DOI: 10.7641/CTA.2017.60705

### 高超声速飞行器有限时间饱和跟踪控制

孙经广, 宋申民<sup>†</sup>, 陈海涛, 李学辉

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:针对高超声速飞行器纵向模型存在外界干扰和模型参数不确定性情形下的有限时间跟踪问题进行了研究 分析.针对外界干扰上界已知,基于快速积分滑模理论,设计了有限时间快速积分滑模控制器.当外界干扰上界未 知时,结合具有低通滤波器性能的自适应算法,通过引入辅助系统设计了实际有限时间自适应快速积分滑模控制器,能够处理输入饱和问题.对所设计的两个控制器利用李雅普诺夫理论给出了严格理论证明,得到整个闭环系统 分别为有限时间稳定的、实际有限时间稳定的,并能够保证系统其它状态变量在较短的时间内趋于稳态值.对不同 类型参考信号进行了数字仿真,进一步验证了所设计两个控制器的有效性和鲁棒性.

关键词: 高超声速飞行器; 有限时间跟踪控制; 积分滑模控制; 自适应控制; 输入饱和

中图分类号: TP273 文献标识码: A

# Finite-time tracking control of the hypersonic vehicle with input saturation

SUN Jing-guang, SONG Shen-min<sup>†</sup>, CHEN Hai-tao, LI Xue-hui

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology,

Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** Researches and analyses are conducted for the finite-time tracking problems of hypersonic vehicle longitudinal model with external disturbances and uncertainty of the model parameters. When external disturbance upper bound is known, the finite time fast integral sliding mode controller is designed based on the fast integral sliding mode theory. When external disturbance upper bound is unknown, the auxiliary system is introduced to design the anti-saturation practical finite time adaptive fast integral sliding mode controller which is combined with a kind of adaptive algorithm with low pass filter performance and can handle input saturation. Strict proofs are given using the Lyapunov theory for the above two controllers, which shows that the whole state of the closed-loop system is respectively finite-time stable and practical finite-time stable. Also the proofs shows that other state variables of the system can tend to steady values in a short transient process. For different types of reference signal, numerical simulations are presented which further demonstrate that the two designed controllers have strong effectiveness and robustness.

Key words: hypersonic vehicle; finite-time tracking control; integral sliding mode control; adaptive control; input saturation

#### 1 引言(Introduction)

高超声速飞行器的研究有很强的前瞻性、战略性 与带动性,其发展将会对未来军事发展战略、民用商 业、临近空间技术、乃至整个科技工程领域产生重大 影响<sup>[1-3]</sup>.高超声速飞行器具有飞行环境复杂、参数不 确定性程度高以及模型非线性强等特性,使得对其控 制系统的设计成为一项极具挑战性的研究课题<sup>[4]</sup>.

国内外学者基于线性及非线性控制方法对高超声 速飞行器跟踪控制问题进行了大量研究,其中包括基 于小扰动线性化模型传统控制方法<sup>[5-7]</sup>. 文献[5]针 对带有不确定性的高超声速飞行器多输入多输出系 统模型使用线性控制方法设计了控制器. 文献[6]分别 利用基于时变模型的极点配置和自适应线性二次型 控制研究了速度以及高度的跟踪控制问题. 文献[7]利 用线性输出反馈控制研究了吸气式高超声速飞行器 控制系统的鲁棒问题. 由上述线性控制方法可知: 主 要针对高超声速飞行器在某一个平衡点附近的小范 围内设计控制器, 这严重限制了飞行范围, 由于高超

本文责任编委:段志生.

收稿日期: 2016-09-22; 录用日期: 2017-07-03.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: songshenmin@hit.edu.cn; Tel.: +86 451-8642224-8214.

国家自然科学基金面上项目(61174037),国家自然科学基金重点研究项目(NSFC-61333003)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174037) and State Key Program of National Natural Science of China (NSFC-61333003).

声速飞行器大跨度机动飞行将会导致工作条件改变, 使得控制系统性能将变差甚至失效.

近年来,非线性控制理论在高超声速飞行器控制 系统设计中得到广泛应用[8-11]. 文献[8]针对高超声速 飞行器,设计了非线性自适应动态面控制器,获得了 良好的跟踪性能. 文献[9]针对高超声速飞行器巡航纵 向刚体模型,将传统滑模控制理论与反馈线性化方法 相结合,保证了系统对不确定参数的鲁棒性,保证系 统为渐近稳定的,但当滑动模态为非理想时,自适参 数不具备有界性. 文献[10]针对存在非匹配干扰高超 声速飞行器,基于反步控制思想,设计了指数滑模控 制器. 文献[11]利用积分滑模控制理论对X-33飞行器 进行姿态控制器设计,虽然可以消除滑模面的到达过 程,由于积分项的引入使得系统响应速度降低. 与渐 近稳定或指数稳定相比,系统状态在有限时间内收敛 到平衡点的有限时间稳定能够获得更好控制性能[12]. 为了解决有限时间稳定问题很多学者提出了终端滑 模控制理论[13-23]. 文献[15]基于干扰补偿的思想, 基 于终端滑模理论对高超声速飞行器进行姿态控制器 设计. 文献[18]采用拟连续高阶滑模方法对高超声速 飞行器进行了跟踪控制器设计,并对系统稳定性和抖 振的减弱进行分析. 文献[19]利用自适应高阶滑模对 高超声速飞行器进行控制器设计,通过自适应律在线 估计,不需要系统扰动上界信息,对于滑模面不是严 格收敛到零时,自适参数值一直递增,这可能会给系 统带来不好性能影响.针对终端滑模存在的奇异问题. 文献[20]针对高超声速飞行器,设计了鲁棒自适应控 制器,使得系统,能够预期的控制性能. 文献[21]利用 非奇异终端滑模对二阶非线性系统进行研究分析. 文 献[22]针对非线性系统设计了快速非奇异终端滑模控 制器,并获得良好的控制性能,但需要已知外界扰动 上界信息. 文献[23]基于非奇异终端滑模理论对吸气 式弹性高超声速飞行器进行控制器设计,并通过李雅 普诺夫理论给出了证明,表明具有良好的瞬态响应.

虽然上述文献对高超声速飞行器巡航段跟踪控制 问题进行了广泛研究,但存在很多不足之处.如:文 献[9,11]系统状态不是有限时间收敛的.文献[19]在 自适应算法设计中,导致自适应参数不具备有界性. 另外,目前大部分文献都是针对执行器无输入饱和的 理想条件下进行控制器设计的,而在实际高超声速飞 行器控制系统中,执行机构所能提供的控制力是有限 的,因此,必要考虑执行器输入饱和约束.文献[24]基 于观测器设计了抗饱和的自适应动态面控制器,能够 保证跟踪误差收敛到一个任意小的邻域内.文献[25] 利用模糊控制理论,针对高超声速飞行器,设计了自 适应模糊控制器,能够同时处理外界干扰和输入饱和 问题.文献[26]针对带有外界干扰和输入受限的高超 声速飞行器,设计了鲁棒自适应神经网络控制器.但 由于智能算法中调节参数较大,增大控制器设计的复杂度.为了更近一步解决高超声速飞行器有限时间跟踪控制问题,本文基于积分滑模理论与自适应方法相结合设计了两个有限时间滑模控制器,使得系统状态在有限时间内收敛到平衡点,其主要创新之处如下:1)与文献[9,11]相比,系统轨线在有限时间内收敛到 滑模面,系统状态在有限时间内收敛到平衡点;2)与 文献[12,19]相比,当滑动模态为非理想时,给出具有 低通滤波器性能的自适应算法,能够保证自适应参数 的有界性;3)与文献[25-26]相比,本文利用新型的辅助系统处理输入饱和问题,减小了控制器的计算复杂 度.

本文首先给出了高超声速飞行器纵向输入输出线 性化模型,然后基于积分滑模理论与自适应控制技术, 分别设计了有限时间快速积分滑模控制器和实际有 限时间自适应快速积分滑模控制器,并利用李雅普诺 夫理论给出了严格证明,最后在给定常及时变跟踪信 号下进行数字仿真,进一步验证所设计的两个控制器 的有效性.

#### 2 问题描述(Problem description)

#### 2.1 高超声速飞行模型(Hypersonic vehicle mode)

选取文献[9]中美国国家航空航天局兰利研究中 心提出的刚性高超声速飞行器模型如下所示:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T\cos\alpha - D}{m} - \frac{\mu}{r^2}\sin(\theta - \alpha), \\ \dot{h} = V\sin(\theta - \alpha), \\ \dot{\alpha} = -\frac{L + T\sin\alpha}{mV} + q + (\frac{g}{V} - \frac{V}{r})\cos(\theta - \alpha), \\ \dot{\theta} = q, \ \dot{q} = \frac{M}{I_{yy}}, \end{cases}$$
(1)

其中: V为飞行的速度, h为高度,  $\alpha$ 为攻角,  $\theta$ 为俯仰 角, q为俯仰角速率,  $\mu$ 为地球引力常数,  $r = h - R_{\rm E}$ ,  $R_{\rm E}$ 为地球半径,  $\gamma = \theta - \alpha$ 为航迹角, 相关力及力矩 系数见文献[9]. 发动机的二阶动力学模型如下:

$$\ddot{\varphi} = -2\zeta\omega_{\rm n}\dot{\varphi} - \omega_{\rm n}^2\varphi + \omega_{\rm n}^2\varphi_{\rm c},\qquad(2)$$

其中:  $\varphi$ 为发动机节流阀,  $\varphi_c$ 称为发动机节流阀设定的指令,  $\omega_n$ 为发动机动力学的无阻尼自然频率,  $\zeta$ 为阻尼比.

控制输入u选为[ $\varphi_c \delta_e$ ]<sup>T</sup>,  $\varphi_c$ 为节流阀设定指令,  $\delta_e$ 为升降舵偏角指令,系统输出y选为[V h]<sup>T</sup>.

#### **2.2** 输入输出线性化模型(Input-output linearization model)

为了方便对高超声速飞行器控制系统的设计,采 用输入输出线性化方法来处理非线性模型.由于式 (1)和式(2)组成的非线性系统相对阶与系统阶数相等, 因此,闭环系统没有零动态,其反馈线性化模型如 下[11]:

$$\begin{cases} V^{(3)} = f_{\rm V} + \Delta f_{\rm V} + (b_{11} + \Delta b_{11}) \varphi_{\rm c} + \\ (b_{12} + \Delta b_{12}) \delta_{\rm e}, \\ h^{(4)} = f_{\rm h} + \Delta f_{\rm h} + (b_{21} + \Delta b_{21}) \varphi_{\rm c} + \\ (b_{21} + \Delta b_{22}) \delta_{\rm e}, \end{cases}$$
(3)

其中:  $\varphi_c$ 和 $\delta_e$ 为控制输入,  $f_V$ ,  $f_h b_{11} b_{12}$ ,  $b_{21}$ 和 $b_{22}$ 具体定义见文献[18].

记 
$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$
, 则式(3)可重新写为
$$\begin{bmatrix} V^{(3)} \\ h^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{V} \\ f_{h} \end{bmatrix} + \boldsymbol{B} \begin{bmatrix} \varphi_{c} \\ \delta_{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{1} \\ \Delta_{2} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $\Delta f_{\rm V}, \Delta f_{\rm h}, \Delta b_{11}, \Delta b_{12}, \Delta b_{21}$ 和 $\Delta b_{22}$ 是由参数不确定性和外界干扰产生的有界项. 令 $\Delta_1 = \Delta f_{\rm V} + \Delta b_{11}\delta_{\rm e} + \Delta b_{12}\varphi_{\rm c}, \Delta_2 = \Delta f_{\rm h} + \Delta b_{21}\delta_{\rm e} + \Delta b_{22}\varphi_{\rm c}.$ 

#### 2.3 相关引理(Related lemmas)

**引理 1**<sup>[16]</sup> 考虑非线性系统 $\dot{x} = f(x,t), x \in \mathbb{R}^n$ ,如果存在连续、正定函数 $V_f(t)$ 满足如下的微分不等式:

$$\dot{V}_{\rm f}(x) + \mu V_{\rm f}(x) + \lambda V_{\rm f}^{\alpha}(x) \leqslant 0, \tag{5}$$

其中: $\mu > 0$ , $\lambda > 0$ , $0 < \alpha < 1$ 均为常数,并且 $x(t_0) = x_0$ , $t_0$ 为初始时刻,那么系统状态在有限时间内到达稳定点.

**引理 2**<sup>[12]</sup> 对于 $x_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 实数p满足0 ,则下面的不等式成立:

$$(|x_1| + \dots + |x_n|)^p \leq |x_1|^p + \dots + |x_n|^p, \qquad (6)$$

$$x(t) = f(x(t)), \ x(0) = 0, \ f(0) = 0, \ x \in \mathbb{R}.$$
 (7)

**引理 3**<sup>[17]</sup> 考虑系统(7)存在李雅普诺夫函数  $V_{\rm f}(x)$ ,标量 $p \in (0,1), \alpha > 0$ ,且 $0 < \sigma < \infty$ ,如果 $V_{\rm f}(x)$ 满足微分不等式

$$\dot{V}_{\rm f}(x) \leqslant -\alpha V_{\rm f}^p(x) + \sigma,$$
 (8)

则系统为实际有限时间稳定的.

**引理 4**<sup>[12]</sup> 对于下面的非线性系统:

$$\dot{x}_1 = x_2, \ \dot{x}_2 = x_3, \cdots, \dot{x}_n = u,$$
 (9)

如果利用如下的控制律来控制:

$$u = -k_1 \operatorname{sgn} x_1 |x_1|^{\alpha_1} - k_2 \operatorname{sgn} x_2 |x_2|^{\alpha_2} - k_3 \operatorname{sgn} x_3 |x_3|^{\alpha_3} - \dots - k_n \operatorname{sgn} x_n |x_n|^{\alpha_n},$$
(10)

则由系统(9)和控制律(10)构成的闭环系统是全局有限时间稳定的,其中: $\alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i}$ , i = 2, 3, ...,  $n, \alpha_n = \alpha, \alpha_{n+1} = 1, \alpha \in (1 - \varepsilon, 1)$ , 且 $k_1, \cdots, k_n$ 满足 $S^n + k_nS^{n-1} + \cdots + k_1 = 0$ , 是赫尔维茨

#### (Hurwitz)的.

本文控制目标: 实现高超声速飞行器输出速度V 和高度h能够快速稳定跟踪期望的速度指令V<sub>d</sub>和高度 指令h<sub>d</sub>,并同时保证攻角α、俯仰角θ、俯仰角速率q保 持在一定的变的变化范围内.

#### 3 控制器设计(Controller design)

## 3.1 快速积分滑模控制器 (Fast integral sliding mode controller)

**假设1** 系统(4)中干扰 $\Delta_1(t)$ 和 $\Delta_2(t)$ 有已知 上界,即存在已知正常数 $c_1, c_2$ 满足 $|\Delta_1(t)| \leq c_1,$  $|\Delta_1(t)| \leq c_2.$ 

受文献[12]启发,为了实现系统状态在有限时间 内的快速收敛,设计两个快速积分滑模面s<sub>1</sub>和s<sub>2</sub>:

$$\begin{cases} s_{1} = \ddot{e}_{\mathrm{V}} + k_{0} \int_{0}^{t} e_{\mathrm{V}}(l) \mathrm{d}l + \int_{0}^{t} (k_{1} \mathrm{sgn}(e_{\mathrm{V}}(l)) |e_{\mathrm{V}}|^{\alpha_{1}} + \\ k_{2} \mathrm{sgn}(\dot{e}_{\mathrm{V}}(l)) |\dot{e}_{\mathrm{V}}|^{\alpha_{2}} + k_{3} \mathrm{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{V}}(l)) |\ddot{e}_{\mathrm{V}}|^{\alpha_{3}}) \mathrm{d}l, \\ s_{2} = \ddot{e}_{\mathrm{h}} + m_{0} \int_{0}^{t} e_{\mathrm{h}}(l) \mathrm{d}l + \int_{0}^{t} (m_{1} \mathrm{sgn}(e_{\mathrm{h}}(l)) |e_{\mathrm{h}}|^{\beta_{1}} + \\ m_{2} \mathrm{sgn}(\dot{e}_{\mathrm{h}}(l)) |\dot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{2}} + m_{3} \mathrm{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(l)) |\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{3}} + \\ m_{4} \mathrm{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(l)) |\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{4}}) \mathrm{d}l, \end{cases}$$

$$(11)$$

其中:  $k_0, k_1, k_2, k_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, m_0, m_1, m_2, m_3, m_4,$  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 和 \beta_4$ 为正数,  $e_V = V - V_d, e_h = h - h_d;$  $V_d \eta h_d$ 分别为速度和高度参考信号.

令 $s = [s_1 \ s_2]^{T}$ ,应用式(4),对s时间的一阶导数 整理得到

$$\dot{s} = \begin{bmatrix} \dot{s}_{1} \\ \dot{s}_{2} \end{bmatrix}, \qquad (12)$$

$$\dot{s}_{1} = -\ddot{V}_{d} + k_{0}e_{V}(l) + k_{1}\mathrm{sgn}(e_{V}(l)) |e_{V}|^{\alpha_{1}} + k_{2}\mathrm{sgn}(\dot{e}_{V}(l)) |\dot{e}_{V}|^{\alpha_{2}} + k_{3}\mathrm{sgn}(\ddot{e}_{V}(l)) |\ddot{e}_{V}|^{\alpha_{3}} + b_{11}\varphi_{c} + b_{12}\delta_{e} + \Delta_{1} + f_{V}, \\
\dot{s}_{2} = -h_{d}^{(4)} + m_{0}e_{h}(l) + m_{1}\mathrm{sgn}(e_{h}(l)) |e_{h}|^{\beta_{1}} + m_{2}\mathrm{sgn}(\dot{e}_{h}(l)) |\dot{e}_{h}|^{\beta_{2}} + m_{3}\mathrm{sgn}(\ddot{e}_{h}(l)) |\ddot{e}_{h}|^{\beta_{3}} + m_{4}\mathrm{sgn}(\ddot{e}_{h}(l)) |\ddot{e}_{h}|^{\beta_{4}} + b_{21}\varphi_{c} + b_{22}\delta_{e} + \Delta_{2} + f_{h}.$$

由式(12)整理得

$$\nu_{1} = -\ddot{V}_{d} + k_{0}e_{V}(l) + k_{1}\text{sgn}(e_{V}(l))|e_{V}|^{\alpha_{1}} + k_{2}\text{sgn}(\dot{e}_{V}(l))|\dot{e}_{V}|^{\alpha_{2}} + k_{3}\text{sgn}(\ddot{e}_{V}(l))|\ddot{e}_{V}|^{\alpha_{3}} + f_{V}, \qquad (14)$$

$$\nu_{2} = -h_{d}^{(4)} + m_{0}e_{h}(l) + m_{1}\text{sgn}(e_{h}(l))|e_{h}|^{\beta_{1}} + k_{1}\text{sgn}(e_{h}(l))|e_{h}|^{\beta_{1}} + k_{1}\text{sgn}(e_{h}(l))|e_{h}|^{$$

$$m_{2}\operatorname{sgn}(\dot{e}_{\mathrm{h}}(l))|\dot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{2}} + m_{3}\operatorname{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(l))|\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{3}} + m_{4}\operatorname{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(l))|\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{4}} + f_{\mathrm{h}}.$$
(15)

设计有限时间积分滑模控制器为
$$\begin{bmatrix} \varphi_{\rm c} \\ \delta_{\rm e} \end{bmatrix} = \boldsymbol{B}^{-1} \left( -\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\psi}\boldsymbol{s} - \begin{bmatrix} \eta_1 \operatorname{sgn} s_1 \\ \eta_2 \operatorname{sgn} s_2 \end{bmatrix} \right), \quad (16)$$

其中:  $\psi > 0$ ,  $\eta_i \ge a_i + c_i$ ,  $a_i > 0$ 为正常数, i = 1, 2.

**定理1** 系统干扰在满足假设1的条件下,选取 滑模面(11),闭环系统(4)在控制器(16)的作用下,系统 状态是有限时间稳定的,即速度*V*<sub>d</sub>和高度*h*<sub>d</sub>在有限时 间内分别跟踪上期望速度和期望高度.

证 选取Lyapunov函数

$$V_{\rm 1f} = \frac{1}{2} \boldsymbol{s}^{\rm T} \boldsymbol{s},\tag{17}$$

对V1f求导,整理可得

$$\dot{V}_{\rm 1f} = \boldsymbol{s}^{\rm T} \left( \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{B} \left( \begin{bmatrix} \varphi_{\rm c} \\ \delta_{\rm e} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \right). \tag{18}$$

将控制器(16)代入式(18)可得

$$\dot{V}_{1\mathrm{f}} = -\psi \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} - \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \eta_{1} \mathrm{sgn} \, s_{1} - \boldsymbol{\Delta}_{1} \\ \eta_{2} \mathrm{sgn} \, s_{2} - \boldsymbol{\Delta}_{2} \end{bmatrix}.$$
(19)

由假设1可知 $|\Delta_i(t)| \leq c_i$ ,则式(19)可表示为

$$\dot{V}_{1\mathrm{f}} = -\psi \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} - \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \eta_{1} \mathrm{sgn} \, s_{1} - \boldsymbol{\Delta}_{1} \\ \eta_{2} \mathrm{sgn} \, s_{2} - \boldsymbol{\Delta}_{2} \end{bmatrix} \leqslant - \psi \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} - \eta_{1} \left| s_{1} \right| + c_{1} \left| s_{1} \right| - \eta_{2} \left| s_{2} \right| + c_{2} \left| s_{2} \right|.$$
(20)

选取 $\eta_i \ge a_i + c_i, a_i > 0, i = 1, 2,$ 式(20)整理为

$$\dot{V}_{1\mathrm{f}} \leqslant -\psi \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} - a_1 |s_1| - a_2 |s_2|.$$
(21)

令 $a = \min\{a_1, a_2\}$ ,式(21)可整理为

$$\dot{V}_{1f} \leqslant -\psi \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} - a \left(s_{1}^{2} + s_{2}^{2}\right)^{\frac{1}{2}} = -2\psi V_{1f} - 2^{\frac{1}{2}} a V_{1f}^{\frac{1}{2}}.$$
(22)

根据引理1可知,系统轨线可在有限时间到达滑模面,即 $s_1 = 0, s_2 = 0$ .也意味着 $\dot{s}_1 = 0, \dot{s}_2 = 0$ .根据式(11),则下面式子成立:

$$\ddot{e}_{V} = -k_{0}e_{V}(t) - k_{1}\mathrm{sgn}(e_{V}(t)) |e_{V}|^{\alpha_{1}} - k_{2}\mathrm{sgn}(\dot{e}_{V}(t)) |\dot{e}_{V}|^{\alpha_{2}} - k_{3}\mathrm{sgn}(\ddot{e}_{V}(t)) |\ddot{e}_{V}|^{\alpha_{3}}, \qquad (23)$$
$$\ddot{e}_{h} = -m_{0}e_{h}(t) - (m_{1}\mathrm{sgn}(e_{h}(t)) |e_{h}|^{\beta_{1}} - (\dot{e}_{h}(t)) |e$$

$$m_{2}\operatorname{sgn}(e_{\mathrm{h}}(t))|e_{\mathrm{h}}|^{\beta_{4}} - m_{3}\operatorname{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(t))|\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{3}} - m_{4}\operatorname{sgn}(\ddot{e}_{\mathrm{h}}(t))|\ddot{e}_{\mathrm{h}}|^{\beta_{4}}).$$
(24)

针对式(23)和式(24)利用引理4可知, e<sub>V</sub>和e<sub>h</sub>可以 在有限时间收敛到零,即V和h可以在有限时间内跟 踪上期望速度V<sub>d</sub>和高度h<sub>d</sub>信号. 证毕.

**注1** 在实际飞行过程中,系统干扰的不确定边界很 难预先获知,单纯的鲁棒控制对不确定上界的估计具有保守 性,导致切换项增益过大从而加剧系统抖振现象.通过设计自 适应算是根据系统的动态特性直接对控制律进行在线调整, 从而降低了系统保守性,减小了系统控制增益.

**注 2** 文献[18]给出自适应律1/β ||s||,当滑模动态为 非理想时没有对自适应参数值进行限制,本文提出一种具有 低通滤波器性能新型自适应法在线估计不确定的上界,并能 保证自适应参数当滑模动态为非理想时,是有界的.

#### **3.2** 抗饱和的自适应快速积分滑模控制器(Antisaturation fast adaptive integral sliding mode controller)

执行器输入饱和是影响高超声速飞行器跟踪控制 效果的一个重要因素,甚至会导致系统不稳定.为了 处理执行器输入饱和问题,通过引入一个新型的辅助 系统设计抗饱和的自适应快速积分终端滑模控制器.

**假设2** 系统(4)中干扰 $\Delta_1(t)$ 和 $\Delta_2(t)$ 有未知上 界,即存在未知常数 $G_1$ 和 $G_2$ ,满足 $|\Delta_1(t)| \leq G_1$ ,  $|\Delta_2(t)| \leq G_2$ . 当考虑系统输入饱和时,则系统(4)可 重写为

$$\begin{bmatrix} V^{(3)} \\ h^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta f_{\rm V} + \Delta b_{11}\varphi_{\rm c} + \Delta b_{12}\delta_{\rm e} \\ \Delta f_{\rm h} + \Delta b_{21}\varphi_{\rm c} + \Delta b_{22}\delta_{\rm e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{\rm V} \\ f_{\rm h} \end{bmatrix} + \boldsymbol{B} \begin{bmatrix} \varphi_{\rm c} \\ \delta_{\rm e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{\rm V} \\ f_{\rm h} \end{bmatrix} + \boldsymbol{B} \begin{bmatrix} \operatorname{sat}(\varphi_{\rm c}) \\ \operatorname{sat}(\delta_{\rm e}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{1} \\ \Delta_{2} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中饱和函数sat(·)定义如下:

$$\operatorname{sat}(\cdot) = \begin{cases} u_{\max}, & \cdot \geqslant u_{\max}, \\ \cdot, & -u_{\max} < \cdot < u_{\max}, \\ -u_{\max}, & \cdot \leqslant -u_{\max}, \end{cases}$$

其中umax为执行器输入的最大值.

为了克服执行器输入饱和问题,参考文献[27],引入新型的辅助系统设计如下:

$$\dot{\eta}_{1} = \begin{cases} \frac{1}{\|\eta_{1}\|^{2}} (|s_{1}\Delta\varphi_{c}| + 0.5\Delta\varphi_{c}^{2} + 0.5\kappa_{1}^{2}s_{1}^{2})\eta_{1} - \\ \kappa_{1}\eta_{1} - \Delta\varphi_{c} - \lambda_{1}\operatorname{sig}^{\gamma_{1}}(\eta_{1}), & \|\eta_{1}\| \ge \sigma_{1}, \\ 0, & \|\eta_{1}\| < \sigma_{1}, \end{cases}$$

$$(26)$$

$$\dot{\eta}_{2} = \begin{cases} -\frac{1}{\|\eta_{2}\|^{2}} (|s_{2}\Delta\delta_{e}| + 0.5\Delta\delta_{e}^{2} + 0.5\kappa_{2}^{2}s_{2}^{2})\eta_{2} - \delta_{e} - \lambda_{2}\operatorname{sig}^{\gamma_{2}}(\eta_{2}), & \|\eta_{2}\| \ge \sigma_{2}, \\ 0, & \|\eta_{2}\| < \sigma_{2}, \end{cases}$$

$$(27)$$

其中:  $\kappa_1, \kappa_2, \lambda_1, \lambda_2, \gamma_1, \gamma_2, \sigma_1 和 \sigma_2$ 为正的设计参数,  $\eta_1 \pi \eta_2$ 为辅助系统的状态,  $\Delta \varphi_c = \text{sat}(\varphi_c) - \varphi_c \pi$  $\Delta \delta_e = \text{sat}(\delta_e) - \delta_e.$ 

针对系统模型(25),引入新型辅助系统式(26)--(27),设计了抗饱和快速自适应积分控制器(28)-(29), 其中, $\psi_1$ , $\psi_2$ , $p_1$ , $p_2$ , $\kappa_1$ , $\kappa_2$ , $\varsigma_1$ 和 $\varsigma_1$ 为正常数, $\hat{G}_1$ 是 $G_1$ 的估计值, $\hat{G}_2$ 是 $G_2$ 的估计值.

$$\begin{bmatrix} \varphi_{c} \\ \delta_{e} \end{bmatrix} = -\boldsymbol{B}^{-1} \left( \boldsymbol{\nu} + \psi_{1} \boldsymbol{s} + \psi_{2} \begin{bmatrix} |s_{1}|^{\gamma} \operatorname{sgn} s_{1} \\ |s_{2}|^{\gamma} \operatorname{sgn} s_{2} \end{bmatrix} \right) - \boldsymbol{B}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \hat{G}_{1} \operatorname{sgn} s_{1} \\ \hat{G}_{2} \operatorname{sgn} s_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{1} \eta_{1} \\ \kappa_{2} \eta_{2} \end{bmatrix} \right), \quad (28)$$

$$\begin{cases} \hat{G}_1 = p_1 |s_1| - \varsigma_1 \hat{G}_1, \\ \dot{G}_2 = p_2 |s_2| - \varsigma_2 \hat{G}_2. \end{cases}$$
(29)

**定理2** 系统干扰在满足假设2的条件下,对系统模型(25),选取滑模面(11),在所设计的控制器(26)-(29)作用下,可满足以下结论:

i) 自适应增益 $\hat{G} = [\hat{G}_1 \ \hat{G}_2]^{\mathrm{T}}$ 存在一个上界, 也 即存在一个正的常数 $G^* = [G_1^* \ G_2^*]^{\mathrm{T}}$ 使得 $\hat{G}_i \leq G_i^*$ , i = 1, 2;

ii) 滑模面s是实际有限时间收敛的;

iii) 速度V和高度h可在有限时间内分别跟踪上期 望速度 $V_d$ 和期望高度 $h_d$ .

证 结论i)证明,选择李雅普诺夫函数为

$$V_{2f} = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{2p_{i}}\tilde{G}_{i}^{2} + \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{2}\eta_{i}^{2}, \quad (30)$$

其中 $\tilde{G}_i = \hat{G}_i - G_i, i = 1, 2.$ 

利用式(28)和式(29)对V2f求导,整理得

$$\dot{V}_{2f} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(\hat{G}_{i} - G_{i}) + \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{p_{i}}\tilde{G}_{i}\dot{G}_{i} + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\begin{bmatrix}\kappa_{1}\eta_{1}\\\kappa_{2}\eta_{2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta\varphi_{c}\\\Delta\delta_{e}\end{bmatrix}\right) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{p_{i}}(\hat{G}_{i} - G_{i})\varsigma_{i}\hat{G}_{i} + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\begin{bmatrix}\kappa_{1}\eta_{1}\\\kappa_{2}\eta_{2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta\varphi_{c}\\\Delta\delta_{e}\end{bmatrix}\right) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} + \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{2}\frac{\varsigma_{i}^{2}G_{i}^{2}}{p_{i}(\varsigma_{i} - 1)} + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\begin{bmatrix}\kappa_{1}\eta_{1}\\\kappa_{2}\eta_{2}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta\varphi_{c}\\\Delta\delta_{e}\end{bmatrix}\right) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i}.$$
 (31)  
将式(26)和式(27)代入(31)整理可得

$$\dot{V}_{2f} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} + \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{2}\frac{\varsigma_{i}^{2}G_{i}^{2}}{p_{i}\left(\varsigma_{i}-1\right)} + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\left(-\kappa_{i}\eta_{i}-\lambda_{i}\mathrm{sig}^{\gamma_{i}}\left(\eta_{i}\right)\right) - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2}\kappa_{i}^{2}s_{i}^{2} + s_{1}\Delta\varphi_{c} - |s_{1}\Delta\varphi_{c}| + s_{2}\Delta\delta_{e} - |s_{2}\Delta\delta_{e}| + \kappa_{1}s_{1}\eta_{1} - \Delta\varphi_{c}\eta_{1} + \kappa_{2}s_{2}\eta_{2} - \Delta\delta_{e}\eta_{2} - \frac{1}{2}\Delta\varphi_{c}^{2} - \frac{1}{2}\Delta\delta_{e}^{2}.$$

$$(32)$$

根据

$$\begin{cases} s_{1}\Delta\varphi_{c} - |s_{1}\Delta\varphi_{c}| \leqslant 0, \ s_{2}\Delta\delta_{e} - |s_{2}\Delta\delta_{e}| \leqslant 0, \\ \kappa_{1}s_{1}\eta_{1} - \eta_{1}\Delta\varphi_{c} \leqslant \frac{1}{2}\kappa_{1}^{2}s_{1}^{2} + \eta_{1}^{2} + \frac{1}{2}\Delta\varphi_{c}^{2}, \\ \kappa_{2}s_{2}\eta_{2} - \eta_{2}\Delta\delta_{e} \leqslant \frac{1}{2}\kappa_{2}^{2}s_{2}^{2} + \eta_{2}^{2} + \frac{1}{2}\Delta\delta_{e}^{2}, \end{cases}$$
(33)

将式(33)代入式(32)可得

$$\dot{V}_{2f} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}} \psi_{1} \boldsymbol{s} - \sum_{i=1}^{2} (\kappa_{i} - 1) \eta_{i}^{2} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{2} \frac{\varsigma_{i}^{2} G_{i}^{2}}{p_{i} (\varsigma_{i} - 1)} \leqslant -\chi V_{2} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{2} \frac{\varsigma_{i}^{2} G_{i}^{2}}{p_{i} (\varsigma_{i} - 1)}, \qquad (34)$$

其中 $\chi = \min_{1 \leq i \leq 2} \{ 2\psi_1, 2, 2(\kappa_i - 1) \}, \sigma = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 \frac{\varsigma_i^2 G_i^2}{p_i(\varsigma_i - 1)}$ 为有界值,由文献[22]可知,自适应增益估计值*Ĝ*是有 界的,即存在一个正常数 $G_i^*$ ,且满足 $\hat{G}_i \leq G_i^*$ 即完成 结论i)的证明. 至此i)得证. 选取李雅普诺夫函数

$$V_{3f} = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{2}\eta_{i}^{2} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(\hat{G}_{i} - G_{i}^{*})^{2}.$$
(35)

利用式(28)和式(29)对V3f求导,整理可得

$$\dot{V}_{3f} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|G_{i}^{*} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(\hat{G}_{i} - G_{i}) + \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|G_{i}^{*} + \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(\hat{G}_{i} - G_{i}^{*})(p_{i}|s_{i}| - \varsigma_{i}\hat{G}_{i}) + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\left[\Delta\varphi_{\mathrm{c}}\right] + \left[\kappa_{1}\eta_{1}\right]_{\kappa_{2}\eta_{2}}\right]\right) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i} + \sum_{i=1}^{2}(\hat{G}_{i} - G_{i}^{*})(-|s_{i}| + \frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(p_{i}|s_{i}| - \varsigma_{i}\hat{G}_{i})) + \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i} - G_{i}^{*}) + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\left[\Delta\varphi_{\mathrm{c}}\right] + \left[\kappa_{1}\eta_{1}\right]_{\kappa_{2}\eta_{2}}\right).$$
(36)

1353

根据结论i)可知,存在正常数 $G_i^* > 0$ 使得 $\hat{G}_i - G_i^* \leq 0$ ,则 $\hat{V}_{3f}$ 的表达式可重新写为

$$\dot{V}_{3\mathrm{f}} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i}^{*}-G_{i}) - \sum_{i=1}^{2}(G_{i}^{*}-\hat{G}_{i})(-|s_{i}| + \frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(p_{i}|s_{i}|-\varsigma_{i}\hat{G}_{i})) + \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left(\begin{bmatrix}\Delta\varphi_{\mathrm{c}}\\\Delta\delta_{\mathrm{e}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\kappa_{1}\eta_{1}\\\kappa_{2}\eta_{2}\end{bmatrix}\right) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}\dot{\eta}_{i}.$$
(37)

将式(26)和式(27)代入式(37)整理可得

$$\dot{V}_{3f} \leqslant -\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\boldsymbol{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i}^{*}-G_{i}) - \sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2}\kappa_{i}^{2}s_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{2}(G_{i}^{*}-\hat{G}_{i})(-|s_{i}| + \frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(p_{i}|s_{i}| - \varsigma_{i}\hat{G}_{i})) + \sum_{i=1}^{2}\eta_{i}(-k_{i}\eta_{i} - \lambda_{i}\operatorname{sig}^{\gamma_{i}}(\eta_{i})) + s_{1}\Delta\varphi_{c} - |s_{1}\Delta\varphi_{c}| + s_{2}\Delta\delta_{e} - |s_{2}\Delta\delta_{e}| + \kappa_{1}s_{1}\eta_{1} - \Delta\varphi_{c}\eta_{1} + \kappa_{2}s_{2}\eta_{2} - \Delta\delta_{e}\eta_{2} + \frac{1}{2}\Delta\varphi_{c}^{2} + \frac{1}{2}\Delta\delta_{e}^{2}.$$
(38)

根据

$$\begin{cases} s_{1}\Delta\varphi_{c} - |s_{1}\Delta\varphi_{c}| \leq 0, \\ s_{2}\Delta\delta_{e} - |s_{2}\Delta\delta_{e}| \leq 0, \\ \kappa_{1}s_{1}\eta_{1} - \eta_{1}\Delta\varphi_{c} \leq \frac{1}{2}\kappa_{1}^{2}s_{1}^{2} + \eta_{1}^{2} + \frac{1}{2}\Delta\varphi_{c}^{2}, \end{cases} (39) \\ \kappa_{2}s_{2}\eta_{2} - \eta_{2}\Delta\delta_{e} \leq \frac{1}{2}\kappa_{2}^{2}s_{2}^{2} + \eta_{2}^{2} + \frac{1}{2}\Delta\delta_{e}^{2}. \end{cases}$$

将式(39)代入式(38)可待  

$$\dot{V}_{3f} \leqslant -\mathbf{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\mathbf{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}(G_{i}^{*} - \hat{G}_{i})(-|s_{i}| + \frac{1}{\lambda_{i}p_{i}}(p_{i}|s_{i}| - \varsigma_{i}\hat{G}_{i})) - \sum_{i=1}^{2}(\kappa_{i} - 1)\eta_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{2}\lambda_{i}\eta_{i}\mathrm{sig}^{\gamma_{i}}(\eta_{i}) - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i}^{*} - G_{i}) \leqslant -\mathbf{s}^{\mathrm{T}}\psi_{1}\mathbf{s} - \psi_{2}\sum_{i=1}^{2}|s_{i}|^{\gamma+1} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i}^{*} - G_{i}) - \sum_{i=1}^{2}(\kappa_{i} - 1)\eta_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{2}(\kappa_{i} - 1)\eta_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{2}|s_{i}|(G_{i}^{*} - G_{i}) - \sum_{i=1}^{2}(\kappa_{i} - 1)\eta_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{2}(\kappa_{i} -$$

$$\sum_{i=1}^{i=1} (G_i^* - \hat{G}_i)(-|s_i| + \frac{1}{\lambda_i p_i} (p_i|s_i| - \varsigma_i \hat{G}_i)).$$
(40)

总存在常数 $G^*$ 与 $\lambda$ ,满足 $\hat{G}_i > G_i$ 及 $\lambda < 1$ ,使得

$$\begin{array}{l}
G_{i}^{*} - G_{i} > 0, G_{i}^{*} - \hat{G}_{i} > 0, \, \mathbb{M} \ \mathbb{K}(40) \ \mathbb{T} \ \mathbb{B} \ \mathbb{B} \\
\dot{V}_{3f} \leqslant -\Pi V_{3f}^{1/2} + \nabla, \quad (41) \\
\mathbb{H} \ \mathbb{P}, \ \nabla = -\sum_{i=1}^{2} \frac{1}{\lambda_{i} p_{i}} ((\hat{G}_{i} - \frac{G_{i}^{*}}{2})^{2} - \frac{(G_{i}^{*})^{2}}{4}), \\
\left(\sqrt{2} \sum_{i=1}^{2} (G_{i}^{*} - G_{i}), \right)
\end{array}$$

$$\Pi = \min_{1 \leq i \leq 2} \begin{cases} \sqrt{2} \sum_{i=1}^{j} (\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_i), \\ (-|\mathbf{s}^{\mathrm{T}}| + \frac{1}{\lambda} |\mathbf{s}|) \sqrt{2}\lambda, \\ 2(\kappa_i - 1) \end{cases}$$

根据引理3可知, 滑模变量 $s_1$ ,  $s_2$ 及其导数为实际 有限时间收敛. 至此ii)得证. 由结论ii)可知, 系统轨线 在有限时间到达滑模面, 即 $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 0$ ,  $\dot{s}_1 = 0$ 和  $\dot{s}_2 = 0$ 的证明方法与定理1相似, 在根据引理4可得, 和可以在有限时间收敛到零, 即V和h在有限时间内 跟踪上期望速度 $V_d$ 和高度 $h_d$ 信号. 至此iii)得证. 证毕.

**注 3** 与定理1相比,由于定理2在控制器中引入自适应律(29),因此控制器(28)不需要未知总干扰的上界信息,能够克服在控制器(16)所描述的问题.

**注** 4 与文献[19]相比,本文所设计控制器(16)和控制器(28)能够实现有限时间收敛.当滑动模态非理想时,由于在第二个控制器(28)中采用了具有低通性能的自适应算法,因此,自适应参数具有有界性.

**注**5 在设计的控制器(16)和(28)中含有符号函数,由于高超声速飞行器控制系统的控制量切换不可能瞬时完成,因此容易造成抖振,但符号函数的控制增益选得越大,收敛速度越快,引起系统抖振现象越剧烈,为了削弱抖动,可以对控制器(16)和(18)中的非连续开关函数进行光滑处理,通常用一个饱和函数代替符号函数.对快速积分滑模控制器(16)和抗饱和快速自适应积分滑模控制器(28)利用饱和函数式(42)代替符号函数.

$$\operatorname{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \Delta, \quad i = 1, 2, \\ ks_i, & |s_i| \leq \Delta, \quad i = 1, 2, \\ -1, & s_i < -\Delta, \quad i = 1, 2, \end{cases}$$
(42)

其中公为边界层厚度.因此快速积分模控制器(16)和抗饱和的 快速自适应积分滑模控制器(28)分别可改变为

$$\begin{bmatrix} \varphi_{c} \\ \delta_{e} \end{bmatrix} = \boldsymbol{B}^{-1} \left( -\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\psi}\boldsymbol{s} - \begin{bmatrix} \eta_{1} \operatorname{sat}(s_{1}) \\ \eta_{2} \operatorname{sat}(s_{2}) \end{bmatrix} \right), \quad (43)$$
$$\begin{bmatrix} \varphi_{c} \\ \delta_{e} \end{bmatrix} = \boldsymbol{B}^{-1} \left( -\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\psi}_{1}\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\psi}_{2} \begin{bmatrix} |s_{1}|^{\gamma} \operatorname{sgn} s_{1} \\ |s_{2}|^{\gamma} \operatorname{sgn} s_{2} \end{bmatrix} \right) +$$
$$\boldsymbol{B}^{-1} \left( - \begin{bmatrix} \hat{G}_{1} \operatorname{sat}(s_{1}) \\ \hat{G}_{2} \operatorname{sat}(s_{2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{1} \eta_{1} \\ \kappa_{2} \eta_{2} \end{bmatrix} \right). \quad (44)$$

#### 4 仿真(Simulations)

以高超声速飞行器巡航纵向非线性运动方程(1)为 仿真对象,用来验证控制策略的有效性. 文献[12]高 超声速飞行器参数和飞行环境参数见表1,空气动力 学系数取值见表2.

#### 孙经广等: 高超声速飞行器有限时间饱和跟踪控制

L	表 1	飞行器参数和飞行环境参数	
Table 1	1 Th	e parameters of hypersonic aircrafts	5
	an	d flight environment	

物理量	符号	取值
质量/ kg	m	$1.378 \times 10^5$
转动变量/(kg·m <sup>-2</sup> )	$I_{yy}$	$9.5 \times 10^6$
参考面积 $/ m^2$	S	335.2
平均气动弦长/m	$\bar{c}$	24.384
地球半径/m	$R_{\rm E}$	$6.371004\times10^{6}$
引力常数/ (m <sup>3</sup> ·s <sup>-3</sup> )	$\mu$	$3.9802 \times 10^{14}$
高度/ m	h	33528
速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	V	4590.288
大气密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	ho	0.0125368

#### 表 2 空气动力学系数取值

Table 2The parameters of hypersonic aircrafts and<br/>flight environment

符号	取值	符号	取值
$C_{\rm L}^{lpha}$	0.6203	$C_{M\alpha}^0$	$5.3261 \times 10^{-6}$
$C_{\mathrm{Tl}}^{\beta}$	0.02576	$C_{\rm Mq}^{\alpha^2}$	-6.79
$C_{\mathrm{TM}}^0$	0.0224	$C^{\alpha}_{Mq}$	0.3015
$C_{\mathrm{TM}}^{\beta}$	0.00336	$C_{\rm Mq}^0$	-0.2289
$C_{\mathrm{M}lpha}^{lpha^2}$	-0.035	$C_{\mathrm{M}}^{\delta_{\mathrm{e}}}$	0.0292
$C^{\alpha}_{M\alpha}$	0.036617		

在上述给出的高超声速飞行器模型的基本参数下, 求出高超声速飞行器的一组平衡工作点. 仿真初值设 置为*x*(0) = [4590.3, 33528, 0.0334, 0.0334, 0, 0.1802, 0]<sup>T</sup>, 在仿真过程中, 模型参数不确定性考虑如下:

$$\begin{cases} m = m_0 (1 + \Delta m), \ I_{yy} = I_0 (1 + \Delta I_{yy}), \\ S = S_0 (1 + \Delta S), \ c = c_0 (1 + \Delta c), \\ c_e = c_{e0} (1 + \Delta c_{e0}), \ \rho = \rho_0 (1 + \Delta \rho), \\ |\Delta m| \leqslant 0.05, \ |\Delta I_{yy}| \leqslant 0.05, \ |\Delta S| \leqslant 0.05, \\ |\Delta c| \leqslant 0.05, \ |\Delta \rho| \leqslant 0.05, \ |\Delta c_e| \leqslant 0.05, \end{cases}$$

其中:  $m_0, I_0, S_0, c_0, c_{e0}, \rho_0$ 为对应的标称值,  $\Delta j(j = m, I_{yy}, c, c_e, \rho, S)$ 为参数不确定性.

气动参数的不确定性考虑如下[28]:

$$\begin{cases} C_{\rm L} = C_{\rm L}^* \left( 1 + U_{\rm ft} + U_{\rm V} \right), \\ C_{\rm D} = C_{\rm D}^* \left( 1 + U_{\rm fD} + U_{\rm V} \right), \\ C_{\rm T} = C_{\rm T}^* \left( 1 + U_{\rm fT} + U_{\rm V} \right), \\ C_{\rm M} = C_{\rm M}^* \left( 1 + U_{\rm fM} + U_{\rm V} \right), \end{cases}$$

其中:  $C_i^*(i = L, D, T, M)$ 为标称值,  $U_f \pi U_V \beta$ 别为 空气参数不确定性的固定部分和时变部分. 其取值分 别为:  $U_{\rm ft} = -20\%$ ,  $U_{\rm fD} = 20\%$ ,  $U_{\rm fT} = -20\%$ ,  $U_{\rm fM} = 20\% \pi U_{\rm V} = 0.2 \sin(0.1t)$ .

为验证高超声速飞行器控制策略的有效性,考虑 如下两种不确定性: **Case 1** 模型参数不确定  $\Delta j = 5\%$  和外界干扰  $d_1(t) = 0.002 \sin(0.2t), d_2(t) = 0.001 \sin(0.2t).$ 

**Case 2** 模型参数不确定  $\Delta j = 10\%$  和外界干扰  $d_1(t) = \sin(0.2t), d_2(t) = 0.1 \sin(0.2t).$ 

**4.1** 快速积分滑模控制器仿真分析(The simulation analysis of the adaptive integral sliding mode controller)

为了验证所设计高超声速飞行器控制策略(16)有效性,分别对以下两种参考信号进行仿真,并且每种情况又考虑两种不确定性Case1和Case2.

情况1 高超声速飞行器期望速度指令为 $V_{\rm d}$  = 4670.3 m/s,  $\Delta V$  = 80 m/s, 期望高度指令为 $h_{\rm d}$  = 35028 m,  $\Delta h$  = 1500 m.

情况2 高超声速飞行器期望速度指令为 $V_{\rm d}$  = 4670.3 m/s,  $\Delta V = (80 + 2t)$  m/s, 期望高度指令为 $h_{\rm d}$  = 35028 m,  $\Delta h = (1500 + t^2)$  m.

1) 对于情况1, 其控制增益与控制参数见表3, 其 仿真结果如图1所示.

表 3 控制器参数、控制器增益设置

Table 3 The set of the parameters of controllers

增益	<b>金</b> 取值	増益	取值	増益	取值	增益	取值
$k_0$	0.25	$\alpha_1$	0.45	$m_0$	$0.52^{5}$	$\beta_1$	0.7
$k_1$	0.2	$\alpha_2$	0.25	$m_1$	$0.52^{4}$	$\beta_2$	0.09
$k_2$	0.45	$\alpha_3$	0.7	$m_2$	0.31	$\beta_3$	0.75
$k_3$	0.4			$m_3$	1.65	$\beta_4$	0.93
$\psi$	1.1			$m_A$	3.1		







图1(a)为速度参考指令V<sub>d</sub>、速度V跟踪曲线; 图1(b)为高度参考指令h<sub>d</sub>、高度踪曲线,从图(a)-(b) 仿真结果可知,当存在外界干扰,模型参数不确定性 和空气参数不确定性时,高超声速飞行器在快速积分 滑模控制器(16)作用下能够实现对输出参考指令快速 稳定跟踪,且跟踪误差较小.图1(c)为高超声速飞行器 控制输入曲线,从仿真结果可得出控制输入曲线平滑. 图1(d)为高超声速飞行器其它状态量的时间变化曲 线,从仿真曲线可看出,攻角α、俯仰角θ和俯仰角速 率q经过较短暂态过程后趋于稳态值.图1(e)为滑模面 曲线,从仿真结果可以得出,尽管存在外界干扰,模型 参数不确定性和空气参数不确定性,滑模面曲线平滑 收敛到零.

2) 对于情况2, 其控制增益与控制参数见表3, 其 仿真结果如图2所示.









图2(a)-(d)分别给出了高超声速飞行器在时变参 考信号下的速度、高度、控制输入及其它状态变量变 化曲线.对仿真结果的分析,与情况1类似,重点对两 种情况不同之处进行分析.从图2(a)-(b),可以看出, 当对参考信号为时变信号时,控制器(16)能够同样实 现对飞行器高度、速度稳定跟踪,从误差曲线可知,情 况2比情况1稍微大一些,但是仍然能够满足跟踪性能 要求.图2(c)与情况1相比,控制输入幅值稍微变大, 但经过较短的时间后,趋于稳定值,图2(d)与情况1 相 比,只有俯仰角速率在开始阶段出现不稳定瞬态响应, 但在很短时间内调整到稳态值.图2(e)与情况1相比, 滑模面在开始阶段抖振现象,但在较短时间内平 稳、光滑、快速地收敛到零.可见,两种不同的干扰的 情形下,所设计的控制策略能够对定常信号或时变信 号进行有效跟踪,表明具有较强的鲁棒性.

**4.2** 抗饱和自适应快速积分滑模控制器仿真分析 (The simulation analysis of the anti-saturation adaptive integral sliding mode controller) 对以下两种参考信号进行研究分析:

**情况1** 高超声速飞行器期望速度指令为  $V_{\rm d}$  = 4670.3 m/s,  $\Delta V$  = 80 m/s, 期 望 高 度 指 令 为  $h_{\rm d}$  = 35028 m,  $\Delta h$  = 1500 m.

情况2 高超声速飞行器期望速度指令为 $V_{\rm d}$  = 4670.3 m/s,  $\Delta V$ 采用分段函数, 期望高度指令为 $h_{\rm d}$  = 35028 m,  $\Delta h = (1500 + t^2)$  m.

$$\Delta V = \begin{cases} (100 + 10t^2) \text{ m/s}, & t \leq 10, \\ -50 \text{ m/s}, & t > 10. \end{cases}$$

1) 对于情况1, 其控制增益与控制参数见表4, 其 仿真结果如图3所示.

表4 控制器参数、控制器增益设置

Table 4 The set of the parameters of controllers

增益	取值	増益	取值	增益	取值	增益	取值
$k_0$	0.2	$\alpha_1$	0.45	$m_0$	$0.52^{5}$	$\beta_1$	0.75
$k_1$	0.2	$\alpha_2$	0.2	$m_1$	$0.52^{4}$	$\beta_2$	0.094
$k_2$	0.56	$\alpha_3$	0.75	$m_2$	0.31	$\beta_3$	0.7
$k_3$	0.3	<i>S</i> 1	1.5	$m_3$	1.65	$\beta_4$	0.94
$\psi$	1.3	$\kappa_1$	0.5	$m_4$	2.1	$p_2$	0.2
$\psi_1$	1.3	$\lambda_1$	0.7	$\kappa_2$	0.5	S2	1.2
$\psi_2$	1.2	$\gamma_1$	0.7	$\lambda_2$	0.8	$\sigma_2$	0.01
$p_1$	0.1	$\sigma_1$	0.01	$\gamma_2$	0.7		







(b) 高度参考指令跟踪曲线







图3(a)-(d)分别给出了高超声速飞行器在定常参考信号下的速度、高度、控制输入及其它状态变量变化曲线.表明在抗饱和的快速自适应积分滑模控制器(44)作用下能够获得满意的跟踪性能.图3(c)表示控制输入变化曲线,从图中可以看出控制力幅值满足控制受限的要求,且输入曲线平滑抖振较小.从图3(d)为高超声速飞行器其它状态量的变化曲线,在较短的时间内趋于其稳态值.从图3(e)自适应增益G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>在较短时间内调整到稳态值.图3(f)给出了滑模面曲线,可见滑模面曲线能够收敛到零.

2) 对于情况2, 控制参数情况1相同, 其仿真结果 如图4所示. 图4(a)-(e)分别给出了高超声速飞行器对 时变参考信号下的速度、高度、控制输入及其它状态 变量变化曲线. 与情况1相比, 从图4(a)-(b)跟踪曲线 上可知, 跟踪误差变大, 但能够满足实际跟踪性能需 求. 从图4(c)可以看出其控制幅值比情况1稍微大点, 但控制幅值满足控制受限的要求. 从图4(e)可知, 自适 应增益通过在线估计不确定上界, 实现控制增益在线 调整且在很短时间内调整到稳态值. 从图4(f)滑模面 的幅值比情况1稍微大点, 但能够快速稳定收敛到零. 表明所设计抗饱和快速自适应积分滑模控制器(44)具 有较强的鲁棒性.











#### 5 结论(Conclusions)

本文利用积分滑模控制理论及自适应方法对高超 声速飞行器有限时间跟踪问题进行研究分析.主要结 论如下:

1) 针对高超声速飞行器反馈线性化模型,基于快速积分滑模理论,设计了两个有限时间滑模控制器,能够保证输出速度V和高度h在有限时间内分别跟踪上期望速度V<sub>d</sub>和高度信号h<sub>d</sub>,并满足跟踪性能.

2) 针对无输入受限和外界干扰存在己知上界的 情形,设计了快速积分滑模控制器,保证了系统滑模 面为有限时间稳定的.为进一步解决输入饱和问题, 引入新型辅助系统,设计了抗饱和的快速自适应积分 滑模控制器,满足高超声速飞行器执行器物理受限的 要求.同时保证了系统滑模面为有限时间稳定的.

3) 通过对定常跟踪信号和时变跟踪信号进行数 字仿真,从仿真结果验证了所计两个控制器有效性和 强的鲁棒性.

#### 参考文献(References):

 MENG Bin. Review of the characteristic model-based hypersonic flight vehicles adaptive control [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(12): 1640 – 1649.

- [2] HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(10): 1496 1505.
  (黄琳,段志生,杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1496 1505.)
- [3] TANG Shuo, ZHU Qiangjun. Research progresses on flight dynamics modelling of air breathing hypersonic flight [J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(2): 187 200.
  (唐硕, 祝强军. 吸气式高超声速飞行器动力学建模研究进展 [J]. 力学进展, 2011, 41(2): 187 200.)
- [4] MOSES P, RAUSCH V, NGUYEN L. NASA hypersonic flight demonstrators overview, status, and future plans [J]. *Acta Astronautica*, 2004, 55(8): 619 – 630.
- [5] CHAVEZ F, SCHMIDT D. Uncertainty modeling for multivariablecontrol robustness analysis of elastic high-speed vehicles [J]. *Journal* of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(1): 87 – 95.
- [6] SIGTHORSSON D O, SERRANI A. Development of linear parameter-varying models of hypersonic air-breathing vehicles [C] //Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Chicago, Illinois: AIAA, 2009, 8: 129 – 134.
- [7] SIGTHORSSON D, JANKOVSKY P, SERRANI A. Robust linear output feedback control of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(4): 1052 – 1066.
- [8] BUTT W A, YAN L, AMEZQUITA S K. Adaptive integral dynamic surface control of a hypersonic flight vehicle [J]. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(10): 1717 – 1728.
- [9] XU H J, MIRMIRANI M D, IOANNOU P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, 27(5): 829 – 838.
- [10] ZHANG Y Y, LI R F, XUE T. Exponential sliding mode tracking control via back-stepping approach for a hypersonic vehicle with mismatched uncertainty [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(10): 2319 – 2343.
- [11] TOURNES C, JOHNSON C D. Reusable launch vehicle control using linear-adaptive and subspace-stabilization techniques [J]. *Journal* of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(2): 278 – 286.
- [12] SUN H B, LI S H, SUN C Y. Finite time integral sliding mode control of hypersonic vehicles [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 229 – 244.
- [13] YU X, MAN Z. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes [J]. *International Journal of Control*, 1996, 64(6): 1165 – 1176.
- [14] ASL R M, HAGH Y S, PALM R. Robust control by adaptive nonsingular terminal sliding mode [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2017, 59(C): 205 – 217.
- [15] ZENG Xianfa, WANG Xiaohu, ZHANG Jing. Disturbance compensated terminal sliding mode control for hypersonic vehicles [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 30(11): 1454 1458.
  (曾宪法, 王小虎, 张晶. 高超声速飞行器的干扰补偿Terminal滑模控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 30(11): 1454 1458.)
- [16] GUO Y, SONG S M, DENG L W. Finite-time coordination control for formation flying spacecraft [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 25(5): 859 – 867.
- [17] HU Q L, JIANG B, FRISWELL M I. Robust saturated finite time output feedback attitude stabilization for rigid spacecraf [J]. *Journal* of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(6): 1914 – 1929.

- [18] ZHANG Y Y, LI R F, XUE T, et al. An analysis of the stability and chattering reduction of high-order sliding mode tracking control for a hypersonic vehicle [J]. *Information Sciences*, 2016, 348(C): 25 – 48.
- [19] ZONG Q, WANG J, TAO Y. Adaptive high-order dynamic sliding mode control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(15): 1718 – 1736.
- [20] WU Z H, LU J C, SHI J P. Tracking error constrained robust adaptive neural prescribed performance control for flexible hypersonic flight vehicle [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2017, 14(1): 1 – 16.
- [21] MU Chaoxu, YU Xinghuo, SUN Changyin. Phase trajectory and transient analysis for nonsingular terminal sliding mode control systems
  [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 902 908.
  (穆朝絮, 余星火, 孙长银. 非奇异终端滑模控制系统相轨迹和暂态 分析 [J]. 自动化学报, 2013, 39(6): 902 – 908.)
- [22] LI P, MA J J, ZHENG Z Q. Fast non-singular integral terminal sliding mode control for nonlinear dynamical systems [C] //2014 IEEE 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC). California, USA: IEEE, 2014: 4739 – 4746.
- [23] MU C X, SUN C Y, XU W. Fast sliding mode control on air-breathing hypersonic vehicles with transient response analysis [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2016, 230(1): 23 – 34.
- [24] WANG F, ZONG Q, HUA C J. Disturbance observer-based dynamic surface control design for a hypersonic vehicle with input constraints and uncertainty [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2016, 230(6): 522 – 536.
- [25] WANG P F, WANG J, BU X W. Adaptive fuzzy tracking control for a constrained flexible air-breathing hypersonic vehicle based on actuator compensation [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2016, 13(6): 1 – 12.
- [26] BU X W, WU X Y, HE G J. Novel adaptive neural control design for a constrained flexible air-breathing hypersonic vehicle based on actuator compensation [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 120: 75 – 86.
- [27] CHEN M, GE S S, REN B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. Automatica, 2011, 47(3): 452 – 465.
- [28] ZHANG R M, SUN C Y, ZHANG J M. Second-order terminal sliding mode control for hypersonic vehicle in cruising flight with sliding mode disturbance observer [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2013, 11(2): 299 – 305.

作者简介:

**孙经广** (1985-), 男, 博士研究生, 目前研究方向为高超声速飞行 器姿态控制和制导控制、非线性控制等, E-mail: sunjingguanghit@ 163.com;

**宋申民** (1968–), 男, 博士生导师, 目前研究方向为航天器姿态控制、航天器避障控制、非线性控制等, E-mail: songshenmin@hit.edu.cn;

**陈海涛** (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为航天器姿态控制, E-mail: cht2016hit@163.com;

**李学辉** (1988–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为航天器避障控制, E-mail: lxh-hit@126.com.