

四旋翼飞行器自适应动态面轨迹跟踪控制

王宁^{1†}, 王永¹, 余明裕²

(1. 大连海事大学 船舶电气工程学院, 辽宁 大连 116026; 2. 新加坡南洋理工大学 电气电子工程学院, 新加坡 639798)

摘要: 针对具有未知外界扰动和系统不确定性集总未知非线性的四旋翼飞行器, 提出了一种采用自适应不确定性补偿器的自适应动态面轨迹跟踪方法. 通过将四旋翼飞行器系统分解为位置、欧拉角和角速率3个动态子系统, 使各子系统虚拟控制器设计能充分考虑欠驱动约束; 结合动态面控制技术, 通过采用一阶低通滤波器, 避免对虚拟控制信号求导; 进而设计自适应不确定性补偿器, 处理未知外界扰动和系统不确定性, 最终确保闭环控制系统的稳定性、跟踪误差一致最终有界和系统所有状态信号有界. 仿真研究和实验结果验证了本文提出控制方法的有效性和优越性.

关键词: 四旋翼飞行器; 轨迹跟踪; 自适应动态面控制; 自适应不确定性估计

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Adaptive dynamic surface trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle

WANG Ning^{1†}, WANG Yong¹, ER Meng-joo²

(1. School of Marine Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China;
2. School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, 639798, Singapore)

Abstract: In this paper, an adaptive dynamic surface trajectory tracking control scheme using adaptive uncertainty compensator is proposed for a quadrotor unmanned aerial vehicle (QUAV) with unknown external disturbances and system uncertainties. By dividing the quadrotor system into three subsystems, i.e., dynamics of positions, attitude angles and angular velocities, virtual controller design for subsystems can tackle underactuated constraints well. The derivatives of the virtual control signals are avoided by employing some first-order filters which are required successively in the dynamic surface control. Adaptive uncertainty compensators for unknown nonlinearities including unknown external disturbances and uncertainties contribute to the closed-loop system stability, uniformly ultimately bounded tracking errors and bounded states. Simulation studies and experiment results demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed trajectory tracking control scheme.

Key words: quadrotor unmanned aerial vehicle; tracking control; adaptive dynamic surface control; adaptive uncertainty estimate

1 引言(Introduction)

近年来, 无人机吸引了人们越来越多的注意力, 其应用也越来越广泛, 尤其是在一些较为危险的领域, 如森林火灾监测、交通监管、救援等方面, 无人机的作用正越来越凸显. 与固定翼无人机相比较, 旋翼飞行器最大的优点在于其可以在有限的空间内垂直起降并在既定目标位置盘旋或悬停, 具有结构简单、控制灵活等优点^[1-6].

四旋翼飞行器是一个多输入输出复杂的非线性强耦合系统. 具体地, 飞行器通过同时增加或减少4个旋翼的转速实现飞行器的垂直运动, 通过改变对角两个电机的转速差实现飞行器的俯仰和横滚运动, 通过改变两对旋翼的转速差实现飞行器的偏航运动^[7]. 由于需要同时实现飞行的姿态和位置控制, 因此其控制器的设计具有较大的难度. 现有的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制方法有PID控制^[8]、后推控制^[9-10]、滑模控

收稿日期: 2016-11-18; 录用日期: 2017-07-03.

†通信作者. E-mail: n.wang.dmu.cn@gmail.com; Tel.: +86 13478510177.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(51009017, 51379002), 交通运输部应用基础研究基金项目(2012-329-225-060), 中国博士后科学基金项目(2012M520629), 大连市杰出青年科技人才基金项目(2016RJ10), 大连市支持高层次人才创新计划项目(2015R065), 中央高校基本研究基金项目(3132016314)资助. Supported by National Natural Science Foundation of China (51009017, 51379002), Applied Basic Research Funds from Ministry of Transport of China (2012-329-225-060), China Postdoctoral Science Foundation (2012M520629), Fund for Dalian Distinguished Young Scholars (2016RJ10), Innovation Support Plan for Dalian High-Level Talents (2015R065) and Fundamental Research Funds for Central Universities (3132016314).

制^[11]和模糊控制^[12]等. 考虑到四旋翼飞行器的欠驱动约束, 通常采用虚拟控制器设计的方法, 却很少考虑控制器设计过程中虚拟控制信号的复杂性及其可导性问题^[13-15]. 文献[16]采用多环滑模控制和高阶滤波器, 避免了虚拟控制信号的直接求导, 但所得闭环控制系统的稳定性依赖于内外环的快慢动态, 使得控制器参数选择较为苛刻和复杂. 为解决四旋翼飞行器系统对外部扰动和参数不确定性敏感的问题, 文献[17]提出了一种基于自抗扰控制方法, 该文设计了扩张状态观测器对外部扰动和参数不确定性进行估计补偿, 同时设计非线性状态误差反馈控制律抑制跟踪误差, 仿真结果表明该文提出的自抗扰控制器能够很好的估计风等外部扰动和参数不确定性, 使四旋翼飞行器系统具有较强的鲁棒性. 文献[18]采用奇异摄动理论, 将四旋翼飞行器系统解耦为内外环两个子系统, 并分别设计内环稳定及外环轨迹跟踪子控制器, 对四旋翼飞行器轨迹跟踪控制具有较好的控制效果. 为有效解决模型不确定性、未知外界扰动、输入饱和及受限等对四旋翼飞行器控制系统的影响, 文献[19]使用神经网络对模型不确定项进行逼近, 设计干扰观测器对外部扰动进行估计补偿, 采用双曲正切函数对为了解决控制输入饱和引入的饱和函数逼近, 最终结合反步控制提出了一种四旋翼飞行器的鲁棒姿态控制策略, 很好的实现了四旋翼飞行器的姿态控制. 文献[20]采用定量反馈理论建立了四旋翼飞行器的全动态参数模型, 此外, 设计了基于定量反馈理论(quantitative feedback theory, QFT)和鲁棒控制的新型PID控制器, 该文的仿真研究验证了控制方法的有效性. 实际上, 现阶段对四旋翼飞行器系统的研究有很多, 但现有的多数文章均将四旋翼飞行器系统分解为平移运动和旋转运动两个二阶子系统, 增加了控制器的复杂性, 此外, 均未对控制器设计过程中的虚拟信号进一步处理, 使虚拟信号及其导数过于复杂^[16-20].

本文提出了一种基于动态面控制的四旋翼飞行器自适应轨迹跟踪控制策略. 主要贡献为, 将四旋翼飞行器分解为位置、欧拉角和角速率3个动态子系统, 并结合欠驱动约束分别为其设计虚拟控制器, 降低了四旋翼飞行器系统阶数, 使得控制器设计变得更为简单. 此外, 为避免虚拟控制信号的直接求导, 通过引入一阶低通滤波器得到满足光滑性要求的控制信号, 进而实现了各动态子系统控制器设计的信号解耦. 同时, 采用自适应技术, 设计自适应不确定性补偿器抑制未知非线性和外界扰动. 最终, 基于Lyapunov理论, 严格证明了所得闭环控制系统的稳定性和系统信号的有界性.

2 四旋翼飞行器模型(Model of the quadrotor)

如图1所示, 忽略地球自转的因素, 选定地球表面某一地点位置作为原点建立惯性坐标系(e_x, e_y, e_z), 原点 O 选取为四旋翼飞行器起飞点支架中心, 以机体

几何中心为原点建立机体坐标系(e_1, e_2, e_3), 机体坐标系可以通过旋转实现到惯性坐标系的转换. 四旋翼飞行器的位置向量(x, y, z)定义在惯性坐标系下, 由横滚角、俯仰角和偏航角组成的姿态向量(ϕ, θ, ψ)定义在机体坐标系下. 进而, 将四旋翼飞行器动态模型分解为位置动态、欧拉角动态和角速率动态3个子系统.

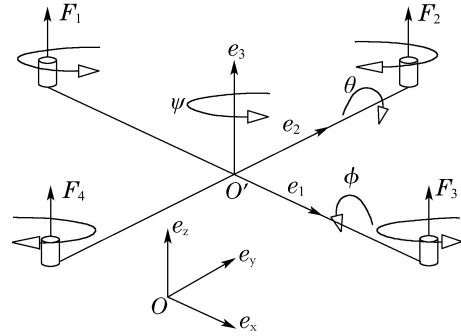


图1 四旋翼飞行器结构图

Fig. 1 The configuration of a quadrotor

位置动态子系统描述如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_{11} = \mathbf{X}_{12}, \\ \dot{\mathbf{X}}_{12} = \mathbf{F}_1(\mathbf{X}_{12}) + \mathbf{U}_1(\mathbf{X}_2, u_1) + \mathbf{d}_1(\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}, t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{X}_{11} = [x \ y \ z]^T$ 为飞行器位置向量, $\mathbf{X}_{12} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ 为飞行器在惯性坐标系中的线速率向量, $\mathbf{d}_1 = [d_{11} \ d_{12} \ d_{13}]^T$ 表示由外部扰动和模型不确定性组成的集总未知非线性, 并且

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{X}_{12}) = -\frac{1}{m} \begin{bmatrix} D_x \dot{x}^2 \\ D_y \dot{y}^2 \\ D_z \dot{z}^2 + g \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{U}_1(\mathbf{X}_2, u_1) = \frac{u_1}{m} \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

这里, $D_i (i = x, y, z)$ 为空气阻尼系数, m 为四旋翼飞行器的质量, g 是重力加速度, $\mathbf{X}_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 为欧拉角向量, u_1 为四个旋翼产生的升力之和.

欧拉角动态子系统为

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{G}_2(\mathbf{X}_2)\mathbf{U}_2(\mathbf{X}_3) + \mathbf{d}_2(\mathbf{X}_2, t), \quad (4)$$

其中 $\mathbf{d}_2 = [d_{21} \ d_{22} \ d_{23}]^T$ 表示由模型不确定性和外部扰动组成的集总未知非线性, 且

$$\mathbf{G}_2(\mathbf{X}_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{U}_2(\mathbf{X}_3) = \mathbf{X}_3, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{X}_3 = [p \ q \ r]^T$ 为角速率向量.

角速率动态子系统表示为

$$\dot{\mathbf{X}}_3 = \mathbf{F}_3(\mathbf{X}_3) + \mathbf{G}_3 \mathbf{U}_3 + \mathbf{d}_3(\mathbf{X}_3, t), \quad (7)$$

其中: $\mathbf{d}_3 = [d_{31} \ d_{32} \ d_{33}]^T$ 表示由模型不确定性和外部扰动组成的集总未知非线性, $\mathbf{G}_3 = \text{diag}\{1/J_x \ 1/J_y \ 1/J_z\}$ 为四旋翼飞行器的惯性矩阵, 且

$$\mathbf{F}_3(\mathbf{X}_3) = \begin{bmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} pq \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{U}_3 = [u_{31} \ u_{32} \ u_{33}]^T$ 为机体输入力矩向量, 为本文研究的控制输入, 则系统的总控制输入为 $\mathbf{u} = [u_1 \ \mathbf{U}_3^T]^T$.

作如下一般性假设:

假设 1 期望轨迹 $\mathbf{X}_{11d} = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ 和 ψ_d 是连续可导的, 即其导数存在且有界.

假设 2 由外部扰动及模型不确定性组成的集总未知非线性 $\mathbf{d}_i(\mathbf{X}_i, t)$ 是有界的, 即存在未知正常数 $L_i > 0$ 使得

$$\|\mathbf{d}_i(\mathbf{X}_i, t)\| \leq L_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

本文控制目标为: 给定任意满足假设 1 的期望轨迹 \mathbf{X}_{11d} 和 ψ_d , 考虑具有模型不确定性和未知外界扰动的四旋翼飞行器系统, 结合动态面控制技术, 设计一种自适应轨迹跟踪控制策略, 使得四旋翼飞行器能够跟踪既定的期望轨迹, 并且确保闭环控制系统稳定性和系统状态信号的有界性.

注 1 需要指出的是, 本文所考虑的模型不确定性和未知外界扰动 $\mathbf{d}_i(\cdot)$ 只需满足有界性即可, 并不需要其具体上界信息. 与现有研究结果^[21]相比, 该条件已极为宽松, 与实际情形也较为贴近.

3 控制器设计(Design of the controller)

本文提出一种自适应动态面的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制策略, 将四旋翼飞行器系统分解为位置、欧拉角和角速率 3 个动态子系统并分别设计控制器, 总体设计方案如图 2 所示.

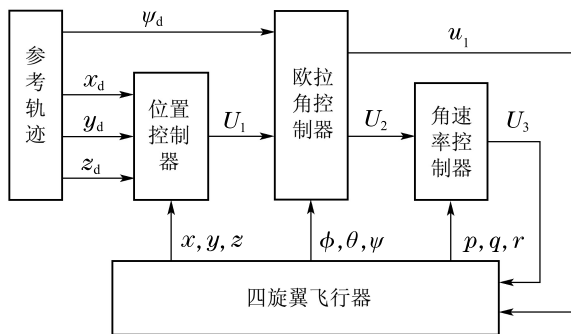


图 2 四旋翼飞行器控制系统
Fig. 2 The control system of a quadrotor

3.1 位置控制器设计(Position controller design)

考虑期望轨迹 $\mathbf{X}_{11d} := [x_d \ y_d \ z_d]^T$, 结合位置动态子系统(1), 定义如下误差向量:

$$\mathbf{e}_{11} = \mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{11d}, \quad (10)$$

$$\mathbf{e}_{12} = \mathbf{X}_{12} - \bar{\mathbf{X}}_{12d}, \quad (11)$$

$$\mathbf{z}_1 = \bar{\mathbf{X}}_{12d} - \mathbf{X}_{12d}, \quad (12)$$

则有

$$\dot{\mathbf{e}}_{11} = \mathbf{e}_{12} + \mathbf{X}_{12d} + \mathbf{z}_1 - \dot{\mathbf{X}}_{11d}, \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{12} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{U}_1 + \mathbf{d}_1 - \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{12d}, \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{12d} - \dot{\mathbf{X}}_{12d}, \quad (15)$$

其中 \mathbf{X}_{12d} 表示所设计的虚拟控制输入定义如下:

$$\mathbf{X}_{12d} = -\mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} + \dot{\mathbf{X}}_{11d}, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{K}_{11} = \text{diag}\{k_{111} \ k_{112} \ k_{113}\} > 0$, 并且 $\bar{\mathbf{X}}_{12d}$ 为 \mathbf{X}_{12d} 通过以下一阶低通滤波器的滤波输出:

$$\tau_1 \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{12d} + \bar{\mathbf{X}}_{12d} = \mathbf{X}_{12d}, \quad (17)$$

其中 τ_1 为滤波器滤波时间常数.

位置动态子系统的目标控制律设计如下:

$$\mathbf{U}_1 = -\mathbf{F}_1 + \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{12d} - \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) \hat{L}_1, \quad (18)$$

其中: $\mathbf{U}_1 := [u_{11} \ u_{12} \ u_{13}]$, $\mathbf{K}_{12} = \text{diag}\{k_{121} \ k_{122} \ k_{123}\} > 0$, $\varepsilon > 0$, 估计参数 \hat{L}_1 的自适应律为

$$\dot{\hat{L}}_1 = -r_{11} \hat{L}_1 + r_{12} \mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right), \quad (19)$$

其中: $r_{11} > 0$, $r_{12} > 0$ 为设计参数.

3.2 欧拉角控制器设计(Euler angle controller design)

结合式(3)和式(18), 可得

$$\begin{cases} \cos \phi_d \sin \theta_d \cos \psi_d + \sin \phi_d \sin \psi_d = \frac{m}{u_1} u_{11}, \\ \cos \phi_d \sin \theta_d \sin \psi_d - \sin \phi_d \cos \psi_d = \frac{m}{u_1} u_{12}, \\ \cos \phi_d \cos \theta_d = \frac{m}{u_1} u_{13}, \end{cases} \quad (20)$$

其中 ψ_d 为给定偏航角轨迹, 进而可得

$$u_1 = m \|\mathbf{U}_1\|, \quad (21)$$

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin\left(\frac{m}{u_1} (\sin \psi_d u_{11} - \cos \psi_d u_{12})\right), \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{\frac{m}{u_1} u_{11} - \sin \psi_d \sin \phi_d}{\cos \psi_d \cos \phi_d}\right). \end{cases} \quad (22)$$

令期望欧拉角 $\mathbf{X}_{2d} = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T$, 将其通过以下一阶低通滤波器:

$$\tau_2 \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{2d} + \bar{\mathbf{X}}_{2d} = \mathbf{X}_{2d}, \quad (23)$$

其中: $\bar{\mathbf{X}}_{2d}$ 为期望信号 \mathbf{X}_{2d} 的滤波输出, τ_2 为滤波器的滤波时间常数.

结合欧拉角动态子系统(4), 定义如下误差向量:

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{X}_2 - \bar{\mathbf{X}}_{2d}, \quad (24)$$

$$\mathbf{z}_2 = \bar{\mathbf{X}}_{2d} - \mathbf{X}_{2d}, \quad (25)$$

可得

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{G}_2 \mathbf{U}_2 + \mathbf{d}_2 - \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{2d}, \quad (26)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{2d} - \dot{\mathbf{X}}_{2d}. \quad (27)$$

设计欧拉角动态子系统的目标控制律如下:

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{G}_2^{-1}(\mathbf{X}_2) [\dot{\bar{\mathbf{X}}}_{2d} - \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + \mathbf{z}_2 - \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \hat{\mathbf{L}}_2], \quad (28)$$

其中: $\mathbf{K}_2 = \text{diag}\{k_{21} \ k_{22} \ k_{23}\} > 0$; 估计参数 $\hat{\mathbf{L}}_2$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\mathbf{L}}}_2 = -r_{21} \hat{\mathbf{L}}_2 + r_{22} \mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right), \quad (29)$$

其中: $r_{21} > 0$, $r_{22} > 0$ 为设计参数.

3.3 角速率控制器设计 (Angular velocity controller design)

令期望角速率 $\mathbf{X}_{3d} := [p_d \ q_d \ r_d]^T = \mathbf{U}_2$, 将其通过以下一阶低通滤波器

$$\tau_3 \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{3d} + \bar{\mathbf{X}}_{3d} = \mathbf{X}_{3d}, \quad (30)$$

其中: $\bar{\mathbf{X}}_{3d}$ 为参考轨迹 \mathbf{X}_{3d} 的滤波输出, τ_3 为滤波器的滤波时间常数.

结合角速率动态子系统(7), 定义如下误差向量:

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{X}_3 - \bar{\mathbf{X}}_{3d}, \quad (31)$$

$$\mathbf{z}_3 = \bar{\mathbf{X}}_{3d} - \mathbf{X}_{3d}, \quad (32)$$

可得

$$\dot{\mathbf{e}}_3 = \mathbf{F}_3 + \mathbf{U}_3 + \mathbf{d}_3 - \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{3d}, \quad (33)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_3 = \dot{\bar{\mathbf{X}}}_{3d} - \dot{\mathbf{X}}_{3d}. \quad (34)$$

设计角速率动态子系统的控制律如下:

$$\mathbf{U}_3 = \mathbf{G}_3^{-1} [\dot{\bar{\mathbf{X}}}_{3d} - \mathbf{F}_3(\mathbf{X}_3) - \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{z}_3 - \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) \hat{\mathbf{L}}_3], \quad (35)$$

其中: $\mathbf{K}_3 = \text{diag}\{k_{31} \ k_{32} \ k_{33}\} > 0$; 估计参数 $\hat{\mathbf{L}}_3$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\mathbf{L}}}_3 = -r_{31} \hat{\mathbf{L}}_3 + r_{32} \mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right), \quad (36)$$

其中: $r_{31} > 0$, $r_{32} > 0$ 为设计参数.

因此, 系统最终的控制律为

$$\mathbf{u} := \begin{bmatrix} u_1 \\ \mathbf{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \|\mathbf{U}_1\| \\ \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}, \quad (37)$$

其中 u_1 和 \mathbf{U}_3 分别由式(21)和式(35)定义.

注2 双曲正切tanh函数定义如下:

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

且具有如下性质:

$$\tanh(0) = 0, \quad (38)$$

$$-1 < \tanh(x) < 1, \quad (39)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh(x) = 1, \quad (40)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x) = -1. \quad (41)$$

依据以上性质, 本文提出的控制策略用双曲正切tanh函数替代稳定性分析Lyapunov函数放缩过程中需要用到的传统符号sgn函数, 减小了控制律符号切换产生的抖振, 进而提高了控制器性能. 同时, 运用以下不等式^[22]:

$$\|\mathbf{v}\| - \mathbf{v}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{v}}{\varepsilon}\right) \leq k_t \varepsilon, \quad \mathbf{v} \in \mathbb{R}, \quad (42)$$

其中: $k_t = 0.2785$, $\varepsilon > 0$ 为任意常数, 对提出控制策略的稳定性进行了严格分析.

注3 本文设计的自适应不确定性补偿器, 旨在对由外部扰动和模型不确定性组成的集总未知非线性的上界进行估计补偿. 本文考虑的模型不确定性主要是指系统建模过程中与真实飞行器之间存在的误差等, 这部分量是不可测且时变的, 例如飞行器外设改变导致其质量和重心的变化等, 其存在将影响飞行器控制系统的稳定性, 由于其随机性, 完全可以用自适应的方法进行估计补偿, 且由于风吹等外部扰动也具有随机不可测的特点, 因此, 二者合成集总未知非线性是合理的. 此外, 根据实际情况, 无论是外部扰动, 或是模型不确定性均不可能是无穷大, 必定有上界, 本文通过对其上界估计补偿, 相较于其他文章^[23]假设未知量慢变或恒定更为合理.

注4 不同于其他文章, 由于本文将四旋翼飞行器系统分解为3个子系统并分别设计控制器, 降低了系统阶数进而减小了控制器的复杂性. 同时通过引入一阶滤波器, 实现虚拟信号滤波处理, 既使虚拟信号变得光滑, 又使得所设计控制方法并不依赖于滤波前虚拟控制信号的可导性. 此外, 本文设计的自适应不确定性补偿器不仅处理未知外部扰动, 还对系统不确定性具有估计补偿作用, 进一步增强系统的鲁棒性.

4 稳定性分析 (Stability analysis)

定理1 考虑满足假设1和2的四旋翼飞行器轨迹跟踪系统(1)(4)(7), 虚拟控制信号(18)和(28), 控制输入(21)(35)(37), 自适应律(19)(29)(36)所组成的闭环控制系统, 轨迹跟踪误差一致最终有界, 且其他系统信号有界.

证 考虑如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3^T \mathbf{e}_3 + \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i + r_i^{-1} \tilde{\mathbf{L}}_i^2)], \quad (43)$$

其中 $\tilde{\mathbf{L}}_i = \mathbf{L}_i - \hat{\mathbf{L}}_i (i = 1, 2, 3)$.

结合式(13)–(14)(26)和式(33), 可得式(43)对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{e}_{11}^T \dot{\mathbf{e}}_{11} + \mathbf{e}_{12}^T \dot{\mathbf{e}}_{12} + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 + \mathbf{e}_3^T \dot{\mathbf{e}}_3 + \\ & \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i - r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i \dot{\hat{L}}_i) = \\ & \mathbf{e}_{11}^T (\mathbf{e}_{12} + \mathbf{X}_{12d} + \mathbf{z}_1 - \dot{\mathbf{X}}_{11d}) + \mathbf{e}_{12}^T (\mathbf{F}_1 + \\ & \mathbf{U}_1 + \mathbf{d}_1 - \dot{\mathbf{X}}_{12d}) + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{G}_2 \mathbf{U}_2 + \mathbf{d}_2 - \\ & \dot{\mathbf{X}}_{2d}) + \mathbf{e}_3^T (\mathbf{F}_3 + \mathbf{U}_3 + \mathbf{d}_3 - \dot{\mathbf{X}}_{3d}) + \\ & \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i - r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i \dot{\hat{L}}_i). \end{aligned} \quad (44)$$

将式(18)(28)和式(35)代入式(44)得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 + \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{d}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{d}_2 + \mathbf{e}_3^T \mathbf{d}_3 - \\ & \mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) \hat{L}_1 - \mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \hat{L}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) \hat{L}_3 + \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i - r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i \dot{\hat{L}}_i) \leq \\ & -\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 + \|\mathbf{e}_{12}\| L_1 + \|\mathbf{e}_2\| L_2 + \|\mathbf{e}_3\| L_3 - \\ & \mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) \hat{L}_1 - \mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \hat{L}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) \hat{L}_3 + \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i - r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i \dot{\hat{L}}_i). \end{aligned} \quad (45)$$

结合式(42)和式(45)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 - \mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) \hat{L}_1 - \mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \hat{L}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) \hat{L}_3 + \mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) L_1 + \\ & \mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) L_2 + \mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) L_3 + \\ & \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i - r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i \dot{\hat{L}}_i) + k_t \varepsilon \sum_{i=1}^3 L_i = \\ & \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 + [\mathbf{e}_{12}^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_{12}}{\varepsilon}\right) - r_{12}^{-1} \dot{\hat{L}}_1] \tilde{L}_1 + \\ & [\mathbf{e}_2^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) - r_{22}^{-1} \dot{\hat{L}}_2] \tilde{L}_2 + \sum_{i=1}^3 \mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i + \\ & [\mathbf{e}_3^T \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_3}{\varepsilon}\right) - r_{32}^{-1} \dot{\hat{L}}_3] \tilde{L}_3 + k_t \varepsilon \sum_{i=1}^3 L_i. \end{aligned} \quad (46)$$

将式(19)(29)和(36)代入式(46)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{i1}}{r_{i2}} \hat{L}_i \tilde{L}_i + \mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{z}}_i \right) + k_t \varepsilon \sum_{i=1}^3 L_i. \end{aligned} \quad (47)$$

结合式(15)(17)(23)(27)(30)和式(34)得

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = -\frac{\mathbf{z}_1}{\tau_1} - \dot{\mathbf{X}}_{12d}, \quad (48)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = -\frac{\mathbf{z}_2}{\tau_2} - \dot{\mathbf{X}}_{2d}, \quad (49)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_3 = -\frac{\mathbf{z}_3}{\tau_3} - \dot{\mathbf{X}}_{3d}. \quad (50)$$

并且由式(16)得

$$\dot{\mathbf{X}}_{12d} = -\mathbf{K}_{11} \dot{\mathbf{e}}_{11} + \ddot{\mathbf{X}}_{11d}, \quad (51)$$

因而可得

$$\|\dot{\mathbf{z}}_1 + \frac{\mathbf{z}_1}{\tau_1}\| \leq y_1(\dot{\mathbf{X}}_{11}, \ddot{\mathbf{X}}_{11d}, \dot{\mathbf{X}}_{11d}), \quad (52)$$

其中 $|y_1(\cdot)| \leq \bar{y}_1$ 为连续有界函数。

由式(22)得

$$\dot{\phi}_d = \frac{\partial \phi_d}{\partial u_1} \dot{u}_1 + \frac{\partial \phi_d}{\partial \psi_d} \dot{\psi}_d + \frac{\partial \phi_d}{\partial u_{11}} \dot{u}_{11} + \frac{\partial \phi_d}{\partial u_{12}} \dot{u}_{12},$$

$$\dot{\theta}_d = \frac{\partial \theta_d}{\partial u_1} \dot{u}_1 + \frac{\partial \theta_d}{\partial \psi_d} \dot{\psi}_d + \frac{\partial \theta_d}{\partial u_{11}} \dot{u}_{11} + \frac{\partial \theta_d}{\partial \phi_d} \dot{\phi}_d,$$

因此结合假设1可得

$$\begin{aligned} \|\dot{\mathbf{z}}_2 + \frac{\mathbf{z}_2}{\tau_2}\| = & \|\dot{\mathbf{X}}_{2d}\| \leq \\ & y_2(\mathbf{X}_{11}, \dot{\mathbf{X}}_{11}, \ddot{\mathbf{X}}_{12d}, \mathbf{X}_{11d}, \dot{\mathbf{X}}_{11d}, \dot{\mathbf{X}}_{12d}, \dot{\hat{L}}_1), \end{aligned} \quad (53)$$

其中 $y_2(\cdot) \leq \bar{y}_2$ 为连续有界函数。

由式(28)得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_{3d} = & \dot{\mathbf{G}}_2^{-1} [\dot{\mathbf{X}}_{2d} - \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + \mathbf{z}_2 - \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \hat{L}_2] + \\ & \mathbf{G}_2^{-1} [\ddot{\mathbf{X}}_{2d} - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}}_2 + \dot{\mathbf{z}}_2 - \tanh\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right) \dot{\hat{L}}_2 + \\ & (1 - \tanh^2\left(\frac{\mathbf{e}_2}{\varepsilon}\right)) \dot{\mathbf{e}}_2 \hat{L}_2]. \end{aligned} \quad (54)$$

结合式(50)得

$$\begin{aligned} \|\dot{\mathbf{z}}_3 + \frac{\mathbf{z}_3}{\tau_3}\| = & \|\dot{\mathbf{X}}_{3d}\| \leq \\ & y_3(\mathbf{X}_2, \dot{\mathbf{X}}_2, \ddot{\mathbf{X}}_{2d}, \dot{\mathbf{X}}_{2d}, \ddot{\mathbf{X}}_{2d}, \mathbf{X}_{2d}, \dot{\mathbf{X}}_{2d}, \dot{\hat{L}}_2), \end{aligned} \quad (55)$$

其中 $y_3(\cdot) \leq \bar{y}_3$ 为连续有界函数。

由式(52)–(53)和式(55)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1^T \dot{\mathbf{z}}_1 \leq & -\frac{\mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1}{\tau_1} + \|\mathbf{z}_1\| y_1 \leq \\ & -\frac{\mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1}{\tau_1} + \frac{\mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1}{2} + \frac{y_1^2}{2}, \\ \mathbf{z}_2^T \dot{\mathbf{z}}_2 \leq & -\frac{\mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2}{\tau_2} + \|\mathbf{z}_2\| y_2 \leq \end{aligned} \quad (56)$$

$$-\frac{\mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2}{\tau_2} + \frac{\mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2}{2} + \frac{y_2^2}{2}, \quad (57)$$

$$\mathbf{z}_3^T \dot{\mathbf{z}}_3 \leq -\frac{\mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3}{\tau_3} + \|\mathbf{z}_3\| y_3 \leq -\frac{\mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3}{\tau_3} + \frac{\mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3}{2} + \frac{y_3^2}{2}. \quad (58)$$

此外,由Young's不等式可得

$$\hat{L}_1 \tilde{L}_1 \leq \frac{L_1^2}{2} - \frac{\tilde{L}_1^2}{2}, \quad (59)$$

$$\hat{L}_2 \tilde{L}_2 \leq \frac{L_2^2}{2} - \frac{\tilde{L}_2^2}{2}, \quad (60)$$

$$\hat{L}_3 \tilde{L}_3 \leq \frac{L_3^2}{2} - \frac{\tilde{L}_3^2}{2}. \quad (61)$$

将式(56)–(61)代入式(47),可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_{12} - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \\ & \mathbf{e}_3^T \mathbf{K}_3 \mathbf{e}_3 - \sum_{i=1}^3 \frac{r_{i1}}{2r_{i2}} \tilde{L}_i^2 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{12} - \\ & \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{2}\right) \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{2}\right) \mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2 - \\ & \left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{2}\right) \mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3 + \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{z}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{z}_2 + \mathbf{e}_3^T \mathbf{z}_3 + \\ & \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{i1}}{2r_{i2}} L_i^2 + \frac{y_i^2}{2}\right) + k_t \varepsilon \sum_{i=1}^3 L_i \leq \\ & -\mathbf{e}_{11}^T (\mathbf{K}_{11} - \mathbf{I}) \mathbf{e}_{11} - \mathbf{e}_{12}^T (\mathbf{K}_{12} - \frac{1}{2} \mathbf{I}) \mathbf{e}_{12} - \\ & \mathbf{e}_2^T (\mathbf{K}_2 - \frac{1}{2} \mathbf{I}) \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T (\mathbf{K}_3 - \frac{1}{2} \mathbf{I}) \mathbf{e}_3 - \\ & \left(\frac{1}{\tau_1} - 1\right) \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - \left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right) \mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2 - \\ & \left(\frac{1}{\tau_3} - 1\right) \mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3 - \sum_{i=1}^3 \frac{r_{i1}}{2r_{i2}} \tilde{L}_i^2 + k_t \varepsilon \sum_{i=1}^3 L_i + \\ & \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{i1}}{2r_{i2}} L_i^2 + \frac{y_i^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (62)$$

选取设计参数满足如下不等式:

$$\mathbf{K}_{11} \geq \frac{\alpha + 2}{2} \mathbf{I}, \mathbf{K}_{12} \geq \frac{\alpha + 1}{2} \mathbf{I}, \mathbf{K}_2 \geq \frac{\alpha + 1}{2} \mathbf{I},$$

$$\mathbf{K}_3 \geq \frac{\alpha + 1}{2} \mathbf{I}, \frac{1}{\tau_1} \geq 1 + \frac{\alpha}{2}, \frac{1}{\tau_2} \geq 1 + \frac{\alpha}{2},$$

$$\frac{1}{\tau_3} \geq 1 + \frac{\alpha}{2}, \frac{r_{i1}}{r_{i2}} \geq \alpha, i = 1, 2, 3,$$

其中 $\alpha > 0$ 为任意常数.

则式(62)可整理为

$$\dot{V} \leq -\alpha V + C, \quad (63)$$

其中: $C = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{i1}}{2r_{i2}} L_i^2 + \frac{\bar{y}_i^2}{2} + k_t \varepsilon L_i\right)$, $\bar{y}_i > 0$ 为 $y_i(\cdot)$ 的上界.

结合式(43)和(63),可得

$$0 \leq V(t) \leq V(0)e^{-\alpha t} + (1 - e^{-\alpha t}) \frac{C}{\alpha} < \infty. \quad (64)$$

显然, $V(t)$ 是有界的. 并且, 结合式(43), 可知轨迹跟踪误差 \mathbf{e}_{11} 和其他误差信号是一致最终有界的. 实际上, 存在某一有限时间 $T > 0$, 使得

$$\begin{aligned} V(t) = & \frac{1}{2} [\mathbf{e}_{11}^T \mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3^T \mathbf{e}_3 + \\ & \sum_{i=1}^3 (\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i + r_{i2}^{-1} \tilde{L}_i^2)] \leq \frac{2C}{\alpha}, \\ & \forall t \geq T. \end{aligned} \quad (65)$$

即

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{e}_{11}\|^2 + \|\mathbf{e}_{12}\|^2 + \|\mathbf{e}_2\|^2 + \\ & \|\mathbf{e}_3\|^2 + \sum_{i=1}^3 (\|z_i\|^2 + r_{i2}^{-1} |\tilde{L}_i|^2) \leq \frac{4C}{\alpha}. \end{aligned} \quad (66)$$

相应地, 轨迹跟踪误差 \mathbf{e}_{11} 是一致最终有界的, 即

$$\|\mathbf{e}_{11}\| \leq 2\sqrt{\frac{C}{\alpha}}. \quad (67)$$

通过选择合适的参数, 可使得误差上界 $2\sqrt{\frac{C}{\alpha}}$ 任意小.

同样地, 其他误差信号 $\mathbf{e}_{12}, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{z}_i, \tilde{L}_i$ 均有界. 进而, 结合误差动态系统(13)–(15)(26)–(27)(33)–(34), 低通滤波动态(17)(23)(30)和参数自适应动态(19)(29)(36), 可得系统信号 $\dot{\mathbf{e}}_{11}, \dot{\mathbf{e}}_{12}, \dot{\mathbf{z}}_1, \dot{\mathbf{e}}_2, \dot{\mathbf{z}}_2, \dot{\mathbf{e}}_3, \dot{\mathbf{z}}_3, \dot{\mathbf{X}}_{12d}, \dot{\mathbf{X}}_{2d}, \dot{\mathbf{X}}_{3d}, \dot{L}_1, \dot{L}_2, \dot{L}_3$ 均有界.

5 仿真研究和实验结果 (Simulation studies and experiment results)

5.1 仿真研究 (Simulation studies)

为验证所提出控制方法的有效性, 考虑具有外部扰动和模型不确定性的四旋翼飞行器, 其标称参数如表1所示.

表1 四旋翼飞行器主要参数

Table 1 The main parameters of the quadrotor

参数	数值
m	1.2 kg
J_x	0.015 kg · m ²
J_y	0.015 kg · m ²
J_z	0.026 kg · m ²
D_x	10 ⁻⁶ N(m/s) ⁻²
D_y	10 ⁻⁶ N(m/s) ⁻²
D_z	10 ⁻⁴ N(m/s) ⁻²
g	9.81 m/s ²

此外, 为进行仿真验证, 含有未知扰动和不确定性的集总未知非线性为

$$\mathbf{d}_i(\mathbf{X}_i, t) = \begin{bmatrix} \sin t \\ \cos t \\ \sin t \end{bmatrix} + 0.3 \sin \mathbf{X}_i, \quad (68)$$

其中: $i = 1, 2, 3, \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_{11} + \mathbf{X}_{12}$.

给定期望轨迹为

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \\ \psi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \sin t \\ 2 \cos t \\ 3 \cos^2 t + 1 \\ \sin t \end{bmatrix}. \quad (69)$$

其初值为: $x(0) = 2, y(0) = -0.5, z(0) = 2, \psi(0) = 1$.

控制器设计参数为: $\tau_1 = 0.01, \tau_2 = 0.005, \tau_3 = 0.004, \mathbf{K}_{11} = \text{diag}\{1.5 \ 1.5 \ 1.5\}, \mathbf{K}_{12} = \text{diag}\{20 \ 20 \ 20\}, \mathbf{K}_2 = \text{diag}\{15 \ 15 \ 15\}, \mathbf{K}_3 = \text{diag}\{5 \ 5 \ 5\}, r_{11} = 0.059, r_{12} = 5, r_{21} = 0.18, r_{22} = 16, r_{31} = 0.005, r_{32} = 0.5$.

为更好的验证所提出的自适应动态面轨迹跟踪控制算法的优越性, 本文仿真过程中将该算法与传统的后推控制算法做了简单的对比, 其中DSC表示本文提出的自适应动态面轨迹跟踪控制策略, B表示相同条件下后推控制策略. 空间轨迹跟踪效果如图3所示, 由图可得, 所提出的控制算法, 能够很好的跟踪期望轨迹.

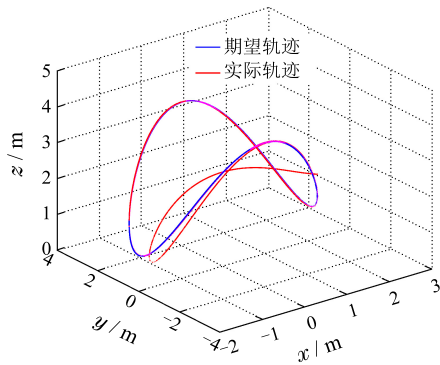


图3 空间轨迹跟踪
Fig. 3 Trajectory tracking

实际轨迹与期望轨迹在二维平面的仿真结果如图4所示, 从图中可以看到, 本文所提出的四旋翼飞行器自适应动态面控制策略, 能够快速的跟踪期望轨迹, 而传统的后推控制策略跟踪速度明显较慢, 且本文提出的自适应动态面控制策略的跟踪效果明显优于传统的后推控制. 图5给出跟踪误差的变化, 在外部扰动和模型不确定性影响下, 本文提出的自适应动态面控制策略能够很快的使跟踪误差收敛到很小的范围内, 而采用传统的后推控制, 误差的收敛速度明显要落后, 且收敛后的范围也要比本文提出的控制算法大, 间接表明所提出控制算法的优越性. 图6给出了执行器提供的总拉力以及机体力矩的变化, 结果显示, 4个旋翼升力之和在12 N左右变化, 与飞行器的重力接近, 与实际相符. 同时, 四旋翼飞行器稳定后, 机体力矩趋近零. 图7给出了横滚角 ϕ 和俯仰角 θ 在四旋翼飞行器轨迹跟踪过程中的变化曲线, 结果显示横滚角、俯仰角和偏航角在四旋翼起飞时变化较大, 在轨迹跟踪过程中3个姿态角的变化就较为平和. 角速率从一定程度上反映了飞行器在飞行过程中的平稳性, 图8给出了飞行过程中四旋翼飞行器角速率的变化状况, 不难发现, 四旋翼飞行器一旦能够跟踪期望轨迹, 角速率便

以较快收敛速度趋于零. 也就是说飞行器飞行是很平稳的. 图9给出了自适应不确定性补偿器对未知外界扰动和系统不确定性上界的估计补偿. 通过仿真研究, 进一步验证了本文提出的自适应动态面控制策略的优越性.

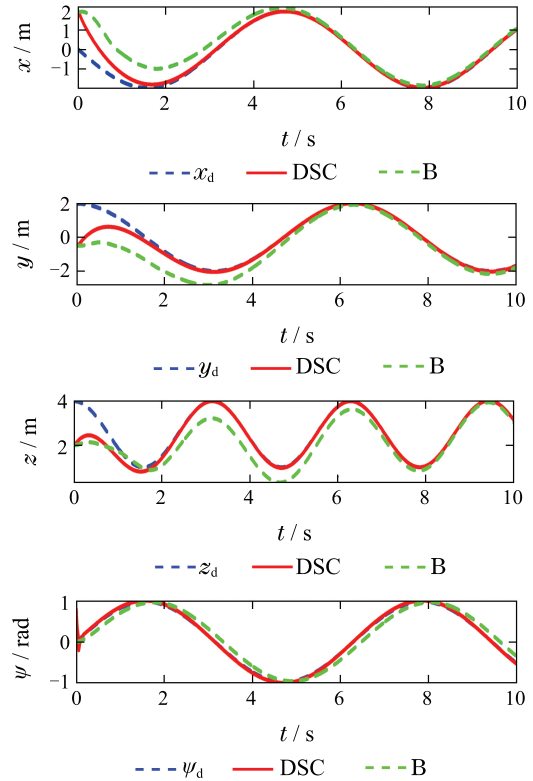


图4 x, y, z 和 ψ 给定和实际状态
Fig. 4 Desired and actual states x, y, z and ψ

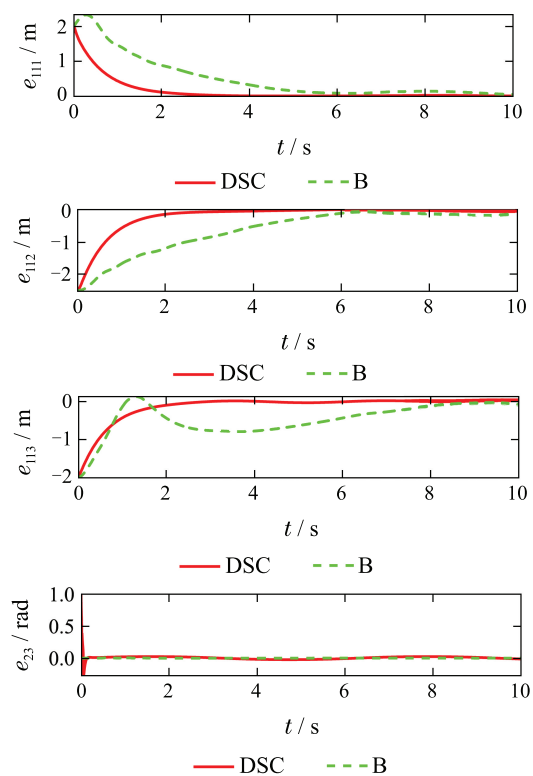


图5 跟踪误差
Fig. 5 The tracking errors

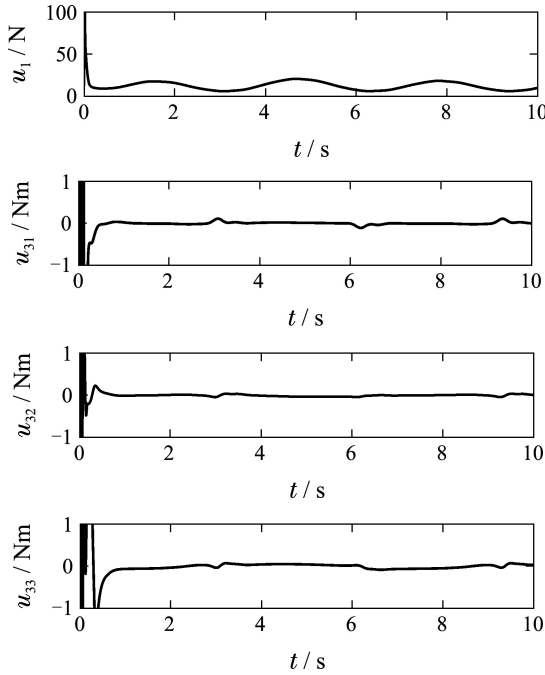


图6 控制输入
Fig. 6 Control inputs

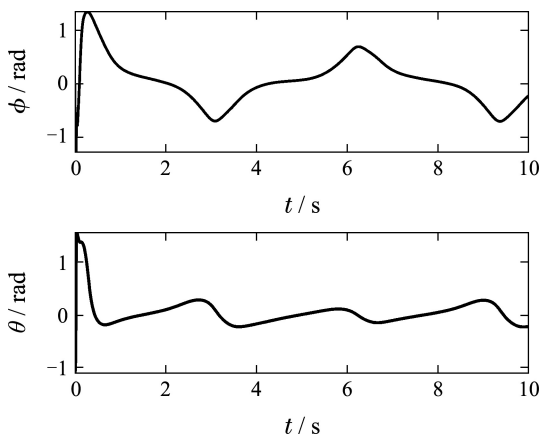


图7 横滚角 ϕ 和俯仰角 θ
Fig. 7 Roll angle ϕ and pitch angle θ

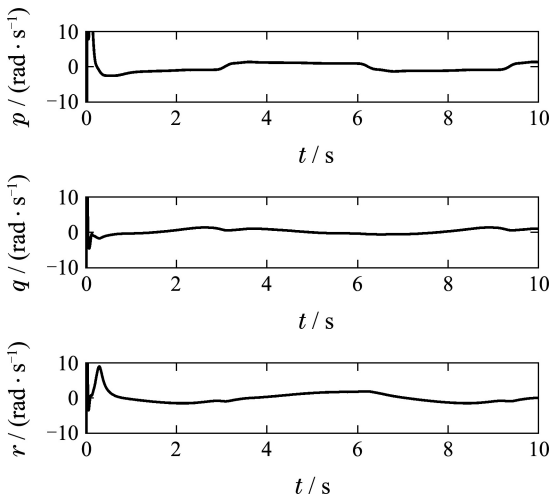


图8 角速率 p, q 和 r
Fig. 8 Angular velocities p, q and r

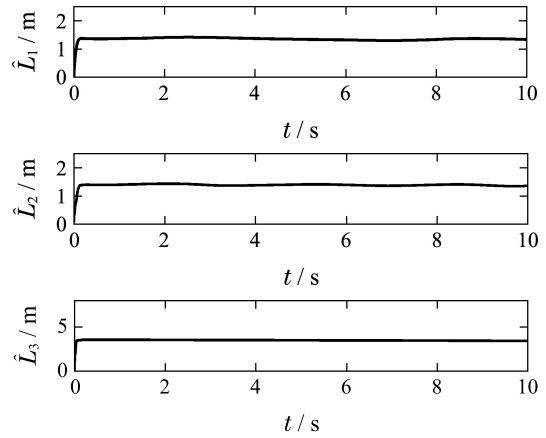


图9 自适应不确定性估计补偿
Fig. 9 Adaptive uncertainty estimation and compensation

5.2 实验结果(Experiment results)

为了更好的验证提出控制算法的优越性, 本文在实验部分将所提出的控制策略与经典的PID控制策略和Backstepping控制策略进行了对比实验, 实验平台如图10所示, 目前该实验平台可以实现四旋翼飞行器的悬停和定点飞行. 实验主要通过无风和二级风的情况下, 比较四旋翼飞行器的飞行状态, 验证本文提出控制策略的优越性. 飞行器参数如表1所示, 实验数据如表2和表3所示. 其中: PID表示传统的PID控制策略, Backstepping表示Backstepping控制策略, DSC表示本文提出的控制策略, 表2记录的是无风情况下, 飞行器实验平台悬停和定点飞行性能对比情况, 表3记录的是二级风情况下, 飞行器实验平台悬停和定点飞行性能对比情况.



图10 四旋翼飞行器实验平台
Fig. 10 The experiment platform of the quadrotor

表2 无风情况下性能对比

Table 2 Performance comparison without wind

	PID	Backstepping	DSC
控制响应时间/s	1.3	0.4	0.5
控制调整时间/s	2.1	1.5	1.1
横滚角和俯仰角/ $^{\circ}$	≤ 9.8	≤ 7.6	≤ 4.2
定点跟踪误差/m	± 0.5	± 0.4	± 0.1
能否到达目标点	能	能	能

表3 有风情况下性能对比
Table 3 Performance comparison with wind

	PID	Backstepping	DSC
控制响应时间/s	1.3	0.4	0.5
控制调整时间/s	3.8	2.6	2.2
横滚角和俯仰角/ $^{\circ}$	≤ 16.8	≤ 13.6	≤ 10.4
定点跟踪误差/m	± 2.5	± 1.2	± 0.3
能否到达目标点	能	能	能

通过表2数据可以看出, 无风情况下, 本文提出控制策略下的飞行器实验平台响应速度要慢于Backstepping控制, 但调整至稳定的时间明显更短, 俯仰角和横滚角角度更小, 飞行更平稳, 3种控制策略下, 飞行器实验平台均能到达指定的目标点, 但本文提出控制策略下跟踪指定目标点的误差明显更小, 传统的PID控制策略跟踪误差最大. 通过表3数据可以看出, 二级风情况下, 虽然3种控制策略下, 飞行器实验平台均能到达目标点, 但本文提出控制策略下, 飞行器实验平台控制性能明显要优于Backstepping控制策略和PID控制策略下的飞行器实验平台, 特别是本文提出控制策略下的定点跟踪误差要比Backstepping控制策略和PID控制策略下小的多, 间接表明本文提出的控制策略有更好的抵抗未知扰动的能力. 实验结果进一步验证了本文提出控制策略的优越性.

6 结论(Conclusions)

针对具有未知外界扰动和系统不确定性的四旋翼飞行器, 本文提出了一种自适应动态面轨迹跟踪控制方法. 具体地, 通过将四旋翼飞行器系统分解为位置、欧拉角和角速率3个动态子系统, 降低了控制器的设计难度, 进而采用多环控制的方法设计中间虚拟控制器, 解决了四旋翼飞行器欠驱动问题. 结合动态面设计方法, 通过采用一阶低通滤波器, 重构虚拟控制信号及其一阶导数, 进而避免了对虚拟控制信号求导. 针对由外部扰动和系统不确定性组成的集总未知非线性, 本文设计了自适应不确定性补偿器对其估计补偿, 进而抑制了其对四旋翼飞行器稳定性的影响. 运用Lyapunov稳定性理论证明了四旋翼飞行器闭环控制系统的稳定性和跟踪误差及其他系统信号的有界性. 最后, 仿真研究和实验结果验证了所提出的控制方法的有效性相较于传统控制算法的优越性.

参考文献(References):

[1] CABECINHAS D, NALDI R, SILVESTRE C, et al. Robust landing and sliding maneuver hybrid controller for a quadrotor vehicle [J]. *Journal of IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(2): 400 – 412.

[2] DRIESSENS S, POUNDS P. The triangular quadrotor: a more efficient quadrotor configuration [J]. *Journal of IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2015, 31(6): 1517 – 1526.

[3] ELFEKY M, ELSHAFEI M. Quadrotor with tilttable totors for manned applications [C] // *Proceedings of the 11th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*. Barcelona, Spain: IEEE, 2014: 1 – 5.

[4] ALEXIS K, NIKOLAKOPOULOS G, TZES A. Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(12): 1812 – 1827.

[5] JIANG J, QI J T, SONG D L, et al. Control platform design and experiment of a quadrotor [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China: IEEE, 2013: 2974 – 2979.

[6] GONG Xun, ZHAO Changjun, WANG Li, et al. Faults detection and reconstruction for quad-rotor aircraft based on double-observers parallel structure [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(7): 1214 – 1218. (宫勋, 赵常均, 王丽, 等. 基于双观测器并行结构的四旋翼无人机故障监测与重构 [J]. *控制与决策*, 2015, 30(7): 1214 – 1218.)

[7] LI S, LI B K, GENG Q B. Adaptive sliding mode control for quadrotor helicopters [C] // *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2014: 71 – 76.

[8] ZHU J C, LIU E D, GUO S, et al. A gradient optimization based PID tuning approach on quadrotor [C] // *Proceedings of the 27th Chinese Control and Decision Conference*. Qingdao, China: IEEE, 2015: 1588 – 1593.

[9] CHEN F Y, JIANG R Q, ZHANG K K, et al. Robust backstepping sliding mode control and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(8): 5044 – 5056.

[10] MOHD B, MOHD A, HUSAIN A R, et al. Nonlinear control of an autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle using backstepping controller optimized by particle swarm optimization [J]. *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 2015, 8(3): 39 – 45.

[11] ZHOU W D, ZHU P X, WANG C L, et al. Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV based on terminal sliding mode control [C] // *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: IEEE, 2015: 3398 – 3404.

[12] MAO X, ZHANG H B, HAN D F. T-S fuzzy control for a quadrotor UAV [C] // *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: IEEE, 2015: 3617 – 3622.

[13] WU J, PENG H, CHEN Q, et al. Modeling and control approach to a distinctive quadrotor helicopter [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(1): 173 – 185.

[14] CHEN F Y, WU Q B, JIANG B, et al. A reconfiguration scheme for quadrotor helicopter via simple adaptive control and quantum logic [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(7): 4328 – 4335.

[15] DUC M N, TRONG T N, XUAN Y S. The quadrotor MAV system using PID control [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Beijing, China: IEEE, 2015: 506 – 510.

[16] BESNARD L, SHTESSCL Y B, LANDRUM B. Quadrotor vehicle control via sliding mode control driven by sliding mode disturbance observer [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2011, 349(2): 658 – 684.

[17] LIU Yisha, YANG Shengxuan, WANG Wei. An active disturbance-rejection flight control method for quad-rotor unmanned aerial vehicles [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1351 – 1360. (刘一莎, 杨晟萱, 王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1351 – 1360.)

[18] XU Jing, CAI Chenxiao, LI Yongqi, et al. Dual-loop path tracking and control for quad-rotor miniature unmanned aerial vehicles [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1335 – 1342. (许璟, 蔡晨晓, 李勇奇, 等. 小型四旋翼无人机闭环轨迹跟踪与控制 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1335 – 1342.)

- [19] WEI Qingtong, CHEN Mou, WU Qingxian. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361 – 1369.
(魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361 – 1369.)
- [20] GHARIB M R, MOAVENIAN M. Full dynamics and control of a quadrotor using quantitative feedback theory [J]. *International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields*, 2016, 29(3): 501 – 519.
- [21] MODIRROUSTA A, KHODABANDEH M. Adaptive robust sliding mode controller design for full control of quadrotor with external disturbances [C] // *Proceedings of the Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*. Tehran, Iran: IEEE, 2014: 870 – 877.
- [22] YACEF F, BOUHALI O, HAMERLAIN M. Adaptive fuzzy backstepping control for trajectory tracking of unmanned aerial quadrotor

[C] // *Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Orlando, USA: IEEE, 2014: 920 – 927.

- [23] FANG Z, GAO W N. Adaptive integral backstepping control of a Micro-Quadrotor [C] // *Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*. Harbin, China: IEEE, 2011: 910 – 915.

作者简介:

王 宁 (1983–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为无人系统建模与控制、自适应智能控制、机器学习、非线性控制, E-mail: n.wang.dmu.cn@gmail.com;

王 永 (1992–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为四旋翼飞行器控制, E-mail: 15241192269@163.com;

余明裕 (1962–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为机器学习、人工智能、模糊系统, E-mail: emjer@ntu.edu.sg.