

动态优化双估计器的多模型自适应混合控制

史善孟^{1†}, 王 昕², 王振雷¹

(1. 华东理工大学 化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室, 上海 200237;

2. 上海交通大学 电工与电子技术中心, 上海 200240)

摘要: 针对参数子集个数较多导致计算量较大和由于系统参数发生跳变造成系统暂态性能差的问题, 本文提出了基于动态优化双估计器的多模型自适应混合控制方法. 首先对多个参数子集进行动态优化得到最优参数子集, 减少了需要计算的模型数量, 提高了系统收敛速度; 其次对被控对象设置一个固定初值的估计器和一个可重新赋值的估计器, 固定估计器用于初始时刻对参数的估计, 可赋值估计器动态调整估计初值用于减小估计误差, 提高系统暂态性能. 最后的仿真结果表明了该方法的有效性, 并给出了系统的稳定性及收敛性分析.

关键词: 混合控制; 多模型; 自适应控制; 双估计器; 动态优化

引用格式: 史善孟, 王昕, 王振雷. 动态优化双估计器的多模型自适应混合控制. 控制理论与应用, 2019, 36(4): 596 – 604

中图分类号: TP273 文献标识码: A

DOI: 10.7641/CTA.2018.70906

Dynamically optimized multiple model adaptive mixing control of dual estimators

SHI Shan-meng^{1†}, WANG Xin², WANG Zhen-lei¹

(1. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Processes, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;

2. Center of Electrical & Electronic Technology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Aiming at the large number of parameter subset and the large amount of computation and transient performance due to the jump of system parameters, a multiple model adaptive mixing control method based on dynamic optimization and dual estimator is proposed in this paper. First, parameters of dynamic optimization to obtain the optimal subset of parameters, reduce the number of models of computation, improve the convergence rate of the system; secondly, set a fixed initial estimator and a reassignment estimator for the plant, with fixed estimator to the initial estimation of the parameters, you can assign the estimator of dynamic adjustment initial estimates for reducing the estimation error, improve the system transient performance. The final simulation results show the effectiveness of the proposed method, and the stability and convergence analysis of the system are given.

Key words: mixing control; multiple model; adaptive control; dual estimators; dynamic optimization

Citation: SHI Shanmeng, WANG Xin, WANG Zhenlei. Dynamically optimized multiple model adaptive mixing control of dual estimators. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(4): 596 – 604

1 引言

在实际工业过程中, 由于生产环境的变化或者系统内部元器件的故障等, 被控对象的模型或者参数往往具有较大的不确定性, 常规的自适应控制难以满足控制要求, 而多模型自适应控制的提出, 为不确定性较大的系统控制提供了一种新的解决方案.

20世纪90年代, Narendra等人^[1-2]针对线性系统提出了基于切换的多模型自适应控制, 可以快速地切换控制器以应对系统模型的突变, 提高线性系统的暂态性能. 文献[3]将该方法推广到非线性系统, 提出一类基于时间序列的非线性系统多模型自适应控制, 用以提高系统的暂态性能. 在此基础之上, 文献[4-5]进一

收稿日期: 2017-12-04; 录用日期: 2018-05-22.

[†]通信作者. E-mail: 1161659430@qq.com.

本文责任编辑: 侯忠生.

国家重点研发计划项目(2016YFB0303403), 国家自然科学基金重大项目(61590922), 国家自然科学基金青年项目(61503138), 国家自然科学基金项目(61673268)资助.

Supported by the National Key R&D Program of China (2016YFB0303403), the Major Program of National Natural Science Foundation of China (61590922), the National Natural Science Foundation Youth Project (61503138) and the National Natural Science Foundation of China (61673268).

步放宽非线性系统的假设条件, 将其推广到零阶接近有界和线性有界系统中. 当然还有加权策略的多模型自适应控制方法, 比如文献[6-7]. 但对于切换策略当系统不确定性较大时, 系统的暂态误差大. 为了保证系统的暂态性能需要大量的模型, 且当系统存在滞后时, 可能导致系统子控制器间的频繁切换, 使系统产生输出震荡. 为此, 文献[8-9]提出了一种新的基于参数估计策略的方法——自适应混合控制(adaptive mixing control, AMC). 该方法避免了多控制器之间的频繁切换, 通过混合信号将各个子控制器输出混合, 而且由于参数子集的划分具有交集的特性, 保障了系统输出的平滑性. 文献[10-11]将该方法推广到了离散时间系统. 文献[12]将混合策略和切换策略相结合, 在已知系统参数不确定性范围的情况下, 将完全覆盖系统参数真值的参数集划分成若干个具有交集的参数子集, 由参数估计器估计出当前时刻系统参数的估计值, 若估计值在交集内, 则根据估计值选择子控制器并且确定各个子控制器的权值; 最后由混合器产生混合信号将所有子控制器输出进行混合. 在此基础上, 文献[13]基于李雅普诺夫理论将切换机制引入到自适应混合控制结构当中去, 并给出了稳定性证明. 但离散系统系统暂态响应依赖于估计器的初值, 当系统参数发生跳变或估计器的初值设定不合适时, 系统输出响应暂态性能变差, 收敛时间延长, 控制效果差强人意.

本文针对一类参数跳变线性离散时间系统, 提出基于动态优化双估计器的多模型自适应混合控制器(adaptive mixing control-dual estimator, AMC-DE). 该控制器针对子模型数量过多的问题, 运用参数定位思想动态优化参数子集, 获得最优参数子集以代替原固

定模型集, 从而有效减少模型计算数量, 加快系统收敛速度; 再针对参数发生跳变而造成控制系统暂态性能太差的问题, 在原有的一个固定估计器的基础上, 再增加一个可重新赋值的估计器的方法, 动态调整可赋值估计器的估计初值, 用以减少估计误差, 提高系统暂态性能. 最后的仿真结果证明了该方法的有效性, 并给出了系统稳定性及收敛性分析.

2 被控对象描述

考虑如下的线性时不变系统:

$$y(k) = G(z^{-1}; \theta^*) (u(k) + d(k)) \quad (1)$$

$$G(z^{-1}; \theta) = \frac{N_0(z^{-1})}{D_0(z^{-1})} = \frac{\theta_b^{*T} a_{m-1}(z^{-1})}{1 + \theta_a^{*T} a_{n-1}(z^{-1})}, \quad (2)$$

式中: $u(k)$, $y(k)$ 分别为被控对象的控制输入和输出; $d(k)$ 为能量有界的干扰, $|d(k)| \leq d_0, \forall k \geq 0$, 其中 d_0 是定常数; $G(z^{-1}; \theta^*)$ 为系统的标称模型; 矢量 $\theta^* = [\theta_b^{*T} \ \theta_a^{*T}]^T$ 为系统的未知参数. 为了得到系统(1)-(2)状态空间表达式, 需定义系统状态变量, 由向量多项式 $a_{n-1}(z^{-1}) = [z^{-1} \ z^{-2} \ \dots \ z^{-n}]$ 和多项式 $a_{m-1}(z^{-1}) = [z^{-1} \ z^{-2} \ \dots \ z^{-m}]$, 定义系统状态变量 x_P 如下:

$$x_P = [a_{m-1}(z^{-1})u(k) \ a_{m-1}(z^{-1})d(k) \ a_{n-1}(z^{-1})y(k)]^T,$$

由此可得到系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} x_P(k+1) = A_P x_P(k) + B_P u(k) + E_P d(k), \\ y(k) = C_P x_P(k), \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$A_P = \begin{bmatrix} 0_{(m-1) \times 1} | I_{(m-1) \times (m-1)} & 0_{(m-1) \times m} & 0_{(m-1) \times n} \\ & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times n} \\ 0_{(m-1) \times m} & 0_{(m-1) \times 1} | I_{(m-1) \times (m-1)} & 0_{(m-1) \times n} \\ & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times (n-1)} \\ 0_{(n-1) \times m} & 0_{(n-1) \times m} & 0_{(n-1) \times 1} | I_{(n-1) \times (n-1)} \\ & \theta_b^{*T} & \theta_a^{*T} \end{bmatrix},$$

$$B_P = [0_{1 \times (m-1)} \ I_{1 \times 1} \ 0_{1 \times (m+n)}]^T,$$

$$E_P = [0_{1 \times (2m-1)} \ I_{1 \times 1} \ 0_{1 \times n}]^T,$$

$$C_P = [\theta_b^{*T} \ \theta_b^{*T} \ \theta_a^{*T}].$$

控制目标是控制被控对象的输入 $u(k)$ 使输出 $y(k)$ 趋向于0. 因此对系统做出以下假设:

P1) $D_0(z^{-1}; \theta^*)$ 的阶次 n 已知;

P2) 系统标称模型 $G(z^{-1}; \theta^*)$ 严格正则, 即 $m \leq n - 1$;

P3) $\theta^* \in \Omega$, Ω 为由先验知识可得的紧凸集且.

3 多模型自适应混合控制

3.1 参数子集划分与优化

3.1.1 参数子集的划分

θ^* 为系统未知参数, 根据先验知识可以得到 θ^* 所有可能的取值范围, 记为 Ω ; 将参数集 Ω 划分为 n 个参数子集 $\Omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 并且 Ω_i 且满足以下条件:

1) $\bigcup_{i=1}^n \Omega_i \geq \Omega, \Omega_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n, \emptyset$ 为空集;

2) $\Omega_i \cap \Omega_{i+1} = \delta_i, \delta_i$ 为两个参数子集的交集;

3) $\forall \theta^* \in \Omega_i, \theta_i^* \in \Omega_i$ 和 $0 < r_i \leq \infty$ 满足 $\|\theta^* - \theta_i^*\| \leq r_i$, 上式中 θ_i^* 为 Ω_i 的中心值, r_i 为 Ω_i 的半径.

条件1)保证所有的参数子集能够覆盖未知参数的不确定性范围;条件2)规定了每两个相邻子集具有交集,保证了系统控制器能够在不同子集间平滑过渡;条件3)为判断任意时刻未知参数是否位于某一参数子集提供了依据.

3.1.2 多固定模型的建立

定义系统回归向量如下:

$$\phi(k) = [a_{m-1}(z^{-1})u(k) - a_{n-1}(z^{-1})y(k)]^T, \quad (4)$$

以每个参数子集中心值为模型参数建立系统的多模型如下式所示:

$$y_i(k) = \theta_i^{*T} \phi(k), \quad (5)$$

$$\theta_i^* = [\alpha_{i,1} \ \alpha_{i,2} \ \cdots \ \alpha_{i,m} \ \beta_{i,1} \ \beta_{i,2} \ \cdots \ \beta_{i,n}]^T,$$

式中: $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, θ_i^* 为各个参数子集中心值且 $\theta_i^* \subset \mathbb{R}^{n+m}$. 写为状态空间表达式为

$$\begin{cases} x_{p_i}(k+1) = A_{p_i}x_{p_i}(k) + B_{p_i}u(k) + E_{p_i}d(k), \\ y(k) = C_{p_i}x_{p_i}(k). \end{cases} \quad (6)$$

3.1.3 参数子集动态优化

基于参数定位思想^[14]对参数子集进行优化,当系统的参数子集数量较多时,可以减少不必要的模型计算,加快系统收敛速度.定义如下性能指标:

$$J_i(k) = \|y_i(k) - y(k)\| = \|\theta_i^{*T}(k)\phi(k) - y(k)\|. \quad (7)$$

优化条件如下:

$$\begin{aligned} J_i(k) &\leq l_{\max} \|\phi(k)\| + d_0, \\ l_{\max} &= \|\|\hat{\theta}\| - \|\theta^*\|\|, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\|\Omega\| \geq l_{\max} > 0$ 为所能接受的参数估计误差的最大值, l_{\max} 的大小取决于所能接受的系统暂态性能,若系统快速性要求较高, l_{\max} 取较小值,当小到一定程度(取决于参数子集的划分)时,系统退化为切换控制,当系统暂态性能要求较高时, l_{\max} 取较大值,当 l_{\max} 可覆盖参数变化范围时,系统退化为普通混合控制; d_0 为有界扰动 $d(k)$ 的能量上界,满足式(8)的最优参数子集至少有一个存在. 令满足式(8)的参数子集索引集为 $\hat{I}(k)$:

$$\hat{I}(k) = \{i : \text{式(8)满足}, i = 1, 2, \dots, l, l < n\}. \quad (9)$$

下面给出参数子集动态优化算法:

令初始时刻系统最优参数子集索引集为

$$I(0) = \{1, 2, \dots, n\}. \quad (10)$$

1) 当系统参数不发生跳变时,系统最优参数子集索引集 $I(k)$ 为

$$I(k) = I(k-1) \cap \hat{I}(k). \quad (11)$$

2) 当系统参数发生跳变时,系统最优参数子集索引集 $I(k)$ 为

$$I(k) = \begin{cases} I(k-1) \cap \hat{I}(k), & I(k-1) \cap \hat{I}(k) \neq \emptyset, \\ \hat{I}(k), & \text{其他}. \end{cases} \quad (12)$$

这样,就可以采用系统最优参数子集索引集 $I(k)$ 代替原来的所有的固定模型,从而达到降低模型数量的目的.

3.2 误差模型

由式(4)得系统(1)–(2)的输出可表示为

$$y(k) = \theta^{*T} \phi(k) + N_0(z^{-1})d(k). \quad (13)$$

由于存在有界扰动 $d(k)$,在式(13)的左右两侧乘上滤波器 $F(z^{-1})$,可得如下表达式:

$$z(k) = \theta^{*T} \phi(k)F(z^{-1}) + \eta(k), \quad (14)$$

式中:

$$F(z^{-1}) = \frac{\lambda^n(k)}{(z^{-1} + \lambda^n(k))} F_\eta(z^{-1}), \quad (15)$$

$$F_\eta(z^{-1}) = \frac{N_F(z^{-1})}{D_F(z^{-1})}, \quad (16)$$

$$z(k) = F(z^{-1})y(k), \quad (17)$$

$$\eta(k) = N_0(z^{-1})F(z^{-1})d(k), \quad (18)$$

式中: $F_\eta(z^{-1})$ 为最小相位滤波器; $\eta(k)$ 为系统建模误差.通过合理设计 $F(z^{-1})$ 可以降低 $\eta(k)$ 的影响.当用参数估计值 $\hat{\theta}(k-1)$ 代替参数真值时,会产生误差 $\varepsilon(k) = z(k) - \hat{z}(k)$, $\hat{z}(k) = \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k)F(z^{-1})$.定义动态误差模型 $\mathbb{E}(\theta)$ 的输入为 $u(k)$ 和 $y(k)$, 输出为 $\varepsilon(k)$, 则由式(15)–(18)可得状态空间表达式^[9]

$$\begin{cases} x_E(k+1) = A_E(k)x_E(k) + B_E(k)u(k) + G_E(k)y(k), \\ z(k) = C_E(k)x_E(k) + D_E(k)y(k), \\ \tilde{z}(k) = \theta(k-1)^T \phi(k), \quad \phi = C_Z x_E(k), \\ \hat{\varepsilon}(k) = (C_E(k) - \theta^T(k-1)C_Z)x_E(k) + D_E(k)y(k). \end{cases} \quad (19)$$

3.3 双估计器的建立

因为混合信号的获取依赖参数估计值,因此笔者在此建立估计器.但是由于单个估计器存在由于估计

初值选取不合适而导致系统暂态性能较差的问题, 这里在原来固定估计器A1的基础上, 再增加一个可以重新赋值的估计器A2. 采用有约束投影算法^[15]:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{A_j}(k) = P_r \left\{ \hat{\theta}_{A_j}(k-1) + \frac{\gamma \hat{\varepsilon}(k) \phi(k)}{c + \phi^T(k) \phi(k)} \right\}, \\ J_{A_j}(k) = \|\hat{\theta}_{A_j}^T(k) \phi(k) - y(k)\|, \\ j \in \{1, 2\}, \end{cases} \quad (20)$$

式中: $0 < \gamma < 2$ 为自适应增益, 本文取 $\gamma = 1$; $c > 0$ 为常量, 本文取 $c = 0.8$; $P_r\{\cdot\}$ 为投影算子.

引理 1 若辨识算法如式(20)所示, 其中 $\hat{\theta}(0)$ 给定, 且 $c > 0, 0 < \gamma < 2, k \geq 1$ 则辨识算法有以下基本性质^[15]:

- 1) $\|\hat{\theta}(k) - \theta^*\| \leq \|\hat{\theta}(k-1) - \theta^*\| \leq \|\hat{\theta}(0) - \theta^*\|$;
- 2) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \frac{\hat{\varepsilon}(k)^2}{c + \phi^T(k) \phi(k)} < \infty$.

设定固定估计器A1初值为任意参数子集的中心值, 即

$$A1(0) = \theta_i^*, i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (21)$$

用于加快参数收敛速度和进行初次参数估计; 估计器A2的初始值保持动态改变. 在每一时刻计算A1的参数估计值 $\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}_{A1}$ 和每个最优参数子集中心值的距离, 当由于估计器A1初值选择不合适或者在系统运行过程中出现参数跳变, 而导致估计值不在最优参数子集内时, 则对估计器A2的初始值进行重新赋值, 作为下一时刻参数估计的初值, 提升暂态性能, 即

$$\|\hat{\theta}_{A1}(k) - \theta_i^*\| \leq r_i, i \in I(k), \quad (22)$$

式中 $I(k)$ 为最优参数子集索引集, 用以代替原来的所有的固定模型, 由式(11)–(12)得到.

1) 若 $\exists i \in I(k)$ 使得式(22)成立, 则表明 A1 参数估计值在最优参数集以内, 即认为此时估计误差在合理范围内, 估计器A2的参数初值不需要重置, 继续使用估计器A1作为系统估计器, 即

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}_{A1}(k). \quad (23)$$

2) 当最优参数集中所有中心值均不满足式(22)时, 则需对估计器A2参数估计值初值赋值, 定义

$$i(k) = \arg \min_{i \in \{I(k), A1, A2\}} \|y_i - y(k)\|. \quad (24)$$

根据式(24)可以找到当前时刻距离参数真值最近的模型参数并令

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}_{A2}(k) = \theta_{i(k)}^*. \quad (25)$$

由式(22)–(25)可以看出当估计器A1的初始值选取不合适时, 其参数估计收敛到真值较慢, 在参数收敛到距离真值足够近之前, 将距离参数真值最近的最优参

数子集中心值赋值给估计器A2, 作为下一时刻估计的初始值, 减小估计误差, 提高控制系统的暂态性能.

3.4 控制器的设计

3.4.1 子控制器设计

针对每个子模型建立子控制器 $u_i(k)$ 控制律如下式所示:

$$u_i(k) = -k_i y(k), i = \{1, 2, \dots, n\}. \quad (26)$$

矩阵 k_i 满足对于任意给定的对称正定矩阵 Q 都存在一个对称正定阵 H 使得下式成立:

$$(A_{P_i} - B_{P_i} k_i C_{P_i})^T H (A_{P_i} - B_{P_i} k_i C_{P_i}) - H = -Q. \quad (27)$$

式(27)用于保证每个子控制器能使对应子模型保持稳定.

3.4.2 混合制器设计

定义凸函数如下式所示:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{1-x^2}), & |x| < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (28)$$

定义控制器信号如下式所示:

$$\beta_i(\hat{\theta}(k)) = \frac{\tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k))}{\tilde{\beta}_1(\hat{\theta}(k)) + \tilde{\beta}_2(\hat{\theta}(k)) + \dots + \tilde{\beta}_n(\hat{\theta}(k))}, \quad (29)$$

$$\tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k)) = \varphi((\hat{\theta}(k) - \theta_i^*)/r_i), \quad (30)$$

式中 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, 则可得混合控制器信号为

$$\beta(\hat{\theta}(k)) = [\beta_1(\hat{\theta}(k)) \ \beta_2(\hat{\theta}(k)) \ \dots \ \beta_n(\hat{\theta}(k))]. \quad (31)$$

式(28)–(30)保证了混合信号有如下特性:

- 1) 连续性: $\beta(\hat{\theta}(k))$ 是 $\hat{\theta}(k)$ 的连续函数;
- 2) 归一性:

$$\beta_1(\hat{\theta}(k)) + \beta_2(\hat{\theta}(k)) + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k)) = 1. \quad (32)$$

由式(26)–(30)可得混合控制器的设计为

$$\begin{aligned} u = & \beta_1(\hat{\theta}(k))u_1 + \beta_2(\hat{\theta}(k))u_2 + \dots + \beta_n(\hat{\theta}(k))u_n = \\ & \beta_1(\hat{\theta}(k))(-k_1 y(k)) + \beta_2(\hat{\theta}(k))(-k_2 y(k)) + \dots + \\ & \beta_n(\hat{\theta}(k))(-k_n y(k)) = \\ & -K(\hat{\theta}(k))y(k). \end{aligned} \quad (33)$$

将式(33)代入式(3)中可得系统闭环状态方程

$$\begin{cases} x_P(k+1) = \\ [A_P - B_P K(\hat{\theta}(k)) C_P] x_P(k) + E_P d(k), \\ y(k) = C_P x(k). \end{cases} \quad (34)$$

4 稳定性及收敛性分析

根据式(3)(19)(34)得动态误差系统如下:

$$\begin{aligned} x_{PE}(k+1) &= A(k)x_{PE}(k) + B(k)\eta(k), \\ \hat{e}(k) &= C(k)x_{PE}(k), \end{aligned} \quad (35)$$

式中各参数如下定义:

$$x_{PE}(k) = [x_P(k) \quad x_E(k)]^T,$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} A_P - B_P K(\hat{\theta}(k))C_P & 0 \\ G_E(k)C_P - B_E(k)K(\hat{\theta}(k))C_P & A_E(k) \end{bmatrix},$$

$$B(k) = \begin{bmatrix} E_P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C(k) = [D_E(k)C_P \quad C_E(k) - \hat{\theta}^T(k-1)C_Z],$$

$$\eta(k) = [d(k) \quad 0]^T.$$

为了简化叙述,定义

$$\begin{aligned} A_1(k) &= A_P - B_P K(\hat{\theta}(k))C_P, \\ B_1(k) &= G_E(k) - B_E(k)K(\hat{\theta}(k)), \\ M(k) &= (I - E_P^T P_1(k)E_P)^{-1}, \\ W_1(k) &= D_E(k)C_P, \\ W_2(k) &= C_E(k) - \hat{\theta}^T(k-1)C_Z. \end{aligned}$$

引理 2 对于系统(35),如果Riccati不等式

$$\begin{aligned} &A^T(k)P(k)A(k) + C^T(k)C(k) - \\ &P(k) + A^T P(k)B(k)(I - \\ &B^T(k)P(k)B(k))^{-1}B^T(k)P(k)A(k) < 0 \end{aligned} \quad (36)$$

具有正定解 $P(k) = P^T(k)$ 且使得 $I - B^T(k)P(k)B(k) > 0$ 成立,则系统(35)渐近稳定^[16-17].

定理 1 对于Riccati方程

$$\begin{aligned} &A_1^T(k)P_1(k)A_1(k) - P_1(k) + W_1^T(k)W_1(k) + \\ &\delta_1 I + A_1^T(k)P_1(k)E_P M(k)E_P^T P_1(k)A_1(k) = 0, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} &A_E^T(k)P_2(k)A_E(k) - P_2(k) + \\ &W_2^T(k)W_2(k) + \delta_2 I = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

具有正定对称矩阵解 $P_1(k), P_2(k)$,并满足不等式

$$I - E_P^T P_1(k)E_P > 0, \quad (39)$$

则误差系统(19)的参数为

$$\begin{aligned} A_E(k) &= B_1(k)C_P, \\ C_E(k) &= \delta_3 Q + \hat{\theta}^T(k-1)C_Z, \\ D_E(k) &= [\delta_3^{-1}\delta_2 Q^{-1} - \delta_3 Q^{-1}P_2 + \delta_3 Q]C_P^{-1}, \end{aligned}$$

式中: $\delta_1 > 0, \delta_2 > 0, \delta_3 > 0$ 为任意常数, $Q = Q^T > 0$ 为正定常矩阵.可得如下结论:

- 1) 动态误差系统(35)渐进稳定;
- 2) 误差 $\hat{e}(k)$ 满足当 $k \rightarrow \infty, \hat{e}(k) \rightarrow 0$;
- 3) 跟踪误差 $\varepsilon(k)$ 满足当 $k \rightarrow \infty, \varepsilon(k) \rightarrow 0$.

证 1) 令

$$\begin{aligned} \Theta &= \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} \end{bmatrix} = \\ &A^T(k)P(k)A(k) - P(k) + C^T(k)C(k) + \\ &A^T P(k)B(k)(I - B^T(k)P(k)B(k))^{-1} \cdot \\ &B^T(k)P(k)A(k), \end{aligned}$$

将 $A(k), B(k), C(k), D(k)$ 代入上式,并设

$$P(k) = \begin{bmatrix} P_1(k) & 0 \\ 0 & P_2(k) \end{bmatrix},$$

下面推导中省略 k ,可得

$$\begin{aligned} \Theta_{22} &= A_E^T P_2 A_E - P_2 + W_2^T W_2, \\ \Theta_{12} &= C_P^T B_1^T P_2 A_E + W_1^T W_2, \\ \Theta_{21} &= A_E^T P_2^T B_1 C_P + W_1^T W_2, \\ \Theta_{11} &= [A_1^T P_1 E_P M E_P^T P_1 A_1 + A_1^T P_1 A_1 - \\ &P_1 + W_1^T W_1] + C_P^T B_1^T P_2 B_1 C_P. \end{aligned}$$

由式(38)可得 $\Phi_{22} = -\delta_2 I < 0$,将 A_E 代入 Φ_{12} ,根据式(37)可得

$$\Phi_{12} = P_2 - W_2^T W_2 - \delta_2 I + W_1^T W_2.$$

将 D_E 代入上式中的 W_1 ,化简可得 $\Phi_{12} = 0$;因为 $\Phi_{21} = \Phi_{12}^T$,所以 $\Phi_{21} = 0$.将式(37)-(38)代入 Φ_{11} 可得

$$\Phi_{11} = -\delta_1 I + \Phi_{12} - W_1^T W_2.$$

因为 $W_1^T W_2 > 0, \Phi_{12} = 0$,所以 $\Phi_{11} < 0$,至此可得 $\Phi < 0$.根据引理1,可得系统(35)渐近稳定,结论1)得证. 证毕.

2) 因为系统(35)渐近稳定,根据文献[17]中的引理2可得

$$k \rightarrow \infty, x_{PE}(k) \rightarrow 0.$$

根据式(35)可得结论(2),即

$$k \rightarrow \infty, \hat{e}(k) \rightarrow 0.$$

3) 跟踪误差

$$\varepsilon(k) = 0 - y(k) = -C_P x_P(k),$$

因为 $k \rightarrow \infty, x_{PE}(k) \rightarrow 0$,即 $k \rightarrow \infty, x_P(k) \rightarrow 0$,则可得 $k \rightarrow \infty, \varepsilon(k) \rightarrow 0$,结论3)得证. 证毕.

5 仿真研究

针对离散时间模型

$$\begin{aligned} y(k+1) &= 1.2y(k) - 1.22y(k-1) + b_1 u(k) + \\ &0.1u(k-1) + 0.8d(k) + 0.2d(k-1), \end{aligned}$$

式中: b_1 为被控对象未知参数,取 $d(k) = 0.15$. $b_1 \in [-0.5, 0.9]$,建立6个参数子集分别为 $\Omega_1 = [-0.5, -0.1]$, $\Omega_2 = [-0.3, 0.1]$, $\Omega_3 = [-0.1, 0.3]$, $\Omega_4 = [0.1, 0.5]$,

$\Omega_5 = [0.3, 0.7], \Omega_6 = [0.5, 0.9]$. 每个参数子集设计控制器为 $u_i (i = 1, 2, \dots, 6)$, 则

$$\tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k)) = \varphi\left(\frac{\hat{\theta}(k) - (U_i + L_i)/2}{(U_i - L_i)/2}\right), i = 1, 2, \dots, 6,$$

其中 U_i, L_i 为参数子集 Ω_i 的上限和下限. 至此可得混合信号为 $\beta_i(\hat{\theta}(k)) = \tilde{\beta}_i(\hat{\theta}(k)) / \sum_{j=1}^6 \tilde{\beta}_j(\hat{\theta}(k)) (j = 1, 2, \dots, 6)$, 仿真如下:

1) 参数不含跳变时(参数真值取0.85).

① 估计器初值选为0.6(较为合适).

图1是在参数初始值 $b_1(0) = 0.6$ 时, 系统采用传统 AMC 方法和基于动态优化双估计器 AMC(AMC-DE) 方法的系统输出图; 图2-3是与其对应的混合信号的变化 (F_i 对应 β_i), 反映了控制器的变化. 图1可以看出采用双估计器的 AMC 控制效果稍好于传统 AMC 控制; 图2显示 AMC 方法的控制器由初始值 0.6 所在的参数子集 Ω_5 在较短的时间内平滑的过渡到 0.85 所在的参数子集 Ω_6 内, 并驻留在该子集内; 图3显示 AMC-DE 方法的控制器也是由参数子集 Ω_5 平滑的移动到参数子集 Ω_6 内, 并驻留在该子集内, 只是在从 Ω_5 到 Ω_6 过渡的过程中更快, 是因为在得到第1个估计值之后, 通过判断并不属于最优参数集 Ω_6 , 就立刻将的中心值赋值给第2个估计器, 提升了系统暂态性能.

② 估计器初值选为-0.4(不合适).

图4为估计初值 $b_1(0) = -0.4$ 时系统输出, 可以看出在初始值距离真实值较远时, AMC-DE 方法较传统 AMC 方法明显有更好的控制效果; 图5-6为其对应的混合信号变化图, 图5可以看出 AMC 方法的控制器从初始值 $b_1(0) = -0.4$ 在的参数子集 Ω_1 逐渐过渡到真值所在的参数子集 Ω_6 , 正是由于初值选取的不恰当, 使系统的收敛时间延长, 暂态性能变差; 图6显示 AMC-DE 方法在得到第1个估计值后通过性能指标判断出该估计值不在 Ω_6 内, 立即将第2个估计器估计初值赋值为最优参数集中心值, 得以保证系统的暂态性能.

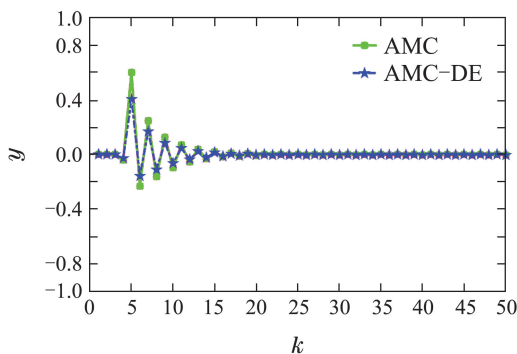


图 1 $b_1(0) = 0.6$ 时系统输出

Fig. 1 The output of $b_1(0) = 0.6$

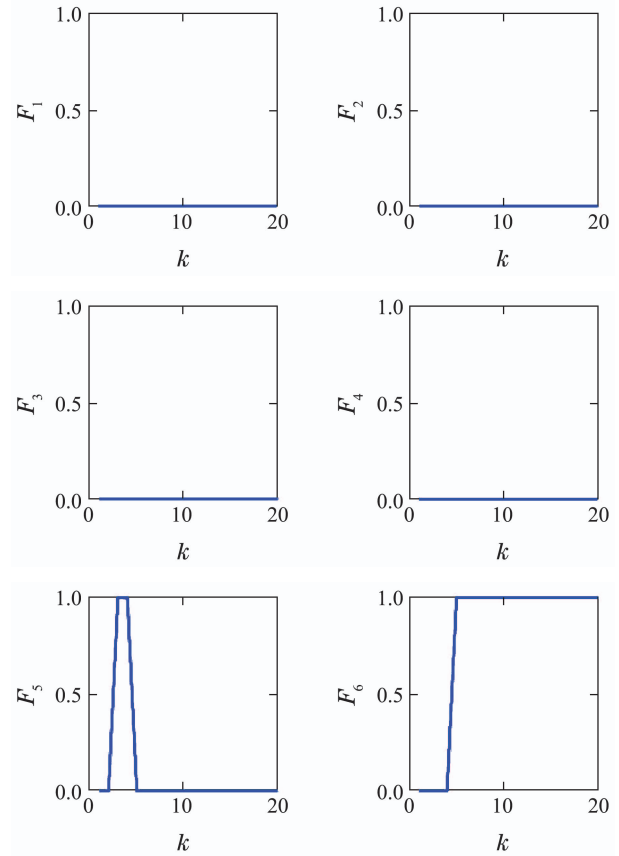


图 2 AMC 方法的混合信号

Fig. 2 Mixing signal of AMC

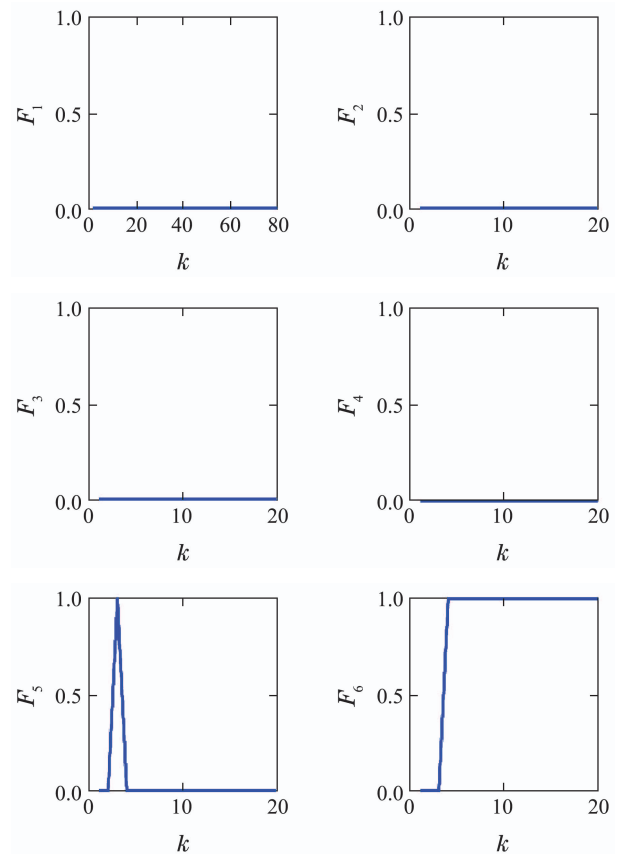


图 3 AMC-DE 的混合信号

Fig. 3 Mixing signal of AMC-DE

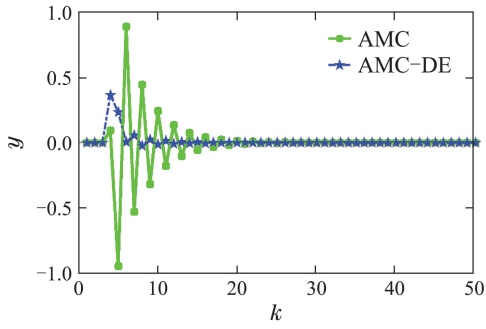


图4 $b_1(0) = -0.4$ 时系统输出
Fig. 4 The output of $b_1(0) = -0.4$

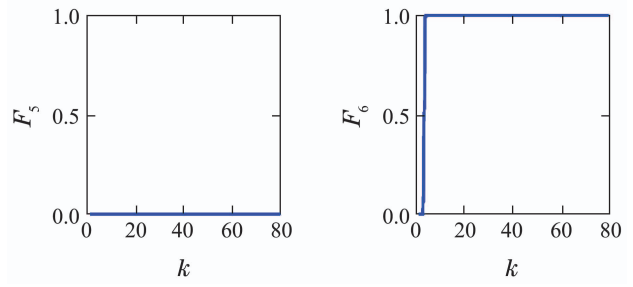


图6 AMC-DE方法混合信号
Fig. 6 Mixing signal of AMC-DE

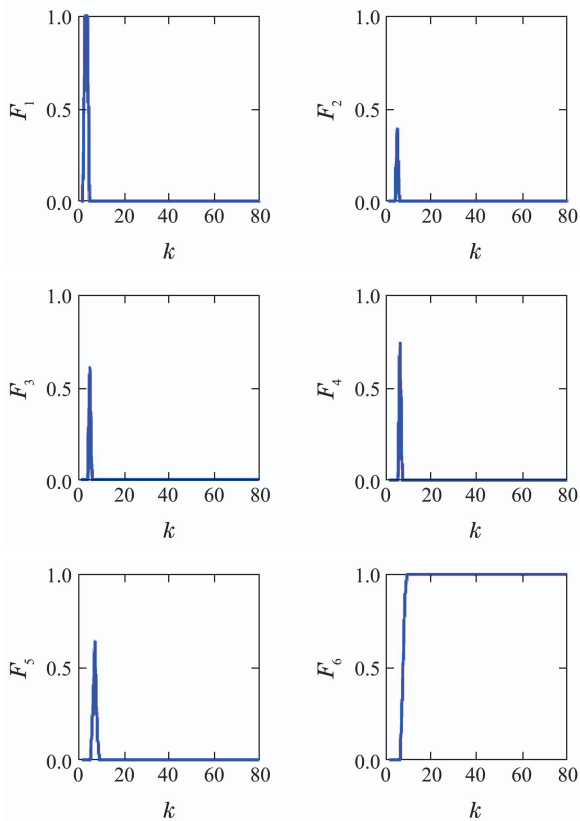
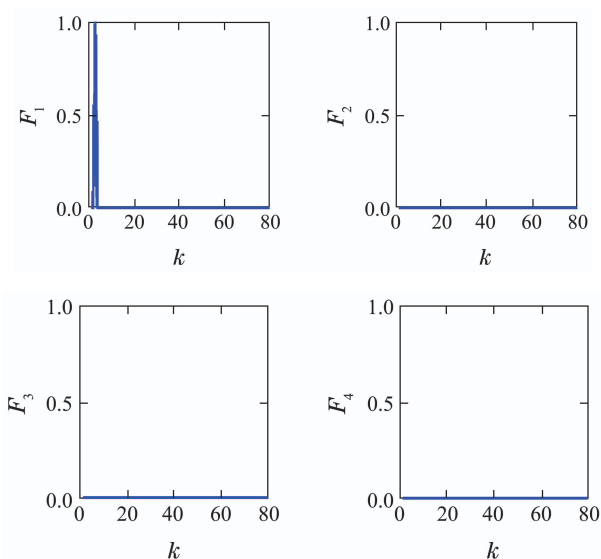


图5 AMC方法的混合信号
Fig. 5 Mixing signal of AMC



2) 参数含有跳变时.

① 在 $k = 40$ 时, 参数真值从 0.85 跳变到 -0.4 , 估计器初值选为 0.52, $l_{\max} = 0.25$:

图7是估计器初值为 0.52, 系统参数在 $k = 40$ 时从 0.85 跳变到 -0.4 的系统输出图, 从中可以看到 AMC-DE 方法较 AMC 方法有更好的控制效果.

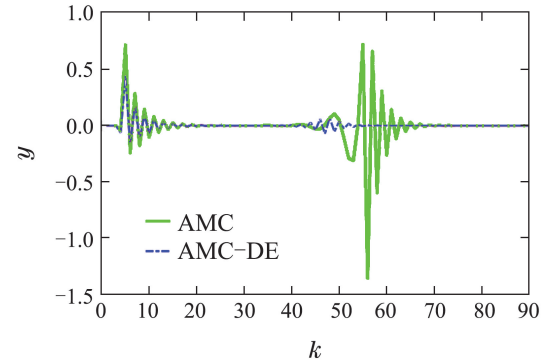
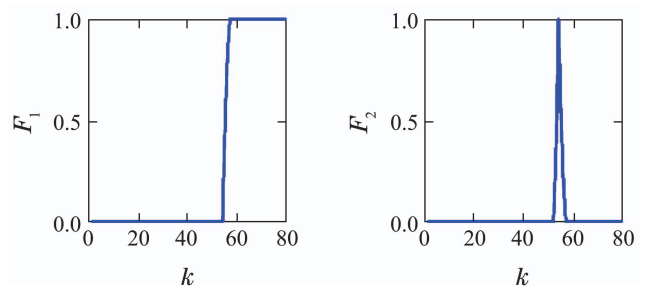


图7 参数初值为 0.52 时系统输出
Fig. 7 The output of initial parameter value is 0.52

图8-9为 AMC 方法和 AMC-DE 方法混合信号图, 可以反映出系统控制器的过渡过程, 图8中控制器在整个控制过程中按照如下过渡顺序:

$$\Omega_5 \rightarrow \Omega_6 \rightarrow \Omega_5 \rightarrow \Omega_4 \rightarrow \Omega_3 \rightarrow \Omega_2 \rightarrow \Omega_1$$

过渡到跳变后参数所在的参数子集 Ω_1 , 而图9所示的 AMC-DE 方法由于具有可重新赋值的估计器且 $l_{\max} = 0.25$, 因此在参数跳变后混合信号的变化会覆盖两个子集, 即控制器过渡过程为 $\Omega_5 \rightarrow \Omega_6 \rightarrow \Omega_1$ 使得控制器的过渡过程大大加快, 加快了收敛速度, 提升了暂态性能.



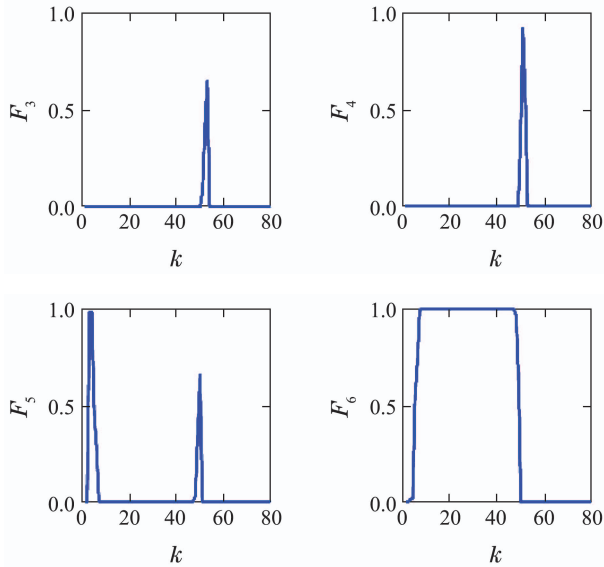


图8 参数跳变系统AMC方法混合信号
Fig. 8 AMC mixing signal of parameter jump system

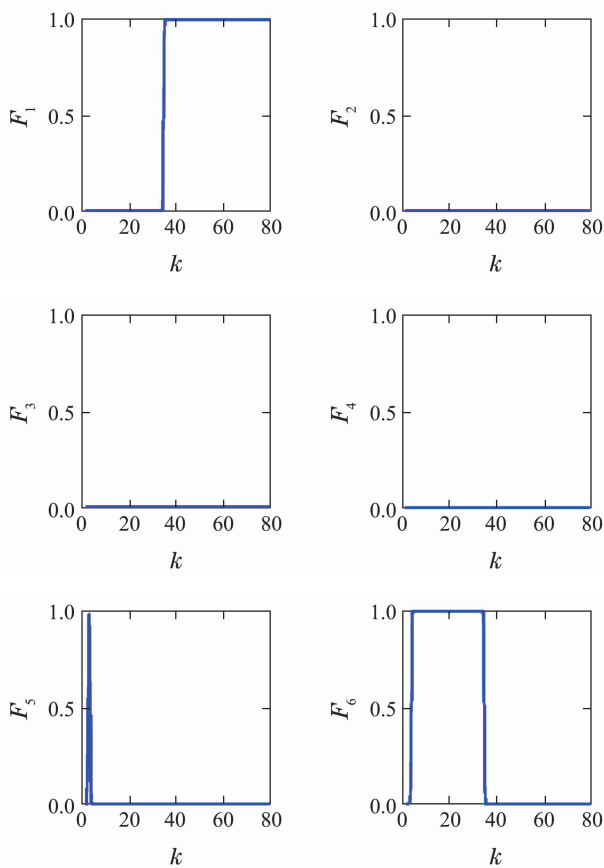


图9 参数跳变系统AMC-DE方法混合信号
Fig. 9 AMC-DE mixing signal of parameter jump system

② 在 $k = 40$ 时, 参数真值从 0.85 跳变到 -0.4 , 估计器初值选为 -0.4 , $l_{\max} = 0.18$:

图10为估计器初值为 -0.4 时, 参数含跳变系统的输出, 可以看出AMC-DE方法较AMC方法的控制效果明显改善, 收敛速度和暂态响应性能均有较大提升.

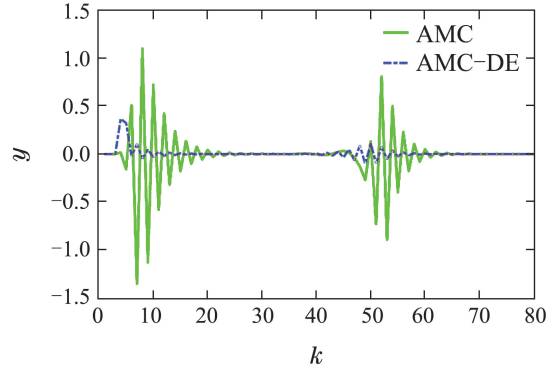


图10 初值为 -0.4 时系统输出
Fig. 10 The output of initial parameter value is -0.4

图11和12为相应的混合信号图, 从图11可以看出AMC方法控制器首先从初始值 -0.4 所在的参数子集 Ω_1 开始按照如下顺序: $\Omega_1 \rightarrow \Omega_2 \rightarrow \Omega_3 \rightarrow \Omega_4 \rightarrow \Omega_5 \rightarrow \Omega_6$ 过渡到 0.85 所在的参数子集 Ω_6 , 当发生跳变时, 又按照如下顺序从 Ω_6 过渡到 Ω_1 : $\Omega_6 \rightarrow \Omega_5 \rightarrow \Omega_4 \rightarrow \Omega_3 \rightarrow \Omega_2 \rightarrow \Omega_1$, 导致收敛时间延长, 暂态性能变差; 图12可以看出AMC-DE方法当 $l_{\max} = 0.18$, 类似于退化为切换控制, 即按照 $\Omega_1 \rightarrow \Omega_6 \rightarrow \Omega_1$ 的顺序过渡, 大大加快了收敛速度, 提升了暂态性能.

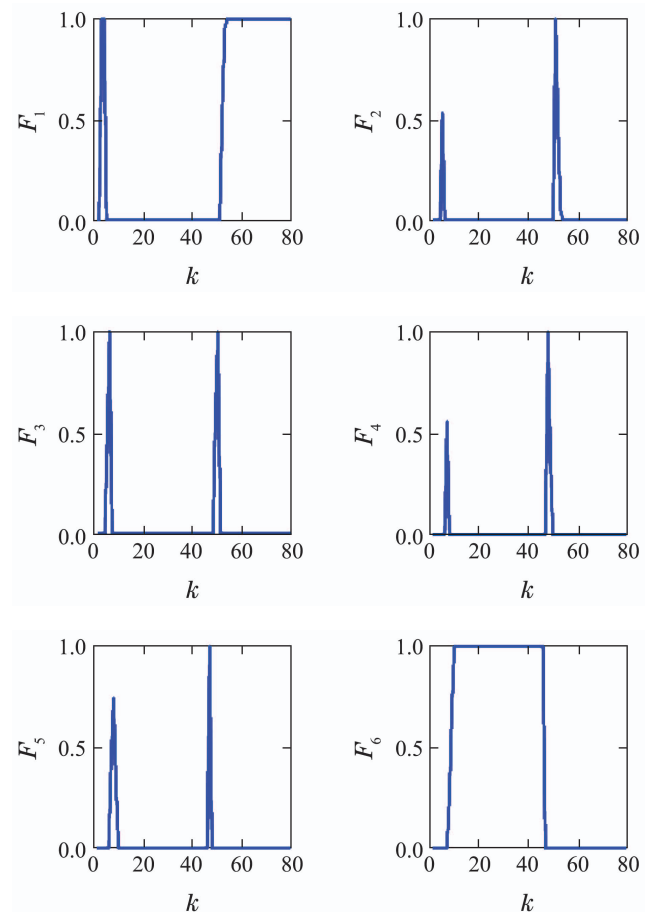


图11 参数初值为 -0.4 时AMC混合信号
Fig. 11 AMC mixing signal of initial value is -0.4

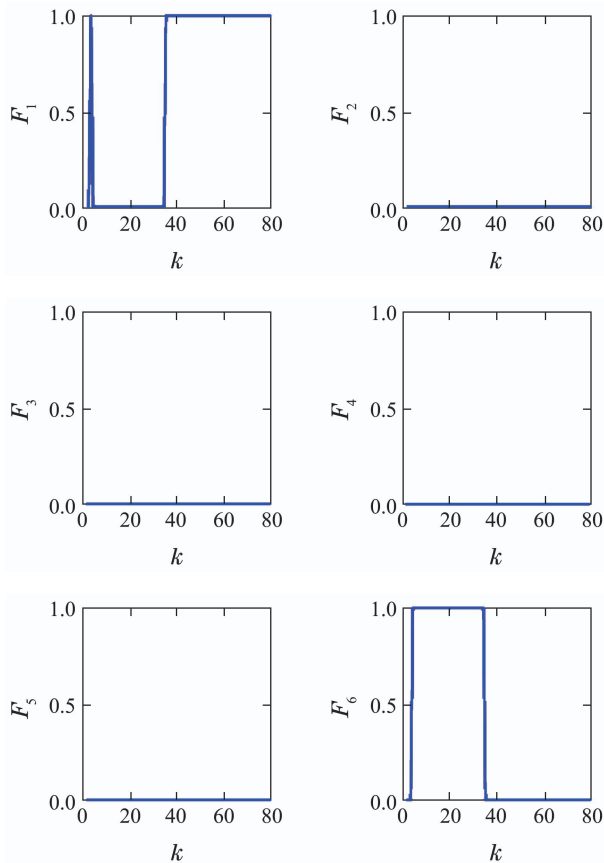


图12 含跳变系统初值为-0.4时AMC-DE混合信号

Fig. 12 AMC-DE mixing signal of initial value is -0.4

6 结语

对于不确定性较大的系统,当参数值为某一未知定值或未知参数在某一固定范围发生较大跳变,传统多模型自适应混合控制方法都存在由于参数估值和真值相差较大的问题,导致系统暂态响应变差,控制效果不理想.因此,本文提出基于动态优化双估计器的多模型自适应控制方法.首先基于局部化思想在线动态优化参数子集获得最优参数子集,大大减小了模型集的计算量,提高了多模型自适应混合控制的计算速度.其次设置一个固定估计器和一个可重新赋值的估计器,动态调整每个时刻最优的参数估计初值,减少了参数估计误差,加快了系统收敛速度,提高系统暂态响应.最后给出了系统稳定性及收敛性分析且仿真表明了本文所提方法的有效性.

参考文献:

- [1] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN N J. Improving transient response of adaptive control system using multiple models and switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1861 – 1866.
- [2] NARENDRA K S, ZHOU H. New concepts control using multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 78 – 89.
- [3] HUANG Miao, WANG Xin, WANG Zhenlei. Multiple models adaptive control based on time series of a class of nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 581 – 586.
- (黄淼, 王昕, 王振雷. 一类非线性系统的基于时间序列的多模型自适应控制. *自动化学报*, 2013, 39(5): 581 – 586.)
- [4] HUANG Miao, WANG Xin, WANG Zhenlei. Multiple model adaptive control for a class of nonlinear multi-variable systems with zero-order proximity boundedness. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 2058 – 2066.
- (黄淼, 王昕, 王振雷. 非线性多变量零接近有界系统的多模型自适应控制. *自动化学报*, 2014, 40(9): 2058 – 2066.)
- [5] HUANG M, WANG X, WANG Z L. Multiple adaptive control for a class of linear-bounded nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(1): 271 – 276.
- [6] ZHANG Weicun, LIU Jiwei, HU Guangda. Stability analysis of robust multiple model adaptive control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 113 – 121.
- (张维存, 刘冀伟, 胡广大. 鲁棒多模型自适应控制系统的稳定性. *自动化学报*, 2015, 41(1): 113 – 121.)
- [7] ZHANG Weicun. Weighted multiple model adaptive control of discrete-time stochastic system with uncertain parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 541 – 550.
- (张维存. 参数不确定离散随机系统的加权多模型自适应控制. *自动化学报*, 2015, 41(3): 541 – 550.)
- [8] KUIPERS M, IOANNOU P A. Multiple model adaptive control with mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(8): 1822 – 1836.
- [9] KUIPERS M. *Multiple model adaptive control with mixing*. California: University of Southern California, 2009.
- [10] BALDI S, IOANNOU P A. Discrete-time adaptive mixing with stability-preserving interpolation: the output regulation problem. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*. Milan: IFAC Proceedings Volumes, 2011: 102 – 107.
- [11] BALDI S, IOANNOU P A. Multiple model adaptive mixing control: the discrete-time Case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(4): 1040 – 1045.
- [12] CAO Xufeng, WANG Zhenlei, WANG Xin. Multiple model adaptive mixing control based on switching. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(1): 94 – 100.
- (曹叙凤, 王振雷, 王昕. 基于切换机制的多模型自适应混合控制. *自动化学报*, 2017, 43(1): 94 – 100.)
- [13] BALDI S, IOANNOU P A. Stability margins in adaptive mixing control via a Lyapunov-based switching criterion. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(5): 1194 – 1207.
- [14] NARENDRA K S, HAN Z. Location of models in multiple-model based adaptive control for improved performance. *2010 American Control Conference*. Baltimore: ACC, 2010: 117 – 122.
- [15] GOODWIN G, SIN K. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1984.
- [16] QU Baida, LÜ Yanhui, HUANG Xiaoyuan. Robust H_∞ control for discrete-time systems with nonlinear perturbations. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2): 309 – 311.
- (屈百达, 吕艳辉, 黄小原. 非线性扰动离散系统 H_∞ 鲁棒控制. *控制理论与应用*, 2000, 17(2): 309 – 311.)
- [17] YAESH I, SHAKED U. A transfer function approach to discrete time H_∞ control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1264 – 1271.

作者简介:

史善孟 硕士研究生, 目前研究方向为多模型自适应混合控制, E-mail: 1161659430@qq.com;

王昕 副教授, 目前研究方向为多模型自适应控制, E-mail: wangxin26@sjtu.edu.cn;

王振雷 教授, 目前研究方向为多模型自适应控制、故障诊断, E-mail: wangzhen.l@ecust.edu.cn.