参数较多, 调参需要多次、反复的尝试, 这增加了方法的工程实现难度. 因此, 针对控制参数整定规则的研究很有意义, 它是课题组下一步的重点研究内容.

## 参考文献(References):

[1] ZANG J, LIU H, LIU T P, et al. Object-oriented mission modeling for multiple transport aircraft [J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, 14(3): 264 - 271.

- [2] DESABRAIS K J, RILEY J, SADECK J, et al. Low-cost high-altitude low-opening cargo airdrop systems [J]. *Journal of Aircraft*, 2012, 49(1): 349 – 354.
- [3] GURFIL P, FELDMAN S, FELDMAN M. Coordination and communication of cooperative parafoils for humanitarian aid [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(4): 1747 – 1761.
- [4] JANN T. Coupled simulation of cargo airdrop from a generic military transport aircraft [C] // *Proceedings of the 21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference*. Ireland: AIAA, 2011, 5: 1 – 20.
- [5] RAISSI K, MANI M, SABZEHPARVAR M, et al. A single heavy load airdrop and its effect on a reversible flight control system [J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2008, 80(4): 400 – 407.
- [6] ZHANG J X, XU H J, ZHANG D C, et al. Safety modeling and simulation of multi-factor coupling heavy-equipment airdrop [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(5): 1062 – 1069.
- [7] SUN Xiuxia, CHANG Yungang, DONG Wenhan, et al. Design of longitudinal controller for flight in heavy-weight airdrop based on optical control and  $L_1$  adaptive [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(5): 598 – 606.  
(孙秀霞, 常允刚, 董文瀚, 等. 最优控制 $L_1$ 自适应控制在重装空投纵向控制器设计中的应用 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(5): 598 – 606.)
- [8] FENG Y L, SHI Z K, TANG W. Dynamics modeling and control of large transport aircraft in heavy cargo extraction [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2011, 9(2): 231 – 236.
- [9] LI Dadong, SUN Xiuxia, DONG Wenhan, et al. Pitch control for flight in heavy-weight airdrop based on feedback linearization theory and variable structure control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(1): 54 – 59.  
(李大东, 孙秀霞, 董文瀚. 基于线性化反馈的滑模变结构重装空投纵向控制律设计 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(1): 54 – 59.)
- [10] ZHANG H Y, SHI Z K. Variable structure control of catastrophic course in airdropping heavy cargo [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, 22(2): 520 – 527.
- [11] LIU R, SUN X X, DONG W H. Dynamics modeling and control of a transport aircraft for ultra-low altitude airdrop [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(2): 478 – 487.
- [12] YANG X K, ZHONG Y W, YANG L Y, et al. Modeling and attitude control of aircraft with variations in mass and center of gravity [C] // *Proceedings of the 2010 8th IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation*. New York: IEEE, 2010, 7: 323 – 329.
- [13] YANG Xiaoke, YANG Lingyu, ZHANG Jing, et al. Modeling and attitude control of aircraft with variations in mass and center of gravity [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2011, 37(1): 54 – 62.  
(杨晓科, 杨凌宇, 张晶, 等. 变重量/重心飞机建模及姿态控制律设计 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2011, 37(1): 54 – 62.)
- [14] ZHANG Jing, SHEN Gongzhang, YANG Lingyu. Design of flight control system based on inverse dynamics and center of gravity estimation [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2009, 35(11): 1315 – 1319.  
(张晶, 申功璋, 杨凌宇. 基于逆动力学和重心估计的飞行控制系统设计 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2009, 35(11): 1315 – 1319.)
- [15] LEVANT A. Chattering analysis [J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2010, 55(6): 1380 – 1389.
- [16] SLOTINE J J, LI W P. *Applied Nonlinear Control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [17] LAGHROUCHE S, PLESTAN F, GLUMINEAU A. Higher order sliding mode control based on integral sliding surface [J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 531 – 537.
- [18] NASIRI A, NGUANG S K, SWAIN A. Adaptive sliding mode control for a class of MIMO nonlinear systems with uncertainties [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(4): 2048 – 2061.
- [19] HUANG Y J, KUO T C, CHANG S H. Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2008, 38(2): 534 – 539.
- [20] MUNOZ D, SBARBARO D. An adaptive sliding mode controller for discrete nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(3): 574 – 581.
- [21] TAO C W, CHAN M L, LEE T T. Adaptive fuzzy sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties [J]. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2003, 33(2): 283 – 294.
- [22] CONG B L, LIU X D, CHEN Z. Backstepping based adaptive sliding mode control for spacecraft attitude maneuvers [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 30(1): 1 – 7.
- [23] HU Yueming. *Nonlinear Control Systems Theory and Applications* [M]. 2nd ed. Beijing: National Defence Industry Press, 2005.  
(胡跃明. *非线性控制系统理论与应用* [M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2005.)

### 作者简介:

刘 日 (1988–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为飞行控制与飞行仿真, E-mail: lr\_taiyang@yeah.net;

孙秀霞 (1962–), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为现代鲁棒控制、飞行控制, E-mail: gcxysxx@126.com;

董文瀚 (1979–), 男, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、飞行控制, E-mail: dongwenhan@sina.com;

王 栋 (1978–), 男, 讲师, 主要研究方向为飞行器动力学建模与飞行品质, E-mail: wangdong\_gcxy@163.com.