DOI: 10.7641/CTA.2018.60637

存在整数约束的分布式驱动变体飞行器控制分配

路 遥^{1,2†}, 董朝阳², 王 青³, 刘 扬²

(1. 北京航天自动控制研究所,北京 100854; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院,北京 100191;

3. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要:针对一类含有整数控制约束的分布式驱动变体飞行器在线控制分配问题,提出了一种基于布谷鸟搜索算法的求解策略.首先,考虑到指令分配误差以及作动器的损耗,将飞行器在线作动器控制分配问题表示为一类整数规划问题.然后,设计改进的布谷鸟搜索算法求解作动器的控制指令,采用Tent混沌映射初始化种群、自适应的步长控制量等措施提高算法的搜索效率.最后,将提出的控制分配方法应用于一类新型操纵面飞行器,仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词:飞行控制;控制分配;整数规划;布谷鸟搜索算法;Tent映射

引用格式: 路遥, 董朝阳, 王青, 等. 存在整数约束的分布式驱动变体飞行器控制分配. 控制理论与应用, 2018, 35 (8): 1083 – 1091

中图分类号: V448.2 文献标识码: A

Control allocation for distributed driving morphing aircraft with integer constraints

LU Yao^{1,2†}, DONG Chao-yang², WANG Qing³, LIU Yang²

(1. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China;

2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

3. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: According to the online control allocation of a class of distributed driving morphing aircraft with integer control constraints, a solving strategy based on the cuckoo search algorithm is proposed. Firstly, the aircraft online actuator control allocation problem is described as an integer programming problem with the consideration of the command allocation error and effector wear. Secondly, the improved cuckoo search algorithm is designed to obtain the actuator control commands. Some measures, such as the Tent chaos mapping for initializing the population and adaptive step control vector, are adopted to improve the efficiency of the algorithm. Finally, the proposed control allocation method is applied to an innovative control effector aircraft. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: flight control; control allocation; integer programming; cuckoo search algorithm; Tent mapping

Citation: LU Yao, DONG Chaoyang, WANG Qing, et al. Control allocation for distributed driving morphing aircraft with integer constraints. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1083 – 1091

1 引言(Introduction)

随着对飞行器机动性和操纵性要求的日益提高, 以及从冗余配置提高系统可靠性出发,先进飞行器作 动器的数量大大增加,一个近代飞行器的作动器可多 达几十甚至上百个^[1].此时,控制指令与飞行器的实 际操纵面在数量上已不是一一对应的关系,如何给各 个作动器分配操纵指令,以产生期望的控制指令,同 时满足一定的指标要求,便是飞行器的控制分配问题. 控制分配是飞行器控制领域中的一个热点问题,通常 情况下它可以归结为优化问题,当前研究中常见的求 解方法有线性规划法、二次规划法、直接分配法等^[2].

飞行器控制分配问题的形式与其作动器的种类直 接相关.不同作动器具有不同的物理与几何上的约束, 这使得不同飞行器的控制分配问题具有各自的特点. 随着科学技术的发展,飞行器作动器的种类不再拘泥 于传统的升降舵、方向舵和副翼形式;有些异类作动

收稿日期: 2016-08-25; 录用日期: 2018-03-05.

[†]通信作者. E-mail: luyaosacred@126.com; Tel.: +86 15201640962.

本文责任编委:段志生.

国家自然科学基金青年科学基金项目(61603365)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61603365).

器,如反作用力控制系统、分布式形状致变装置等,会 给作动器模型引入整数约束, 而配置有这类作动器的 飞行器的控制分配问题可以转化为整数规划问题或 混合整数线性规划问题,这使得其控制分配的求解更 加复杂. 文献[3]研究了一类混合了连续的与脉冲的控 制作动器的飞行器控制分配问题,飞行器中的脉冲的 反作用力控制系统为控制分配带来了整数约束,该文 作者提出了一种混合整数线性规划方法解决了问题. 文献[4]研究了一类火星进入飞行器的容错控制分配 问题,飞行器中量子化的/分离的反作用力控制喷射器 为控制分配带来了整数约束,该文作者设计了一种混 合整数线性规划方法解决了问题, 文献[5]研究了分布 式驱动变体飞行器的控制分配问题,飞行器中形状致 变型的异类作动器使得问题转化为一类整数规划问 题,作者基于布谷鸟算法求解出控制分配指令,但其 设计中采用的种群初始化方法只能适用于所提出的 飞行器模型,不具有普适性;且问题模型中未考虑到 作动器的损耗及使用寿命,导致其控制指令变化剧烈, 难以应用于实际飞行中.

与一般的线性或二次规划问题不同,整数规划问 题通常属于非确定性多项式(non-deterministic polynomial, NP) 困难问题,其最优解往往很难求解. 对于规 模较小的线性整数规划问题,通常可采用分支定界法 或割平面法求取其最优解;然而,随着约束的增加、问 题规模的扩大,此类方法的计算时间也将大大增加, 从而难以达到飞行器在线控制分配的要求;因此,很 多学者采用元启发式优化算法来求解整数规划问 题[6-7]. 元启发式优化算法是求解优化问题的另一类 方法,其特点是具有随机性,问题规模较大时一般难 以求得最优解,但容易通过合理的参数设置来保证寻 优时间,因此更适合于对最优解的要求程度不高且需 要实时计算求解的优化问题. 元启发式优化算法在求 解优化问题方面具有独特的优势,在控制领域中有广 泛的应用[8],许多学者基于元启发式优化算法研究飞 行器的控制分配问题,并取得了不错的效果^[5,9-10].元 启发式优化算法的缺点在于其随机性,虽然这类算法 的收敛性大都获得了证明,但在给定时间内的优化效 果却难以保证.为此.需要根据具体研究的问题的特 点,选择合适的优化算法并充分改进其中的步骤,以 提高解的质量,并通过大量仿真实验验证其搜索效率, 从而为其在线应用提供可靠的依据.

本文针对一类控制量含整数约束的分布式驱动变 体飞行器,在考虑作动器损耗的情况下,基于布谷鸟 搜索算法研究其控制分配问题.针对已有研究中存在 的优化模型不合理、初始种群生成方式难以拓展等问 题进行了改进.最后,通过仿真实验验证所提方法的 必要性和有效性.

2 问题描述(Problem description)

本文研究的分布式驱动变体飞行器的运动模型可描述为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_{v}\boldsymbol{v}(t), \qquad (1)$$

式中: $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{r_1}$ 和 $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^{r_2}$ 分别为飞行器状态和虚拟控制量, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{r_1 \times r_1}$ 和 $\boldsymbol{B}_{v} \in \mathbb{R}^{r_1 \times r_2}$ 为已知的维数确定的系统矩阵且系统可控.选择如下合适的参考模型:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}}(t) = \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}(t) + \boldsymbol{B}_{\mathrm{m}} c(t), \qquad (2)$$

式中: $A_{\rm m} \in \mathbb{R}^{r_1 \times r_1}$ 和 $B_{\rm m} \in \mathbb{R}^{r_1}$ 为参考模型系统矩阵和向量, c(t)为给定的参考输入信号.为使得系统(1)跟踪参考模型状态 $x_{\rm m}$, 虚拟控制律可设计为

$$\boldsymbol{v}(t) = -\boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{K}_2 c(t), \qquad (3)$$

式中: $K_1 \in \mathbb{R}^{r_2 \times r_1}, K_2 \in \mathbb{R}^{r_2}$ 为控制增益且满足:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{K}_{1} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}, \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{K}_{2} = \boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}. \end{cases}$$
(4)

令 $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}_{m}(t)$ 表示系统的跟踪误差,由式 (1)和式(4)可得

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} \boldsymbol{e}(t). \tag{5}$$

因此, 当 A_m 为Hurwitz阵时, 系统的跟踪误差是渐近 稳定的.

注1 式(4)中, K_1 , K_2 需为准确解, 这使得参考模型 矩阵(A_m , B_m)的选取不能仅仅满足稳定即可, 而且要依赖 于系统矩阵(A, B_v). 当 B_v 不是行满秩时, 假定满秩矩阵 $T \in \mathbb{R}^{r_1 \times r_1}$ 使得 $TB_v = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{v0} \end{bmatrix}$, 其中 B_{v0} 为行满 秩, 则若使 K_2 为准确解, 则需满足 $T_1B_m = 0^{r_1} \Box T_1B_v = 0^{r_1 \times r_2}$; 同理若使 K_1 为准确解, 则需满足 $T_1A_m = T_1A$.

虚拟控制律由安装在飞行器上的作动器实现,本 文研究的分布式驱动变体飞行器的作动器控制指令 用 $n = [n_1 \cdots n_i]^T$ 表示,且存在如下整数约束:

$$\Omega_i = \{ n_i | \underline{n}_i \leqslant n_i \leqslant \overline{n}_i, \ n_i \in \mathbb{Z} \}, \tag{6}$$

式中<u>n</u>_i, *n*_i分别表示*n*_i的下边界和上边界, 由式(6)可 知作动器控制指令**n**是一个整数向量. 作动器模型由 下式描述:

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{n}(t) = \bar{\boldsymbol{v}}(t), \; n_i \in \Omega_i, \tag{7}$$

式中: $\bar{\boldsymbol{v}}(t) \in \mathbb{R}^{r_2}$ 表示由作动器产生的系统的实际控制量, $\boldsymbol{B}_{u} \in \mathbb{R}^{r_2 \times i}$ 为作动器控制指令到实际控制量之间的映射矩阵.

在以上飞行器与作动器建模的基础上,本文研究的控制分配问题可描述为:根据虚拟控制律v,得到作动器控制指令n,在考虑作动器损耗的情况下,尽可能地保证闭环系统对参考模型的跟踪性能.

3 控制分配系统的稳定性分析及建模(Stability analysis and modeling of control allocation system)

一般来说,由于存在式(6)形式的整数约束, $\bar{v}(t)$ 和v(t)之间会存在一定的误差,即作动器指令不能精确复现理想的虚拟控制指令.令 $\Delta v = v(t) - \bar{v}(t)$ 表示指令准确度,结合式(7)和式(1)-(4)可得以 $\bar{v}(t)$ 作为控制量时,系统的跟踪误差动态为

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} \boldsymbol{e}(t) - \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}} \Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} (\boldsymbol{e}(t) - \boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}^{-1} \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}} \Delta \boldsymbol{v}).$$
(8)

在不考虑**n**存在的式(6)形式的整数约束时,式(7)有无数个非整数解**n**使得 $\bar{v}(t) = v(t)$;采用四舍五入取整方法**n** = round(\bar{n})得到作动器指令,可知 $\|\Delta v\|_2$ 满足 $\|\Delta v\|_2 \leq \|B_u\|_F \|\bar{n} - round(\bar{n})\|_2 \leq 0.5i \|B_u\|_F$, 其中 $\|\cdot\|_2$ 表示向量的2范数, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的Frobenius范数.由于 A_m 是Hurwitz阵,由式(8)可知系统的跟踪误差e(t)是李雅普诺夫意义下稳定的,其跟踪误差 差收敛于 $A_m^{-1}B_v\Delta v$,满足

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}\Delta\boldsymbol{v}\|_{2} &\leqslant \|\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}\|_{\mathrm{F}}\|\Delta\boldsymbol{v}\|_{2} \leqslant \\ 0.5i\|\boldsymbol{B}_{\mathrm{u}}\|_{\mathrm{F}}\|\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}\|_{\mathrm{F}}. \end{aligned} \tag{9}$$

可见,虽然系统是稳定的,但其跟踪精度受 Δv 的直接 影响, Δv 越接近0向量,系统的跟踪误差 $A_{\rm m}^{-1}B_{\rm v}\Delta v$ 也越接近0向量.

飞行器的控制分配问题需要考虑两点:第1点是尽量减小系统的跟踪误差,这需要作动器控制指令*n*使Δ*v*尽可能趋近于0向量,该要求可以用以下指标来描述:

$$J_1 = \|\boldsymbol{W}_1(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{B}_u \boldsymbol{n})\|_2, \ n_i \in \Omega_i, \qquad (10)$$

式中: J₁为性能指标, W₁为给定的权值矩阵. 第2点 是要考虑到作动器的损耗及使用寿命, 这需要尽量减 小作动器指令的变化幅度, 该要求可以用以下指标来 描述:

$$J_2 = \frac{1}{2} (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{n}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_2 (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{n}_{\mathrm{p}}), \ n_i \in \Omega_i, \ (11)$$

式中: J₂为性能指标, n_p表示前一控制周期的作动器 控制指令, W₂为给定的权值矩阵. 综合以上因素, 飞行 器在线作动器控制分配问题可表示为如下优化问题:

$$J = \psi_1 J_1 + \psi_2 J_2 =$$

$$\psi_1 \| \boldsymbol{W}_1 (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{B}_u \boldsymbol{n}) \|_2 +$$

$$\frac{\psi_2}{2} (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{n}_p)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_2 (\boldsymbol{n} - \boldsymbol{n}_p), \ n_i \in \Omega_i, \quad (12)$$

式中: *J*为优化指标, ψ_1 , ψ_2 为权重系数. 需要注意的 是, *J*₁和*J*₂的量级是不同的, ψ_1 , ψ_2 调节的是 ψ_1 *J*₁和 ψ_2 *J*₂之间的比例. 为保证飞行器的稳定性和跟踪性 能, 选取 ψ_1 , ψ_2 时应使得 ψ_1 *J*₁ > ψ_2 *J*₂, 从而使得优化 指标J中影响系统跟踪误差的 J_1 占据更大的权重;而 由于作动器指令n存在式(6)形式的幅值约束,因此 J_2 是有界的,即总能选取 ψ_1, ψ_2 使得 $\psi_1 J_1 > \psi_2 J_2$.本 文在选取 ψ_1, ψ_2 时尽量使 $\psi_1 J_1$ 在J中所占的比例在 85%左右.

4 基于布谷鸟搜索算法的控制分配 (Control allocation based on cuckoo search algorithm)

针对式(12)所示的控制分配问题,本文采用元启 发式优化算法进行求解.布谷鸟搜索算法^[11]是一种模 拟动物自然行为的元启发式优化算法;该算法将布谷 鸟的繁殖行为与一种特殊的随机游走方式——莱维飞 行相结合,来搜索优化问题的最优解.有研究表明,在 无搜索方向指引及目标位置无规律的情况下,莱维飞 行是一种最优的搜索方式^[12].已有研究表明其搜索效 率高于遗传算法、粒子群算法等传统元启发式优化 算法^[11,13].由于本文所研究的控制分配问题属于一类 整数规划问题,具有搜索方向无启发式指引及最优解 位置无规律的特征,因此,本文选择布谷鸟搜索算法 求解控制分配指令,将式(12)中的优化指标J作为算 法的适应度函数,以*n*作为搜索变量,目标为使得J尽 可能小,搜索得到的最优解即为飞行器控制分配的作 动器控制指令.

4.1 基本的布谷鸟搜索算法(Basic cuckoo search algorithm)

在布谷鸟算法中,每个鸟巢位置表示一个候选解. 布谷鸟算法的寻优过程基于以下3个理想假设:

 1) 鸟巢的数目是固定的,每只布谷鸟一次只产一 个卵,并随机选择一个鸟巢存放;

2) 最佳位置的鸟巢中的卵将会保留至下一代;

3) 鸟巢中的卵会以一定概率p_a被鸟巢主人发现, 发现卵后鸟巢主人会重新建立一个新鸟巢.

布谷鸟搜索算法基于莱维飞行进行鸟巢位置更新:

$$\boldsymbol{n}_{j}^{t+1} = \boldsymbol{n}_{j}^{t} + \boldsymbol{\alpha} \otimes \boldsymbol{L}\left(\boldsymbol{\lambda}\right), \tag{13}$$

式中: n_j^t 表示第t代种群中的第j个鸟巢, $\alpha \in \mathbb{R}^i$ 为步 长控制量, \otimes 表示阿达玛乘积运算, $L(\lambda) \in \mathbb{R}^i$ 为莱维 随机搜索路径, 服从莱维分布, λ 为与随机步长长度相 关的常数, 当采用Mantegna算法^[13]执行莱维飞行时 通常取1 < $\lambda \leq 3$.

4.2 改进的布谷鸟搜索算法求解控制分配问题(Improved cuckoo search algorithm for control allocation problem)

前文已经提到, 元启发式优化算法的缺点在于随 机性, 其求得的优化解的质量难以保证. 因此, 根据实 际问题的特点设计针对性的改进措施从而提高解的 质量及搜索效率, 是元启发式优化算法应用的关键. 考虑到初始种群质量和步长控制量大小对优化算法 1) 种群初始化.

初始种群的质量对最终寻优得到的优化解的质量 影响很大,高质量的初始种群更容易得到高质量的寻 优解.对此,文献[5]中提出了一种初始种群生成方式, 使初始种群尽量均匀的分布于可行域的空间中.然而, 这种生成方式只适合于维度较低的寻优问题,随着问 题规模的增大,解的可行域空间也会迅速增大,此时 这种生成方式将不再适用.对此,本文利用Tent混沌 序列初始化种群,这种方法虽然对某一特定问题缺乏 针对性,但具有一般性,能够适应各种规模、形式的 寻优问题,具有更普遍的应用潜力.Tent映射的表达 式如下^[14]:

$$\tau_{k+1} = \begin{cases} 2\tau_k, & 0 \leq \tau_k < 0.5, \\ 2(1-\tau_k), & 0.5 \leq \tau_k < 1. \end{cases}$$
(14)

初始化种群时,首先随机产生一个初始鸟巢n,通过 $\tau_i = (n_i - \underline{n}_i) l(\overline{n}_i - \underline{n}_i)$ 将n映射至混沌变量的取值 区间,然后根据式(14)进行M次迭代,再利用

$$n_i = \underline{n}_i + (\bar{n}_i - \underline{n}_i) \cdot \tau_i$$

将混沌序列还原至原变量的取值区间,计算M个备选解的适应度值,从中选择一定数目的较优的解作为初始种群.

注2 当参考模型的状态指令变化较小时,与随机生成的初始解相比,前一秒点处寻优得到的*n*p质量更高的概率 相对较大.因此,在利用Tent混沌序列得到初始种群的基础上, 用*n*p替代其中一定比例的初始解,能够有效提高算法的寻优 效率,减小作动器指令的变化幅度.

注 3 布谷鸟算法属于元启发式优化算法,其搜索求得的最优解的质量难以从理论上进行保证.为保证飞行器的稳定性,可以在算法的初始种群中加入一个能够确保飞行稳定的解,如第2章提到的"四舍五入取整法":首先计算式(12)所示整数规划问题的松弛问题的最优解(其求解方法可参考文献[2]中的第2.1节),然后对其进行四舍五入取整,由式(9)可知该整数解能够保证飞行器的稳定性.这样,布谷鸟算法求得的最优解的质量将肯定不低于该初始解的质量,从而能够保证飞行器的稳定性.

2) 步长控制量.

基本的布谷鸟搜索算法中步长控制量α是一个固定的向量,从控制的角度看,这是一个开环的过程,不能充分利用搜索过程中鸟巢的信息.对此,在搜索过程中应采用闭环控制的思想,根据鸟巢的适应度值(即质量的优劣),自适应地调整或设置其步长控制量的大小.根据工程设计经验,对于适应度值较大的鸟巢,应取较大的α以探索较好的鸟巢位置区域;对于适应度值较小的鸟巢,应取较小的α在当前区域附近寻找最

优的位置.基于以上原因,本文采用如下自适应策略 在线调整鸟巢的步长控制量:

$$\boldsymbol{\alpha}_{j}^{t} = \begin{cases} 2.5\bar{\boldsymbol{\alpha}} , & J(n_{j}^{t}) \geqslant 5J_{\text{best}}^{t}, \\ (\frac{0.5J(n_{j}^{t})}{J_{\text{best}}^{t}})\bar{\boldsymbol{\alpha}}, & \not{\sharp}\ell\ell, \end{cases}$$
(15)

式 中: $J_{\text{best}}^t = \min(J(\boldsymbol{n}_j^t))(j = 1, 2, \dots, N)$ 为 第t代种群中的最佳适应度值, N表示鸟巢数量, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ 为事先 确定的标准步长控制量.

注 4 寻优过程中 J_{best}^t 有可能出现等于0的情况,此时 式(15)中的第2个式子将没有意义.事实上,根据式(12)的形 式,当 J_{best}^t = 0时证明已找到了问题的最优解,没有必要继 续进行布谷鸟算法寻优了.基于此,为提高算法的搜索效率, 在算法中引入一个误差因子 ε ,当 $J_{\text{best}}^t \leq \varepsilon$ 即停止搜索,采用 当前最优解作为作动器指令. ε 的选取可通过实际飞行前的离 线实验仿真结果确定.

3) 鸟巢规范化.

根据所研究控制分配问题的实际情况,在以上种 群初始化或种群更新过程中,得到的鸟巢不一定满足 式(6)所示的约束.对此,当一个新鸟巢 $n^* = [n_1^* n_2^* n_3^* n_4^* n_5^* n_6]^{\mathrm{T}}$ 产生时,可采用如下措施规范鸟巢:

$$\hat{n}_{i}^{*} = \begin{cases} \bar{n}_{i} , & n_{i}^{*} > \bar{n}_{i}, \\ \underline{n}_{i} , & n_{i}^{*} < \underline{n}_{i}, \\ n_{i}^{*}, & \nexists \&. \end{cases}$$
(16)

这样可以保证规范后的鸟巢

$$\hat{\boldsymbol{n}}^* = \operatorname{round}([\hat{n}_1^* \cdots \hat{n}_i^*]^{\mathrm{T}}),$$

其中round(·)表示四舍五入取整,满足约束(6).

注5 标准步长控制量α的选取应考虑作动器控制指 令的幅值约束<u>n</u>_i, n_i以及莱维随机搜索路径L(λ)中的参数λ. 若α选择较大,则鸟巢更新后很容易达到幅值约束的边界,造 成新旧鸟巢在幅值约束边界附近摇摆的情况;若α选择较小, 由于鸟巢更新后要进行规范化,当步长较小时更新后的鸟巢 进行规范化后与原鸟巢相同,达不到寻优的目的.

4.3 算法的时间复杂度(Time complexity of algorithm)

元启发式优化算法的时间复杂度是反映算法实时 性的重要指标,尤其在需要在线搜索控制分配指令的 情况下是影响算法实用性的关键因素.一般来说,元 启发式优化算法的时间复杂度是用算法搜索到最优 解(或近似解)所需的适应度值评价次数或总的迭代次 数来衡量^[15],而忽略每次迭代过程中交叉、变异等操 作所消耗的时间.这是由于在很多实际应用过程中, 元启发式优化算法的运算时间大都耗费在对种群个 体适应度值的评价上.

本文算法的时间复杂度用O($f(\tau_1, \tau_2, \cdots)$)表示, 其中: $f(\cdot)$ 为辅助函数, τ_1, τ_2, \cdots 表示影响算法时间 频度的因素. 算法时间频度是指算法中语句总的执行 次数, 它与 $f(\tau_1, \tau_2, \cdots)$ 是同数量级的. 考虑最复杂的 迭代搜索过程, 即在 J_{best}^t 始终大于 ε 的情况下, 算法进 行一次搜索求解的过程中:

1) 利用Tent混沌序列初始化种群时迭代M次;

2) 每一个鸟巢要迭代最大迭代次数tmax次;

3) 对每一个鸟巢进行相同的操作, 总鸟巢数为N.

因此,本文算法的时间复杂度O($f(\tau_1, \tau_2, \cdots)$)可 表示为O($f(M + t_{max} \cdot N)$),当M远小于 $t_{max} \cdot N$ 时 也可表示为O($f(t_{max} \cdot N)$),这说明可以通过合理地 设置参数 t_{max} 来控制本文算法运算时间的量级.

5 仿真验证(Simulation verification)

为验证本文所提控制分配方法的有效性,采用洛 克希德—马丁公司提出的新型操纵面 (innovative control effector, ICE)飞行器^[16]进行仿真验证,该分布式 驱动变体飞行器的模型如图1所示.



Fig. 1 Actuator configuration of the ICE aircraft

该飞行器的每侧机翼配置有78个独立的作动器, 两侧机翼总共有156个作动器.其作动器的控制特点 是[16]: 1) 位于机身左半部分的作动器产生负的控制 力或控制力矩(以下统称为控制能量),位于机身右半 部分的作动器产生正的控制能量;2)每个作动器只处 于完全打开或关闭两种状态,即要么提供全额的控制 能量,要么不提供控制能量,而不可任意调节控制能 量的大小.根据每个作动器在飞行器中的位置分别配 置各自的打开状态,能够使得某些不同位置的作动器 产生近似相同的控制力或控制力矩.将控制能量大小 近似相等的作动器集中在一组,这样,所有的156个作 动器可分为若干组;用n_i表示第i个作动器组中机身 右半部分处于打开状态的作动器数目与机身左半部 分处于打开状态的作动器数目之差,因此n_i为整数; 用σ_i表示第i个作动器组中单个作动器能够提供的控 制能量,则第i个作动器组产生的总的控制能量即 为 n_i 与 σ_i 的乘积.

设作动器控制指令与实际控制量的关系为 $\bar{B}_{u}\sigma n(t) = \bar{v}(t), \sigma = \text{diag}\{\sigma_{1}, \cdots, \sigma_{i}\}, 令 \bar{B}_{u}\sigma = B_{u},$ 可知该飞行器作动器控制模型满足式(7)的形式. 本文将ICE飞行器的所有作动器分为6组,每组作动器的数目,即作动器控制量的约束如表1所示.

表1 作动器控制量的约束

Table 1 The constraints of actuator control variables

	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
\underline{n}_i	-22	-22	-5	-5	-12	-12
\bar{n}_i	22	22	5	5	12	12

参考式(1), 以 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^{T} = [V \ p \ r \ \phi]^{T}$ 表示飞行状态, 其中 V, p, r, ϕ 分别表示飞行器的横向 速度、滚转角速度、偏航角速度和滚转角.飞行器运动 模型、参考模型和控制器增益矩阵分别为^[5]

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0.0134 & 48.5474 & -632.3724 & 32.0756 \\ -0.0199 & -0.1209 & 0.1628 & 0.0000 \\ -0.0024 & -0.0526 & -0.0252 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0768 & 0.0000 \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{A}_{m} = \begin{bmatrix} -0.0134 & 48.5474 & -632.3724 & 32.0756 \\ 0.5386 & -1.7746 & -23.8313 & -4.8526 \\ 0.0664 & 0.6431 & -11.2476 & 0.1192 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0768 & 0.0000 \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{B}_{v} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0431 & 0.0476 \\ -0.0076 & -0.0023 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{m} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

增益矩阵选取为

$$\begin{split} \boldsymbol{K}_{1} &= \begin{bmatrix} 9.9 & 63.6 & -1278.8 & -11.9 \\ -2.8 & 92.3 & -653.8 & 91.2 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{K}_{2} &= \begin{bmatrix} -4.9903 \\ 16.4898 \end{bmatrix}. \end{split}$$

参考输入信号设置为

$$c(t) = \begin{cases} 0.4, & 10w \le t \le 10w + 5, \ w = 0, 1, \\ -0.4, & \ddagger \&. \end{cases}$$

系数矩阵与权值矩阵、系数分别为

$$\begin{split} \boldsymbol{B}_{\mathrm{u}} &= \\ \begin{bmatrix} 0.65 & 0.0 & 0.2991 & 0.3205 & -1.6025 & -1.4568 \\ 0.0 & 0.6 & -0.3189 & -0.3416 & -1.8069 & -1.6426 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{W}_{1} &= \begin{bmatrix} -0.1658 & -0.2207 \\ 0.0000 & 0.0001 \\ -0.0004 & -0.0014 \\ -0.0076 & -0.0275 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{W}_{2} &= \mathrm{diag}\{1, 1, 1, 1, 1\}, \ \psi_{1} = 1, \ \psi_{2} = 0.0002, \end{split}$$

市 2 年前夏(2,2,2,2,2,2,2), +1 2, +2 60002, 市 2 年前夏法参数设置为: 鸟巢数量N = 20, 最大迭代 次数 $t_{max} = 100$, 发现概率 $p_a = 0.2$, 参数 $\lambda = 2.5$, 标 准步长控制量 $\bar{\alpha} = [0.6 \ 0.6 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.3 \ 0.3]^{T}$, 误差因子 $\varepsilon = 10^{-3}$. Tent混沌序列初始化种群时, 迭 代次数M = 30,并将其中10%数目的初始鸟巢用 n_p 替代. 仿真时长取20 s,固定步长设为0.02 s,这相当于 进行了1000次布谷鸟搜索寻优.为验证本文方法的有 效性,同时采用文献[5]中给出的方法进行对比,仿真 结果如图2-5、表2-4所示.



图2为系统的状态响应,其中参考值是指在虚拟控制量v的控制作用下系统的状态响应,可以视为理想状态.由图2可看出,在本文方法或文献[5]得到的作动器控制指令作用下,系统的状态响应与参考值相差不大,这说明本文方法得到的作动器控制分配效果良好.



图 2 系统的状态响应

Fig. 2 The system state responds

图3-4分别为本文方法与文献[5]方法得到的作动器控制指令,包括指令的大小以及变化速率(即作动器指令更新时发生状态切换的作动器数目);表2为两种方法指令变化速率平均值的比较.结合图2可以看出,在控制偏差相差不大的情况下,文献[5]

的方法得到的作动器控制指令的变化幅度明显大于 本文方法得到的作动器控制指令的变化幅度,这对 于作动器的磨损和使用寿命是很不利的.综合考虑 下,本文方法能够通过较少的作动器状态变动保证 较好的控制精度,相较文献[5]的方法更具有实用性.



图 3 本文方法得到的作动器控制指令 Fig. 3 Actuator commands obtained from the proposed method



图 4 参考文献[5]中的方法得到的作动器控制指令 Fig. 4 Actuator commands obtained from the method in reference [5]

表 2 作动器指令变化速率的平均值 Table 2 The statistics of the variation rates of the

commands		
方法	作动器指令变化速率平均值	
本文方法	0.601	
文献[5]方法	47.352	

进一步分析图3(b)中指令变化速率,可以看出, 在参考输入c(t)切换时刻之后的一段时间内,指令 变化的速率较大;而当参考模型状态指令较平稳时, 指令变化的速率也很小或不变,即指令趋于平稳; 之后,一方面由于v(t)是缓慢变化的,从而导致J1会 缓慢增加,需要改变当前指令来减小J1,另一方面, 算法会搜索到较当前指令质量更高的新解,因此指 令的变化速率又会出现一定的提升;之后又会再次 趋于平稳直至下一个参考输入切换时刻.

图5为采用本文方法作为控制器时虚拟控制量 v(t)和实际控制量v(t)的仿真结果.可以看出,v(t) 与v(t)之间的误差较小,这说明实际的作动器控制 指令n能够较好地复现期望的虚拟控制指令.另外, 由c(t)的形式可以看出,系统给定的状态指令是周 期为10 s的周期指令,但图3中5~10 s区间和15~20 s 区间作动器控制指令大小却差距很大,这是由于差 距较大的n也可以产生相近的v(t)的关系,从图5也 可以看出,这两个区间处的实际控制量v(t)的差距 不大.

表3为在不考虑使用*n*_p替代初始种群中一定比例初始解的情况下,使用Tent混沌序列与使用随机解两种初始化种群策略之间初始种群平均适应度值

的对比,可以看出,使用Tent混沌序列得到的初始种 群质量更高,这种策略能够有效提高初始种群的质量.



Fig. 5 Comparison of virtual command and actual command under the proposed method

表 3 初始种群的平均适应度值

Table 3 The average fitness values of the initialpopulation

方案	初始种群平均适应度值
Tent混沌序列	2.477
随机解	5.725

接下来验证所选取的 $\psi_1 和 \psi_2$ 对优化指标 *J*的影响. 统计结果如图6和表4所示.

由表4可知,整个飞行过程中 $\psi_1 J_1$ 所占的百分比 约为83.79%,这基本达到了第2章中提到的预期值 85%.结合参数输入信号c(t)的形式,由图5可以看出,在c(t)切换的时刻附近,ψ2J2所占的百分比有 所提高,这是由于这些时间段中参考模型的输出量 的改变相对较大,需要较大的作动器指令变化才能 达到较好的跟踪效果所致.



图 6 权重系数对优化指标的影响



表 4
$$\psi_1 J_1 = \psi_2 J_2 \neq J_2$$
 在 J 中的平均百分比

Table 4 The average percentages of $\psi_1 J_1$ and $\psi_2 J_2$ within J

项目	平均百分比/%
$\psi_1 J_1$	83.79
$\psi_2 J_2$	16.21

接下来选取2s,4s,6s,9s,11s,12s,14s,16s, 18 s, 20 s共10个秒点, 验证这些秒点处布谷鸟搜索 算法的求解过程,仿真结果如图7所示.观察可知, 这10个秒点处仿真结果的共性之处在于:开始阶段, 由于种群中解的质量普遍偏低,因此在较短的搜索 间隔内种群中的最优适应度值就会有变化;随着迭 代次数的增加,种群中最优解的质量也越来越高, 此时较难改善种群的最优适应度值,这种现象是符 合一般的元启发式优化算法的搜索过程的;另外还 可以看出,布谷鸟算法每次寻优得到新的最优解时, 新旧最优解指令之间的差距较大,这说明所提出的 改进的布谷鸟算法具有较好的跳出局部最优值、避 免早熟收敛的能力,寻优效率较高.观察10组仿真 结果的不同之处,可以看出,2s,6s,11s和16s这4 个秒点处最终的最优解的质量明显低于其它6个秒 点处最终的最优解,结合参考输入信号c(t)的形式 和图5可知,以上4个秒点均是c(t)正负号切换的时 刻后不久的时刻,参考模型的输出量的改变相对较 大,系统的跟踪性能相对较差,因此这4个秒点处最 终的最优解的质量也是相对较差的.





最后验证算法的运算时间. 仿真实验是在Intel Core i7-3770 CPU@3.40 GHz的环境下进行,除t_{max}, N两个参数变化外其余仿真条件不变,结果见表5.

表:	5 算	法的	运算	时间
	2 21		~ 21	

Table 5 The computation time of proposed algorithm

$t_{\rm max}$	N	运算时间/s
100	20	7.37
50	20	4.24
150	20	10.56
100	10	4.46
100	30	10.07

由表5可知,本文算法进行1000次寻优的仿真时间为7.43 s,是可以适用于大多数飞行器在线控制分配的.另外,结合图7可知,减小迭代次数虽然可以减小算法的运算时间,但也会影响解的质量.因此,对于*t*max,*N*的选取,既要保证算法的实时性,又要保证算法的收敛性,这需要根据实际应用时的硬件条件来最终确定.

6 结论(Conclusions)

本文研究了一类分布式驱动变体飞行器的在线 控制分配问题.该类飞行器作动器的特点是控制指 令存在整数约束,这导致该类飞行器的控制分配问 题需要被描述为整数规划问题,相较于普遍的线性 规划或二次规划控制分配问题更难求解.对此,本文 基于布谷鸟搜索算法求取作动器的控制指令,并采 用Tent映射及自适应的步长控制量策略提高算法的 搜索效率.将算法应用于一类ICE飞行器模型中以验 证算法的有效性,通过对比仿真实验得到如下结论: 1)本文提出的基于改进的布谷鸟搜索的控制分配 算法得出的作动器控制指令能够在较小的变化幅度 下,保证闭环系统具有较好的跟踪控制效果;2)本 文在控制分配问题模型中考虑了作动器控制指令的 变化率,从而减少了作动器的磨损,提高了作动器 的使用寿命,使得所提方法更加具有工程应用价值; 3)基于Tent映射的种群初始化方法能够有效提升初 始种群的质量,且相较于文献[5]中的种群初始化方 法,该方法能够适用于维度较大的寻优问题;4)该 算法的寻优时间能够为大多数飞行器在线控制分配 所接受.

综上所述,通过合理的参数设置及优化,元启发 式优化算法能够应用于飞行器在线控制分配问题 中,对于其它在线寻优问题也具有一定的潜力.

参考文献(References):

- HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(10): 1496 1505.
 (黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战
 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1496 1505.)
- [2] JOHANSEN T A, FOSSEN T I. Control allocation—a survey [J]. Automatica, 2013, 49(5): 1087 – 1103.
- [3] DOMAN D B, GAMBLE B J, NGO A D. Quantized control allocation of reaction control jets and aerodynamic control surfaces [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(1): 13 – 24.
- [4] MARWAHA M, VALASEK J. Fault tolerant control allocation for Mars entry vehicle using adaptive control [J]. *International Journal* of Adaptive Control and Signal Processing, 2011, 25(2): 95 – 113.
- [5] DONG Chaoyang, LU Yao, JIANG Weilai, et al. Fault tolerant control based on cuckoo search algorithm for a class of morphing aircraft [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(6): 2047 – 2054.

(董朝阳, 路遥, 江未来, 等. 基于布谷鸟搜索算法的一类变体飞行器 容错控制 [J]. 航空学报, 2015, 36(6): 2047 – 2054.)

- [6] KALAYCI C B, ERTENLICE O, AKYER H, et al. An artificial bee colony algorithm with feasibility enforcement and infeasibility toleration procedures for cardinality constrained portfolio optimization [J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 85: 61–75.
- [7] COSTA M, ROCHA A M, FRANCISCO R B, et al. Firefly penaltybased algorithm for bound constrained mixed-integer nonlinear programming [J]. *Optimization*, 2016, 65(5): 1085 – 1104.
- [8] MA Qingliang, HU Changhua. Survey of multi-objective evolutionary algorithm and its applications in the field of automatic control [J]. *Control and Decision*, 2006, 21(5): 481 – 486.

(马清亮, 胡昌华. 多目标进化算法及其在控制领域中的应用综述 [J]. 控制与决策, 2006, 21(5): 481 – 486.)

- [9] SHAO X Y, REN Z, WANG R L. New control allocation algorithm for three dimension problem based on genetic algorithm [C] //*The* 33rd Chinese Control Conference (CCC). Nanjing, China: IEEE, 2014: 3766 – 3770.
- [10] YAO Congchao, WANG Xinmin, CHEN Xiao, et al. Reentry flight control allocation research based on improved multi-objective genetic algorithm [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2014, 32(2): 315 322.
 (姚从潮, 王新民, 陈晓, 等. 基于改进多目标遗传算法的再入飞行控制分配研究 [J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(2): 315 322.)
- YANG X S, DEB S. Cuckoo search: recent advances and applications
 [J]. Neural Computing and Applications, 2014, 24(1): 169 174.
- [12] REYNOLDS A M, SMITH A D, MENZEL R, et al. Displaced honey bees perform optimal scale—free search flights [J]. *Ecology*, 2007, 88(8): 1955 – 1961.
- [13] CIVICIOGLU P, BESDOK E. A conceptual comparison of the cuckoo-search, particle swarm optimization, differential evolution and artificial bee colony algorithms [J]. *Artificial Intelligence Review*, 2013, 39(4): 315 – 346.
- [14] KUANG Fangjun, XU Weihong, JIN Zhong. Artificial bee colony algorithm based on self-adaptive tent chaos search [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1502 1509.
 (匡芳君, 徐蔚鸿, 金忠. 自适应Tent混沌搜索的人工蜂群算法 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1502 1509.)
- [15] HE J, YAO X. Towards an analytic framework for analysing the computation time of evolutionary algorithms [J]. *Artificial Intelligence*, 2003, 145(1/2): 59 – 97.
- [16] RANEY D L, MONTGOMERY R C, GREEN L L, et al. Flight control using distributed shape-change effector arrays [C] //The 41st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference & Exhibit. Atlanta, USA: AIAA, 2000.

作者简介:

路 遥 (1987--), 男, 工程师, 研究方向为飞行器控制、智能优化

等, E-mail: luyaosacred@126.com;

董朝阳 (1966-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为航天器控制

系统、飞行器安全与控制等, E-mail: dongchaoyang@buaa.edu.cn;

王 青 (1968-), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为飞行器制导 与控制、网络控制系统等, E-mail: wangqing@buaa.edu.cn;

刘 扬 (1991-), 男, 博士研究生, 研究方向为高超声速飞行器控制、智能控制方法等, E-mail: liuyang1991@126.com.