

具有执行器容错的汽车主动悬架系统有限频率 H_∞ 控制

郑晓园, 张皓[†], 王祝萍, 陈启军

(同济大学 控制科学与工程, 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 本文研究了一类具有执行器容错的主动悬架系统有限频率 H_∞ 控制问题. 运用广义的Kalman-Yakubovich-Popov(KYP)引理, 设计了有限频率 H_∞ 控制器. 该控制器不仅能够最大程度地减少路面在4~8 Hz范围内对乘客的影响, 还能够保证汽车的悬架行程和车轮的动静载之比在它们允许的范围内. 因此所设计的有限频率 H_∞ 控制器不仅能够保证汽车驾驶的舒适性还能够保证汽车驾驶的安全性. 为了解决系统状态不完全可测的问题, 本文采用了动态输出反馈控制器策略. 除此之外, 在控制器的设计过程中还考虑了主动悬架系统的参数不确定性以及执行器随机故障的现象. 最后, 本文基于四分之一汽车主动悬架系统验证了控制器的有效性.

关键词: 汽车主动悬架系统; 广义Kalman-Yakubovich-Popov(KYP)引理; 有限频域 H_∞ 控制器; 动态输出反馈控制方法; 执行器容错

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Finite frequency H-infinity control for active vehicle suspension systems subject to actuator faults

ZHENG Xiao-yuan, ZHANG Hao[†], WANG Zhu-ping, CHEN Qi-jun

(Academy of Control Science and Engineering, School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804)

Abstract: This paper addresses the problem of infinite frequency H-infinity control for active vehicle suspension systems with actuator faults. The generalized Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) lemma is used to develop an H-infinity controller in specific frequency. The designed infinite frequency H-infinity controller not only can minimize the disturbances from road influencing passengers, but also can guarantee the vehicle suspension deflections and relation dynamic tire load in their allow scopes. It can be concluded that the designed infinite frequency H-infinity controller not only obtains passengers ride comfort, but also guarantees the constraints of active vehicle suspension systems. The dynamic output-feedback control approach is used to deal with the problem, which system states are not measured completely. Additionally, the characteristic of uncertain parameters and actuator faults are considered in controller design process. Finally, based on the quarter-vehicle active suspension system, simulations are presented to demonstrate the effectiveness of the designed controller in time and frequency domains.

Key words: active suspension systems; the generalized Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) lemma; finite frequency H-infinity controller; dynamic output-feedback control approach; actuator faults

1 引言(Introduction)

随着汽车行业的快速发展, 人们对汽车性能的要求越来越高. 由于汽车悬架系统与汽车驾驶舒适度和安全性密切相关, 因此近些年来汽车悬架系统受到了越来越多学者的关注^[1-5]. 汽车悬架系统可以分为3类: 被动悬架、半主动悬架和主动悬架. 主动悬架系统在被动悬架的基础上增加了执行器. 这些执行器是有源的力发生装置, 采用了以力抑力的方法来抵消路面

对车身的扰动. 主动悬架系统的性能主要有: 驾驶舒适度、操纵的稳定性以及悬架行程的限制. 这些性能之间是相互矛盾的. 文献[1]给出了权衡这些性能的方法. 近些年来, 国内外众多学者对主动悬架系统的研究主要在控制器的设计部分, 主要的算法有: 线性二次型最优控制^[2]、 H_∞ 控制^[3]、滑模控制^[4]及backstepping控制^[5]等. 文献[6]分析了这些算法的优缺点并且总结了汽车主动悬架系统以后的发展. 以上所提到的

收稿日期: 2017-01-19; 录用日期: 2017-05-09.

[†]通信作者. E-mail: zhang.hao@tongji.edu.cn; Tel.: +86 13641790361.

本文责任编辑: 贾英民.

国家自然科学基金项目(61673178, 91420103, 61573260), 上海市自然科学基金项目(17ZR1445800), 中央高校基本业务费项目资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61673178, 91420103, 61573260), Shanghai Natural Science Foundation (17ZR1445800) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities.

研究都是基于状态完全可测的条件下, 但是主动悬架系统的状态完全可测是很难实现的. 文献[7]给出了基于观测器的输出反馈控制方法. 文献[8]研究了一种动态输出反馈方法. 除此之外, 主动悬架系统由于建模误差和变化的环境会使得模型带有一定的不确定性, 如果这种不确定性在控制器设计的过程中被忽略, 将会影响控制器的控制效果和可靠性. 为了能够很好的描述这种不确定性, 研究人员们主要运用了以下几种方法: 自适应方法^[5]、Takagi-Sugeno(T-S)模糊化^[8]以及凸多面体^[9].

值得注意的是, 汽车主动悬架系统只是属于某个确定的频段, 驾驶舒适度也是在某一个特定频率段较为敏感. 从ISO2361 中可知, 人类对4~8 Hz的垂直振动是最敏感的. 文献[10]基于状态输出反馈给出了四分之一汽车悬架系统的有限频率 H_∞ 控制器设计算法. 众所周知, 在实际生活中很难实现系统状态的完全可测. 为了弥补这个不足, 文献[11]基于全车主动悬架系统, 在有限频率范围内, 给出了动态输出反馈控制器设计方法. 此外, 文献[11]在设计控制器的过程中还考虑了执行器随机故障的现象. 但是, 他们在设计控制器的过程中, 都忽略了汽车悬架系统参数的不确定性. 这就激励了对本文的研究, 本文基于参数不确定的四分之一汽车主动悬架系统在执行器随机故障的情况下, 给出了有限频率动态输出反馈 H_∞ 控制器的设计方法.

2 建立2自由度的主动悬架系统模型(Modeling of 2-DoF active suspension system)

2自由度的主动悬架系统如图1所示. M 表示簧上质量即车身质量, m 表示簧下质量即轮胎质量, k_s 是悬架系统的弹簧系数, c_s 为悬架系统的阻尼系数, c_t 表示充气弹簧的阻尼系统, k_t 为充气轮胎的刚性系数, $z(t)$ 表示车身位移, $z_m(t)$ 表示轮胎位移, $z_{or}(t)$ 为路面扰动位移, $u(t)$ 表示系统控制力输入.

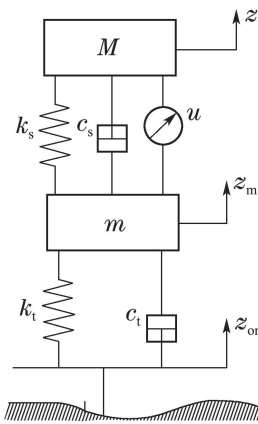


图 1 2自由度的主动悬架系统

Fig. 1 Model of the 2-DoF active suspension system

根据牛顿第2定理和2自由度的主动悬架系统结构

图, 主动悬架系统的理想方程可以写为^[10]

$$\begin{cases} M\ddot{z}(t) + c_s(\dot{z}(t) - \dot{z}_m(t)) + k_s(z(t) - z_m(t)) = u(t), \\ m\ddot{z}_m(t) + c_s(\dot{z}_m(t) - \dot{z}(t)) + k_s(z_m(t) - z(t)) + k_t(z_m(t) - z_{or}(t)) + c_t(\dot{z}_m(t) - \dot{z}_{or}(t)) = -u(t). \end{cases} \quad (1)$$

定义以下状态变量:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= z(t) - z_m(t), \quad x_2(t) = z_m(t) - z_{or}(t), \\ x_3(t) &= \dot{z}(t), \quad x_4(t) = \dot{z}_m(t). \end{aligned}$$

在本文中, 考虑了以下参数不确定的主动悬架系统模型:

$$\dot{x} = (A + \Delta A(t))x(t) + (B + \Delta B(t))u(t) + B_w w(t), \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad x_4(t)]^T, \\ B &= [0 \quad 0 \quad \frac{1}{M} \quad -\frac{1}{M}]^T, \quad B_w = [0 \quad -1 \quad 0 \quad \frac{c_t}{m}]^T, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{M} & 0 & -\frac{c_s}{M} & \frac{c_s}{M} \\ \frac{k_s}{m} & -\frac{k_u}{m} & \frac{c_s}{m} & \frac{(c_s + c_t)}{m} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$u(t)$ 是控制器输出, $w(t)$ 是路面扰动输入, $\Delta A(t)$, $\Delta B(t)$ 为满足以下形式的模型不确定性^[12]:

$$[\Delta A(t) \quad \Delta B(t)] = D_1 F(t) [E_1 \quad E_2],$$

其中: D_1 , E_1 和 E_2 是有适当维数且已知的矩阵, $F(t)$ 是未知的时变矩阵, 其元素满足Lebesgue可测, 且 $F^T(t)F(t) \leq I$.

在设计主动悬架系统的控制器的过程中, 不仅要考虑汽车的舒适性, 而且汽车的安全性也是必须要考虑到的问题. 汽车主动悬架系统的安全性主要体现在如下两个方面:

- 为了使汽车能够一直与地面保持接触, 则要求轮胎与路面间的动载必须小于静载, 即要满足: $k_t(z_m(t) - z_{or}(t)) < (M + m)g$.

- 汽车主动悬架系统行程只允许在一定范围内变化, 以避免撞击限位块而对汽车驾驶舒适性和汽车结构产生破坏, 即要满足 $z(t) - z_m(t) < z_{max}$.

为了能够满足主动悬架系统的舒适性和安全性的要求, 本文将系统的输出描述为如下形式:

$$\begin{cases} z_1(t) = \ddot{z}(t), \\ z_2(t) = \left[\frac{z(t) - z_m(t)}{z_{max}} \frac{k_t(z_m(t) - z_{or}(t))}{(M + m)g} \right]^T. \end{cases} \quad (3)$$

由式(1)–(3), 汽车悬架系统的动力学模型可以表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + \\ \quad (B + \Delta B(t))u(t) + B_w w(t), \\ z_1(t) = (C_1 + \Delta C_1(t))x(t), \\ z_2(t) = (C_2 + \Delta C_2(t))x(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\Delta C_1(t)$ 和 $\Delta C_2(t)$ 满足 $[\Delta C_1(t) \ \Delta C_2(t)] = D_1 F(t)[E_3 \ E_4]$, 且 E_3 和 E_4 是已知具有适当位数的矩阵, $y(t)$ 是测量输出,

$$C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{M} & 0 & -\frac{c_s}{M} & -\frac{c_s}{M} \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_{\max}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t}{(M+m)g} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

在实际生活中, 汽车主动悬架系统的状态是不完全可测的. 因此, 本文采用了动态输出反馈控制器. 其动力学模型可以描述为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}y(t), \\ u(t) = \bar{C}\bar{x}(t) + \bar{D}y(t), \end{cases} \quad (5)$$

\bar{A} , \bar{B} , \bar{C} 和 \bar{D} 是有适当维数的待设计的矩阵.

值得注意的是执行器在长期的工作当中会出现零件老化和零点漂移等现象. 这些都会影响执行器的性能. 为了能够更好描述这一现象, 执行器用以下形式表示:

$$\bar{u}(t) = \eta u(t), \quad (6)$$

其中 $\eta \in [\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ 且有 $\eta_{\min} \leq 0$, $\eta_{\max} > 1$.

注 1 如果 $\eta = 0$, 那么执行器完全不工作; 如果 $\eta \in (0, 1)$, 那么执行器的输出值减小; 如果 $\eta = 1$, 执行器正常工作; 如果 $\eta \in (1, \eta_{\max}]$, 执行器的值被放大.

执行器容错参数 η 满足以下条件:

$$\begin{cases} \eta_0 = \frac{1}{2}(\eta_{\min} + \eta_{\max}), \\ K = \frac{1}{2}(\eta_{\max} - \eta_{\min})\eta_0^{-1}, \\ X = (\eta - \eta_0)\eta_0^{-1}, -K \leq X \leq K. \end{cases} \quad (7)$$

因此可以得到

$$\eta = \eta_0 X + \eta_0. \quad (8)$$

注 2 文献[11]对于 $\eta \in [\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ 中的部分现象是不能描述的, 例如: $(\eta_{\min} + \eta_{\max})/2$, 本文采用的执行器随机故障的描述方法(8)能够描述 $\eta \in [\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ 中的所有随机故障现象.

将式(5)代入式(4), 定义 $\zeta(t) = [x^T(t) \ \bar{x}^T(t)]^T$,

得到闭环系统方程为

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = \mathcal{A}\zeta(t) + \mathcal{B}_w w(t), \\ z_1(t) = \mathcal{C}_1 \zeta(t), \\ z_2(t) = \mathcal{C}_2 \zeta(t), \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A + \Delta A(t) + \eta B \bar{D} C & \eta B \bar{C} + \eta \Delta B(t) \bar{C} \\ \bar{B} C & \bar{A} \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{B}_w = [B_w^T \ 0]^T, \mathcal{C}_1 = [C_1 + \Delta C_1(t) \ 0],$$

$$\mathcal{C}_2 = [C_2 + \Delta C_2(t) \ 0].$$

定义 1 如果下面两个条件满足, 就说闭环系统(9)具有有限频率 H_∞ 特性:

- 当输入 $w(t) = 0$ 时, 系统渐近稳定;
- 设计控制器使得闭环系统(9)满足如下条件:

$$\sup_{w_{\min} \leq w \leq w_{\max}} \|G(j\omega)\| < \gamma, \quad (10)$$

其中: $G(j\omega)$ 是输入 $w(t)$ 到输出 $z_1(t)$ 的传递函数, γ 表示扰动抑制系数, w_{\min} 和 w_{\max} 分别表示所关注频率范围的最小值和最大值.

为了得到闭环系统(9)具有有限频率 H_∞ 特性, 以下几个引理被介绍.

引理 1 P 是给定的正定矩阵, 不等式 $\Psi + S + S^T < 0$ 等价于下面的 LMI 问题^[14]:

$$\begin{bmatrix} \Psi + P - [W]_s & S^T + W^T \\ * & -P \end{bmatrix} < 0,$$

其中 $[W]_s = W + W^T$.

引理 2 针对线性系统 (A, B, C, D) , 对于给定的对称矩阵 Π , 下面两个叙述是等价的^[15]:

1) 有限频域不等式:

$$\begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^T \Pi \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} < 0, \omega \in [w_{\min}, w_{\max}].$$

2) 存在正定矩阵 P 和 Q 满足

$$\begin{bmatrix} \Psi[P, Q, C, D] & [C \ D] \\ * & -I \end{bmatrix} < 0,$$

其中:

$$\Psi[P, Q, C, D] =$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Q & P + j\bar{w}Q \\ p - j\bar{w}Q & -w_{\min}w_{\max}Q \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & C^T \Pi_{12} \\ * & [D \Pi_{12}]_s + \Pi_{22} \end{bmatrix},$$

$\bar{w} = (w_{\min} + w_{\max})/2$, Π_{12} , Π_{22} 表示矩阵 Π 的右上块和右下块.

引理 3 对于给定的标量 Γ, A, Σ , 矩阵 J 满足 $\Gamma J \Lambda + (\Gamma J \Lambda)^T + \Sigma < 0$, 当且仅当下面两个条件成立^[15]:

$$\Gamma^\perp \Sigma \Gamma^{\perp T} < 0, \Lambda^{T\perp} \Sigma \Lambda^{T\perp T} < 0.$$

引理 4 有矩阵 $Y = Y^T, L > 0$ 和 $E > 0$ 以及矩阵 N 满足 $N^T N < I$, 下面两个不等式等价^[16]:

$$Y + LNE + (LNE)^T < 0, \\ Y + \varepsilon LL^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0,$$

且有 $\varepsilon > 0$.

定理1给出了四分之一汽车主动悬架系统有 H_∞ 特性的条件.

定理 1 给定常数 $\gamma > 0, \delta > 0, \alpha > 0$ 和 $\sigma_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)并且已知动态输出反馈控制器参数 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 以及 \bar{D} , 如果存在正定矩阵 P, R, Q 和非奇异矩阵 S 满足以下不等式:

$$\begin{bmatrix} [S]_s & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ * & * & \Phi_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_{11} & \Upsilon_{12} \\ * & \Upsilon_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -I & \sqrt{2\alpha}(\tilde{C}_2)_i & (E_4^T)_i & 0 \\ * & -R & 0 & (D_1^T)_i \\ * & * & -\sigma_5 I & 0 \\ * & * & * & -\sigma_5 I \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

其中:

$$\Phi_{12} = [S^T \mathcal{A}_1 + R \ S^T \ S^T \mathcal{B}_w \ \sigma_1 S \mathcal{A}_2 \ 0],$$

$$\Phi_{13} = [\sigma_2 S^T \Sigma_1 \ 0 \ \sigma_3 S^T \Sigma_1 \ 0], \ \mathcal{E}_2 = [0 \ E_2 C_k],$$

$$\Xi_{22} = -w_{\min} w_{\max} Q + [\mathcal{A}_1^T S]_s + \Theta_{22},$$

$$\Phi_{22} = \text{diag}\{-R, -R, -\delta I, -\sigma_1 I, -\sigma_1 I\},$$

$$\Phi_{33} = \text{diag}\{-\sigma_2 I, -\sigma_2 I, -\sigma_3 I, -\sigma_3 I\},$$

$$\Upsilon_{11} = \begin{bmatrix} -Q \ P + j\bar{w}Q - S & 0 & 0 \\ * & \Xi_{22} & S^T \mathcal{B}_w \ 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \ 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Upsilon_{21} = \begin{bmatrix} S^T \mathcal{E}^T & S^T \mathcal{E}_1^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_4^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_1^T \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{E}_2^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{E}_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathcal{E}_1 = [E_1 \ \eta_0 E_2 \bar{C}],$$

$$\Theta_{22} = \begin{bmatrix} \eta_0^2 B B^T + 2D_1 D_1^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} A + \eta_0 B \bar{D} C & \eta_0 B \bar{C} \\ \bar{B} C & \bar{A} \end{bmatrix},$$

$$\Upsilon_{22} = \text{diag}\{-I, -I, -I, -\sigma_4 I, -\sigma_4 I\},$$

$$\mathcal{C} = [\bar{D} C \ \bar{C}], \ \Sigma_1 = [D_1^T \ 0]^T.$$

那么动态输出反馈控制器(5)使得闭环系统(9)具有有限频率 H_∞ 特性且安全性约束条件可以得到保证.

证 根据式(9), 系统参数矩阵 $\mathcal{A}, \mathcal{C}_1$ 和 \mathcal{C}_2 可以重新写为

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A + \eta_0 B \bar{D} C & \eta_0 B \bar{C} \\ \bar{B} C & \bar{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \eta_0 \Delta B X \bar{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_0 B X \bar{D} C & \eta_0 B X \bar{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta A & \eta_0 \Delta B \bar{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C}_1 = [C_1 \ 0] + [\Delta C_1(t) \ 0],$$

$$\mathcal{C}_2 = [C_2 \ 0] + [\Delta C_2(t) \ 0]. \quad (14)$$

由引理4和式(14), 可以得出式(11)–(13)分别等价于以下不等式:

$$\begin{bmatrix} -[S]_s^T \ S^T \mathcal{A} + R \ S^T \ S^T \mathcal{B}_w \\ * & -R & 0 & 0 \\ * & * & -R & 0 \\ * & * & * & -\delta I \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -P \ P + j\bar{w}Q - S & 0 & 0 \\ * & \Omega_{22} & S^T B \ \mathcal{C}_1 \\ * & * & -\gamma^2 I \ 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} -I & \sqrt{2\alpha}(\mathcal{C}_2)_i \\ * & R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中 $\Omega_{22} = -w_{\min} w_{\max} Q + [\mathcal{A}]_s$.

首先证明在扰动为零时, 系统是渐近稳定的. 由Shur补引理可得, 式(15)等价于

$$\begin{bmatrix} -[S]_s + S^T R^{-1} S + \frac{1}{\delta} S^T \mathcal{B}_w \mathcal{B}_w^T S & S^T \mathcal{A} + R_1 \\ * & -R_1 \end{bmatrix} < 0.$$

使用引理1, 可以得出: $\frac{1}{\delta} S^T \mathcal{B}_w \mathcal{B}_w^T S + S^T \mathcal{A} + (S^T \mathcal{A})^T < 0$. 这个式子可以保证下面的不等式成立:

$$S^T \mathcal{A} + (S^T \mathcal{A})^T < 0. \quad (18)$$

根据线性系统理论, 可以得出系统是渐近稳定的.

接下来将证明系统有有限频率 H_∞ 特性.

为了方便下面的证明, 下面将给出一些矩阵定义:

$$\Gamma = [-I \ \mathcal{A} \ \mathcal{B}_w \ 0]^T, \ \Lambda = [0 \ I \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -P & P + j\bar{\omega}Q & 0 & 0 \\ P - j\bar{\omega}Q & -w_{\min}w_{\max}Q & 0 & \mathcal{C}_1 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ 0 & \mathcal{C}_1^T & 0 & -I \end{bmatrix}.$$

式(16)等价于

$$\Gamma J \Lambda + (\Gamma J \Lambda)^T + \Sigma < 0. \quad (19)$$

根据引理3, 不等式(19)成立, 当且仅当

$$\Gamma^\perp \Theta \Gamma^{\perp T} < 0, \Lambda^{\perp T} \Theta \Lambda^{\perp T} < 0. \quad (20)$$

根据不等式(20)和引理2, 闭环系统具有有限频率 H_∞ 特性得以证明. 约束条件的证明过程与文献[10]类似.

综上所述, 根据不等式(11)可以使得闭环系统(9)在 $w(t) = 0$ 时渐近稳定; 闭环系统(9)的有限频率 H_∞ 特性可以通过不等式(12)得到保证; 不等式(13)确保了汽车驾驶的安全性约束条件成立. 值得注意的是定理1中的不等式是非线性, 即不能够用 MATLAB 的 LMI 工具包解出动态输出反馈控制器(5). 为了解决这个问题, 本文进行了如下的变换:

把非奇异矩阵 S 和它的逆矩阵分别块分解为

$$S = \begin{bmatrix} X & Y \\ U & V \end{bmatrix}, S^{-1} = \begin{bmatrix} M & G \\ H & L \end{bmatrix},$$

且假定 U, H 为非奇异矩阵. 定义

$$\mathfrak{J}_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ U & 0 \end{bmatrix}, \mathfrak{J}_2 = \begin{bmatrix} I & M \\ 0 & H \end{bmatrix}.$$

通过以下3步可以解得动态输出反馈控制器参数 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 和 \bar{D} ,

步骤 1 给出正常数 $\delta + \Delta$ 和 $\sigma_i + \Delta_i$ ($i = 1, 2, \dots, 5$).

步骤 2 把 δ 和 σ_i ($i = 1, 2, \dots, 5$)代到不等式(11)中, 然后在不等式(11)两边分别左乘、右乘 $\mathfrak{X} = \text{diag}\{\mathfrak{J}_2^T, \mathfrak{J}_2^T, \mathfrak{J}_2^T, I, I, I, I, I\}$ 和它的转置. 进行线性变换后, 运用 MATLAB 的 LMI 工具包可以得到动态输出反馈控制器(5)以及矩阵 S 和 R_1 .

步骤 3 将解出的动态输出反馈控制器和矩阵 S, R_1 代入式(12)–(13), 若不等式(12)–(13)成立, 运用 MATLAB 优化工具得到最小的扰动抑制参数 γ . 若不等式(12)–(13)不成立, 返回第1步.

3 仿真结果(Simulation results)

为了验证所设计控制器的效果, 本节将对四分之一汽车主动悬架系统进行仿真实验. 仿真所用汽车悬架系统的参数如表1所示^[4]. 假设光滑的路面有一个独立的包块, 那么扰动输入可以描述为

$$z_r(t) = \begin{cases} \frac{A}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi V}{L}t\right)\right), & 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \\ 0, & \frac{L}{V} < t, \end{cases} \quad (21)$$

其中 A 和 L 分别表示包块的高度和宽度. 假设 $A = 50 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$ 以及汽车的行驶速度为 $V = 35 \text{ km/h}$.

表 1 汽车悬架系统参数

Table 1 Quarter-vehicle suspension parameters

M/kg	m/kg	$k_s/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$
320	40	18
$k_t/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	$c_s/(\text{kNs}\cdot\text{m}^{-1})$	$c_t/(\text{Ns}\cdot\text{m}^{-1})$
200	1	10

图2和图3分别给出了车身振动速度和加速度的响应曲线. 为了比较的方便, 被动悬架系统, 有限频域控制器作用下的汽车主动悬架系统和全频域控制器作用下的汽车主动悬架系统均在图中给出. 从图2–3中可以看出有限频率控制器在时域范围内的稳定时间和对扰动的抑制力与全频域控制器的作用相当, 但与被动悬架系统相比本文设计的汽车主动悬架系统的稳定时间和动态性能响应峰值都较小.

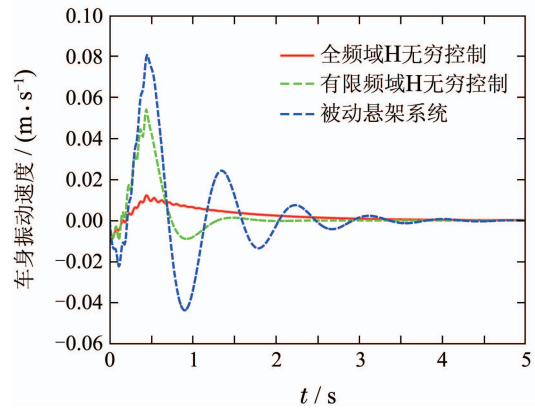


图 2 车身振动速度响应曲线

Fig. 2 Vibration velocity of vehicle body

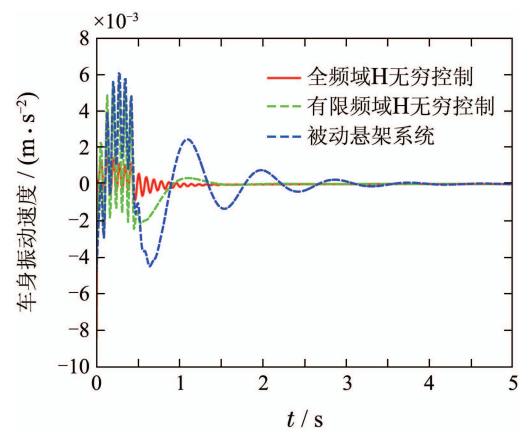


图 3 车身振动加速度响应曲线

Fig. 3 vibration acceleration of vehicle body

图4为扰动对车身振动速度的频率响应曲线. 从图4中可以清楚得到在 $4 \sim 8 \text{ Hz}$ 范围内有限频域控制器比全频域控制和被动悬架系统对扰动的抑制作用都

有很好的作用, 且有限频域控制器可以很好地抑制由于车身引起的频率峰值.

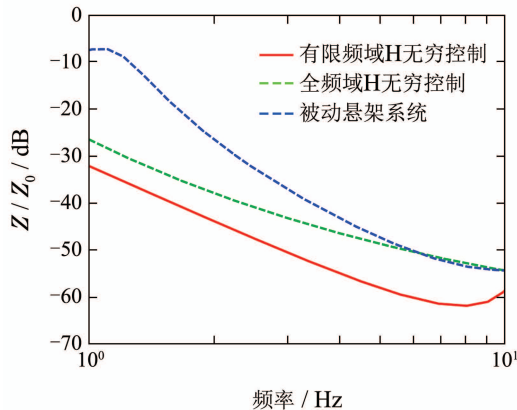


图4 车身振动加速度的频率响应

Fig. 4 Frequency response of sprung mass

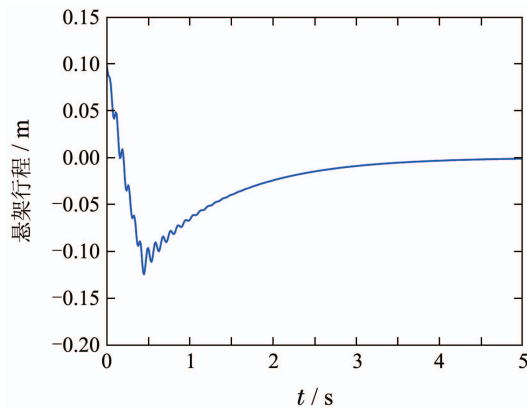


图5 悬架行程响应

Fig. 5 Suspension spaces of wheel

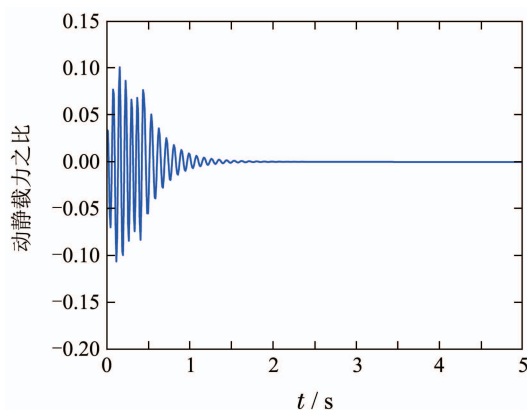


图6 轮胎动静载之比

Fig. 6 Relation dynamic tire load

在主动悬架系统控制器的设计过程中, 悬架行程、车轮动静载之比和控制力输出范围都应考虑在内. 从图5中可以看出, 主动悬架系统的悬架行程小于悬架行程要求的最大值 $\Delta y = 0.2$ m. 从图6中可以得到, 车轮的动载和静载之比小于1即车轮的动载小于静载. 图7描述了主动悬架系统控制器的输出曲线,

从中可以得到输出力也小于其允许的范围 $u_{\max} = 5000$ N. 因此主动悬架系统的安全约束以及控制力约束也能得到满足. 综上所述, 所设计的主动悬架系统不仅能够提高汽车驾驶的舒适性, 还能够保证汽车驾驶的安全性.

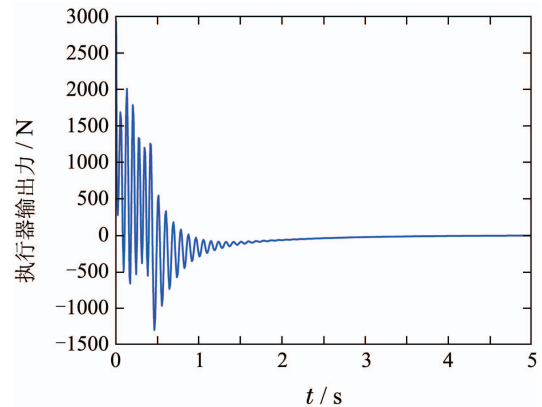


图7 执行器输出力

Fig. 7 Power of the actuator

4 结束语(Conclusions)

本文研究了一类参数不确定和传感器容错的主动悬架系统的控制问题. 通过采用广义的KYP引理所设计的控制器可以抑制路面扰动对乘客在4~8 Hz内的影响. 考虑到状态不能够完全可测的情况, 本文采用了一个动态输出反馈控制器来解决这个问题. 运用设计的控制器, 汽车驾驶安全性的时域限制条件也得到了保证. 仿真例子验证了设计控制器的有效性.

参考文献(References):

- [1] WALDRON K, ABDALLAH M. An optimal traction control scheme for offroad operation of robotic vehicle [J]. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 2007, 12(2): 126 – 133.
- [2] HROVAT D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications [J]. *Automatica*, 1997, 33(10): 1781 – 1817.
- [3] FANG Min, WANG Hongbo, CHEN Wuwei. Order-reduction of H infinity controller for the active suspension system of vehicle [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 543 – 550. (方敏, 汪洪波, 陈无畏. 汽主动悬架统 H_∞ 控器降阶 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 543 – 550.)
- [4] MORADI M, FEKIH A. A stability guaranteed robust fault tolerant control design for vehicle suspension systems subject to actuator actuator faults and disturbances [J]. *IEEE Transactions on control system technology*, 2015, 23(3): 1164 – 1171.
- [5] SUN W, GAO H, OKYAY K. Adaptive backstepping control for active suspension systems with hard constraints [J]. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 2013, 18(3): 1072 – 1079.
- [6] ZHANG Yuchun, WANG Liangxi, CONG Hua. Present situation and future challenges for automobile active suspension control [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(1): 139 – 144. (张玉春, 王良曦, 丛华. 汽车主动悬挂控制的研究现状和未来挑战 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(1): 139 – 144.)
- [7] CHOI H, AHNMYO C, LIM T, et al. Dynamic output-feedback H_∞ control for active half-vehicle suspension systems with time-varying

- input delay [J]. *International Journal of Control Automation and Aystems*, 2016, 14(1): 59 – 68.
- [8] LI H, JING X, LAM H, et al. Fuzzy sampled-data control for uncertain vehicle suspension systems [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(7): 1111 – 1126.
- [9] SUN W, GAO H, SHI P. Robust sampled-data H_∞ control for vehicle active suspension system [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(1): 238 – 245.
- [10] SUN W, GAO H, KAYNAY K. Finite frequency H_∞ control for vehicle suspension system [J]. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 2011, 19(2): 416 – 422.
- [11] WANG R, JING H, KARIMI H, et al. Robust fault-tolerant H_∞ control of active suspension systems with finite-frequency constraints [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2015 62(4702): 341 – 355.
- [12] SAKTHIVEL R, ARUNKUMAR A, MATHYALAGAN K. Robust reliable control for uncertain suspension system with input delay [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control Transactions of The ASME*, 2014, 43(7): 041013-1 – 041013-13.
- [13] CHEN J, ZHANG W, CAO Y. Robust reliable feedback controller design against actuator faults for linear parameter-varying systems in infinite-frequency domain [J]. *IET Control Theory & Application*, 2014, 9(10): 1595 – 1607.
- [14] APKARIAN P, TUAN H, BERNUSSOU H. Continuous-time analysis, eigenstructure assignment, and H_2 synthesis with enhanced linear matrix inequalities characteristics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 42(12): 1941 – 1946.
- [15] IWASAKI T, HARA S. Generalized KYP lemma: unified frequency domain inequalities with design application [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(1): 41 – 59.
- [16] ZHANG H, SHI Y, MEHR Y. Robust energy-to-peak filtering for networked systems with time-varying delays and randomly missing data [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(12): 2921 – 2936.

作者简介:

郑晓园 (1991–), 女, 博士研究生, 研究方向为网络控制系统和智能控制, E-mail: 1433216@tongji.edu.cn;

张皓 (1979–), 女, 教授, 研究方向为复杂网络、网络控制系统、多智能体系统、切换系统和智能控制, E-mail: zhang_hao@tongji.edu.cn;

王祝萍 (1973–), 女, 教授, 研究方向为机器人智能控制、无人驾驶决策与规划、先进控制理论及应用, E-mail: elewzp@tongji.edu.cn;

陈启军 (1966–), 男, 教授, 研究方向为机器人控制与智能控制, E-mail: qjchen@tongji.edu.cn.