第 36 卷第 6 期
2019 年 6 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 36 No. 6
Jun. 2019

模糊网络博弈的合作联盟优化对策研究

苗治平[1], 李 翠[2†], 史西兵[2]

(1. 西北工业大学 生命学院, 陕西 西安 710072; 2. 西安财经大学 信息学院, 陕西 西安 710100)

摘要: 模糊网络博弈主要关注如何将联盟收益分配给合作联盟的每个参与者, 其广义模糊博弈解同时引入参与度和调整系数, 不仅实现了参与者以部分资源参与合作联盟的愿望, 而且满足了保留部分收益值用于联盟再发展的需求. 本文作为模糊博弈模型的后续深入研究, 对模糊网络博弈的解进行拓展, 提出广义模糊核心解、广义模糊谈判集解的概念, 并证明当满足超可加性的前提下, 模糊网络博弈的广义模糊核心解与其广义模糊谈判集解具有等价关系, 并刻画了模糊网络博弈广义核心解的非空性, 算例分析结果表明合作联盟广义分配方案的存在性, 为合作联盟优化对策提供服务.

关键词: 模糊网络博弈; 合作联盟; 广义模糊解; 优化对策

引用格式: 苗治平, 李翠, 史西兵. 模糊网络博弈的合作联盟优化对策研究. 控制理论与应用, 2019, 36(6): 993 – 1001

DOI: 10.7641/CTA.2018.70296

Research on optimization strategy of cooperative alliance based on fuzzy network game

MIAO Zhi-ping[1], LI Cui[2†], SHI Xi-bing[2]

(1. School of Life Sciences, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;
2. School of Information, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an Shaanxi 710100, China)

Abstract: The fuzzy network cooperative game mainly studies how to distribute the cooperative coalition profit to each participant of the network coalition, the generalized fuzzy game theory with participation and adjustment coefficients is introduced, which not only achieves the desire of participants to participate in cooperative alliances with some resources, but also meets the needs of preserving part of the value of income for the redevelopment of alliances. Further study of this article as the fuzzy game model, the solutions of fuzzy network game are extended, the definition of generalized fuzzy imputation, generalized fuzzy core and generalized fuzzy bargaining set are proposed, and it is proved that the generalized fuzzy core of the fuzzy network cooperative game is equivalent to the generalized fuzzy bargaining set when the super additive is satisfied. The nonempty of the solution of generalized fuzzy core in network cooperative game is described. Example analysis results show the existence and rationality of the generalized distribution scheme, it provides service for cooperative alliance optimization strategy.

Key words: fuzzy network game; cooperative alliance; generalized fuzzy solution; optimization strategy

Citation: MIAO Zhiping, LI Cui, SHI Xibing. Research on optimization strategy of cooperative alliance based on fuzzy network game. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(6): 993 – 1001

1 引言

国内外许多学者对各类博弈模型及其解集进行了深入研究[1–4], 探索并提出了多种模糊博弈模型, 一类是联盟模糊而收益清晰的模糊合作博弈模型, 是由Aubin将经典联盟扩展为模糊联盟的基础上提出的[5]; 另一类是联盟清晰而收益模糊的模糊博弈模型, 是由Sakawa和Nishizaki考虑模糊信息和参与者偏好不明确等问题的基础上提出的[6]. 然后模糊Shapley值、模糊核心解、模糊稳定集、模糊Weber、集模糊谈判集等模糊解概念相继出现[7–9]. 博弈论在工程项目管理、建筑工程质量检查、经济管理, 乃至人民生活的方方面面均有广泛的应用[10–15].

收稿日期: 2017−05−05; 录用日期: 2018−09−07.
†通信作者. E-mail: bxdlicui@163.com; Tel.: +86 13096992918.
本文责任编委: 王龙.
全国经济管理院校工业技术学研究会项目(16GYJS016), 陕西省教育厅专项科研计划项目(2013JK1164, 16JK1286), 中国(西安)丝绸之路研究院科学研究项目(2016SDZ07, 2018SY04), 西安财经学院科研计划项目(14XCK06, 17FCJH01)资助.
Supported by the National Natural Institute of Industrial Technology Research (16GYJS016), the Special Scientific Research Project of Shaanxi Provincial Education Department (2013JK1164, 16JK1286), the Scientific Research Project of China (Xi'an) Silk Road Research Institute (2016SDZ 07, 2018SY04), the Research Project of Xi'an Institute of Finance and Economics (14XCK06, 17FCJH01).

针对现实中存在的合作者以不同参与度同时与多个联盟合作体现的不确定现象,可借助模糊博弈模型及其解概念中的隶属度加以刻画,然而在传统模糊解意义下,以往研究者大都是将联盟收益一次性全部分配完,可是实际情况下为了保证合作联盟的可持续发展,可考虑保留一部分收益值用于再发展,而不是将所有合作收益全部分配完,以弥补传统博弈解在合作联盟收益分配中的应用局限.本文将模糊网络博弈的模糊解进行拓展,将参与度引入到传统网络博弈中,提出了广义模糊解的概念,借助收益分配的调整系数满足保留部分博弈总值的需求,且证明了模糊网络博弈广义模糊核心解与广义模糊谈判集解的等价性质,是已有研究成果的后续和深入研究[16].并借助算例表明模糊网络博弈广义解是非空的,研究结果说明了合作联盟存在最优再分配方案,为合作联盟的可持续发展提供了一定的理论依据.

2 模糊网络博弈及其广义模糊解模型

针对传统网络博弈,最大联盟总被假设作为一个有效的联盟,如何合理分配其联盟收益一直为热点研究问题.模糊联盟博弈概念的提出,将模糊特性与合作博弈相结合,更加符合参与者可以一定参与度同时与多个联盟合作的实际背景.

合作联盟的模糊网络博弈格局其实质可视为相互谈判的过程,在此博弈格局下,各合作者经谈判行为达成一致意见进而组建合作联盟[17–20],现对文中所用关键符号加以说明,如表1所示.

关于合作者集合$N = 1, 2, \cdots, n$、清晰联盟、n维单位超立体空间F^N,以及模糊联盟、参与度的概念在前期研究中已有所阐述,此外,关于经典网络博弈与模糊网络博弈中清晰联盟与模糊联盟间的对应关系在前期研究中也进行了描述[16].本文模糊网络博弈中的最大模糊全联盟也记为$\boldsymbol{e}^N = 1, 1, \cdots, 1$,空模糊联盟也记为$e^{\phi} = 0, 0, \cdots, 0$,模糊网络博弈中所有非空模糊联盟的集合就记为$F_0^N = F^N \backslash e^{\phi}$.

已有研究成果给出了模糊合作博弈的定义及其主要思想,并对实现收益总值进行部分保留的调整系数r及c_i以及必要条件进行了定义,本文将进一步探索模糊网络博弈,并基于已有研究成果的调整系数提出广义模糊谈判集解,并继续使用已有研究成果中的模糊核心解分配,广义分配集解等概念[16].即,本文在文献[16]已有解的基础上,探索模糊网络博弈下广义模糊谈判集解与广义模糊核心解的等价性质.

模糊联盟集PF^N,以及模糊网络博弈中合作者集合N上的非空特定模糊联盟的集合PF_0^N,模糊网络博弈$v \in FG^N$的广义预分配集$I^*(v, r, c)$概念、广义分配集$I(v, r, c)$概念及模糊联盟s的载体$\mathrm{car}(s)$的概念参见文献[16].在此基础上,提出以下模糊网络博弈模型.

表 1 符号说明

Table 1 Symbol description

符号	含义
N	合作者的集合
s	模糊联盟
s_i	合作者i根据实际的运营情况所]确定的参与程度
e^{ϕ}	模糊网络博弈的空模糊联盟
F_0^N	所有非空模糊网络博弈的模糊联盟的集合
PF^N	关于合作者集合N上的特定模糊网络博弈模糊联盟的集合
F_0^N	合作者集合N上的非空特定模糊网络博弈中模糊联盟的集合
FG^N	模糊博弈特征函数集
r, c_i	广义分配的调整系数
$I^*(v, r, c)$	广义预分配集
$I(v, r, c)$	广义分配集
G_{F}^u	有向模糊网络
$\mathit{\Gamma}(G_{\mathrm{F}}^u)$	模糊网络博弈
$C(\mathit{\Gamma}(G_{\mathrm{F}}^u), r, c)$	模糊网络博弈的广义模糊核心解
$F = (V, E)$	简单无向网络
$(F; E; v)$	简单网络流博弈
$C[(F; E; v)]$	简单网络博弈的核心解
$e(s, x, c)$	模糊意义下合作联盟s关于x的广义超量
(y, s)	广义弱异议
(t, z)	广义强反异议
$MC_{\mathrm{F}}(v, c)$	模糊谈判集

定义 1 简单模糊网络博弈即为一个向量对

$$(\mathrm{e}^A; v), 记为\mathit{\Gamma}(\mathcal{G}^u) = (A; v), \tag{1}$$

其中: $\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^u = (V, A; u)$为模糊有向网络,结点的集合用$V$表示,$A$表示弧的集合:经过弧$a$以相应参与度$s_{\mathrm{a}}$从单位流中所获得的实际收益用$s_{\mathrm{a}} \cdot u_{\mathrm{a}}$进行描述,$a \in A$, $s \in \mathcal{F}^A$, $0 \leqslant s_{\mathrm{a}} \leqslant 1$:而$s'$和$t'$分别描述$G_{\mathrm{F}}^u$的单源点与汇点,$s', t' \in V$.

i) 对有向模糊网络G_{F}^u,若其中的每条弧都赋予一个单位的流容量,记为$f_j = 1$, $\forall \in A$,且模糊联盟的成员可以相应参与度不同程度地拥有所有弧,当$s_{\mathrm{a}} \cdot u_{\mathrm{a}}$为正时,代表相应的收益,否则,$s_{\mathrm{a}} \cdot u_{\mathrm{a}}$为负时代表流的成本,则模糊网络$G_{\mathrm{F}}^u$被称为简单的.

ii) $\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^u$的子网络,是由$\mathrm{car}(s)$中的弧所组成的,用$\mathcal{G}_{\mathrm{S}}^u$加以表示,$\mathrm{car}(s) \subseteq \mathrm{car}(\mathrm{e}^A)$, $s, \mathrm{e}^A \in \mathcal{F}^u$,关于$\mathrm{car}(\mathrm{e}^A)$的模糊合作博弈可由集函数$v$和向量$\mathrm{e}^A$来定义,关于简单模糊网络$\mathcal{F}^u$的博弈模型,记$\mathit{\Gamma}(\mathcal{F}^u) = (\mathrm{e}^A; v)$,代表简单模糊网络博弈.

模糊网络博弈模型的热点研究问题体现为: 如果联盟中所有成员以一定参与度拥有模糊网络$\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}$的每条弧, 那么如何分配经最优流所获得的收益.

在模糊网络博弈$\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}$中用$u-x$代替$u, \forall x \in \mathbb{R}^{A}$ 得到的模糊网络也是简单的, 则针对模糊网络博弈$\Gamma(G_{\mathrm{F}}^{u})=(\mathrm{e}^{A}; v)$ 而言, 关于广义模糊核心解$C(\Gamma(G_{\mathrm{F}}^{u}), r, c)$中的广义分配向量$x$以下命题是成立的.

命题 1　有向模糊网络G_{F}^{u}中的任一最优流用f表示, 令$x \in \mathbb{R}_{+}^{A}$满足等式 $\sum\limits_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} x_{j}=r \cdot v(\mathrm{e}^{A})$, $0<r \leqslant 1$, 那么, $x \in C(\Gamma(\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}), r, c)$ 当且仅当 f 在 $\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u-x}$ 中是最优的, 且其最优值等于零.

证　可先变换目标函数f, 关于新目标函数的值为

$$
\begin{aligned}
f(u-x)= & \sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} f_{j} \cdot(u_{j}-x_{j}) \cdot x_{j}= \\
& \sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} f_{j} \cdot u_{j}-\sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} f_{j} \cdot x_{j}= \\
& r \cdot v(\mathrm{e}^{A})-\sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} x_{j} .
\end{aligned}
$$

假设$x \in C(\Gamma(\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}), r, c)$, 则由条件$x_{j} \geqslant 0$, $f_{j}=1$, 得

$$
\sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} f_{j} \cdot x_{j}=\sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} x_{j}=r \cdot v(\mathrm{e}^{A}) .
$$

如果关于模糊网络$\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u-x}$的流$f$值为零, 则$f$在这个网络中为最优的当且仅当每一个模糊联盟$s$, $s \in \mathcal{F}^{A}$, 满足

$$
\sum_{j \in \operatorname{car}(\mathrm{e}^{A})} s_{j} \cdot(u_{j}-x_{j}) \leqslant 0,
$$

即

$$
\begin{aligned}
& \sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot x_{j} \geqslant \sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot u_{j} \geqslant \\
& \max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s),\ \forall\, s \in \mathcal{F}^{A} .
\end{aligned}
$$

因为f对于G_{F}^{u-x}来说是最优的, $f_{j}=1$, 有

$$
\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} f_{j} \cdot s_{j} \cdot u_{j}=\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot u_{j} \geqslant \max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s) .
$$

通过命题, 得最后一个条件当且仅当 $x \in C(\Gamma(\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}), r, c)$时是满足的.　　证毕.

针对简单网络博弈$\Gamma(\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u-x})$, 其特征函数为$v^{*}$, 则有如下引理.

引理 1　令简单模糊网络博弈$\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u-x}$是$\mathcal{G}_{\mathrm{F}}^{u}$中用$u-x$代替 u 而得到的, 对 $x \in \mathbb{R}^{A}$, $\forall t \leqslant \mathrm{e}^{A}$, $t \in F^{A}$, 则有

$$
\max_{s \leqslant t}\{\max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s)-\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot x_{j}\}=v^{*}(t) . \tag{2}
$$

证　现假定式(2)的左边是成立的, 令$s=r$, 便可假设$\operatorname{car}(r)$中所有弧为r所形成子图的最优流都有单位流, 因为$x \geqslant 0$, 且每条弧都有单位容量, 所以

$$
\begin{aligned}
& \max_{s \leqslant t}\{\max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s)-\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot x_{j}\}= \\
& \max_{j \in \operatorname{car}(r)} c_{j} \cdot v(r)-\sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot x_{j}= \\
& \sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot u_{j}-\sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot x_{j}= \\
& \sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot(u_{j}-x_{j}) \leqslant v^{*}(t) .
\end{aligned}
$$

另一侧不等式的证明中, 令f为$G_{\mathrm{F}}^{(u-x)}$中的最优流, 令r为拥有f单位流的弧所组成的模糊联盟, 则有

$$
\begin{aligned}
v^{*}(t)= & \sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot u_{j}-\sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot x_{j} \leqslant \\
& \max_{j \in \operatorname{car}(r)} c_{j} \cdot v(r)-\sum_{j \in \operatorname{car}(r)} r_{j} \cdot x_{j} \leqslant \\
& \max_{s \leqslant t}\{\max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s)-\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot x_{j}\},
\end{aligned}
$$

因此,

$$
\max_{s \leqslant t}\{\max_{j \in \operatorname{car}(s)} c_{j} \cdot v(s)-\sum_{j \in \operatorname{car}(s)} s_{j} \cdot x_{j}\}=v^{*}(t) .
$$

证毕.

3　模糊网络博弈广义模糊核心解结构刻画

现分析单源点无向网络中由最大流问题引起的网络合作博弈, 此无向网络记为$F=(V, E)$, 其中: V为节点集, E为边的集合, 每一条边的容量记为单位1, 这样的网络F成为简单无向网络. 令$s, t \in V$, 分别为网络F的源点和汇点, 假设E中的每一条边被不同的合作者所拥有, 且从源点s到汇点t的每个单位流对应单位收益, 研究模糊网络博弈的解结构, 其目标就是检验并分析从F中最大流所生成的博弈总收益的不同分配方案.

针对$S \subseteq E$, 令F_{S}为F中由S中的边所生成的子网络, 令$v(S)$为F_{S}中从s到t的最大流, 用$(F; E; v)$表示由F中最大流问题所生成的合作博弈, 称为简单网络流博弈.

如果V中的顶点最多被访问一次, 则$F=(V, E)$中的路径称为简单路径, 令$\Omega=\{S: S \subseteq E$且$F_{\mathrm{S}}$中隐含的网络为源点$s$与汇点$t$间不相交路径中简单边的集合$\}$. 针对每一个简单路径$q$, 令$V(q)$和$E(q)$分别表示$q$中的顶点集和边集. 对$i, j \in V(q)$, 令$V(q; j, i)=V(q; i, j)=V(q)$(边集也类似, $E(q; j, i)=E(q; i, j)=E(q)$)为$q$中$i$和$j$之间所有顶点(边)组成的子集, 如果$Q$为$F$中$s$与$t$之间的路径集, 令$V(Q) \equiv U\{V(q): q \in Q\}$和$E(Q) \equiv U\{E(q): q \in Q\}$.

假定简单无向网络$F=(V, E)$中从s到t的最大流等于k, 则借助最大流问题的约束矩阵的幺模性及所有容量为整数, 每一个基本最优流的解为一个非负整

数向量, 而且因为F中所有边的容量为1, 每一个最优流的解对应一个s与t间k条互不相交边的简单路径的集合, 它提供了从s到t的最大流量. 令P表示这样一个集合, 与P相关联的最大流解为向量$y=(y(e))$, $e\in E$, 使得

$$\begin{cases}y(e)=1,\ \text{如果边}e\text{是}P\text{中的某路径},\\ y(e)=0,\ \text{否则}.\end{cases}$$

可把F中s和t之间的简单路径p称为$s-t$路径, 且把P称作对应F中最大流解的互不相交的$s-t$路径的边集.

定理 1 令$F=(V,E)$为简单无向网络, $c(F;E;v)$为对应的简单网络流博弈. 令$P=\{p^1,\cdots,p^k\}$为任意对应于F中最大流解的不相交$s-t$路径的边集($v(E)=k$), 则x包含在简单网络博弈的核心解中, $x\in C[(F;E;v)]$, 当且仅当x满足以下声明:

i) $x(E)=k, x(e)\geqslant 0,\ \forall\, e\in E$.

ii) $x(E(p^j))=1,\ j=1,\cdots,k$.

iii) 对每一对$i_1\in V(p^{j_1})$和$i_2\in V(p^{j_2})$, 对某些$j_1,j_2\in\{1,\cdots,k\}$且有可能$j_1=j_2$, 对i_1和i_2之间仅使用$E\setminus E(P)$中的边, 存在一个简单路径, 也可能长度为0 (如果$i_1=i_2\in V(p^{j_1})\cap V(p^{j_2}),\forall j_1\neq j_2$), $x(E(p^{j_1};s,i_1))=x(E(p^{j_2};s,i_2))$.

证 令$x\in C[(F;E;v)]$. 显然, $x(E)=v(E)=k$, $x(e)\geqslant 0,\forall e\in E$. 而且, 因$P=\{p^1,\cdots,p^k\}$为$F$中不相交$s-t$路径边的最大集合, $x(E(p^j))=1,\forall j=1,\cdots,k$. 这意味着对每一个$x\in C[(F;E;v)]$, $x(Q)=0$, $\forall Q\subseteq E\setminus E(P)$. 现反证法假设, 在$F'=(V,E\setminus E(P))$中节点$i_1\in V(p^{j_1})$及节点$i_2\in V(p^{j_2})$, $j_1,j_2\in\{1,\cdots,k\}$(可能$j_1=j_2$)间存在一个简单路径$\tilde p$(可能长度为0), 使得

$$\alpha=x(E(p^{j_1};s,i_1))<x(E(p^{j_2};s,i_2))=\beta.$$

观察到$x(E(\tilde p))=0$, 且子图

$$(V(p^{j_1};s,i_1)\cup V(\tilde p)\cup V(p^{j_2})\setminus V(p^{j_2};s,i_2),\\ E(p^{j_1};s,i_1)\cup E(\tilde p)\cup E(p^{j_2})\setminus E(p^{j_2};s,i_2))$$

为F中s与t之间的简单路径, 记$\bar p$, 然而,

$$x(E(\bar p))=\\ x(E(p^{j_1};s,i_1))+x(E(\bar p))+\\ x(E(p^{j_2}))-x(E(p^{j_2};s,i_2))=\\ \alpha+0+1-\beta<1.$$

这与事实$x\in C[(F;E;v)]$相矛盾.

现假设x满足i)–iii), 将进一步证明$x\in C[(F;E;v)]$. 首先因$x(E(P))=k=x(E)$, $x(e)=0$, $\forall e\notin E(P)$. 此外, 它足以表明$x(S)\geqslant v(S)$, $S\in\Omega$, 因对每一个$S\notin\Omega$, 使得$v(S)>0$, 存在$S'\in\Omega$, $S'\subset S$, $v(S')=v(S)$. 因此, 令$S\in\Omega$为F中l条边不相交$s-t$路径的集合, $\tilde p^1,\cdots,\tilde p^l$. 本文将要表明对任意的$j\in\{1,\cdots,l\}$, $x(E(\tilde p^j))\geqslant 1$. 不失一般性, 令$j=1$, 必须有$E(\tilde p^1)\cap E(P)\neq\varnothing$, 否则$x(E)\geqslant k+1$. 令$r^1,\cdots,r^m$为相交于$E(P)$的子路径$\tilde p^1$, 使得对每一个$i\in\{1,\cdots,m\}$, $E(r^i)$为一个生成简单子路径$\tilde p^1$的边集, $E(r^i)\cap E(r^j)=\varnothing,\forall i\neq j$, 且

$$E(\tilde p^1)\cap(E(P)\setminus\cup\{E(r^i):i=1,\cdots,m\})=\varnothing.$$

m可能严格大于k, 在这种情况下$\tilde p^1$与P中的某些简单路径不只一次相交, 令s_i, t_i为子路径r^i的端点, 使得t_i成为$\tilde p^1$中s_i与s_{i+1}之间的一条路径, $i=1,\cdots,m-1$, 而且, 令Q_i为$\tilde p^1$上t_i和s_{i+1}之间的边的集合, 且令$E(r^i)\subset E(p^{j_i})$, $\forall j_i\in\{1,\cdots,k\}$且$i=1,\cdots,m$. 由于$x(e)=0,\forall e\notin E(P)$, $x(E(\tilde p^1;s,s_1))=0$. 因此, 由 ii) 可知$x(E(\tilde p^1;s,s_1))=x(E(p^{j_1};s,s_1))=0$, 且因$t_1$可能在$s$和$s_1$之间的路径$p^{j_1}$上, $x(E(\tilde p^1;s,t_1))\geqslant x(E(p^{j_1};s,t_1))$. 此外, 由iii)得

$$x(E(p^{j_1};s,t_1))=x(E(p^{j_2};s,s_2)),$$

因此,

$$x(E(\tilde p^1;s,s_2))\geqslant x(E(p^{j_2};s,s_2))$$

且$x(E(\tilde p^1;s,t_2))\geqslant x(E(p^{j_2};s,t_2))$, 一般地, 由iii)有

$$x(E(p^{j_i};s,s_i))=x(E(p^{j_i+1};s,s(i+1))),\\ i=1,\cdots,m-1,$$

可用来表明

$$x(E(\tilde p^1;s,t_m))\geqslant x(E(p^{j_m};s,t_m)),$$

因此,

$$x(E(\tilde p^1))=\\ x(E(\tilde p^1;s,t_m))+x(E(\tilde p^1))-x(E(\tilde p^1;s,t_m))\geqslant\\ x(E(p^{j_m};s,t_m))+x(E(\tilde p^1))-x(E(\tilde p^1;s,t_m))=\\ x(E(p^{j_m};s,t_m))+x(E(\tilde p^1;t_m,t)).$$

现在, $x(E(\tilde p^1;t_m,t))\cap E(P)=\varnothing$, 这意味着由i)和ii)得$x(E(\tilde p^1;t_m,t))=0$. 令$P'=P\cup\{\bar p^{j_m}\}\setminus\{p^{j_m}\}$, 其中$\bar p^{j_m}$是$t_m$和$t$之间子路径$p^{j_m}$替换$t_m$和$t$之间子路径$\tilde p^1$且由$p^{j_m}$导出的. 显然, P'也为F中对应于最大流的不相交$s-t$路径的边集, 由此对于每一个$Q\subseteq E\setminus E(P')$, 对于所有的满足i)–iii)的$x$而言, $x(Q)=0$, 因此, 对每一个这样的x有$x(E(p^{j_m};t_m,t))=0$, 使得

$$x(E(\tilde p^1))\geqslant x(E(p^{j_m};s,t_m))=\\ x(E(p^{j_m};s,t_m))+x(E(p^{j_m};t_m,t))=1.$$

综上所述, 定理1证明完毕.

如图1所示为简单网络生成的简单网络博弈.

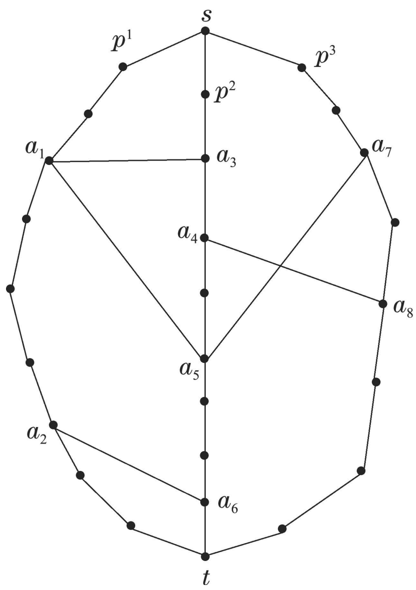

图 1 简单网络博弈示例

Fig. 1 Simple network game

在图1中, 最大流为3, $P=\{p^1,p^2,p^3\}$, $F^*=(V^*,E^*)$是由$E\setminus E(P)$生成的F的子图, 它有两个连通分量, T_1和T_2, 其节点集分别为$V_1=\{a_1,a_3,a_5,a_7\}$, $V_2=\{a_2,a_4,a_6,a_8\}$. a_4在a_3到a_5之间的路径p^2的子路径上. 因此, T_1和T_2可以相交, 由定理1及$C[(F;E;v)]$中向量的非负性, 图中博弈核心解$C[(F;E;v)]$描述为

$$\begin{aligned}&x(E(p^1))=x(E(p^2))=x(E(p^3))=1,\\&x(E(p^1;s,a_1))=\\&x(E(p^2,s,a_3))=x(E(p^3;s,a_7))=\alpha,\\&x(E(p^1;a_1,a_2))=0,\\&x(E(p^2;a_3,a_6))=0,\\&x(E(p^3;a_7,a_8))=0,\ 0\leqslant\alpha\leqslant 1.\end{aligned}$$

当然如果用其他更少参数的方法来描述$C[(F;E;v)]$也是可能的, 因为一般情况下, 不难看出, 对任何两个节点, $i_1,i_2\in V(P)$, 使得

$$\begin{aligned}&i_1\in V(p^1),\ i_2\in V(p^2),\ p^{j_1},p^{j_2}\in P,\\&x(E(p^1;s,i_1))=x(E(p^2;s,i_2)),\\&\forall\, x\in C[(F;E;v)],\end{aligned}$$

当且仅当i_1和i_2之间存在一条简单路径, 其中包括在任何核心解分配中获得零收益的边(即, 在F的最大流解中至少有一个零流量). 所以, 如果可以描述$E(P)$中的这些边在任何核心解分配中获得零收益, 即可用更少的参数来描述$C[(F;E;v)]$.

在实际应用中, 合作者–合作联盟组成的二分网络是比较复杂且规模庞大的, 复杂网络理论中提供了很多用来衡量类似网络拓扑结构及其节点拓扑位置的指标与方法. 本文在已有成果的基础上, 今后研究将无向网络推广到有向网络中, 并进一步探索合作者–联盟二分网络的拓扑结构, 及其之间存在的关系, 为合作联盟优化提供对策.

4 优化对策及其方案存在性证明

定义 2 令x为某合作联盟s的收益分配向量, 那么s针对x在模糊意义下的广义超量描述为

$$e(s,x,c)=\max_{j\in\mathrm{car}(s)}c_j\cdot v(s)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}s_j\cdot x_j,\ \forall\, s\leqslant e^N.\tag{3}$$

令$t\leqslant e^N$为最大广义超量的最大合作联盟, 则满足

$$\begin{aligned}&e(t,x,c)=\\&\max_{j\in\mathrm{car}(t)}c_j\cdot v(t)-\sum_{j\in\mathrm{car}(t)}t_j\cdot x_j\geqslant\\&\max_{j\in\mathrm{car}(s)}c_j\cdot v(s)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}s_j\cdot x_j=\\&e(s,x,c),\ \forall\, s\leqslant e^N,\end{aligned}\tag{4a}$$

$$e(t,x,c)>e(s,x,c),\ \forall\ t<s.\tag{4b}$$

令x是模糊网络博弈v的一个广义收益分配向量, 也称广义收益分配方案, 针对此收益分配向量, 现有合作者k和合作者l也许针对此分配向量有异议, 也就是说, k也许怀疑自己得到的收益比l少, 于是k找到模糊合作联盟s, 满足$s\in F^N$, $s_k>0$, $s_l=0$, 且针对联盟s中各成员的广义分配向量y而言, 其分量为$\mathrm{car}(s)$中的成员, 使得

$$s_i\cdot y_i\geqslant s_i\cdot x_i,\ \forall\ i\in\mathrm{car}(s),\tag{5a}$$

$$\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}s_i\cdot y_i=\max_{j\in\mathrm{car}(s)}c_j\cdot v(s),\tag{5b}$$

其中在式(5a)中至少存在一个$s_i\cdot y_i>s_i\cdot x_i$成立, 也就是说, 至少存在一个严格大于不等式, 那么, 就可用二元偶(y,s)来描述合作伙伴k针对l关于x的广义弱异议.

当然, 合作伙伴l针对k关于弱异议(y,s), 也许会采取相应的抵制措施, 例如, l可以寻找一个模糊合作联盟z, 其中联盟z中不包含合作伙伴k, 并带来广义收益分配向量t, $t\in F^N$, $t_k>0$, $t_l=0$, 且各合作者在联盟z中的广义分配t的分量为$\mathrm{car}(t)$中的成员, 使得

$$t_i\cdot z_i\geqslant t_i\cdot x_i,\ \forall i\in\mathrm{car}(t)\setminus\mathrm{car}(s),\tag{6a}$$

$$t_i\cdot(z_i-x_i)\geqslant t_i\cdot(y_i-x_i),\ \forall i\in\mathrm{car}(t)\cap\mathrm{car}(s),\tag{6b}$$

$$\sum_{j\in\mathrm{car}(t)}t_i\cdot z_i=\max_{j\in\mathrm{car}(t)}c_j\cdot v(t).\tag{6c}$$

显然, 各合作成员在联盟z中所获得的收益不低于他们在联盟s中所获得的收益, 且针对那些既参与合作联盟s又参与合作联盟t的成员, 其所获收益大于等于参与合作联盟s所获收益, 则二元偶(t,z)即可描述为为合作者l针对k的弱异议(y,s)的广义强反异议.

由上所述, 对广义Mas–Colell模糊谈判集$MC_{\mathrm{F}}(v,c)$的概念描述如下.

以模糊网络博弈v的一广义收益分配向量x为谈判点, 就合作者k针对l关于收益分配向量x的任何弱异议(y,s), 均会得到合作者l针对k的强反异议(t,z), 则, v的广义Mas–Colell模糊谈判集即为谈判点的集合, 描述为

$$MC_{\mathrm{F}}(v,c)=\{x\in I^*(v,r,c)|x\text{的每个弱异议都存在强反异议}\}. \tag{7}$$

模糊谈判集概念描述了, 在常规模糊网络博弈中, 即使不存在核心解, 则在广义模糊谈判集中也能找到核心解之外的广义收益分配向量$x(v)$, 也就是说, 谈判集非空的特性说明了合作联盟收益分配方案的存在性[21–26]. 基于简单模糊网络博弈的合作联盟利益分配方案及其存在性, 可通过以下定理加以论证.

定理 2 令$\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}})$为任意的简单模糊网络博弈, 则博弈的广义模糊谈判集解$MC_{\mathrm{F}}(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),c)$与广义模糊核心解$C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),r,c)$相等.

证 因为$C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),r,c)\subseteq MC_{\mathrm{F}}(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),c)$, 只需证明$MC_{\mathrm{F}}(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),c)\subseteq C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),r,c)$.

现用反证法, 假设存在$x\in M^r(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),c)$满足$x\notin C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),r,c)$. 则从命题1可知, $v^*(\mathrm{e}^A)>0$, 从引理1又知

$$v^*(\mathrm{e}^A)=\max_{s\leqslant \mathrm{car}(\mathrm{e}^A)}\{\max_{j\in\mathrm{car}(s)}c_j\cdot v(s)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}s_j\cdot x_j\}>0.$$

令$w\in C(\Gamma(\mathcal{G}^{u-x}_{\mathrm{F}}),r,c)$, 因为$v^*(\mathrm{e}^A)>0$, 存在弧$i\in\mathrm{car}(\mathrm{e}^A)$满足$w_i>0$, 结合$w\in C(\Gamma(\mathcal{G}^{u-x}_{\mathrm{F}},r,c)$及$0\leqslant r\leqslant 1$, 有

$$\begin{aligned}&r\cdot v^*(\mathrm{e}^A)=w(\mathrm{e}^A)=\\&\sum_{i\in\mathrm{car}(\mathrm{e}^A)}w_i=\sum_{j\in A\backslash\{i\}}w_j+w_i\geqslant\\&\sum_{j\in\mathrm{car}(s),\ s\leqslant e^{A\backslash\{i\}}}w_j+w_i=\\&r\cdot v^*(e^{A\backslash\{i\}})+w_i(\text{因为}w\in C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}})))>\\&r\cdot v^*(e^{A\backslash\{i\}})(\text{因为}0\leqslant s_j\leqslant 1),\end{aligned} \tag{8}$$

即$v^*(\mathrm{e}^A)>v^*(e^{A\backslash\{i\}})$.

在模糊网络博弈$\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}},r,c)$中, i被包含在每一个$\mathrm{car}(s)$中, 有

$$e(s,x,c)=\max_{j\in\mathrm{car}(s)}c_j\cdot v(s)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}s_j\cdot x_j=v^*(\mathrm{e}^A).$$

实际上, 如果$i\notin\mathrm{car}(s)$, 则由引理1和式(8)可知

$$\begin{aligned}&e(s,x,c)\leqslant\\&\max_{s\leqslant e^{A\backslash\{i\}}}e(r,x,c)=\\&\max_{s\leqslant e^{A\backslash\{i\}}}\{\max_{j\in\mathrm{car}(r)}c_j\cdot v(r)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s)}r_j\cdot x_j\}=\\&v^*(\mathrm{e}^{A\backslash\{i\}})<v^*(\mathrm{e}^A).\end{aligned}$$

现令s^*为最大模糊合作联盟,

$$\begin{aligned}e(s^*,x,c)=&\max_{j\in\mathrm{car}(s^*)}c_j\cdot v(s^*)-\\&\sum_{i\in\mathrm{car}(s^*)}{s^*}_i\cdot x_i=v^*(\mathrm{e}^A).\end{aligned}$$

显然, $i\in\mathrm{car}(s^*)$, 同时由于$r\cdot v(\mathrm{e}^A)-\sum\limits_{i\in A}x_i=0$, $s^*\neq\mathrm{e}^A$, 令$j\in\mathrm{car}(\mathrm{e}^A\backslash s^*)$, 则在博弈$\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}})$中, 通过模糊联盟$s^*$, 合作者$i$针对$x\in MC_{\mathrm{F}}(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),c)$反对$j$而提出一个异议, 合作伙伴$j$应有一个模糊合作联盟$q$, 使得$j\in\mathrm{car}(q)$, $i\notin\mathrm{car}(q)$, 这样对任一参与者i反对j的广义异议(y,s), 在q上都存在一广义分配向量z, 满足式(6).

现声明$\mathrm{car}(s^*)\cap\mathrm{car}(q)\neq\varnothing$, 实际上, 如果$\mathrm{car}(s^*)\cap\mathrm{car}(q)=\varnothing$, 则

$$\begin{aligned}&e(s^*\vee q,x,c)=\\&\max_{j\in\mathrm{car}(s^*\vee q)}c_j\cdot v(s^*\vee q)-\\&\sum_{j\in\mathrm{car}(s^*)\cup\mathrm{car}(q)}(s^*\vee q)_j\cdot x_j\geqslant\\&\max_{j\in\mathrm{car}(s^*\vee q)}c_j\cdot(v(s^*)+v(q))-\\&\sum_{j\in\mathrm{car}(s^*)}s^*_j\cdot x_j-\sum_{j\in\mathrm{car}(q)}q_j\cdot x_j\geqslant\\&\max_{j\in\mathrm{car}(s^*)}c_j\cdot v(s^*)-\sum_{j\in\mathrm{car}(s^*)}s^*_j\cdot x_j+\\&\max_{j\in\mathrm{car}(q)}c_j\cdot v(q)-\sum_{j\in\mathrm{car}(q)}q_j\cdot x_j=\\&e(s^*,x,c)+e(q,x,c)\geqslant e(s^*,x,c),\end{aligned}$$

因为$x\notin C(\Gamma(\mathcal{G}^u_{\mathrm{F}}),r,c)$,

$$e(q,x,c)=\max_{j\in\mathrm{car}(q)}c_j\cdot v(q)-\sum_{j\in\mathrm{car}(q)}q_j\cdot x_j\geqslant 0.$$

这和s^*为最大模糊联盟矛盾, 因此

$$\mathrm{car}(s^*)\cap\mathrm{car}(q)\neq\varnothing\text{及}e(s^*,x,c)>e(q,x,c)\geqslant 0, \tag{9}$$

其中严格大于不等式可从$i\notin\mathrm{car}(q)$中得出.

令$m^1=|\mathrm{car}(s^*)\cap\mathrm{car}(q)|$, 现构造广义分配向量$y$, 其中

$$s^*_k\cdot y_k=$$

$$\begin{cases} s_k^* \cdot x_k + \dfrac{1}{m^1} \cdot e(s^*, x, c), & k \in \mathrm{car}(s^*) \cap \mathrm{car}(q), \\ s_k^* \cdot x_k, & k \in \mathrm{car}(s^*) \backslash \mathrm{car}(q). \end{cases}$$

注意

$$\begin{aligned}
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)} s_j^* \cdot y_j = \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\cap \mathrm{car}(q)} s_j^* \cdot x_j + \\
&\frac{|\mathrm{car}(s^*)\cap \mathrm{car}(q)|}{m^1} \cdot e(s^*, x, c) + \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\backslash \mathrm{car}(q)} s_j^* \cdot x_j = \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)} s_j^* \cdot x_j + e(s^*, x, c) = \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)} s_j^* \cdot x_j + \max_{j\in \mathrm{car}(s^*)} c_j \cdot v(s^*) - \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)} s_j^* \cdot x_j = \\
&\max_{j\in \mathrm{car}(s^*)} c_j \cdot v(s^*).
\end{aligned}$$

显然, (y, s^*)为合作伙伴i反对合作伙伴j而提出的广义异议, 由于q为合作伙伴j反对合作伙伴i而组建的模糊联盟, 则在模糊联盟q上有一广义分配向量z, 即式(6)成立, 所以

$$\begin{aligned}
&\sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot z_j = \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\cup \mathrm{car}(q)} q_j \cdot z_j + \sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\backslash \mathrm{car}(q)} q_j \cdot z_j \geqslant \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\cup \mathrm{car}(q)} q_j \cdot z_j + \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\backslash \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j (\text{根据式(5)}) = \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\cup \mathrm{car}(q)} q_j \cdot (z_j - x_j) + \sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j \geqslant \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(s^*)\cup \mathrm{car}(q)} s_j^* \cdot (y_j - x_j) + \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j (\text{根据式(6)}) = \\
&e(s^*, x, c) + \sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j (\text{根据分配向量}y) > \\
&e(q, x, c) + \sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j (\text{根据式(9)}) = \\
&\max_{j\in \mathrm{car}(q)} c_j \cdot v(q) - \sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j + \\
&\sum_{j\in \mathrm{car}(q)} q_j \cdot x_j (\text{根据}e(q, x, c)\text{的定义}) = \\
&\max_{j\in \mathrm{car}(q)} c_j \cdot v(q).
\end{aligned}$$

因此, 推导结果与分配向量z作为模糊联盟q可行的广义分配方案这一必要条件相矛盾, 也就是说, 与式(6c)相矛盾, 也就是说, 反证法证明成立.　　证毕.

综上所述, 以上定理描述了模糊网络博弈中广义Aubin核心解分配与广义Mas–Colell模糊谈判集解分配具有等价性质, 即, 针对合作联盟利益分配的模糊网络博弈, 一定存在广义分配方案, 为实现优化对策而提供可能.

5　算例分析

现用1, 2, 3表示考虑合作的3个参与者, 各合作伙伴利用自身资源组建联盟进行优化整合的过程,即为模糊网络合作博弈$\Gamma(G_{\mathrm{F}}^{\mathrm{u}})$的形成过程, 各合作者及联盟利益分配问题即为其博弈模型求解过程.

博弈的参与者集合表示为1, 2, 3, 每个参与者单独行动时获得收益的特征函数值(单位: 百万元)分别为$v(e^{\{1\}}) = 48$, $v(e^{\{2\}}) = 82$, $v(e^{\{3\}}) = 64$. 参与者1, 2, 3两两合作时可获得收益的特征函数值分别为$v(e^{\{1,2\}}) = 131$, $v(e^{\{1,3\}}) = 113$, $v(e^{\{2,3\}}) = 147$. 参与者1, 2, 3共同合作时可获得收益的特征函数值为$v(e^{\{1,2,3\}}) = 195.4$. 其模糊网络合作格局如图2所示.

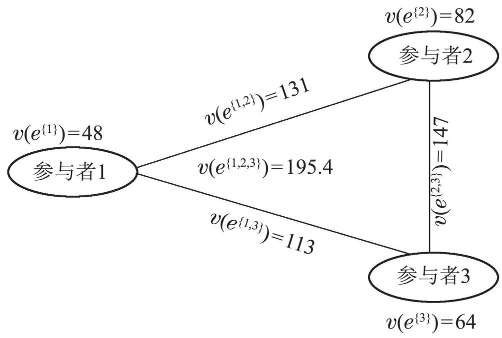

图 2　模糊网络合作格局

Fig. 2　Fuzzy network cooperative pattern

可以验证该网络合作博弈满足非负超可加性质, 即, 参与者1, 2, 3组成任意联盟获得的收益不少于其单独行动时获得的收益, 具体过程如下:

1) 针对参与者1,

$$\begin{aligned}
&v(e^{\{1\}}) + v(e^{\{2\}}) = \\
&48 + 82 = 130 < v(e^{\{1,2\}}) = 131; \\
&v(e^{\{1\}}) + v(e^{\{3\}}) = \\
&48 + 64 = 112 < v(e^{\{1,3\}}) = 113; \\
&v(e^{\{1\}}) + v(e^{\{2,3\}}) = \\
&48 + 147 = 195 < v(e^{\{1,2,3\}}) = 195.4.
\end{aligned}$$

2) 针对参与者2,

$$\begin{aligned}
&v(e^{\{2\}}) + v(e^{\{1\}}) = \\
&82 + 48 = 130 < v(e^{\{2,1\}}) = 131; \\
&v(e^{\{2\}}) + v(e^{\{3\}}) = \\
&82 + 64 = 146 < v(e^{\{2,3\}}) = 147; \\
&v(e^{\{2\}}) + v(e^{\{1,3\}}) =
\end{aligned}$$

$82 + 113 = 195 < v(e^{\{2,1,3\}}) = 195.4.$

3) 针对参与者3,

$v(e^{\{3\}}) + v(e^{\{1\}}) =$

$64 + 48 = 112 < v(e^{\{3,1\}}) = 113;$

$v(e^{\{3\}}) + v(e^{\{2\}}) = 64 + 82 =$

$146 < v(e^{\{3,2\}}) = 147;$

$v(e^{\{3\}}) + v(e^{\{1,2\}}) =$

$64 + 131 = 195 < v(e^{\{2,1,3\}}) = 195.4.$

令参与者i的收益分配为$x_i, i \in \{1, 2, 3\}$, 将所得的收益全部分配给参与者时, 其核心解时空集, 即, 找不到最优分配方案. 因为核心解中的分配(x_1, x_2, x_3)必须满足: 1) $\sum\limits_{i\in\mathbb{N}} x_i = v(e^N)$; 2) $\sum\limits_{i\in\mathrm{car}(s)} s_i \cdot x_i \geqslant v(s)$, 即$x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \geqslant 0$, 且$x_1 + x_2 + x_3 = 195.4$, 同时

$$x_1 + x_2 \geqslant v(e^{\{1,2\}}) = 131,$$

$$x_1 + x_3 \geqslant v(e^{\{1,3\}}) = 113,$$

$$x_2 + x_3 \geqslant v(e^{\{2,3\}}) = 147.$$

由此可得

$$x_1 + x_2 + x_3 \geqslant 195.5 > 195.4,$$

这与$x_1 + x_2 + x_3 = 195.4$相矛盾, 所以得知其核心解为空集, 找不到基于核心解的最优分配方案.

如果对其形成的模糊网络博弈的总收益值进行部分保留, 即, 根据每个参与者在合作中的参与度进行调整分配系数, 即, 可以找到向量$c = (c_1, c_2, c_3)$, 满足$0 \leqslant c_i \leqslant 1, 1 \leqslant i \leqslant n$, 且$r = \max\limits_{i\in\mathbb{N}} c_i$, 使其广义核心解$C(v, r, c)$非空, 即, 可以找到满足1) $\sum\limits_{i\in\mathbb{N}} x_i = r \cdot v(e^N)$; 2) $\sum\limits_{i\in\mathrm{car}(s)} s_i \cdot x_i \geqslant \max\limits_{j\in\mathrm{car}(s)} c_j \cdot v(s)$的广义最优分配方案. 比如, 可找到分配向量$(0.6, 0.3, 0.3)$, 即

$$c_1 = 0.6,\ c_2 = 0.3,\ c_3 = 0.3,\ r = \max_{i\in\mathbb{N}} c_i = 0.6,$$

其中: c_i表示参与者i的分配系数, 各模糊联盟广义收益$= \max\limits_{i\in\mathrm{car}(s)} c_i \times$ 模糊联盟收益, $\mathrm{car}(s) \subset \{1, 2, 3\}$, 保留$(1 - r) \cdot v(e^N) = 0.4 \times 195.4 = 78.16$的总收益不进行分配, 用于再发展. 根据广义核心解分配的定义, 可证明各参与者在模糊合作博弈广义解下的分配$x_1 = 58.62,\ x_2 = 29.31,\ x_3 = 29.31$是包含在广义核心解分配方案中, 验证过程为

$$x_1 + x_2 + x_3 = 117.24,$$

同时

$$x_1 + x_2 = 87.93 > \max_{i\in\{1,2\}} c_i \cdot v(e^{\{1,2\}}) = 39.3,$$

$$x_1 + x_3 = 87.93 > \max_{i\in\{1,3\}} c_i \cdot v(e^{\{1,3\}}) = 67.8,$$

$$x_2 + x_3 = 58.62 > \max_{i\in\{2,3\}} c_i \cdot v(e^{\{2,3\}}) = 44.1,$$

又$x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0,\ x_3 \geqslant 0$.

因此, 3个合作者形成的模糊网络博弈的广义核心解的非空性, 说明可以找到用于再发展的广义最优分配方案.

6 结束语

模糊网络博弈主要关注联盟之间如何对收益进行分配, 尤其在不确定环境下, 如果合作成员没组建合作联盟的动机, 或找不到最优分配方案, 则不便于联盟的稳定与维持, 所以, 可考虑保留部分收益的再分配方案, 确保合作联盟进行再合作及持续发展, 进而提供合作联盟的优化对策.

本文在已有研究成果的基础上, 构建了模糊网络博弈模型, 提出了广义模糊谈判集解的定义, 证明了在模糊网络博弈下广义模糊谈判集解与广义模糊核心解的等价性质, 突出了当合作者形成模糊网络博弈的合作格局时一定能找到最优再分配方案的新成果, 并以实例进行了展示.这些新结果为模糊联盟合作博弈的进一步研究奠定了基础, 为其核心解的进一步应用需求提供了便利.当然, 关于模糊联盟合作博弈其他解的扩展还需更多研究者的共同努力.

参考文献:

[1] HONG Yiguang, ZHANG Yanqiong. Distributed optimization: algorithm design and convergence analysis. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(7): 850 – 856.
(洪奕光, 张艳琼. 分布式优化: 算法设计和收敛性分析. 控制理论与应用, 2014, 31(7): 850 – 856.)

[2] SHIN D H, SHIN Y J. Why do people play social network games? *Computers in Human Behavior*, 2011, 27(2): 852 – 861.

[3] LI Cui, XUE Yu, WANG Wensheng. Model of profit reallocation based on generalized solution in average monotonic game. *Control and Decision*, 2015, 30(4): 645 – 654.
(李翠, 薛昱, 王文胜. 基于平均单调博弈广义解的收益再分配模型. 控制与决策, 2015, 30(4): 645 – 654.)

[4] SUN Xinbo, LIU bo. A study on the relation of knowlege alliance incentive synergy order parameter base on the structural equation. *Chinese Journal of Management*, 2012, 9(12): 1826 – 1831.
(孙新波, 刘博. 基于结构方程模型的知识联盟激励协同序参量关系研究. 管理学报, 2012, 9(12): 1826 – 1831.)

[5] BORKOTOKEY S, GOGOI L, SARANGI S. A survey of player based and link based allocation rules for network games. *Studies in Microeconomics*, 2014, 2(2): 5 – 26.

[6] CAULIER J F , GRABISCH M, RUSINOWSKA A. An allocation rule for dynamic random network formation processes. *Economic Theory*, 2015, 60(2): 283 – 313.

[7] LI Cui, XUE Yu. Scheme of profit allocation based on fuzzy cooperative game in bargaining set. *Control and Decision*, 2014, 29(11): 2101 – 2107.
(李翠, 薛昱. 基于谈判集的模糊合作博弈的收益分配方案. 控制与决策, 2014, 29(11): 2101 – 2107.)

[8] LI Yunyao, SHENG Yanchao, JIANG Xiangyang. Alliance motivation, technology capability and the optimal strategy of enterprises joining the alliance. *Management World*, 2010, 3(3): 178 – 179.
(李允尧, 生延超, 姜向阳. 联盟动机、技术能力与企业入盟的最优策略. 管理世界. 2010, 3(3): 178 – 179.)

[9] LIU Erliang, JI Yanbin. Research on game theory of knowledge sharing in knowledge alliance with incomplete information. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2011, 12(6): 83 – 88.
(刘二亮, 纪艳彬. 不完全信息下知识联盟内知识共享博弈研究. 西南交通大学学报, 2011, 12(6): 83 – 88.)

[10] ZHENG Yuelong. *Study on formation mechanism of generic technology cooperative R&D based on evolutionary game theory*. Chongqing: Chongqing University, 2015.
(郑月龙. 基于演化博弈论的企业共性技术合作研发形成机制研究. 重庆: 重庆大学, 2015.)

[11] IMAI H, SALONEN H. A characterization of a limit solution for finite horizon bargaining problems. *International Journal of Game Theory*, 2012, 41(3): 603 – 622.

[12] YI Yuyin, SHENG Zhaohan, XIAO Tiaojun. Evolutionary game analysis of cournot competition with different behavior rule. *Chinese Journal of Management Science*, 2004, 12(3): 125 – 129.
(易余胤, 盛昭瀚, 肖条军. 不同行为规则下的Cournot竞争的演化博弈分析. 中国管理科学, 2004, 12(3): 125 – 129.)

[13] ZHANG Wei, GENG Shengling, TONG Yinghua, et al. Income distribution based on fuzzy soft cooperative game. *Journal of Jiangsu Normal University: Natural Science Edition*, 2016, 34(2): 37 – 41.
(张炜, 耿生玲, 童英华, 等. 基于模糊软合作博弈的收益分配. 江苏师范大学学报(自然科学版), 2016, 34(2): 37 – 41.)

[14] AVRACHENKOV K, SINGH V V. Stochastic coalitional better-response dynamics and stable equilibrium. *Automation & Remote Control*, 2016, 77(12): 2227 – 2238.

[15] LI Quanlin, DUAN Can, E Chengguo, et al. Rearch on cooperative game and revenue allocation in cloud federation platform. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(4): 274 – 279.
(李泉林, 段灿, 鄂成国, 等. 云资源提供商的合作博弈模型与收益分配研究. 运筹与管理, 2014, 23(4): 274 – 279.)

[16] LI Cui, XUE Huifeng. Research on sustainable development strategy of enterprise knowledge alliance—from the perspective of benefit distribution. *Technoeconomics & Management Research*, 2016, 12(1): 3 – 8.
(李翠, 薛惠锋. 企业知识联盟的可持续发展对策研究——以利益分配为视角. 技术经济与管理研究, 2016, 12(1): 3 – 8.)

[17] LI Xianyin, CHEN Wanming. An evolutionary game model for knowledge sharing in the organization. *Statistics and Decision*, 2008, 1(12): 170 – 171.
(李宪印, 陈万明. 组织内知识共享的进化博弈模型. 统计与决策, 2008, 1(12): 170 – 171.)

[18] SUN Hongxia, ZHANG Qiang. Scheme of profit allocation based on fuzzy cooperative game in coalition structure. *Operations Research and Management Science*, 2010, 19(5): 84 – 89.
(孙红霞, 张强. 基于联盟结构的模糊合作博弈的收益分配方案. 运筹与管理, 2010, 19(5): 84 – 89.)

[19] PETERS H, VERMEULEN D. WPO, COV and IIA bargaining solutions for non-convex bargaining problems. *International Journal of Game Theory*, 2012, 41(4): 851 – 884.

[20] QIN C Z, SHI S, TAN G. Nash bargaining for log-convex problems. *Economic Theory*, 2015, 58(3): 413 – 440.

[21] LIU Xiaodong, LIU Jiuqiang, HU Jian. On cooperative games with restricted payoffs. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2012, 35(5): 845 – 854.
(刘小冬, 刘九强, 胡健. 具有受限支付的合作博弈研究. 应用数学学报, 2012, 35(5): 845 – 854.)

[22] LIU J, ZHANG H. Coincidence of the Mas-Colell bargaining set and the set of competitive equilibria in a continuum coalition production economy . *International Journal of Games Theory*, 2015, 45(4): 1 – 15.

[23] GRANOT D, GRANOT F. On some network flow games. *Mathematics of Operations Research*, 1992, 17(4): 792 – 841.

[24] OKADA A. Cooperation and institution in games. *The Japanese Economic Review*, 2015, 66(1): 1 – 32.

[25] WANG Fengye, HUANG Zhiyong, SHANG Youlin, et al. A kind of fuzzy cooperative game and its core. *Journal of Henan University of Science and Technology: Natural Science*. 2014, 35(1): 75 – 78.
(王锋叶, 黄志勇, 尚有林, 等. 一类模糊合作博弈及其核心. 河南科技大学学报自然科学版, 2014, 35(1): 75 – 78.)

[26] SAWA R. Coalitional stochastic stability in games, networks and markets. *Games & Economic Behavior*, 2014, 88(C): 90 – 111.

作者简介:

苗治平 副研究员, 研究方向为系统工程, E-mail: miaozp@nwpu.edu.cn;

李 翠 副教授, 研究方向为博弈论、系统工程, E-mail: bxdlicui@163.com;

史西兵 讲师, 研究方向为知识管理, E-mail: xbshine@126.com.