

欠驱动水面机器人变周期全局渐近镇定控制

张鹏飞, 郭戈[†]

(大连海事大学自动化系, 辽宁大连 116026)

摘要: 为了实现欠驱动水面机器人的全局渐近镇定, 首先借助微分同胚变换, 将欠驱动水面机器人的镇定问题转化成对由两个串级子系统构成的二阶欠驱动系统的镇定问题. 针对转换后的系统, 本文提出一种光滑的变周期控制方法, 以实现对该系统的全局渐近镇定. 与已有文献中控制律使用常数周期的方法相比, 本文方法根据系统状态实时调整控制律周期, 从而提高系统在原点附近的收敛速率. 随后, 基于上述方法, 给出了水面机器人变周期控制算法, 实现原系统的全局渐近镇定. 最后, 仿真对比结果验证所提变周期控制方法的有效性.

关键词: 欠驱动水面机器人; 变周期控制; 全局稳定; 渐近稳定

引用格式: 张鹏飞, 郭戈. 欠驱动水面机器人变周期全局渐近镇定控制. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 746–752

DOI: 10.7641/CTA.2018.70848

Global asymptotic stabilization control with variable periods for underactuated surface vessels

ZHANG Peng-fei, GUO Ge[†]

(Department of Automation, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

Abstract: This paper investigates the problem of global asymptotic stabilization of the underactuated surface vessel. By introducing a diffeomorphism transformation, the stabilization of the underactuated surface vessel is converted into the stabilization of the second order underactuated system consisting of two cascade connected subsystems. For the transformed system, a smooth control method with variable periods is presented to ensure the global asymptotic convergence. Compared with the methods using constant periods in previous works, this method improves the convergence rate of the system near the origin by adjusting the periods based on the system states in real time. Then, on this basis, a control algorithm with variable periods for underactuated surface vessels is presented to globally asymptotically stabilize the original system. At last, simulations are given to demonstrate the effectiveness of the presented method.

Key words: underactuated surface vessels; variable periods; global stability; asymptotic stability

Citation: ZHANG Pengfei, GUO Ge. Global asymptotic stabilization control with variable periods for underactuated surface vessels. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 746–752

1 引言

动力定位可应用于钻井、打捞、海上救助、铺管、海洋调查、潜水等各种作业, 近几十年得到了广泛研究^[1–3]. 由于各种实际任务的要求, 欠驱动水面机器人(underactuated surface vessel, USV)常常需要依靠自力进行保持位置和姿态的操纵、系泊操纵(包括锚泊、单点系浮和靠泊操纵). 此时, USV运动控制问题在理论上可归结为镇定控制, 它主要包括定位控制和自动靠泊控制. 其难点是系统在平衡点线性化后不可控^[4]. 且由于USV加速度不可积分, 属于非完整约束系统, 不存在光滑时不变状态反馈控制规律使USV稳定在平衡点^[5]. 因此USV的镇定控制具有深刻的理论

和工程意义.

近年来, USV的渐近镇定控制得到了深入研究. Reyhanoglu^[6]和Pettersen等人^[7–8]基于含有奇异项的坐标变换, 提出了全局镇定控制方法, 但存在奇异性问题. Ghommam等人^[9]、Ma^[10]和Zhang等人^[11]通过切换策略避免出现奇异性问题, 同时实现了USV的全局渐近镇定. 文献[6–11]虽能得到较理想的收敛速率, 但所得控制器不光滑, 不利于工程实现. 因此, 本文侧重研究光滑的镇定控制策略.

在光滑的全局渐近镇定控制研究中, 周期方法是最常见的策略^[12–18]. 该方法的特点是在控制器中引入关于时间 t 的周期函数, 使系统渐近稳定. Petters-

收稿日期: 2017–11–20; 录用日期: 2018–06–04.

[†]通信作者. E-mail: geguo@yeah.net; Tel.: +86 13644265421.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家自然科学基金项目(61573077, 61273107)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573077, 61273107).

en等人^[12,14]和Dong等人^[13]基于反步法,使用周期控制策略,实现USV的全局渐近镇定. Ma等人在文献[15]中提出一种新的周期控制方法,和文献[12-14]相比,避免使用反步法,结构更简单,随后在文献[16-18]中考虑了USV的非对角特性和参数不确定性. 文献[12-18]和文献[6-11]相比,虽能得到光滑的全局渐近镇定控制律,但系统收敛速率无法保证.

基于以上讨论,本文旨在提出一种光滑的渐近稳定控制方法且同时保证系统的收敛速率. 为此本文提出一种变周期控制律. 在欠驱动USV的动力学及运动学模型的基础上,为克服USV的欠驱动问题,引入微分同胚变换和输入变换,将其拓展为二阶欠驱动系统,把对原系统控制律的设计转变为对该二阶欠驱动系统控制律的设计. 针对该二阶系统,基于李亚普诺夫函数和Barbalat引理^[19],提出一种光滑的变周期控制方法,实现对转换后系统的全局渐近镇定,进而得到原系统的全局渐近镇定反馈控制律. 和文献[6-11]相比,本文的控制律是光滑的. 和文献[12-18]中的周期控制方法相比,本文引入一种频率实化的变周期函数,以此提高系统的收敛速率. 最后仿真结果验证了该控制律能有效提高原系统的收敛速率,且能在任意初始条件下实现镇定控制.

2 系统建模和模型变换

2.1 系统建模和控制目标

忽略USV动力学模型中所有高阶非线性阻尼项和风、浪、流等环境扰动因素,假设USV几何中心对称,则欠驱动系统的运动学模型为^[20]

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi, \\ \dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi, \\ \dot{\psi} = r. \end{cases} \quad (1)$$

动力学模型为^[20]

$$\begin{cases} \dot{u} = -\frac{d_{11}}{m_{11}}u + \frac{m_{22}}{m_{11}}vr + \frac{1}{m_{11}}\tau_u, \\ \dot{v} = -\frac{d_{22}}{m_{22}}v - \frac{m_{11}}{m_{22}}ur, \\ \dot{r} = -\frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}}uv + \frac{1}{m_{33}}\tau_r, \end{cases} \quad (2)$$

式中: x, y 和 ψ 分别为USV在地坐标下的横向位置坐标、纵向位置坐标和航向角; u, v 和 r 分别表示USV的前进速度、横漂速度和转舵角速度; $m_{11} = m - X_{\dot{u}}$, $m_{22} = m - Y_{\dot{v}}$ 和 $m_{33} = I_{zz} - N_{\dot{r}}$ 表示包含附加质量的惯性参数,其中 m 为USV的质量, m_{11}, m_{22} 和 m_{33} 是附加质量, d_{11}, d_{22} 和 d_{33} 表示在前进、横漂和转舵角方向上的水动力阻尼, τ_u 和 τ_r 表示推进力和转舵力矩.

本文的控制目标是设计控制器使系统(1)和(2)全

局渐近稳定,即满足如下条件:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t), y(t), \psi(t), u(t), v(t), r(t)] = 0.$$

2.2 模型变换

常规USV配置在运动方程中仅存在2个控制输入 τ_u 和 τ_r ,不存在横向推力. 因此不存在光滑时不变的控制律能够渐近镇定系统(1)和(2)^[5],给系统的分析和设计带来很大的困难. 对USV的模型进行微分同胚变换^[12],定义

$$\begin{cases} \vartheta_1 = x \cos \psi + y \sin \psi, \\ \vartheta_2 = -x \sin \psi + y \cos \psi + \frac{m_{22}}{d_{22}}v, \\ \vartheta_3 = \psi, \vartheta_4 = v, \\ \vartheta_5 = -\frac{m_{11}}{d_{22}}u - \vartheta_1, \vartheta_6 = r, \end{cases} \quad (3)$$

并做如下输入变换^[12]:

$$\begin{cases} \varpi_1 = \frac{d_{11}}{d_{22}}u - \frac{m_{22}}{d_{22}}vr + \frac{d_{22}}{m_{11}}\vartheta_1 + \frac{d_{22}}{m_{11}}\vartheta_5 - \vartheta_2\vartheta_6 + \frac{m_{22}}{d_{22}}\vartheta_4\vartheta_6 - \frac{1}{d_{22}}\tau_u, \\ \varpi_2 = -\frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}}uv + \frac{1}{m_{33}}\tau_r. \end{cases} \quad (4)$$

对式(3)求导并把式(4)代入可得

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_1 = -\frac{d_{22}}{m_{11}}\vartheta_1 - \frac{d_{22}}{m_{11}}\vartheta_5 + \vartheta_2\vartheta_6 - \frac{m_{22}}{d_{22}}\vartheta_4\vartheta_6, \\ \dot{\vartheta}_4 = -\frac{d_{22}}{m_{22}}\vartheta_4 + \frac{d_{22}}{m_{22}}\vartheta_6(\vartheta_1 + \vartheta_5), \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_2 = \vartheta_5\vartheta_6, \dot{\vartheta}_5 = \varpi_1, \\ \dot{\vartheta}_3 = \vartheta_6, \dot{\vartheta}_6 = \varpi_2. \end{cases} \quad (6)$$

通过坐标变换,USV模型被转化成含有2个子系统的新模型. 对于系统(5)和(6),从文献[13]引入如下2个结论:

引理 1 如果存在控制律使系统(5)和(6)全局渐近稳定,则该控制律能使系统(1)和(2)全局渐近稳定.

引理 2 如果存在控制律使子系统(6)全局渐近稳定,则该控制律能使系统(5)和(6)全局渐近稳定.

根据引理1和2可知,如果存在控制律使子系统(6)全局渐近稳定,则一定存在控制律使系统(1)和(2)全局渐近稳定,即可实现控制目标.

3 主要结论

本章首先对子系统(6)提出变周期控制方法,并给出稳定性证明,并把结果推广到系统(1)和(2). 且为了方便应用,给出完整的USV全局渐近镇定控制算法.

为了方便分析和设计,首先引入Barbalat引理^[19]:

引理 3 设 $z : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ 为一阶连续可导,且当 $t \rightarrow \infty$ 时有极限,若 $\dot{z}(t)$ 在 $t \in [0, \infty)$ 上一致连续,

则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{z}(t) = 0$.

以及一致连续性判定引理^[21]:

引理 4 $l(\varepsilon)$ 在区间 I (I 可开、半开、有限或无限) 可导, 且 $\frac{dl(\varepsilon)}{d\varepsilon}$ 在 I 有界, 则函数 $l(\varepsilon)$ 在 I 上一致连续.

3.1 变周期控制方法

传统周期控制方法通过引入时变项 $\cos t$ 或 $\sin t$, 为状态 ϑ_2 的稳定提供持续激励, 但该方法不能保证状态 ϑ_2 在原点附近的收敛速率. 为此提出如下控制器:

引理 5 对于子系统(6), 存在如下光滑的控制规律:

$$\begin{cases} \varpi_1 = -\kappa_1 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2, \\ \varpi_2 = -\vartheta_2 \vartheta_5 - \vartheta_3 - \kappa_2 \vartheta_6, \end{cases} \quad (7)$$

可使状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5$ 和 ϑ_6 全局渐近收敛到 0, 其中:

$$T(t) = \cos\left(\frac{\lambda \sin t}{(\beta + \vartheta_2^2)^\alpha}\right),$$

$\alpha > 0, \beta > 0, \kappa_1 > 0, \kappa_2 > 0, \lambda \neq 0$ 是可选参数.

证 为了更清晰的阐述结论, 引理 5 的证明分为光滑性和稳定性两部分. 首先, 证明控制律(7)光滑, 即 $T(t)$ 光滑. 定义 $f(t) = 1/[\beta + \vartheta_2^2(t)]^\alpha$, 则函数 $T(t)$ 可写成如下形式:

$$T(t) = \cos[\lambda f(t) \sin t].$$

因为状态 ϑ_2 连续, 所以 $f(t)$ 是连续, 可得 $T(t)$ 连续. 即 ϖ_1 和 ϖ_2 连续, 根据子系统(6)可知, $\dot{\vartheta}_5, \dot{\vartheta}_6$ 和 $\dot{\vartheta}_2$ 连续. 对函数 $T(t)$ 求导可得

$$\dot{T}(t) = -\lambda \dot{f}(t) \sin t \sin[\lambda f(t) \sin t] - \lambda f(t) \cos t \sin[\lambda f(t) \sin t],$$

其中 $\dot{f}(t) = -\frac{2\alpha \vartheta_2 \vartheta_5 \dot{\vartheta}_6}{(\beta + \vartheta_2^2)^{\alpha+1}}$ 是 $f(t)$ 的导数. 因为 $\dot{f}(t)$

连续, 可知 $\dot{T}(t)$ 连续. 即 $\dot{\varpi}_1$ 和 $\dot{\varpi}_2$ 连续, 对子系统(6)中各状态求导, 可得 $\ddot{\vartheta}_5, \ddot{\vartheta}_6$ 和 $\ddot{\vartheta}_2$ 连续. 对函数求导可得

$$\begin{aligned} \ddot{T}(t) = & -\lambda \ddot{f}(t) \sin[\lambda f(t) \sin t] \sin t - \\ & \lambda \dot{f}(t) \sin[\lambda f(t) \sin t] \cos t - \\ & \lambda^2 \dot{f}^2(t) \cos[\lambda f(t) \sin t] \sin^2 t - \\ & \lambda^2 \dot{f}(t) f(t) \cos[\lambda f(t) \sin t] \sin t \cos t - \\ & \lambda \dot{f}(t) \cos t \sin[\lambda f(t) \sin t] + \\ & \lambda f(t) \sin t \sin[\lambda f(t) \sin t] - \\ & \lambda^2 f(t) \cos t \cos[\lambda f(t) \sin t] \dot{f}(t) \sin t - \\ & \lambda^2 f^2(t) \cos t \cos[\lambda f(t) \sin t], \end{aligned}$$

其中:

$$\dot{f}(t) = \frac{2\alpha(\alpha+1)}{(\beta + \vartheta_2^2)^{\alpha+2}} \vartheta_2^2 \vartheta_5^2 \dot{\vartheta}_6^2 - \frac{2\alpha \vartheta_5^2 \vartheta_6^2}{(\beta + \vartheta_2^2)^{\alpha+1}} -$$

$$\frac{2\alpha \varpi_1 \vartheta_2 \dot{\vartheta}_6}{(\beta + \vartheta_2^2(t))^{\alpha+1}} - \frac{2\alpha \varpi_2 \vartheta_2 \dot{\vartheta}_5}{(\beta + \vartheta_2^2(t))^{\alpha+1}}.$$

因为 $\dot{f}(t)$ 连续, 可知 $\ddot{T}(t)$ 连续, 即 $\ddot{\varpi}_1$ 和 $\ddot{\varpi}_2$ 连续, 继而得出 $\ddot{\vartheta}_5, \ddot{\vartheta}_6$ 和 $\ddot{\vartheta}_2$ 连续. 以此类推可知 ϖ_1 和 ϖ_2 无穷阶可导, 控制规律(7)的光滑性证明完毕. 接下来, 证明系统的稳定性.

把控制器(7)代入系统(6)可得

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_2 = \vartheta_5 \vartheta_6, \\ \dot{\vartheta}_5 = -\kappa_1 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2, \\ \dot{\vartheta}_3 = \vartheta_6, \\ \dot{\vartheta}_6 = -\vartheta_2 \vartheta_5 - \vartheta_3 - \kappa_2 \vartheta_6. \end{cases} \quad (8)$$

定义如下李雅普诺夫函数: $V = \frac{1}{2}(\vartheta_2^2 + \vartheta_3^2 + \vartheta_6^2)$.

根据系统(8)可得

$$\dot{V} = -\kappa_2 \vartheta_6^2. \quad (9)$$

等式(9)说明 V 单调递减且有界, 所以 V 存在极小值, 且状态 ϑ_2, ϑ_3 和 ϑ_6 有界, 又因为在等式(8)中, 状态 ϑ_5 的动态特性满足 $\dot{\vartheta}_5 = -\kappa_1 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2$ 且 $T(t)$ 有界, 可得状态 ϑ_5 有界. 因此, 状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5$ 和 ϑ_6 有界. 对等式(9)左右两边同时求导, 可得

$$\ddot{V} = -2\kappa_2 \vartheta_6 (-\vartheta_2 \vartheta_5 - \vartheta_3 - \kappa_2 \vartheta_6).$$

因为状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5$ 和 ϑ_6 有界, 可得 \ddot{V} 连续且有界. 根据引理 4, $\dot{V} = -\kappa_2 \vartheta_6^2$ 一致连续, 再根据引理 3,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = 0. \quad (10)$$

结合等式(9)–(10)可得, $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_6(t) = 0$. 又因为系统(8)中, $\dot{\vartheta}_6 = -\vartheta_2 \vartheta_5 - \vartheta_3 - \kappa_2 \vartheta_6$. 因此 $\dot{\vartheta}_6$ 连续, 对 $\dot{\vartheta}_6$ 求导, $\ddot{\vartheta}_6 = \dot{\vartheta}_6(t)[\vartheta_5^2(t) + 1] + T(t) \vartheta_2^2(t) - \kappa_1 \vartheta_5(t) \vartheta_2(t)$, 可知 $\ddot{\vartheta}_6$ 连续且有界, 根据引理 4, $\dot{\vartheta}_6$ 一致连续, 因此根据引理 3 可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\vartheta}_6(t) = \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [-\vartheta_2(t) \vartheta_5(t) - \vartheta_3(t) - \kappa_2 \vartheta_6(t)] = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

根据前文可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_6(t) = 0$, 结合等式(11)有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\vartheta}_6(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [\vartheta_2(t) \vartheta_5(t) + \vartheta_3(t)] = 0. \quad (12)$$

又因为 $\vartheta_2 \vartheta_5 + \vartheta_3$ 的导数为

$$\frac{d[\vartheta_2 \vartheta_5 + \vartheta_3]}{dt} = \vartheta_5^2 \vartheta_6 + \vartheta_6 - \kappa_1 \vartheta_2 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2^2,$$

因此 $\frac{d[\vartheta_2 \vartheta_5 + \vartheta_3]}{dt}$ 连续, 等式两边同时求导可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2[\vartheta_2 \vartheta_5 + \vartheta_3]}{dt^2} = & 2\vartheta_5 \vartheta_6 (-\kappa_1 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2) + \dot{\vartheta}_6 - \\ & \kappa_1 \vartheta_5^2 \vartheta_6 + \dot{T}(t) \vartheta_2^2 + 2\vartheta_2 \vartheta_5 \dot{\vartheta}_6 T(t). \end{aligned}$$

根据前文可知, 状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5, \vartheta_6, T(t), \dot{T}(t)$ 和 $\dot{\vartheta}_6$

连续有界, 因此 $\frac{d^2[\vartheta_2\vartheta_5+\vartheta_3]}{dt^2}$ 连续有界, 根据引理4, $\frac{d[\vartheta_2\vartheta_5+\vartheta_3]}{dt}$ 一致连续, 根据引理3, 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d[\vartheta_2(t)\vartheta_5(t)+\vartheta_3(t)]}{dt} = \lim_{t \rightarrow \infty} [\vartheta_5^2(t)\vartheta_6(t)+\vartheta_6(t)-\kappa_1\vartheta_2(t)\vartheta_5(t)+T(t)\vartheta_2^2(t)] = 0. \quad (13)$$

因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_6(t) = 0$ 且状态 ϑ_5 有界, 式(13)意味着

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\kappa_1\vartheta_2(t)\vartheta_5(t) - T(t)\vartheta_2^2(t)] = 0. \quad (14)$$

对等式两边同时求导,

$$\begin{aligned} \frac{d[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt} = & -[\kappa_1\dot{\vartheta}_2\vartheta_5 - \dot{T}(t)\vartheta_2^2] + \kappa_1\vartheta_5^2\dot{\vartheta}_6 - \\ & \dot{T}(t)\vartheta_2^2 - 2T(t)\vartheta_2\dot{\vartheta}_5\vartheta_6, \end{aligned} \quad (15)$$

因此 $\frac{d[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt}$ 连续. 对等式(15)两边求导可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt^2} = & -\frac{d[\kappa_1\vartheta_2\dot{\vartheta}_5 - T(t)\dot{\vartheta}_2^2]}{dt} + \kappa_1\vartheta_5^2\ddot{\vartheta}_6 - \ddot{T}(t)\vartheta_2^2 - \\ & 2\kappa_1\vartheta_5\dot{\vartheta}_6[\kappa_1\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2] - 2\dot{T}(t)\vartheta_5^2\vartheta_6 - \\ & 2\vartheta_2\dot{\vartheta}_5\dot{\vartheta}_6\dot{T}(t) - 2\dot{T}(t)\vartheta_2\dot{\vartheta}_5\vartheta_6 - 2T(t)\vartheta_2\dot{\vartheta}_5\dot{\vartheta}_6 + \\ & 2T(t)\vartheta_2[\kappa_1\dot{\vartheta}_5 - \dot{T}(t)\vartheta_2]\vartheta_6. \end{aligned}$$

据前文推导结果可知, 状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5, \vartheta_6, T(t), \dot{T}(t), \ddot{T}(t)$ 和 $\dot{\vartheta}_6$ 连续有界, 因此 $\frac{d^2[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt^2}$ 连续有界. 根据引理4, $\frac{d[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt}$ 一致连续, 再根据引理3可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d[\kappa_1\vartheta_2\vartheta_5 - T(t)\vartheta_2^2]}{dt} = 0,$$

即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{-[\kappa_1\vartheta_2\dot{\vartheta}_5 - \dot{T}(t)\vartheta_2^2] + \kappa_1\vartheta_5^2\dot{\vartheta}_6 - \dot{T}(t)\vartheta_2^2 - 2T(t)\vartheta_2\dot{\vartheta}_5\vartheta_6\} = 0. \quad (16)$$

因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_6(t) = 0$ 且 ϑ_2 和 ϑ_5 有界, 且据等式(14)可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\kappa_1\vartheta_2(t)\vartheta_5(t) - T(t)\vartheta_2^2(t)] = 0,$$

所以等式(16)意味着

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{T}(t)\vartheta_2^2(t) = 0, \quad (17)$$

即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda \left\{ \frac{2\alpha\vartheta_2(t)\vartheta_5(t)\vartheta_6(t)}{(\beta + \vartheta_2^2)^{\alpha+1}} \sin t \sin [\lambda f(t) \sin t] + \right.$$

$$\left. \frac{\cos t \sin [\lambda f(t) \sin t]}{[\beta + \vartheta_2^2(t)]^\alpha} \right\} \vartheta_2(t) = 0,$$

也就是

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda \cos t \sin [\lambda f(t) \sin t]}{[\beta + \vartheta_2^2(t)]^\alpha} \vartheta_2(t) = 0.$$

因此对于系统(6), 控制律(7)可使状态全局渐近收敛. 此外, 在系统(8)中, 状态的动态特性是 $\dot{\vartheta}_5 = -\kappa_1\vartheta_5 + T(t)\vartheta_2$, 状态 ϑ_2 全局渐近收敛, 则必有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_5(t) = 0$. 根据等式(11)可知

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\vartheta}_6(t) = \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [-\vartheta_2(t)\vartheta_5(t) - \vartheta_3(t) - \kappa_2\vartheta_6(t)] = 0. \end{aligned}$$

因为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_2(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_5(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_6(t) = 0,$$

可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta_3(t) = 0$. 综上所述, 状态 $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_5$ 和 ϑ_6 全局渐近收敛到0, 引理5证明完毕.

注 1 闭环系统(8)中, 状态 ϑ_5 为状态 ϑ_2 收敛提供持续激励. 由于 $\dot{\vartheta}_5 = -\kappa_1\vartheta_5 + T(t)\vartheta_2$, 随着状态 ϑ_2 收敛到0, 状态 ϑ_5 提供的激励逐渐降低. 状态 ϑ_2 越靠近0点, 该问题越明显, 为了解决这一问题, 本文提出变周期控制方法. 该方法的特点是: 函数 $T(t)$ 频率随状态 ϑ_2 收敛而增加, 并满足

$$\lim_{\vartheta_2 \rightarrow 0} \frac{\lambda}{(\beta + \vartheta_2^2)^\alpha} = \frac{\lambda}{\beta^\alpha}.$$

当 ϑ_2 收敛到原点附近邻域时, 函数 $T(t)$ 的频率主要由参数 β 和 λ 决定, $\frac{\lambda}{\beta^\alpha}$ 取值越大, 函数 $T(t)$ 频率越大. 幅值不变的情况下, 函数 $T(t)$ 频率越大, 状态 ϑ_5 为 ϑ_2 提供的激励越大, 状态 ϑ_2 收敛越快. 相反, 当 $|\vartheta_2|$ 较大时, 系统频率受 β 和 $|\vartheta_2|$ 共同影响, $T(t)$ 频率较小, 以此减小执行器的负担.

注 2 和文献[12-18]中的方法相比, 本文引入变周期时变项 $T(t)$ 代替 $\cos t$, 通过实时调整周期频率解决状态 ϑ_2 在0点附近收敛缓慢的问题. 和文献[12-14]相比, 本文避免使用反步法, 结构更简单.

引理5给出了子系统(6)的全局渐近稳定控制律, 继而可得原系统的全局渐近稳定控制律:

定理 1 对于系统(1)和(2), 存在如下的光滑控制规律:

$$\begin{aligned} \tau_u = & \frac{d_{22}^2}{m_{11}}\vartheta_5 + \frac{d_{22}^2}{m_{11}}\vartheta_2 + d_{11}u - m_{22}vr + \\ & m_{22}\vartheta_4\vartheta_6 - d_{22}[-\kappa_1\vartheta_5 + T(t)\vartheta_2] - \\ & d_{22}\vartheta_2\vartheta_6, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \tau_r = & d_{33}r - m_{33}(\vartheta_2\vartheta_5 + \vartheta_3 + \kappa_2\vartheta_6) - \\ & (m_{11} - m_{22})uv, \end{aligned} \quad (19)$$

使状态全局渐近收敛到0, 其中:

$$T(t) = \cos \frac{\lambda \sin t}{(\beta + \vartheta_2^2)^\alpha},$$

$\alpha > 0, \beta > 0, \kappa_1 > 0, \kappa_2 > 0, \lambda \neq 0$ 是可选参数.

证 由引理5可知,控制律(7)使系统(6)全局渐近稳定. 结合引理1-2可知,控制律(7)也可使系统(1)-(2)全局渐近稳定. 同时考虑输入变换(4) 经过简单计算可得,控制律(18)-(19)可使系统(1)-(2)全局渐近稳定. 由于空间和篇幅有限,不再赘述,定理1证明完毕.

3.2 镇定控制算法

本文的USV镇定控制方法可总结为如下算法(变周期控制算法):

- 1) 初始化系统控制参数 $\kappa_1, \kappa_2, \alpha, \beta$ 和 λ .
- 2) 测量系统状态初始值 $x(0), y(0), \psi(0), u(0), v(0)$, 和 $r(0)$.
- 3) 测量机器人参数 $m_{11}, m_{22}, m_{33}, d_{11}, d_{22}$ 和 d_{33} .
- 4) 定义变周期函数 $T(t)$ 为

$$T(t) = \cos \frac{\lambda \sin t}{(\beta + \vartheta_2^2)^\alpha}.$$

- 5) 定义如下形式的坐标变换:

$$\vartheta_1 = x \cos \psi + y \sin \psi,$$

$$\vartheta_2 = -x \sin \psi + y \cos \psi + \frac{m_{22}}{d_{22}}v, \vartheta_3 = \psi,$$

$$\vartheta_4 = v, \vartheta_5 = -\frac{m_{11}}{d_{22}}u - \vartheta_1, \vartheta_6 = r.$$

- 6) 计算虚拟输入 ϖ_1 和 ϖ_2 :

$$\varpi_1 = -\kappa_1 \vartheta_5 + T(t) \vartheta_2,$$

$$\varpi_2 = -\vartheta_2 \vartheta_5 - \vartheta_3 - \kappa_2 \vartheta_6.$$

- 7) 计算真实控制输入 τ_u 和 τ_r ,

$$\tau_u = \frac{d_{22}^2}{m_{11}} \vartheta_5 + \frac{d_{22}^2}{m_{11}} \vartheta_2 + d_{11}u - m_{22}vr - d_{22} \vartheta_2 \vartheta_6 - d_{22} \varpi_1 + m_{22} \vartheta_4 \vartheta_6,$$

$$\tau_r = d_{33}r - m_{33} \varpi_2 - (m_{11} - m_{22})uv.$$

4 仿真

采用文献[6]中USV参数进行仿真研究,具体数据为 $m_{11} = 200 \text{ kg}$, $m_{22} = 250 \text{ kg}$, $m_{33} = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $d_{11} = 70 \text{ kg/s}$, $d_{22} = 100 \text{ kg/s}$, $d_{33} = 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

本文所选参数为: $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 2, \lambda = 5, \alpha = 0.5, \beta = 0.2$.

系统状态的初始值为

$$[x(0), y(0), \psi(0), u(0), v(0), r(0)] = (10, 5, 0.75, 0, 0, 0). \quad (20)$$

定义速度指标 $Q = u^2 + v^2 + r^2$, 图1-4表示本文变周期方法和文献[13]中方法关于 x, y, ψ 和 Q 的响应对比结果. 通过仿真结果可以看出,本文提出的变周期控制方法能同时提高系统位置、角度和速度的收敛速度,且越靠近原点附近,变周期控制律效果越明显,验证了所设计控制律的有效性.

图5-6分别是本文与文献[13]关于控制输入 τ_u 和 τ_r 的对比结果. 图5中0 s到2 s之间,本文和文献[13]中的控制器周期频率差距较小. 2 s之后,本文设计的控制器 τ_u 变成高频周期控制输入,说明2 s开始变周期控制作用明显.

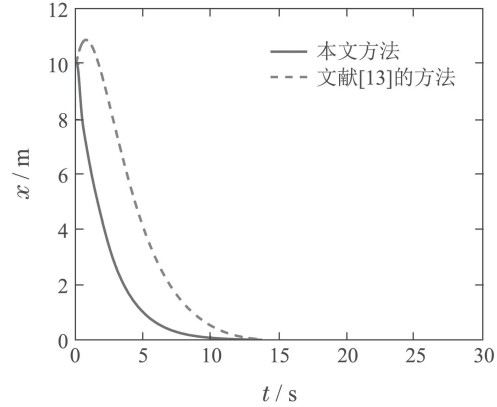


图1 本文和文献[13]关于 x 方向位置的响应对比图

Fig. 1 Comparison of x -coordinate position of this paper and Ref.[13]

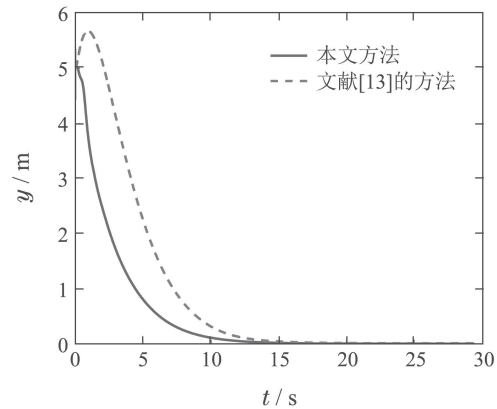


图2 本文和文献[13]关于 y 方向位置的响应对比图

Fig. 2 Comparison of y -coordinate position of this paper and Ref.[13]

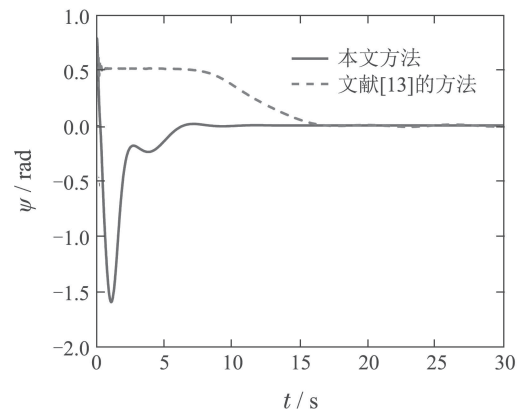


图3 本文和文献[13]航向角 ψ 响应对比图

Fig. 3 Comparison of heading angle ψ of this paper and Ref.[13]

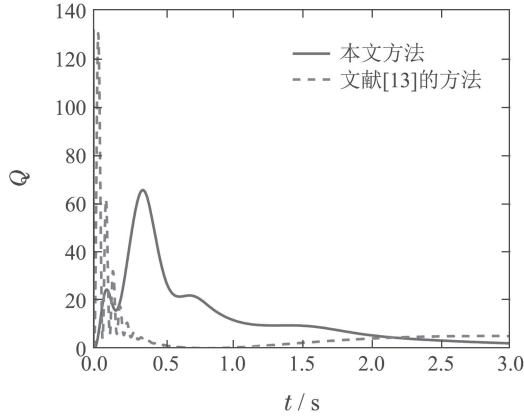


图 4 本文和文献[13]关于速度性能指标 Q 的响应对比图

Fig. 4 Comparison of velocity performance index Q of this paper and Ref.[13]

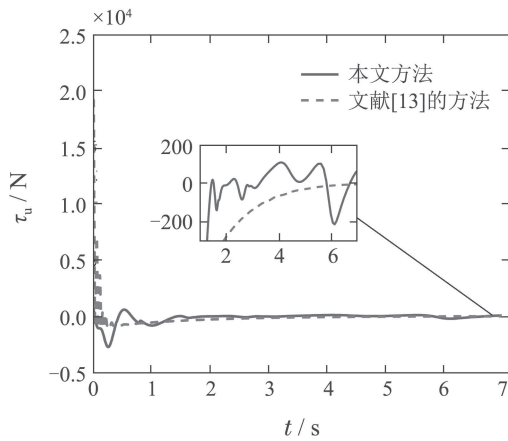


图 5 本文和文献[13]关于控制输入 τ_u 的对比图

Fig. 5 Comparison of input τ_u of this paper and Ref.[13]

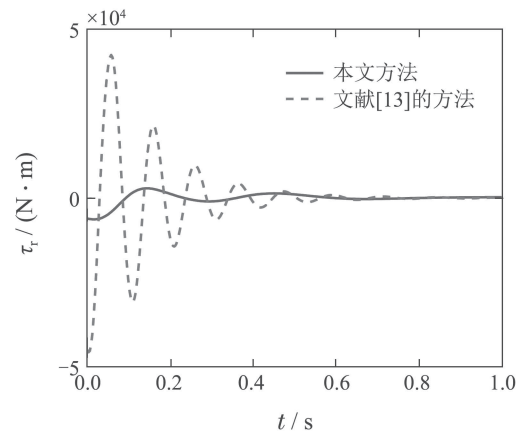


图 6 本文和文献[13]关于控制输入 τ_r 的对比图

Fig. 6 Comparison of input τ_r of this paper and Ref.[13]

且由图5-6可以看出, 本文控制方法中 τ_u 和 τ_r 绝对值的最大值, 明显低于文献[13]中的控制方法, 这间接说明本文控制方法可以明显降低能量消耗, 而图7验证了该问题. 定义能耗指标

$$J = \int_0^{\infty} (\tau_u^2 + \tau_r^2) dt.$$

图7说明, 本文方法不仅收敛速率大于常规的光滑控制方法, 且能耗明显低于文献[13].

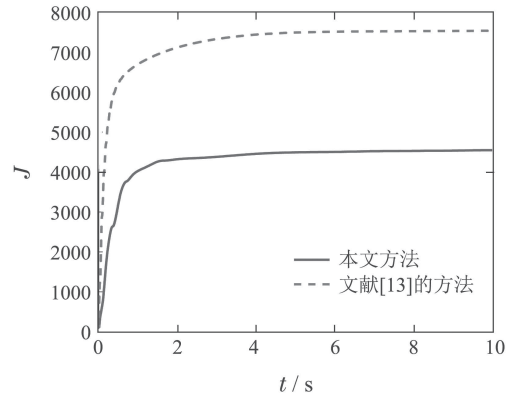


图 7 本文和文献[13]关于能耗 J 的对比图的对比图

Fig. 7 Comparison of energy consumption J of this paper and Ref.[13]

USV受到外部环境扰动时, 被控系统须具有一定的鲁棒性. 图8是USV在受到界值为0.1的环境随机扰动时, 状态 x , y 和 ψ 关于时间的响应曲线. 可以看出, 即使受到外部扰动, 系统状态不会发散, 仍会收敛到原点的有界领域内.

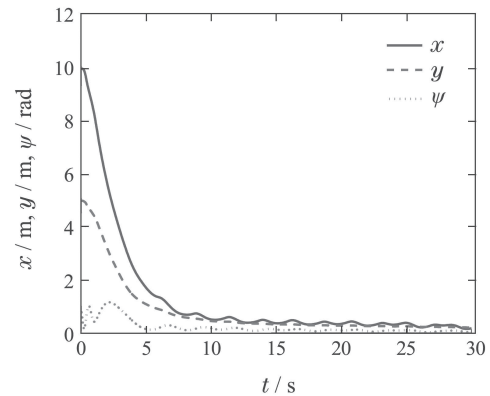


图 8 状态 x , y , ψ 在外部干扰下的时间响应

Fig. 8 Responses of states x , y and ψ with external disturbances.

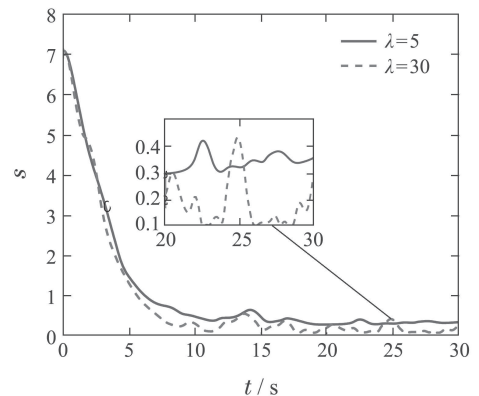


图 9 性能指标 s 在 $\lambda = 5$ 和 $\lambda = 30$ 下的时间响应曲线

Fig. 9 Response of performance index s by $\lambda = 5$ and $\lambda = 30$

同时,设计性能指标 $s = \|x, y, \psi, u, v, r\|_2$. 图9显示参数 $\beta = 0.2$ 的情况下, λ 分别取值 $\lambda = 5$ 和 $\lambda = 30$ 时,性能指标 s 随时间变化响应曲线. 在 $\lambda = 30$ 和 $\lambda = 5$ 时,变量 s 的平均幅值分别在 0.2 和 0.35 附近,证明在绝大多数时间,可调节控制其参数的大小来提高被控 USV 的鲁棒性能.

5 总结

本文讨论了 USV 的镇定控制问题. 首先将 USV 运动学及动力学方程演化为一个二阶系统运动方程组. 针对其欠驱动的特性,借助微分同胚变换及控制输入变换将其转化为 2 个子系统. 为了镇定所得到的子系统并且提高系统在原点附近的收敛速率,提出了一种变周期的镇定策略,通过提高在原点附近的控制器周期频率,提高系统的稳定速率. 该方法可用于欠驱动 USV 动力定位或自动泊位控制. 最后的仿真试验,验证表明本方法是有效的.

根据目前 USV 镇定控制的发展状况,多数控制算法都忽略扰动、地形、状态观测等因素,文献[22–24]虽在 USV 控制中考虑这些因素,但其研究方向不是镇定控制. 且大多数 USV 镇定控制方法仅仅侧重于理论研究和仿真验证,而未能用于工程实践. 如何设计控制律简单有效、约束条件少、计算量小、易于工程实现的 USV 控制器,并进行海上实验,具有重要的研究意义.

参考文献:

- [1] XIE W, MA B, FERNANDO T, et al. A simple robust control for global asymptotic position stabilization of underactuated surface vessels. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(5): 5028 – 5043.
- [2] DO K D, JIANG Z P, PAN J. Universal controllers for stabilization and tracking of underactuated ships. *Systems & Control Letters*, 2002, 47(4): 299 – 317.
- [3] XIE W J, MA B L. Robust position stabilization of underactuated surface vessels with unknown modeling parameters via simple P/D-like feedback: the center manifold approach. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(4): 1222 – 1232.
- [4] ARJANVANDERS M, ROCHN H M. Dynamics and control of a class of under-actuated mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1663 – 1671.
- [5] BROCKETT R W, MILLMAN R S, SUSSMAN H J. Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential Geometric Control Theory*, 1983, 27: 181 – 191.
- [6] REYHANOGLU M. Control and stabilization of an under-actuated surface vessel. *Proceedings of the 35th IEEE Conference Decision and Control*. Kobe: IEEE, 1996, 3: 2371 – 2376.
- [7] PETERSEN K Y, FOSSEN T I. Underactuated dynamic positioning of a ship experimental results. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(5): 856 – 863.
- [8] PETERSEN K Y, EGELAND O. Exponential stabilization of an underactuated surface vessel. *Proceedings of the 35th IEEE Conference Decision and Control*. Kobe: IEEE, 2002, 1(3): 967 – 972.
- [9] GHOMMAM J, MNIF F, BENALI A, et al. Asymptotic backstepping stabilization of an underactuated surface vessel. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(6): 1150 – 1157.
- [10] MA B L. Global κ -exponential asymptotic stabilization of underactuated surface vessels. *Systems & Control Letters*, 2009, 58(3): 194 – 201.
- [11] ZHANG Z, WU Y. Switching-based asymptotic stabilisation of underactuated ships with non-diagonal terms in their system matrices. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 9(6): 972 – 980.
- [12] MAZENC F, PETERSEN K Y, NIJMEIJER H. Global uniform asymptotic stabilization of an underactuated surface vessel. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1759 – 1762.
- [13] DONG W J, GUO Y. Global time-varying stabilization of underactuated surface vessel. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 859 – 864.
- [14] PETERSEN K Y, MAZENC F, NIJMEIJER H. Global uniform asymptotic stabilization of an underactuated surface vessel: Experimental results. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(6): 891 – 903.
- [15] MA B L, HUO W. Smooth time-varying uniform asymptotic stabilization of underactuated surface vessels. *Chinese Control Conference*. Shanghai, China: IEEE, 2009: 3137 – 3141.
- [16] MA B L, XIE W J. Global asymptotic trajectory tracking and point stabilization of asymmetric underactuated ships with non-diagonal inertia/damping matrices. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013, 10(5): 336 – 343.
- [17] XIE W J, MA B L. Robust global uniform asymptotic stabilization of underactuated surface vessels with unknown model parameters. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2015, 25(7): 1037 – 1050.
- [18] ZHANG B, MA B L. Robust stabilization of underactuated surface vessels with parameter uncertainties. *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. Beijing, China: IEEE, 2010: 547 – 552.
- [19] SLOTINE J, LI W. *Applied Nonlinear Control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1991.
- [20] FOSSEN T I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York: Wiley, 1994.
- [21] JU Zhengyun. The criterion for uniformly continuity of function by derivative. *Journal of Mathematics for Technology*, 1999(1): 127 – 129. (鞠正云. 用导数判别函数的一致连续性. 大学数学, 1999(1): 127 – 129.)
- [22] ZHU Qidan, YU Ruiting, XIA Guihua, et al. Sliding-mode robust tracking control for underactuated surface vessels with parameter uncertainties and external disturbances. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(7): 959 – 964. (朱齐丹, 于瑞亭, 夏桂华, 等. 风浪流干扰及参数不确定欠驱动船舶航迹跟踪的滑模鲁棒控制. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 959 – 964.)
- [23] YANG Ying, XIA Guoqing, ZHAO Weiguang. Path-following in 3D for underactuated autonomous underwater vehicle based on ocean-current observer. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(8): 974 – 980. (杨莹, 夏国清, 赵为光. 基于海流观测器对欠驱动水下机器人进行三维路径跟踪. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 974 – 980.)
- [24] LI Yueming, WAN Lei, SUN Yushan, et al. Altitude information fusion and bottom-following control for underactuated autonomous underwater vehicle. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(1): 118 – 122. (李岳明, 万磊, 孙玉山, 等. 水下机器人高度信息融合与欠驱动地形跟踪控制. 控制理论与应用, 2013, 30(1): 118 – 122.)

作者简介:

张鹏飞 博士研究生,从事水面水下机器人镇定控制、跟踪控制、非完整约束系统镇定控制研究, E-mail: peng-fei_zhang@qq.com;

郭戈 教授,博士生导师,从事网络控制、智能交通控制、智能载体控制研究, E-mail: geguo@yeah.net.