

## 成熟型企业家的投资策略与可转债的代理问题

罗鹏飞<sup>1</sup>, 杨招军<sup>2†</sup>

(1. 湖南大学 金融与统计学院, 湖南 长沙 410079; 2. 南方科技大学 金融系, 广东 深圳 518055)

**摘要:** 本文假设企业家是时间偏好不一致的且属于成熟型, 可转债持有者是时间偏好一致的, 企业家通过发行股权和可转债来筹集投资成本. 本文考虑了企业实物投资问题, 利用实物期权、随机最优控制方法以及博弈理论, 解析地得到了时间偏好不一致企业家的企业股权价值、债券价值和期权价值. 分析了时间偏好不一致对企业家投资决策、破产决策, 可转债持有者的转换决策以及企业家与债券人代理成本的影响. 结果表明: 与时间偏好一致情况相比较, 时间偏好不一致导致企业家延迟投资, 降低了期权价值; 同时, 企业家会选择较高的破产水平, 可转债持有者会选择较低的转换水平. 本文也发现时间偏好不一致企业家投资决策的自利行为可以缓解Myers(1977)的债务积压问题和Jensen和Meckling(1976)的资产替代问题. 尤其是, 时间偏好不一致可以消除企业家和可转债持有者之间的代理成本.

**关键词:** 时间偏好不一致; 成熟型企业家; 实物投资; 代理成本

**引用格式:** 罗鹏飞, 杨招军. 成熟型企业家的投资策略与可转债的代理问题. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 349 – 356

中图分类号: F830 文献标识码: A

## Investment policy and agency problem of convertible debt with sophisticated entrepreneur

LUO Peng-fei<sup>1</sup>, YANG Zhao-jun<sup>2†</sup>

(1. School of Finance and Statistics, Hunan University, Changsha Hunan 410079, China;

2. Department of Finance, Southern University of Science and Technology, Shenzhen Guangdong 518055, China)

**Abstract:** We assume that entrepreneur is time-inconsistent and sophisticated, but the holder of convertible debt is time-consistent. The investment cost raised by equity and convertible debt. We consider the real investment problem, according to the real options approach, the stochastic optimal control approach and game theory, we explicitly derive the equity value, convertible debt value and option value. This paper examines the impact of time-inconsistent preferences on sophisticated entrepreneur's investment policy, default policy, conversion policy of holder of convertible debt and agency cost between entrepreneur and holder of convertible debt. Our results show that compared to the time-consistent benchmark, time-inconsistent preferences results in entrepreneur's incentive to underinvestment and decreases the option value. The entrepreneur chooses the higher default level, while, the holder of convertible debt chooses the lower conversion level. We find that entrepreneur's interested behaviour with time-inconsistent preferences can mitigate the debt overhang problem of Myers (1977) and the asset substitution problem of Jensen and Meckling (1976). Most of all, the time-inconsistent preferences can eliminate the agency cost between entrepreneur and holder of convertible debt.

**Key words:** time-inconsistent preferences; sophisticated entrepreneur; real investment; agency cost

**Citation:** LUO Pengfei, YANG Zhaojun. Investment policy and agency problem of convertible debt with sophisticated entrepreneur. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(3): 349 – 356

### 1 引言(Introduction)

企业实物投资问题是公司金融中的核心问题. 文献[1–2]基于企业实物投融资模型, 研究了企业家和债券人之间的冲突问题. 文献[3]提供了研究企业实物投

资问题的方法—实物期权方法. 文献[4]考虑了企业家通过股权和普通债筹集投资成本, 研究了企业家和债券人之间的代理成本问题. 在企业资本结构中可转债占据重要的地位. 在国内外, 无论是实业界还是学

收稿日期: 2017–06–22; 录用日期: 2017–09–21.

†通信作者. E-mail: yangzj@sustc.edu.cn; Tel.: +86 755-88018603.

本文责任编辑: 邓飞其.

国家自然科学基金项目(71371068, 71171078), 湖南省研究生科研创新项目(CX2017B124), 国家留学基金委项目(201706130059)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (71371068, 71171078), the Postgraduate Students Innovation Foundation of Hunan (CX2017B124) and the China Scholarship Fund for Studying Abroad (201706130059).

术界,可转债都得到广泛的关注.全球每年新发行的可转债达到1000亿多,在欧美和亚洲,都作为重要的融资工具.目前,大量的文献也研究了可转债对企业投融资的影响,文献[5]实证研究了可转债对企业投融资影响.文献[6]发现相比较普通债券而言,可转债增加企业期权价值,但也提高了破产水平.文献[7-8]分析了可转债对企业投资时机、融资规模的影响.文献[9]建立期权拓展模型分析了可转债对企业拓展时机的影响,认为可转债可以消除文献[2]的债务积压问题.

上述研究均沿用了新古典金融理论人的时间偏好一致的假设,即未来现金流按照指数贴现得到现值,其中折现因子为常数.然而,大量的实验研究表明:时间一致假设是不合理的(参见文献[10]).人的时间偏好不一致行为在理论方面得到广泛研究.最近,大量的文献研究时间偏好不一致对投资消费及金融决策影响.文献[11]在时间偏好不一致的假设条件下,拓展了经典实物期权模型,认为时间偏好不一致延迟了投资时机.文献[12-13]分别在连续扩散过程和跳过程下分析了时间偏好不一致对企业资本结构的影响,较时间偏好一致的情形,时间偏好不一致降低了企业杠杆率.文献[14]将时间偏好不一致引入到契约理论中发现时间偏好不一致代理人对最优分红策略具有正效应.时间偏好不一致也被引入到保险有关问题中.文献[15-16]考虑了保险公司中时间偏好不一致管理者的最优分红策略.

目前,时间偏好不一致对企业实物投资影响的相关研究还很少.如:假设时间偏好不一致企业家选择股权和可转债筹集投资成本.时间偏好不一致会对企业家投资决策、融资决策、破产决策,可转债持有者的转换决策以及企业家和债券人之间的代理问题产生什么影响?这些问题目前还没有文献给出相关结论.为此,本文建立了数理模型来研究时间偏好不一致对上述问题的影响.与本文相关最密切的文献是文献[11]和文献[8].文献[11]研究了时间偏好不一致对成熟型和幼稚型企业家的投资水平的影响,然而文中假设企业家只是通过股权筹集投资成本,而本文考虑了企业家通过股权和可转债融资,给出了杠杆下的时间偏好不一致企业家的股权价值、可转债价值以及期权价值.文献[8]从新古典金融理论角度考虑了可转债对企业投融资影响,并没有考虑企业家与债权人异质性对企业投融资的影响.同时本文还考虑企业家和可转债持有者异质性对双方的代理成本问题影响.

本文的贡献在于:本文考虑了时间偏好不一致成熟型企业家的实物投资问题.利用实物期权和随机最优控制方法,解析地得到时间偏好不一致企业家的企业股权价值、债券价值和期权价值,利用博弈论得到企业家的破产水平和可转债持有者转换水平.本文分

析了时间偏好不一致对企业家投资决策、破产决策、可转债持有者的转换决策以及企业家与债券人代理成本的影响.与时间偏好一致的情况比较分析表明,时间偏好不一致导致企业家延迟投资,降低了期权价值.同时,企业家会选择较高的破产水平,可转债持有者会选择较低的转换水平.此外,最优破产水平随着当前偏好程度的减少而增加,随着当前区间持续强度的增加先急剧增加后缓慢降低;而最优转换水平随着当前偏好程度的减少而降低,随着当前区间持续强度的增加先急剧降低后缓慢增加.本文也发现时间偏好不一致企业家投资决策的自利行为可以缓解文献[2]的债务积压问题和文献[1]的资产替代问题.同时,时间偏好不一致可以消除企业家和可转债持有者之间的代理成本.

## 2 模型建立(Model setup)

假设企业息税后现金流与资本结构无关,且服从几何布朗运动

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dB_t, \quad (1)$$

其中: $\mu$ 和 $\sigma$ 分别是企业现金流的期望增长率和波动率,且都为常数, $\mu < \rho$ (是无风险利率)这一条件保证了企业未来现金流现值的有限性; $B_t$ 是风险中性概率测度下的标准布朗运动.

本文假设可转债持有者时间偏好一致,即未来收益折现率为固定常数.然而,企业家是时间偏好不一致的,在短时间范围内,企业家是不耐心的,更偏好当前现金流,当前现金流赋予的权重较大,即折现率小;而在长时间范围,企业家变得有耐心,对未来现金流赋予的权重小,即折现率大.文献[17]模型很好地刻画了时间偏好不一致这一行为.时间偏好不一致企业家对于现金流的折现因子表示如下:

$$D_s = \begin{cases} e^{-\rho(s-t)}, & s \in [t, t+T), \\ \delta e^{-\rho(s-t)}, & s \in [t+T, \infty), \end{cases}$$

其中: $[t, t+T)$ 表示当前区间; $[t+T, \infty)$ 表示未来区间; $T$ 是随机的,刻画当前区间持续性,且服从系数为 $\lambda$ 的指数分布,于是 $E[T] = 1/\lambda$ ,当 $\lambda$ 较小时,当前区间期望持续性较大; $\delta$ 是未来区间中折现的一个附加因子,满足 $0 < \delta \leq 1$ ,反映了企业家对当前的偏好程度.如果 $\delta$ 比较小,则企业家对当前偏好较大.

本文考虑企业家有一个投资机会,投资成本 $I$ 是不可逆的.企业家通过股权和单一永久性不可回购性可转债来筹集投资成本.企业家投资后,企业将产生现金流 $X$ .企业的破产水平由企业家内生确定,即企业家会选择破产水平最大化股权价值.债券的转换水平由债券人来内生确定,即债券人会选择转换水平最大化可转债价值.根据文献[7-8],债券全部转化成股权,一旦债券转换成股权,可转债持有人将得到企业

收益比例为 $\eta/(1+\eta)$ ,  $\eta(0 < \eta < 1)$ 表示债券转换成原始股权的比率. 接下来, 本文首先给出企业投资后的股权价值、债券价值和企业的总价值, 然后再考虑企业家的实物投资问题.

## 2.1 时间偏好一致下企业证券定价及实物期权 (Corporate securities pricing and real option under time-consistent preference)

本小节将给出本文的对比模型, 从新古典金融角度, 即企业家是时间偏好一致的, 给出企业证券价格, 考虑企业实物投资, 企业家破产决策和债券人的转换决策问题. 企业家破产决策和可转债持有者的转换决策属于二人博弈问题, 本文利用博弈论得到了企业家破产水平和可转债持有者的转换水平.

企业未来现金流现值, 即企业价值 $\Pi(x)$ 为

$$\Pi(x) = E\left[\int_0^\infty e^{-\rho s} X_s ds | X_0 = x\right] = \frac{x}{\rho - \mu}. \quad (2)$$

企业家投资后, 企业正常运行时, 企业家支付固定的券息 $c$ 给债券人, 由于债券的税盾效应, 则企业家获得的收益为 $(X - (1 - \tau)c)$ , 其中 $\tau$ 是企业有效税率. 当企业破产清算时, 企业家获得收益为零; 当企业现金流达到债券转换水平时, 企业家获得收益为企业价值的 $1/(1+\eta)$ 部分. 参见文献[18]和文献[9], 利用随机最优控制方法, 企业家的股权价值 $E(x)$ 满足微分方程

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 E''(x) + \mu x E'(x) - \rho E(x) + (x - (1 - \tau)c) = 0. \quad (3)$$

式(3)通解为

$$E(x) = A_1 x^{\beta_1} + B_1 x^{\gamma_1} + \frac{x}{\rho - \mu} - (1 - \tau)\frac{c}{\rho}, \quad (4)$$

其中:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} > 1,$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} < 0,$$

其边界条件及光滑黏贴条件为

$$E(x_b) = 0, \\ E(x_c) = \frac{1}{\eta + 1} \frac{x_c}{\rho - \mu}, \quad \frac{\partial E(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} = 0,$$

其中:  $x_b$ 表示企业家选择的企业破产水平, 即当企业现金流触到 $x_b$ , 企业则宣布破产清算;  $x_c$ 表示债券人选择的债券转换水平, 即当企业现金流触到 $x_c$ 时, 债券则全部转换成股权. 第1个边界条件表示当企业现金流下行至破产时, 股东获得价值为0. 第2个边界条件表示当企业现金流上行至转换水平时, 股东获得分红比例占 $1/(\eta + 1)$ , 企业触及债券水平时, 此时企业变为纯股权企业, 企业价值为 $x_c/(\rho - \mu)$ . 光滑黏贴条件则表示企业家将以自身价值最大化来确定其最优的

破产水平.

由式(4)及其边界条件和光滑黏贴条件, 可得

$$\begin{cases} A_1 x_b^{\beta_1} + B_1 x_b^{\gamma_1} + \frac{x_b}{\rho - \mu} - (1 - \tau)\frac{c}{\rho} = 0, \\ A_1 x_c^{\beta_1} + B_1 x_c^{\gamma_1} + \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{x_c}{\rho - \mu} - (1 - \tau)\frac{c}{\rho} = 0, \\ \beta_1 A_1 x_b^{\beta_1} + \gamma_1 B_1 x_b^{\gamma_1} + \frac{x_b}{\rho - \mu}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $A_1, B_1, x_b$ 由式(5)确定.

当企业运营时, 债券人获得固定券息 $c$ . 当企业破产时, 债券人获得企业的清算价值; 当企业现金流达到债券转换水平时, 债权人获得收益为企业价值的 $\eta/(1+\eta)$ 部分. 同样地, 债权持有者的可转债的价值 $D(x)$ 满足下列微分方程:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D''(x) + \mu x D'(x) - \rho D(x) + c = 0. \quad (6)$$

式(6)通解为

$$D(x) = A_2 x^{\beta_1} + B_2 x^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho}, \quad (7)$$

其边界条件及光滑黏贴条件为

$$D(x_b) = (1 - \alpha)\frac{x_b}{\rho - \mu}, \quad D(x_c) = \frac{\eta}{\eta + 1} \frac{x_c}{\rho - \mu}, \\ \frac{\partial D(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_c} = \frac{\eta}{\eta + 1} \frac{1}{\rho - \mu},$$

其中 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 表示破产损失率. 第1个边界条件表示当企业一旦破产, 债券人获得企业剩余价值; 第2个边界条件表示企业现金流触及转换水平时, 债券人获得纯股权企业价值的 $\eta/(1+\eta)$ . 光滑黏贴条件反映债券人在选择转换水平时, 以自身利益最大化, 使其转换前后其价值增长率一致, 则是最优转换水平.

由式(7)及其边界条件和光滑黏贴条件, 可得

$$\begin{cases} A_2 x_b^{\beta_1} + B_2 x_b^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho} = (1 - \alpha)\frac{x_b}{\rho - \mu}, \\ A_2 x_c^{\beta_1} + B_2 x_c^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho} = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{x_c}{\rho - \mu}, \\ \beta_1 A_2 x_c^{\beta_1} + \gamma_1 B_2 x_c^{\gamma_1} = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{x_c}{\rho - \mu}, \end{cases} \quad (8)$$

其中 $A_2, B_2, x_c$ 由式(8)确定.

企业总价值 $V(x)$ 是股权价值和债券价值的和, 可表示为 $V(x) = E(x) + D(x)$ .

上述已经给出了投资之后企业各证券价值, 现在给出企业的期权价值. 参见文献[3], 期权价值为满足下列微分方程:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F''(x) + \mu x F'(x) - \rho F(x) = 0. \quad (9)$$

式(9)通解为

$$F(x) = C_1 x^{\beta_1} + D_1 x^{\gamma_1}, \quad (10)$$

其边界条件及光滑黏贴条件为

$$\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = 0, F(x_i) = V(x_i) - I,$$

其中  $x_i$  表示企业家选择的企业投资水平. 第1个边界条件是当企业现金流为零时, 期权价值为零, 即等待是没有价值的; 第2个边界条件表示当企业投资时, 其净收益为公司总价值与投资成本的差.

由式(10)及其边界条件可得期权价值为

$$F(x) = (V(x_i) - I) \left(\frac{x}{x_i}\right)^{\beta_1}. \quad (11)$$

## 2.2 时间偏好不一致下企业证券定价和实物期权 (Corporate securities pricing and real option under time-inconsistent preference)

假设企业家是时间偏好不一致的且是成熟型的, 参见文献[11], 幼稚型企业家错误地认为未来自己决策考虑当前自己的利益. 与幼稚型企业家不同, 成熟型企业家很清楚未来自己决策时只考虑自己所在时期利益, 而不会考虑当前自己的利益. 本文参见文献[11]的假设企业家未来自己的个数是无穷的. 根据文献[11]的结论可知当前区间和未来区间成熟企业家选择的投资水平和破产水平是相同的. 同时, 假设债券人是时间偏好一致的. 本小节将给出时间偏好不一致下的企业家的股权价值、债券价值, 考虑了企业家的破产决策、债券人的转换决策; 同时也考虑了企业的实物投资问题.

时间偏好不一致下的企业价值  $\Pi(x)$  为

$$\begin{aligned} \Pi_s(x) = & E\left[\int_0^T e^{-\rho s} X_s ds + \int_T^\infty \delta e^{-\rho s} X_s ds \mid X_0 = x\right] = \\ & \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x}{\rho - \mu}. \end{aligned} \quad (12)$$

由式(2)和式(12), 可知  $\Pi_s(x) \leq \Pi(x)$ , 当  $\delta = 1$  或者  $\lambda = 0$  时, 等式成立. 当  $\delta = 1$  或者  $\lambda = 0$  时, 表示时间偏好一致情况. 上述不等式表明: 较时间偏好一致, 时间偏好不一致下的企业价值要低. 这一结论可以从两方面解释. 一方面, 式(12)可以重新表述为

$$\Pi_s(x) = \frac{x}{\rho^* - \mu}, \rho^* = \rho + \frac{(\rho - \mu)(1 - \delta)\lambda}{\rho + \delta\lambda - \mu} \geq \rho.$$

时间偏好不一致下, 企业家的折现率高, 说明企业家越不耐心, 参见文献[11]. 企业家越不耐心, 即企业现金流现值越低, 因此, 较时间偏好一致, 时间偏好不一致的企业家表现为不耐心, 故企业价值低. 另一方面, 式(12)也可以重新表述为

$$\Pi_s(x) = \frac{x}{\rho - \mu^*}, \mu^* = \mu - \frac{(\rho - \mu)(1 - \delta)\lambda}{\rho + \delta\lambda - \mu} \leq \mu.$$

由此可知, 偏好不一致企业家对于企业的前景持不乐观的态度, 即企业家低估了企业未来增长率, 参见文献[19]. 换句话说, 企业价值被企业家低估了, 这与文献[19]的结论一致.

当未来区间到达时刻在破产和转换之前, 在未来区间到达那一时刻, 股权价值等于  $\delta \bar{E}(x)$ , 其中  $\bar{E}(x)$  如式(4). 根据文献[3]和文献[11], 时间偏好不一致成熟型企业家的股权价值  $E_s(x)$  满足

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 E_s''(x) + \mu x E_s'(x) - \rho E_s(x) + \\ & \lambda[\delta \bar{E}(x) - E_s(x)] + [x - (1 - \tau)c] = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中:

$$\bar{E}(x) = \bar{A}_1 x^{\beta_1} + \bar{B}_1 x^{\gamma_1} + \frac{x}{\rho - \mu} - (1 - \tau) \frac{c}{\rho},$$

$\bar{A}_1, \bar{B}_1$  由下列方程组确定:

$$\begin{cases} \bar{A}_1 x_{sb}^{\beta_1} + \bar{B}_1 x_{sb}^{\gamma_1} + \frac{x_{sb}}{\rho - \mu} - (1 - \tau) \frac{c}{\rho} = 0, \\ \bar{A}_1 x_{sc}^{\beta_1} + \bar{B}_1 x_{sc}^{\gamma_1} + \frac{x_{sc}}{\rho - \mu} - (1 - \tau) \frac{c}{\rho} = \\ \frac{1}{1 + \eta} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu}. \end{cases}$$

式(13)通解为

$$\begin{aligned} E_s(x) = & A_3 x^{\beta_2} + B_3 x^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_1 x^{\beta_1} + \bar{B}_1 x^{\gamma_1}) + \\ & \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x}{\rho - \mu} - \frac{\rho + \delta\lambda}{\rho + \lambda} (1 - \tau) \frac{c}{\rho}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中:

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2(\rho + \lambda)}{\sigma^2}} > 1,$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2(\rho + \lambda)}{\sigma^2}} < 0,$$

其边界条件为

$$E_s(x_{sb}) = 0,$$

$$E_s(x_{sc}) = \frac{1}{\eta + 1} \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu},$$

$$\left. \frac{\partial E_s(x)}{\partial x} \right|_{x=x_{sb}} = 0,$$

其中:  $x_{sb}$  表示时间偏好不一致下企业家选择的破产水平,  $x_{sc}$  表示在针对时间偏好不一致下企业家做的破产决策时, 时间偏好一致债券人选择的转换水平.

由式(14)及其边界条件和光滑黏贴条件, 可得

$$\begin{cases} A_3 x_{sb}^{\beta_2} + B_3 x_{sb}^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_1 x_{sb}^{\beta_1} + \bar{B}_1 x_{sb}^{\gamma_1}) + \\ \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sb}}{\rho - \mu} - \frac{\rho + \delta\lambda}{\rho + \lambda} (1 - \tau) \frac{c}{\rho} = 0, \\ A_3 x_{sc}^{\beta_2} + B_3 x_{sc}^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_1 x_{sc}^{\beta_1} + \bar{B}_1 x_{sc}^{\gamma_1}) + \frac{\eta}{1 + \eta} \\ \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu} - \frac{\rho + \delta\lambda}{\rho + \lambda} (1 - \tau) \frac{c}{\rho} = 0, \\ \beta_2 A_3 x_{sb}^{\beta_2} + \gamma_2 B_3 x_{sb}^{\gamma_2} + \delta(\beta_1 \bar{A}_1 x_{sb}^{\beta_1} + \gamma_1 \bar{B}_1 x_{sb}^{\gamma_1}) + \\ \frac{\rho + \delta\lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sb}}{\rho - \mu} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

确定  $A_3, B_3, x_{sb}$  由式(15)确定。

同理, 时间偏好不一致企业家的可转债价值  $D_s(x)$  满足

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D_s''(x) + \mu x D_s'(x) - \rho D_s(x) + \lambda[\delta \bar{D}(x) - D_s(x)] + c = 0, \quad (16)$$

其中  $\bar{D}(x) = \bar{A}_2 x^{\beta_1} + \bar{B}_2 x^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho}$ ,  $\bar{A}_1, \bar{B}_1$  由下列方程组确定:

$$\begin{cases} \bar{A}_2 x_{sb}^{\beta_1} + \bar{B}_2 x_{sb}^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho} = (1 - \alpha) \frac{x_{sb}}{\rho - \mu}, \\ \bar{A}_2 x_{sc}^{\beta_1} + \bar{B}_2 x_{sc}^{\gamma_1} + \frac{c}{\rho} = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu}. \end{cases}$$

式(16)通解为

$$D_s(x) = A_4 x^{\beta_2} + B_4 x^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_2 x^{\beta_1} + \bar{B}_2 x^{\gamma_1}) + \frac{\rho + \delta c}{\rho + \lambda \rho}, \quad (17)$$

其边界条件为

$$\begin{aligned} D_s(x_{sb}) &= (1 - \alpha) \frac{\rho + \delta \lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sb}}{\rho - \mu}, \\ D_s(x_{sc}) &= \frac{\eta}{\eta + 1} \frac{\rho + \delta \lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu}. \end{aligned}$$

由式(17)及其边界条件, 可得

$$\begin{cases} A_4 x_{sb}^{\beta_2} + B_4 x_{sb}^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_2 x_{sb}^{\beta_1} + \bar{B}_2 x_{sb}^{\gamma_1}) \frac{\rho + \delta \lambda c}{\rho + \lambda \rho} = (1 - \alpha) \frac{\rho + \delta \lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sb}}{\rho - \mu}, \\ A_4 x_{sc}^{\beta_2} + B_4 x_{sc}^{\gamma_2} + \delta(\bar{A}_2 x_{sc}^{\beta_1} + \bar{B}_2 x_{sc}^{\gamma_1}) \frac{\rho + \delta \lambda c}{\rho + \lambda \rho} = \frac{\eta}{\eta + 1} \frac{\rho + \delta \lambda - \mu}{\rho + \lambda - \mu} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu}, \end{cases} \quad (18)$$

其中  $A_4, B_4$  由式(18)确定。其中  $x_{sc}$  是由债券人确定的, 满足方程  $\beta_1 \bar{A}_2 x_{sc}^{\beta_1} + \gamma_1 \bar{B}_2 x_{sc}^{\gamma_1} = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{x_{sc}}{\rho - \mu}$ 。

上述给出企业家的股权价值和债券价值, 则企业家的企业总价值  $V_s(x)$  为  $V_s(x) = E_s(x) + D_s(x)$ 。

上述给出了投资后的企业家的企业证券价值, 下面考虑企业的期权价值, 根据文献[11], 时间偏好不一致下, 期权价值  $F_s(x)$  满足下列微分方程:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_s''(x) + \mu x F_s'(x) - \rho F_s(x) + \lambda(\delta \bar{F}(x) - F_s(x)) = 0, \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{F}(x) &= (\bar{V}(x_i^s) - I) \left(\frac{x}{x_i^s}\right)^{\beta_1} = \\ &= (\bar{E}(x_i^s) + \bar{D}(x_i^s) - I) \left(\frac{x}{x_i^s}\right)^{\beta_1}, \end{aligned}$$

其中:  $x_i^s \in \{x_{i1}^s, x_{i2}^s\}$  表示时间偏好不一致企业家选

择的投资水平,  $x_{i1}^s$  和  $x_{i2}^s$  由式(22)–(23)给出。

式(19)通解为

$$F_s(x) = C_2 x^{\beta_2} + D_2 x^{\gamma_2} + \delta(V(x_i^s) - I) \left(\frac{x}{x_i^s}\right)^{\beta_1}, \quad (20)$$

其边界条件为

$$\lim_{x \rightarrow 0} F_s(x) = 0, \quad F_s(x_i^s) = V_s(x_i^s) - I.$$

由式(20)及其边界条件, 可得期权价值为

$$F_s(x) = [(V_s(x_i^s) - I) - \delta(V(x_i^s) - I)] \times \left(\frac{x}{x_i^s}\right)^{\beta_2} \delta(V(x_i^s) - I) \left(\frac{x}{x_i^s}\right)^{\beta_1}. \quad (21)$$

根据文献[4], 若企业家以最大化企业总价值为目标确定投资水平称为第1投资水平(first best), 记为  $x_{i1}^s$ , 由光滑黏贴条件, 可得

$$\frac{\partial F_s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_{i1}^s} = \frac{\partial V_s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_{i1}^s}. \quad (22)$$

若企业家以最大化股权价值为目标(即自利行为)确定投资水平称为第2投资水平(second best), 记为  $x_{i2}^s$ , 由光滑黏贴条件, 可得

$$\frac{\partial F_s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_{i2}^s} = \frac{\partial E_s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_{i2}^s}. \quad (23)$$

由式(22)和式(23), 可以数值求解得到投资水平  $x_{i1}^s$  和  $x_{i2}^s$ 。

### 3 数值结果及分析 (Numerical results and discussion)

基本参数: 参见文献[20], 无风险利率  $\rho = 0.05$ , 现金流增长率  $\mu = 0.01$ , 波动率  $\sigma = 0.25$ , 破产损失率  $\alpha = 0.25$ , 企业有效税率  $\tau = 0.25$ ; 转换率  $\eta = 0.4$ , 参见文献[7–8]; 当前偏好程度  $\delta = 0.3$ , 当前区间持续强度  $\lambda = 0.33$ , 参见文献[11]; 投资成本  $I = 10$ , 券息支付  $c = 0.8$ , 当前收益流水平  $x = 0.5$ 。

#### 3.1 投资水平与代理成本 (Investment timing and agency cost)

由图1和图2, 可知: 不管成熟型企业家选择第1投资水平还是第2投资水平, 投资水平都是  $\delta$  的减函数,  $\lambda$  的增函数。由此表明: 较时间偏好一致, 时间偏好不一致成熟型企业家的投资水平较高, 即成熟型企业家延迟投资。时间偏好不一致对投资水平的影响有两个方面: 一方面, 等待期权价值越大, 投资越延迟。由于当前自己较未来自己而言, 更没有耐心, 也就是说时间偏好不一致减少了等待价值, 从而导致企业家提前投资。另一方面, 较时间偏好一致, 时间偏好不一致企业家一旦投资, 所产生的收益减少。这是因为不看好企业未来, 给予未来现金流权重较低, 从而现值也就低。为了弥补收益损失, 企业家延迟投资。而在本模型中, 后者对投资水平的影响占主导, 即时间偏好不一

致导致企业家延迟投资. 这一结论与文献[11]一致. 文献[2]将企业家提高投资水平, 从而延迟执行投资期权这一行为称为债务积压, 即企业家不愿意过早进行投资. 上述结论同时也表明: 时间偏好不一致加剧了文献[2]的债务积压问题. 图1和图2也表明: 第1投资水平比第2投资水平要高. 企业家以最大化股权价值为目标加速了期权投资, 这一结论与文献[4]一致, 产生了文献[1]的资产替代问题. 通过上述论述, 可知: 对于时间偏好不一致企业家, 选择第2投资水平, 在一定程度上可以缓解文献[2]的债务积压问题和文献[1]的资产替代问题.

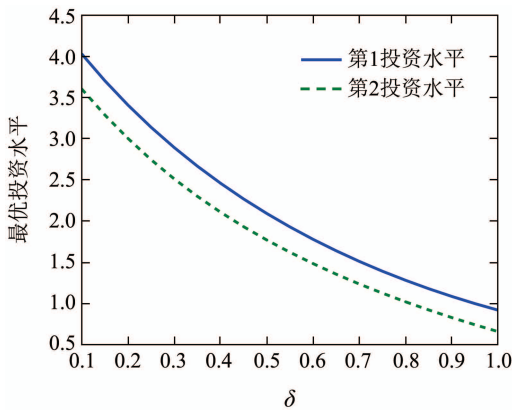


图1 最优投资水平与δ的关系

Fig. 1 The relation between investment threshold and  $\delta$

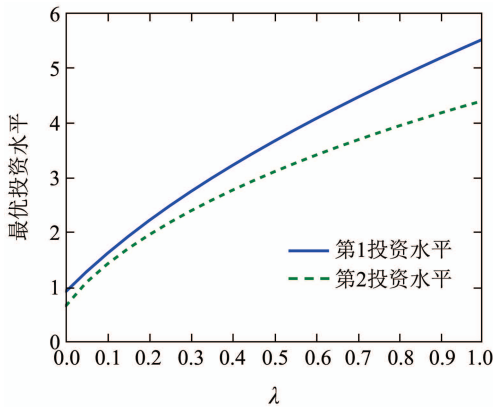


图2 最优投资水平与λ的关系

Fig. 2 The relation between investment threshold and  $\lambda$

图3和图4表明: 时间偏好不一致降低了期权价值. 这是因为时间偏好不一致企业家更没有耐心, 从而低估了期权等待价值. 这一结论与文献[11]一致. 由图3和图4可以得出一个有意义的结论: 在时间偏好不一致程度较小的区间, 第1投资水平下的期权价值比第2投资水平下的期权价值要高; 在时间偏好不一致程度较大的区间, 第1投资水平下的期权价值比第2投资水平下的期权价值要低. 这一结论主要是由时间偏好不一致对期权价值两个相反的效应导致的. 其一, 时间偏好不一致程度越大, 企业家越没耐心, 从而更加低

估期权的等待价值; 其二, 时间偏好不一致导致投资后现金流的现值较低, 从而降低期权价值. 在时间偏好不一致程度较低区间, 第1个效应占主导, 由于企业家没耐心, 从而提前投资, 导致较低的期权价值. 在时间偏好程度较低区间, 可以取特殊情况, 即 $\delta = 1$ 或者 $\lambda = 0$ 时, 表示时间偏好一致情况. 通过图3和图4, 很明显可以看出, 第1投资水平下的期权价值要比第2投资水平下的期权价值高. 这一结论与文献[4]一致. 在时间偏好不一致程度较大的区间, 第2个效应占主导, 由于时间偏好不一致程度大, 第1投资水平离当前时刻距离大, 导致投资后支付现值较低, 从而使得期权价值降低. 文献[4]定义企业家与债券人之间的代理成本为 $(F_s(x_{i1}^s) - F_s(x_{i2}^s))/F_s(x_{i2}^s)$ . 由图3和图4, 可得到一个重要结论: 适中的时间偏好不一致程度能够消除企业家与债券人之间的代理成本.

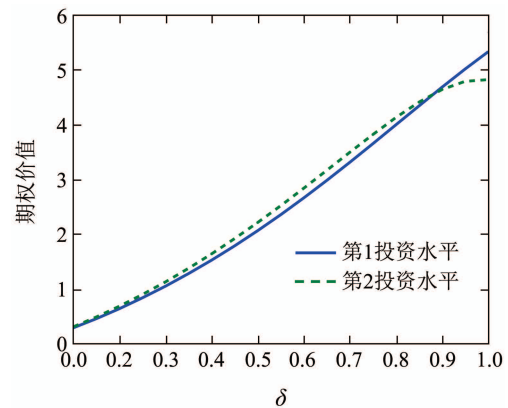


图3 期权价值与δ的关系

Fig. 3 The relation between option value and  $\delta$

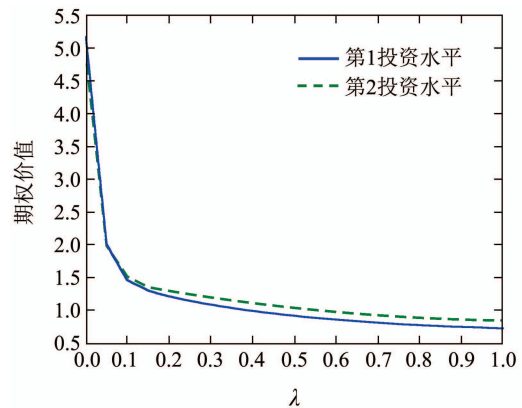


图4 期权价值与λ的关系

Fig. 4 The relation between option value and  $\lambda$

### 3.2 破产水平与转换水平 (Default threshold and conversion threshold)

图5和图6表明: 与时间偏好一致相比较, 时间偏好不一致企业家选择的最优破产水平要高. 时间偏好不一致企业家不耐心, 不看好企业未来发展, 对于未来收益权重较小. 故企业家选择较早破产, 这样可以

避免承担债券的支付. 由图5可知, 最优破产水平是 $\delta$ 的减函数. 这表明 $\delta$ 越小, 破产越早. 换句话说, 企业家越偏好当前区间, 而对未来区间不看好, 赋予的收益权重低, 所以破产动机就越强. 由图6可知, 最优破产水平随着 $\lambda$ 的增加先急剧增加后缓慢递减. 当 $\lambda$ 在较小值区间增加, 即当前区间比未来区间大, 而此时企业家的不耐烦程度又增加较大, 故提前破产动机较强. 而当在较大值区间增加, 即此时未来区间较当前区间要大, 此时当前区间减少现金流现值可以被未来区间增加的现值所弥补, 所以企业家选择延迟破产水平更加有利.

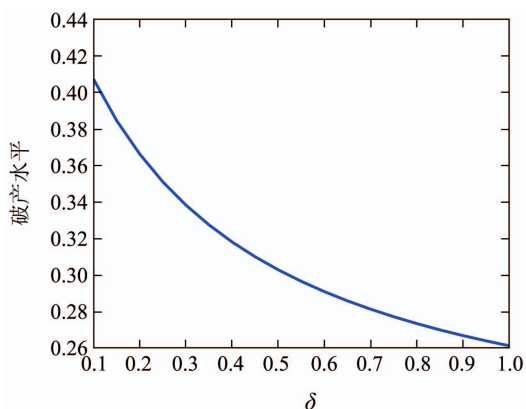


图5 破产水平与 $\delta$ 的关系

Fig. 5 The relation between default threshold and  $\delta$

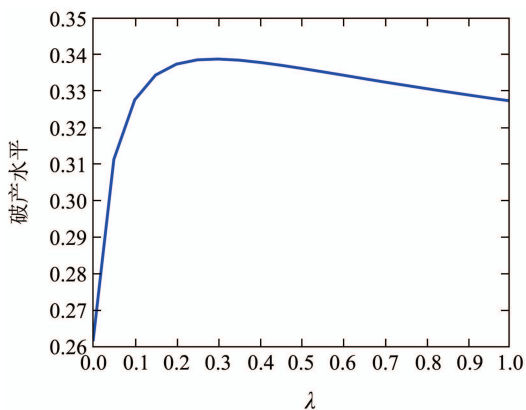


图6 破产水平与 $\lambda$ 的关系

Fig. 6 The relation between default threshold and  $\lambda$

图7和图8表明: 在时间偏好不一致情况下, 可转债持有者选择的最优转换水平要低. 时间偏好不一致企业家会选择较早破产, 对于可转债持有者而言, 此时债券的转换期权等待价值减少(参见文献[8]), 债券人自然会提前转换. 由图7可知, 最优转换水平是 $\delta$ 的增函数. 这表明当 $\delta$ 越小, 则企业家越偏好当前. 由图5可知, 企业家的最优破产水平越高, 转换期权等待价值就会降低, 从而促使可转债持有者提前执行转换水平. 由图8可知, 最优转换水平随着 $\lambda$ 的增加先急剧减小, 后缓慢增加. 这是因为 $\lambda$ 在较小值区间增加时, 企

业家的破产水平提高, 等待将导致债券人转换期权价值降低, 故债券人提前转换;  $\lambda$ 在较大值区间增加时, 企业家的破产水平缓慢下降, 这也使得债券人延迟转换水平以到达提高转换期权价值的目的.

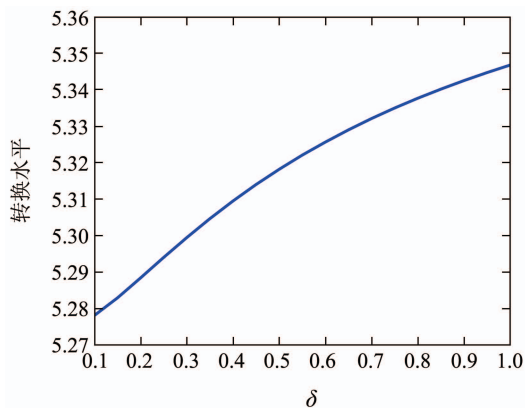


图7 转换水平与 $\delta$ 的关系

Fig. 7 The relation between conversion threshold and  $\delta$

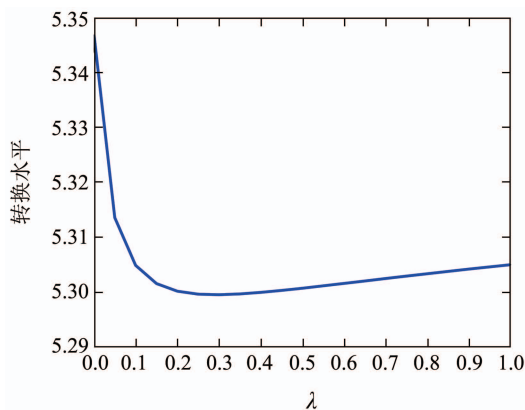


图8 转换水平与 $\lambda$ 的关系

Fig. 8 The relation between conversion threshold and  $\lambda$

#### 4 结论(Conclusions)

在现实的金融环境中, 企业家存在时间偏好不一致行为. 这一不理性行为将会给企业决策、社会福利产生影响. 为此, 本文基于时间偏好不一致假设, 利用实物期权方法、随机最优控制方法和博弈论, 研究了时间偏好不一致对企业家投资决策、破产决策, 可转债持有者的转换决策以及企业家与债券人代理成本的影响. 结果表明: 与时间偏好一致情况相比较, 时间偏好不一致导致企业家延迟投资, 降低了期权价值; 本文发现时间偏好不一致企业家投资决策的自利行为可以缓解文献[2]的债务积压问题和文献[1]的资产替代问题. 时间偏好不一致可以消除企业家和可转债持有者之间的代理成本.

本文还可以从如下角度作进一步研究: 首先, 本文没有分析幼稚型企业家对企业投融资问题的影响, 可作为本文的拓展方向; 其次, 本文并没有考虑动态投融资问题, 而在现实中, 企业的发展是一个动态过程,

可以考虑时间偏好不一致对企业动态投融资的影响,为企业经营决策提供理论依据和现实指导意见.最后,本文也可以考虑委托代理模型,研究时间偏好不一致情形下,企业家最优合同设计(参见文献[21]).

### 参考文献(References):

- [1] JENSEN M C, MECKLING W H. Theory of the firm: managerial behavior, agency costs and ownership structure [J]. *Journal of Financial Economics*, 1976, 3(4): 305 – 360.
- [2] MYERS S C. Determinants of corporate borrowing [J]. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5(2): 147 – 175.
- [3] DIXIT A K, PINDYCK R S. *Investment under Uncertainty* [M]. Princeton, NY: Princeton University Press, 1994.
- [4] MAUER D C, SARKAR S. Real options, agency conflicts, and optimal capital structure [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2005, 29(6): 1405 – 1428.
- [5] KORKEAMAKI T, MOORE W T. Capital investment timing and convertible debt financing [J]. *International Review of Economics & Finance*, 2004, 13(1): 75 – 85.
- [6] KOZIOL C. Optimal debt service: straight vs. convertible debt [J]. *Schmalenbach Business Review*, 2006, 58(2): 124 – 151.
- [7] EGAMI M. A game options approach to the investment problem with convertible debt financing [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2010, 34(8): 1456 – 1470.
- [8] YAGI K, TAKASHIMA R. The impact of convertible debt financing on investment timing [J]. *Economic Modelling*, 2012, 29(6): 2407 – 2416.
- [9] LYANDRES E, ZHDANOV A. Convertible debt and investment timing [J]. *Journal of Corporate Finance*, 2014, 24(C): 21 – 37.
- [10] FREDERICK S, LOEWENSTEIN G, O'DONOGHUE T. Time discounting and time preference: a critical review [J]. *Journal of Economic Literature*, 2002, 40(2): 351 – 401.
- [11] GRENADIER S R, WANG N. Investment under uncertainty and time-inconsistent preferences [J]. *Journal of Financial Economics*, 2007, 84(1): 2 – 39.
- [12] TIAN Y. Optimal capital structure and investment decisions under time-inconsistent preferences [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2016, 65: 83 – 104.
- [13] LUO Pengfei, YANG Zhaojun, ZHANG Yong. Financing policy, moral hazard and debt overhang with sophisticated entrepreneur [J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2017, 37(3): 580 – 588 (罗鹏飞, 杨招军, 张勇. 成熟型企业家的融资策略与道德风险及债务积压问题 [J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(3): 580 – 588.)
- [14] MU C, YANG J Q. Optimal contract theory with time-inconsistent preferences [J]. *Economic Modelling*, 2016, 52: 519 – 530.
- [15] CHEN S, LI Z, ZENG Y. Optimal dividend strategies with time-inconsistent preferences [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2014, 46(C): 150 – 172.
- [16] LI Zhongfei, CHEN Shumin, ZENG Yan. Optimal dividend strategy for a diffusion model with time-inconsistent preferences [J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2014, 35(7): 1633 – 1645 (李仲飞, 陈树敏, 曾燕. 基于时间不一致性偏好与扩散模型的最优分红策略 [J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 35(7): 1633 – 1645.)
- [17] HARRIS C, LAIBSON D. Instantaneous gratification [J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 2013, 128(1): 205 – 248.
- [18] YANG Z, ZHANG C. Two new equity default swaps with idiosyncratic risk [J]. *International Review of Economics & Finance*, 2015, 37: 254 – 273.
- [19] HACKBARTH D. Managerial traits and capital structure decisions [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2008, 43(4): 843 – 881.
- [20] HE Z. A model of dynamic compensation and capital structure [J]. *Journal of Financial Economics*, 2011, 100(2): 351 – 366.
- [21] GAN Liu, YANG Zhaojun. Investment and financing decisions under optimal long-term contracting [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1483 – 1491. (甘柳, 杨招军. 最优长期合同下的企业投融资决策 [J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(11): 1483 – 1491.)

### 作者简介:

罗鹏飞 (1990–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为资产定价与公司金融, E-mail: pengjuv1@163.com;

杨招军 (1964–), 男, 博士生导师, 目前研究方向为数量金融和风险管理, E-mail: yangzj@sustc.edu.cn.