

状态约束下连铸结晶器振动位移系统的抗干扰控制

李 强¹, 方一鸣^{1,2†}, 李建雄¹, 马 壮¹

(1. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统中存在的机械加工精度误差、摩擦非线性等不确定性和负载转矩扰动等问题, 考虑电机单方向变速转动约束, 提出了一种基于切换函数的抗干扰控制方案. 首先, 针对系统中状态约束且不可测及前向通道含有非线性周期函数(近似正弦函数, 逆解非唯一)的问题, 通过建立偏心轴转角误差与结晶器振动位移之间的函数关系, 解决系统自身的状态约束问题. 其次, 针对系统存在的不确定性和负载转矩扰动问题, 设计切换函数重构系统中存在的整体不确定性, 通过扩张状态观测器对整体不确定性进行估计, 将估计值与滑模控制方法相结合设计输出反馈控制器, 实现结晶器振动位移的跟踪控制. 最后, 通过Lyapunov理论证明了控制系统的稳定性, 通过仿真验证了本文所提方法的有效性.

关键词: 连铸结晶器; 状态约束; 切换函数; 扩张状态观测器; 滑模控制

引用格式: 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 状态约束下连铸结晶器振动位移系统的抗干扰控制. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1557 – 1564

DOI: 10.7641/CTA.2019.80194

Disturbance rejection control for continuous casting mold vibration displacement system with states constraints

LI Qiang¹, FANG Yi-ming^{1,2†}, LI Jian-xiong¹, MA Zhuang¹

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: In this paper, a disturbance rejection control method based on the switching function is proposed for the uncertainties such as machining error of reduction ratio, friction nonlinear and the load torque disturbance in the continuous casting mold vibration displacement system driven by servo motor. During the controller design, the system states constraint caused by the servo motor rotated in variable speed and single direction is considered. Firstly, as the states is constrained and immeasurable while the transfer relationship with nonlinear period function (approximate sine function with non-unique inverse solution) in the forward channel, the correspondence function between the eccentric shaft angle error and the mold displacement is established to deal with the states constraints. Secondly, for the uncertainties and the load torque disturbances, the switching function is designed to reconstruct the total system uncertainties, which is estimated by the extended states observer (ESO). The output-feedback controller is designed by combined the estimated value and the sliding mode method to realize the tracking control. Finally, the system stability is demonstrated through Lyapunov theory and the simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words: continuous casting mold; state constraints; switching function; extended states observer; sliding mode control

Citation: LI Qiang, FANG Yiming, LI Jianxiong, et al. Disturbance rejection control for continuous casting mold vibration displacement system with states constraints. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(9): 1557 – 1564

收稿日期: 2018-03-20; 录用日期: 2019-03-13.

†通信作者. E-mail: fyiming@ysu.edu.cn; Tel.: +86 335-8057041.

本文责任编辑: 武玉强.

国家自然科学基金项目(61873226), 河北省自然科学基金项目(F2017203304), 河北省人才培养工程经费资助科研项目(A2016015002)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61873226), the National Science Foundation of Hebei Province (F2017203304) and the High Level Talent Support Project of Hebei Province (A2016015002).

1 引言

连铸结晶器的非正弦振动是目前发展高效连铸的关键技术之一^[1-2]. 利用伺服电机的单方向、变角速度连续转动, 通过连杆机构实现结晶器的非正弦振动是一种新型方式. 这种方式与现有结晶器驱动方式相比, 具有传动系统简单、结构紧凑、使用寿命长、节能降耗、便于维护等优点.

伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统是一种非线性系统, 根据文献[3]分析, 结晶器振动位移近似为非线性周期函数(近似正弦函数), 且为中心对称, 而伺服电机转角为单调递增的, 造成控制系统前向通道中存在伺服电机转角与结晶器振动位移间映射不唯一, 增加了控制器设计的复杂性. 在解决输出非线性问题方面, 文献[4-6]分别采用神经网络、输入输出线性化、极值搜索等方法进行了研究, 但针对状态方程近似线性、输出方程为非线性周期函数的系统, 采用上述方法求解关于输出的跟踪控制问题仍然比较复杂. 文献[7-8]通过分段函数建立偏心轴转角与结晶器位移间一一对应的关系, 但分段函数方法在实际中易受采样时间的限制, 影响控制效果.

同时, 系统还存在机械加工精度误差、摩擦非线性等不确定性和负载转矩扰动等问题. 对抑制外界扰动和系统不确定问题, 滑模控制是一种有效的非线性控制方法^[9-13], 并广泛应用于飞行器控制、伺服电机控制、液压系统等领域, 该方法通过设计切换函数以保证切换函数收敛时系统控制误差能够收敛; 在切换函数的基础上, 设计趋近律^[14]使系统状态保持在滑模面上进而实现切换函数的收敛.

传统滑模控制中由于符号函数的使用易产生抖震, 影响控制系统性能, 且符号函数系数越大抖震越严重. 采用观测器对系统不确定项及未知扰动进行动态观测和补偿, 能够抑制抖震, 提高系统控制性能^[15-17]. 在众多扰动观测器中, 扩张状态观测器是对扰动估计的一种有效方式, 特别是与滑模控制的结合^[18-19], 具有较好的应用. 但由于在伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统中存在模型不确定性和时变负载扰动, 同时存在系统状态约束及前向通道含有非线性周期函数(近似正弦函数, 逆解非唯一)传递关系的问题, 则基于系统模型设计的扩张状态观测器将增加控制器设计的复杂度. 滑模控制方法是在设计出切换函数后, 通过趋近律及控制器的设计使切换函数能够收敛, 因此, 直接根据切换函数重构系统不确定性, 并设计扩张状态观测器进行观测, 将简化控制系统的设计.

根据上述分析, 本文针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统中存在的不确定性和负载转矩扰动等问题, 考虑伺服电机单方向变速转动约束的影响, 提出了一种基于切换函数的抗干扰控制方案. 首先, 针对系统中状态约束且不可测, 前向通道含有非线性

周期函数(近似正弦函数, 逆解非唯一)传递关系的问题, 通过建立偏心轴转角误差与结晶器振动位移之间的函数关系, 解决系统自身的状态约束问题. 其次, 针对系统存在的不确定性和负载扰动问题, 设计切换函数以重构系统中存在的整体不确定性, 进而基于切换函数设计扩张状态观测器对整体不确定性进行估计, 将估计值与滑模控制器的设计相结合, 实现结晶器振动位移的跟踪控制. 最后, 通过Lyapunov理论证明了控制系统的稳定性, 通过仿真验证了本文所提方法的有效性.

2 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统模型分析

伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统装置如图1所示.

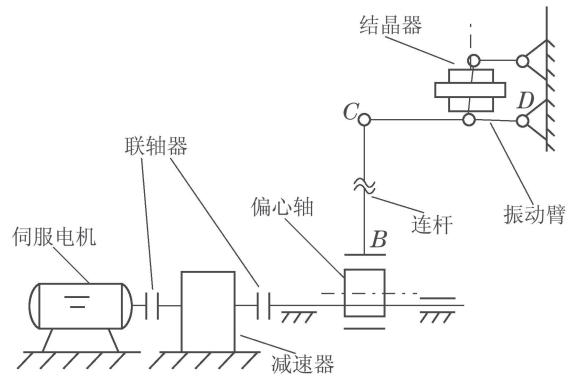


图1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统装置图

Fig. 1 The diagram of continuous casting mold vibration system driven by servo motor

根据文献[3]中给出的结晶器振动系统数学模型, 并考虑系统机械加工精度、偏心轴机械零位初始偏差等问题, 建立整体数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_p = h \left(\frac{2\pi}{60i} n + c(t) \right) \cos \left(\int \left(\frac{2\pi}{60i} n + c(t) \right) d\tau + d \right), \\ \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J} n - \frac{60 T_L}{2\pi J}, \\ \dot{i}_q = -\frac{2\pi}{60} p n i_d - \frac{R_s}{L} i_q - \frac{p\psi_f}{L} \frac{2\pi}{60} n + \frac{u_q}{L}, \\ \dot{i}_d = -\frac{R_s}{L} i_d + \frac{2\pi}{60} p n i_q + \frac{u_d}{L}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_p 为结晶器位移, n 为电机转速, L 为定子绕组等效电感; ψ_f 为转子永磁体产生的磁链; R_s 为定子电阻; p 为电机的极对数; J 为转子转动惯量; B 为粘性摩擦系数; T_L 为负载转矩; u_d, u_q 为定子电压 d, q 轴分量; i_d, i_q 为定子电流 d, q 轴分量; d 为初始时刻偏心轴机械零位偏移; h 为结晶器振动系统振幅.

$$c(t) = \frac{-\Delta i}{i(i + \Delta i)} \frac{2\pi}{60} n,$$

i 为减速齿轮减速比, Δi 为机械加工精度引起的减速

比误差.

根据矢量控制原理, 在实际控制中通常采用 $i_d^* = 0$ 的控制策略, 实现伺服电机中转速与电流的近似解耦. 由于电流环响应快, 实际中常采用 PI 控制. 因此, 对于位置环控制器的设计基于式(1)的前两个方程式.

定义中间变量 θ 表示偏心轴角位移. 令

$$\theta = \int \left(\frac{2\pi}{60i} n + c(\tau) \right) d\tau + d,$$

由于 d 为初始时刻偏心轴机械零位偏移, 可视为常量, 则 $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{60i} n + c(t)$. 定义变量 $z = \dot{\theta}$, 则结晶器振动位移系统模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = z, \\ \dot{z} = \frac{1.5p\psi_f}{J_i} u - \frac{B}{J} z + N(t), \\ y = h \sin \theta, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $N(t) = \frac{B}{J} c(t) - \frac{1}{J_i} T_L + \dot{c}(t)$, y 表示结晶器振动系统的输出, 即结晶器振动位移.

根据伺服电机驱动连铸结晶器振动系统的生产工艺可知, 结晶器非正弦振动是通过伺服电机单方向、变角速度规律转动实现的. 则系统模型(2)中的状态量存在如下约束条件:

- 1) 系统模型(2)中的状态量 $\theta \geq 0$, 且单调递增.
- 2) 系统模型(2)中的状态量 z 有界, 且为正值.

同时, θ 与系统输出 y 在 $[0, \infty)$ 区间内存在逆解的非唯一性, 且由于系统不确定性及负载扰动的影响, 模型(2)中的状态量 θ 与 z 不可测, 仅结晶器振动位移 y 可测.

假设 1 结晶器振动位移 y 及其参考轨迹 y_d 有界, 且其一阶导数和二阶导数存在. 参考轨迹 y_d 已知.

假设 2 结晶器振动位移 y 及其参考轨迹 y_d 的相位差小于 $\frac{\pi}{2}$.

假设 3 中间变量 θ 的期望轨迹 θ_d 及其一阶导数 $\dot{\theta}_d$ 和二阶导数 $\ddot{\theta}_d$ 存在且已知.

3 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统控制器设计

本文设计的控制系统结构如图2所示.

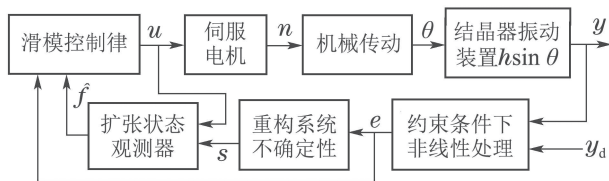


图 2 抗干扰控制系统结构图

Fig. 2 The structure diagram of the disturbance rejection control system

图2基本思想是: 通过一种基于误差的非线性处理算法, 解决系统前向通道含有非线性周期函数的问题; 根据跟踪误差设计切换函数以重构系统整体不确定项, 设计扩张状态观测器对不确定项进行估计; 依据滑模趋近律设计系统控制器实现跟踪控制.

3.1 约束条件下的状态误差

本文在分段函数^[7]的基础上提出了一种基于误差的处理算法, 通过建立偏心轴角位移误差与结晶器振动位移之间的函数关系, 解决系统的约束问题.

推论 1 设结晶器振动系统输出 y 及其参考轨迹 y_d 的反正弦角度值为

$$\theta_r = \arcsin \frac{y}{h}, \quad \theta_r^* = \arcsin \frac{y_d}{h},$$

则结晶器偏心轴角位移误差 $\Delta\theta = \theta - \theta_d$ 是连续的, 在状态约束条件下其与结晶器振动位移的关系表达式为

$$\Delta\theta = \operatorname{sgn} \dot{y} \left((\theta_r - \operatorname{sgn}(\dot{y} \dot{y}_d) \theta_r^*) - 2 \arcsin S_{\text{tmp}} \right), \quad (3)$$

其中:

$$S_{\text{tmp}} = \begin{cases} 0, & \dot{y} \dot{y}_d \geq 0, \\ \operatorname{sgn} y \cdot \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{y}_d), & \dot{y} \dot{y}_d < 0. \end{cases}$$

证 通过图3分析可知, 对于正弦函数, 在 $[0, 2\pi]$ 区间内, 根据正弦函数值 S 及其导数值 \dot{S} 的复合条件, 能够确定正弦函数值与角度之间一一对应的关系.

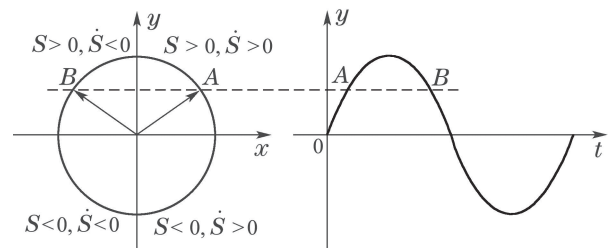


图 3 正弦函数在象限区间中的对应关系

Fig. 3 The corresponding relation between the reference circle and the sine function

则根据实际工况和图3所示的分析, 结合结晶器振动系统模型, 可以得出

1) 当 $\dot{y} \dot{y}_d \geq 0$ 时, 结晶器偏心轴角位移输出误差可以表示为

$$\Delta\theta = \operatorname{sgn} \dot{y} (\theta_r - \theta_r^*). \quad (4)$$

2) 当 $\dot{y} \dot{y}_d < 0$ 时, 设 \dot{y}_T 表示第 T 采样时刻结晶器振动位移系统实际输出的一阶导数值, \dot{y}_{T-1} 表示第 $T-1$ 采样时刻的值; \dot{y}_T^* 表示第 T 采样时刻结晶器振动位移系统期望输出的一阶导数值, \dot{y}_{T-1}^* 表示第 $T-1$ 采样时刻的值, 则

- a) 当 $\dot{y} < 0, \dot{y}_d > 0$, 且 $\dot{y}_T \cdot \dot{y}_{T-1} < 0$ 时,

$$\Delta\theta = (\pi - \theta_r) - \theta_r^* = \pi - (\theta_r + \theta_r^*);$$
- b) 当 $\dot{y} > 0, \dot{y}_d < 0$, 且 $\dot{y}_T^* \cdot \dot{y}_{T-1}^* < 0$ 时,

$$\Delta\theta = \theta_r - (\pi - \theta_r^*) = -\pi + (\theta_r + \theta_r^*);$$
- c) 当 $\dot{y} < 0, \dot{y}_d > 0$, 且 $\dot{y}_T^* \cdot \dot{y}_{T-1}^* < 0$ 时,

$$\Delta\theta = -\pi - \theta_r - \theta_r^* = -\pi - (\theta_r + \theta_r^*);$$
- d) 当 $\dot{y} > 0, \dot{y}_d < 0$, 且 $\dot{y}_T \cdot \dot{y}_{T-1} < 0$ 时,

$$\Delta\theta = \theta_r - (-\pi - \theta_r^*) = \pi + (\theta_r + \theta_r^*).$$

根据上述表达式分析可以得出, $(\theta_r + \theta_r^*)$ 的符号可以由 $\text{sgn } \dot{y}$ 来确定, π 的符号可以由 $\text{sgn}(\dot{y}_T \cdot \dot{y}_{T-1})$ 的符号来确定. 由于确定 π 的符号涉及到不同的采样时刻, 为减少采样周期的影响, $\text{sgn}(\dot{y}_T \cdot \dot{y}_{T-1})$ 可表示为

$$\text{sgn}(\dot{y}_T \cdot \dot{y}_{T-1}) = -\text{sgn } y \cdot \text{sgn}(\dot{y} - \dot{y}_d).$$

综合上述分析可得

$$\Delta\theta = \text{sgn } \dot{y}(\theta_r + \theta_r^*) - \text{sgn } y \cdot \text{sgn}(\dot{y} - \dot{y}_d) \cdot \pi. \quad (5)$$

根据式(4)和式(5)可以得出

$$\Delta\theta = \text{sgn } \dot{y}((\theta_r - \text{sgn}(\dot{y}\dot{y}_d)\theta_r^*) - 2 \arcsin S_{\text{tmp}}).$$

其中:

$$S_{\text{tmp}} = \begin{cases} 0, & \dot{y}\dot{y}_d \geq 0, \\ \text{sgn } y \cdot \text{sgn}(\dot{y} - \dot{y}_d), & \dot{y}\dot{y}_d < 0. \end{cases}$$

证毕.

根据推论1可知, 系统模型式(2)中的状态量 θ 的误差可以通过结晶器振动位移 y 和其参考轨迹 y_d 及其导数的关系来确定.

通过对式(3)分析可知, 该算法在运用过程中涉及求导计算, 这在工业控制中较难实现, 且现场复杂环境容易对信号造成干扰. 因此, 需要构造含有滤波功能且不基于对象模型的微分器. 为保证微分器的跟踪性能和滤波性能, 本文基于双幂次函数设计了非线性微分器.

引理 1 系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -a_1 \text{sig}(z_1)^{\alpha_1} - a_2 \text{sig}(z_2)^{\alpha_2}. \end{cases} \quad (6)$$

相对于原点 $(0, 0)$ 是有限时间收敛的, 其中:

$$0 < \alpha_2 < 1, \frac{\alpha_2}{(2 - \alpha_2)} < \alpha_1 < 1,$$

且 $a_1 > 0, a_2 > 0$. $\text{sig}(\cdot)^\beta$ 函数的表达式为

$$\text{sig}(z)^\beta \triangleq |z|^\beta \text{sgn } z, \beta > 0.$$

证 选择Lyapunov函数为

$$V(z_1, z_2) = \frac{a_1}{a_1 + 1} |z_1|^{\alpha_1 + 1} + \frac{1}{2} z_2^2. \quad (7)$$

根据式(7)可知所选取的Lyapunov函数是Lipschitz连续的. 则

$$\begin{aligned} \dot{V} = & a_1 \text{sig}(z_1)^{\alpha_1} z_2 + z_2(-a_1 \text{sig}(z_1)^{\alpha_1} - a_2 \text{sig}(z_2)^{\alpha_2}) = \\ & -a_2 z_2 \text{sig}(z_2)^{\alpha_2} = \\ & -a_2 |z_2|^{\alpha_2 + 1}. \end{aligned} \quad (8)$$

则在 $\{(z_1, z_2) : \dot{V} = 0\}$ 上唯一的不变集是原点, 并通过LaSalle定理可知系统(6)是渐进稳定的. 给定任意实数 $\sigma > 0$ 和系数 (g_1, g_2) , 假设存在常数 b 满足如下方程:

$$\begin{cases} \sigma^{g_2} z_2 = \sigma^{b+g_1} z_2, \\ -a_1 \text{sig}(\sigma^{g_1} z_1)^{\alpha_1} - a_2 \text{sig}(\sigma^{g_2} z_2)^{\alpha_2} = \\ \sigma^{b+g_2} \cdot (-a_1 \text{sig}(z_1)^{\alpha_1} - a_2 \text{sig}(z_2)^{\alpha_2}). \end{cases} \quad (9)$$

则可以推出

$$\begin{cases} g_2 = b + g_1, \\ g_1 \alpha_1 = g_2 \alpha_2 = b + g_2. \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{进而可得 } g_1 = \frac{b\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{2b}{\alpha_1 - 1}.$$

由于 g_1, g_2 均为正值, 且 $0 < \alpha_1 < 1, 0 < \alpha_2 < 1$, 所以 $b < 0$. 则对于系统平衡点 $(0, 0)$ 是全局有限时间稳定平衡点. 证毕.

根据引理1, 基于双幂次函数设计非线性微分器, 能够保证在有限时间内跟踪给定量, 并同时得出数值的导数. 设计非线性微分器:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \zeta^2 \dot{x}_2 = -a_1 \text{sig}(x_1 - v(t))^{\alpha_1} - a_2 \text{sig}(x_2)^{\alpha_2}. \end{cases} \quad (11)$$

对于二阶连续可导的信号 $v(t)$, 存在 $\mu > 0$ (其中 $\alpha_2 \mu > 2$) 和 $T_0 > 0$, 当 $t > \zeta T_0$ 时, 满足:

$$x_1 - v(t) = O(\zeta^{\alpha_2 \mu}), \quad x_2 - \dot{v}(t) = O(\zeta^{\alpha_2 \mu - 1}),$$

其中: $0 < \alpha_2 < 1, \frac{\alpha_2}{(2 - \alpha_2)} < \alpha_1 < 1, \zeta$ 是摄动参数,

$O(\zeta^{\alpha_2 \mu - 1})$ 表示 x_2 与 $\dot{v}(t)$ 的误差是 $\zeta^{\alpha_2 \mu - 1}$ 阶近似的. 关于非线性微分器式(11)的收敛性证明, 可参照引理1的证明过程, 本文不再叙述.

3.2 切换函数设计

根据第3.1节中约束条件下的状态误差来设计切换函数, 基于切换函数设计扩张状态观测器对系统整体不确定项进行估计, 并采用趋近律方法设计控制器.

假设系统(2)状态量的跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = \theta - \theta_d, \\ e_2 = z - \dot{\theta}_d. \end{cases} \quad (12)$$

根据系统(2)可知, 式(12)的一阶导数为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = au + f(z, N, t) - \ddot{\theta}_d, \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$a = \frac{1.5p\psi_f}{J_i}, f(z, N, t) = bz + N(t), b = -\frac{B}{J},$$

因状态量 z 和不确定项 $N(t)$ 均不可测, 将 $f(z, N, t)$ 看作系统的整体不确定项, 主要受系统负载扰动、电机转速、内部不确定性等因素影响. 为书写方便, 后面用 $f(t)$ 表示 $f(z, N, t)$. 设计切换函数为

$$s = c_1 e_1 + e_2, \quad (14)$$

其中 $c_1 > 0$ 为切换函数参数.

3.3 扩张状态观测器设计

扩张状态观测器主要用于对系统中整体不确定项作为扩展状态量进行估计, 并将估计值进行反馈以提高系统的控制精度. 基于切换函数设计扩张状态观测器的方式, 对滑模控制来讲更为直观, 且能够更为全面的估计系统中存在的扰动. 基于切换函数式(14)设计一个二阶的扩张状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{s}} = \hat{f} - \beta_1(s - \hat{s}) + c_1 e_2 + au - \ddot{\theta}_d, \\ \dot{\hat{f}} = -\beta_2(s - \hat{s}), \end{cases} \quad (15)$$

其中: \hat{s} 是对切换函数 s 的估计, \hat{f} 是对系统中 $f(t)$ 的估计, β_1, β_2 为观测器系数, 观测器系数 β_1, β_2 的选取须使多项式 $s^2 - \beta_1 s - \beta_2$ 是Hurwitz的.

3.4 控制器设计及分析

选取指数趋近律

$$\dot{s} = -\rho s - \eta \operatorname{sgn} s, \quad (16)$$

其中: $\rho > 0, \eta > 0$. 指数项 $-\rho s$ 能够保证当 s 较大时, 系统状态能以较大的速度趋近于滑动模态, $\operatorname{sgn} s$ 为符号函数. 为进一步改善控制器的抖振问题, 采用饱和函数 sat 代替控制器中的符号函数, sat 函数可选取为

$$\operatorname{sat} s = \begin{cases} 1, & \frac{s}{\zeta} > 1, \\ \frac{s}{\zeta}, & -1 \leq \frac{s}{\zeta} \leq 1, \\ -1, & \frac{s}{\zeta} < -1, \end{cases}$$

其中: ζ 为滑动模态切换面的边界层. 饱和函数与符号函数的对比如图4所示.

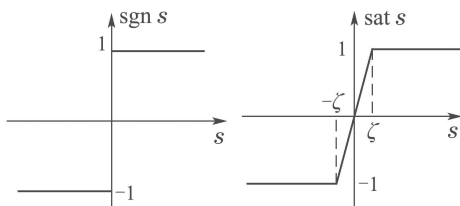


图 4 符号函数与饱和函数对比图

Fig. 4 The comparison diagram of $\operatorname{sgn}(\cdot)$ function and $\operatorname{sat}(\cdot)$ function

利用饱和函数的饱和特性, 在边界层内采用线性化反馈控制, 使切换过程连续, 从而削弱抖震. 根据式(2)(14)(16), 可得系统的控制律为

$$u = \frac{1}{a}(\rho s + \eta \operatorname{sat} s + c_1 e_2 - bz - N(t) + \ddot{\theta}_d) = \frac{1}{a}(\rho s + \eta \operatorname{sat} s + c_1 e_2 - \hat{f}(t) + \ddot{\theta}_d). \quad (17)$$

下面证明系统在控制律式(17)的作用下跟踪误差一致最终有界.

对式(14)进行求导计算可得

$$\dot{s} = c_1 e_2 + \dot{e}_2 = c_1 e_2 + au + f(t) - \ddot{\theta}_d. \quad (18)$$

将式(18)代入式(15), 并进行拉氏变换, 可得

$$\begin{cases} s_1 \hat{s} = (\hat{f} - f) - \beta_1(s - \hat{s}) + s_1 s, \\ s_1 \hat{f} = -\beta_2(s - \hat{s}), \end{cases} \quad (19)$$

其中: s_1 表示拉普拉斯算子. 通过求解式(19), 可以得到扰动量 $f(t)$ 到 \hat{f} 的传递函数为

$$\hat{f} = \frac{-\beta_2}{s_1^2 - \beta_1 s_1 - \beta_2} f. \quad (20)$$

定义 $\tilde{f} = f(t) - \hat{f}$, 表示观测器对 $f(t)$ 的估计误差, 则根据式(20)可得扰动的估计误差为

$$\tilde{f} = \frac{s_1^2 - \beta_1 s_1}{s_1^2 - \beta_1 s_1 - \beta_2} f. \quad (21)$$

根据式(21)可得扩张状态观测器式(15)的状态空间实现为

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \bar{A}\xi + \bar{B}f, \\ \tilde{f} = \bar{C}\xi + \bar{D}f, \end{cases} \quad (22)$$

其中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta_2 & \beta_1 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{C} = [\beta_2 \ 0], \bar{D} = 1.$$

考虑到 $\det(\lambda I - \bar{A}) = \lambda^2 - \beta_1 \lambda - \beta_2$, 而 \bar{A} 是Hurwitz矩阵, 因此, 对于任意给定的对称正定阵 Q , 存在对称正定阵 P 满足 $\bar{A}^T P + P \bar{A} = -Q$.

选取关于切换函数 s 及与扰动估计误差相关的变量 ξ 的Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \xi^T P \xi. \quad (23)$$

对式(23)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\rho s^2 - \eta \operatorname{sat} s + s \tilde{f} - \xi^T Q \xi + 2 \xi^T P \bar{B} f \leq \\ & -\rho \|s\|^2 - \eta \|s\| + \|s\| \|\tilde{f}\| - \\ & \lambda_{\min}(Q) \|\xi\|^2 + 2 \|\xi\| \|P \bar{B}\| \|f\|. \end{aligned} \quad (24)$$

假设 f 有界, 根据式(21)可知扰动估计误差 \tilde{f} 有界, 则在式(17)控制律的作用下, 选定合理的 ρ, η 参数值能够保证切换函数 s 有界. 当切换函数 s 有界时, 根据式(16)可知轨迹跟踪误差一致最终有界.

4 仿真分析

为验证本文所设计控制器的有效性,基于实验室伺服电机驱动的连铸结晶器振动台模型的具体参数进行了仿真.

伺服电机驱动的连铸结晶器振动台模型的具体参数:

$$i = 5, P_N = 20.4 \text{ kW}, I_N = 45 \text{ A}, L = 4.6 \text{ mH}, \\ n_N = 1500 \text{ r/min}, \psi_f = 0.96 \text{ Wb}, J = 0.0547 \text{ N} \cdot \text{m}^2, \\ B = 0.004 \text{ Nms/rad}, R_s = 0.14 \Omega, p = 3.$$

双幂次微分器参数值为 $a_1 = a_2 = 2, \xi = 0.1, \alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 1.6$; 切换函数的参数为 $c_1 = 20$; 趋近律参数为 $\rho = 8, \eta = 0.8$; 扩张状态观测器的参数为 $\beta_1 = 5000, \beta_2 = 30000$;

系统整定后的直轴电流PID控制器参数为 $K_{p1} = 12.982 \text{ V/A}, \tau_1 = 2 \text{ ms}$; 交轴电流PID控制器的参数为 $K_{p2} = 12.982 \text{ V/A}, \tau_2 = 2 \text{ ms}$;

仿真给定结晶器位移信号为德马克非正弦方程: $y_d = h \sin(\omega t - A \sin(\omega t))$. 根据德马克方程可得相应的偏心轴位置角给定位为 $\theta_d = \omega t - A \sin(\omega t)$, 式中: h 为结晶器振幅; $\omega = \frac{2\pi}{60} f_w$; f_w 为连铸结晶器振动频率; $A = \frac{\pi\gamma}{2 \sin(\frac{\pi}{2}(1 + \gamma))}$, 其中 γ 为波形偏斜率.

本次仿真中 $h = 3 \text{ mm}, f_w = 130 \text{ 次/分钟}$.

连铸结晶器振动系统的负载扰动为

$$T_L = (5.1335 + 6.4985 \sin(\omega t - A \sin(\omega t))) \text{ Nm}.$$

机械部分的减速比不确定性由机械加工精度造成,根据机械加工精度 $\pm 3\%$ 的要求,本文取最不理想的情况 $\Delta i = 3\% i$; 且初始时刻偏心轴机械零位偏移 $d = -0.2 \text{ rad}$.

为验证本文方法的有效性,对比文献[7]中基于分段函数的算法,在控制器参数相同的情况下,分别对正弦和非正弦两种给定信号进行了对比仿真分析.

通过图5可以看出,在结晶器振动位移给定信号为正弦信号时,与文献[7]中基于分段函数方法的控制器相比,本文所设计的方法能够较好的解决系统的状态约束问题,控制器具有较好的跟踪效果,跟踪精度较高,动态性能较好.

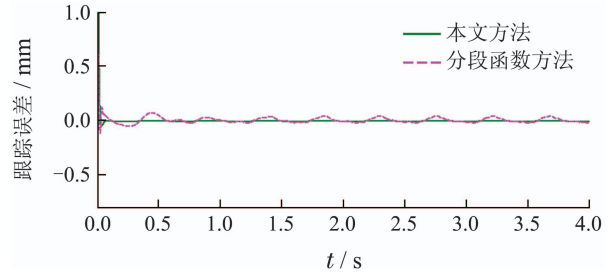
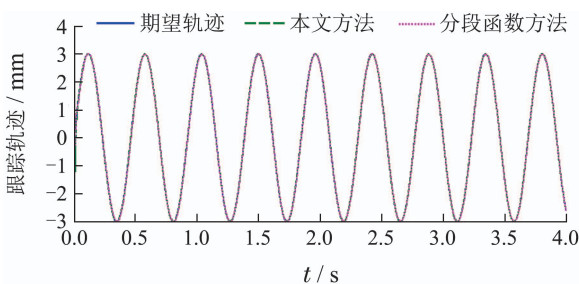


图5 正弦信号($\gamma = 0$)时结晶器位移跟踪及误差曲线

Fig. 5 The traces and tracking error curves of the mold displacement with the given sine signal ($\gamma = 0$)

通过图6可以看出,伺服电机驱动的结晶器在非正弦振动下,本文方法能够实现较好的控制效果,且在跟踪误差精度方面优于基于分段函数的控制器.

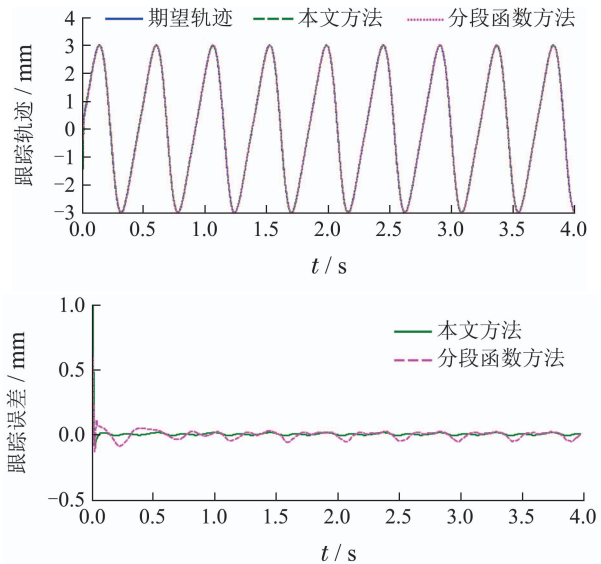


图6 非正弦信号($\gamma = 0.24$)时结晶器位移跟踪及误差曲线

Fig. 6 The traces and tracking error curves of the mold displacement with the given non-sinusoidal signal ($\gamma = 0.24$)

图7所示为扩张状态观测器对系统整体不确定性的估计. 通过图7可以看出,基于切换函数重构系统中的整体不确定性项,并通过扩张状态观测器进行了动态观测,能够有效的估计整体不确定项数值,从而削弱系统不确定项及负载扰动的影响,提高控制系统的性能.

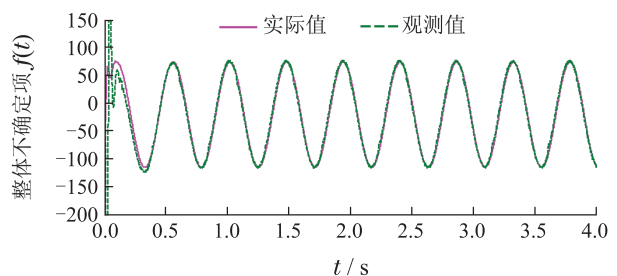


图7 整体不确定项 $f(t)$ 的观测值曲线

Fig. 7 The observations curves of total uncertainties $f(t)$

图8为结晶器振动位移控制输入, 图9为滑模面曲线. 通过扩张状态观测器的设计及前馈补偿, 并采用饱和函数替代符号函数, 能够削弱系统的抖震, 使切换函数趋近于零.

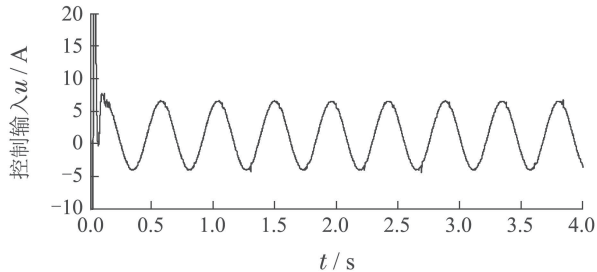


图8 结晶器振动位移系统控制输入

Fig. 8 The control input for the mold displacement system

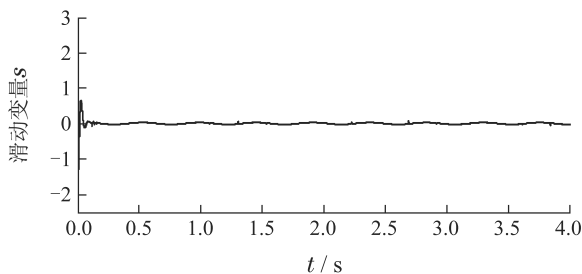


图9 滑动面曲线

Fig. 9 Sliding mode surface curve

图10所示为连铸结晶器偏心轴转角和伺服电机转速响应曲线. 通过图10可以看出, 偏心轴转角单调递增, 伺服电机的转速变化较平稳, 满足伺服电机驱动的连铸结晶器振动工艺所要求的单方向、变角速度转动.

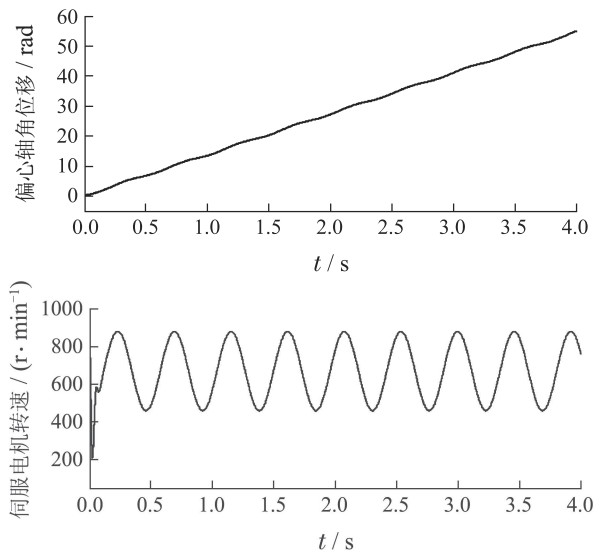


图10 约束状态响应曲线

Fig. 10 The response curves of the constrained states

5 结论

本文以伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统为研究对象, 提出了一种基于切换函数的抗干扰控制方法.

在控制器设计中: 1) 提出了一种基于系统输出反馈的非线性处理算法, 在输出反馈中融入系统状态约束条件及前向通道中的非线性周期函数传递关系, 解决系统自身的状态约束问题; 2) 针对系统存在的不确定性和负载扰动问题, 基于切换函数重构系统中的整体不确定性, 并设计扩张状态观测器进行估计, 将观测器与滑模控制器的设计相结合, 实现结晶器振动位移的跟踪控制. 仿真结果表明, 提出的控制方法能够实现跟踪误差的一致最终有界.

参考文献:

- [1] GAN Yong, TANG Hongwei, QIU Shengtao. Research on nonsinusoidal the role of continuous casting in steel production process and introduction of the modern continuous casting technology. *Science in China (Series E: Technological Sciences)*, 2008, 38 (9): 1384 – 1390. (干勇, 唐红伟, 仇圣桃. 连续铸钢在钢铁生产流程中的作用及现代连铸技术简介. 中国科学(E辑: 技术科学), 2008, 38(9): 1384 – 1390.)
- [2] MENG X, ZHU M. Optimization of non-sinusoidal oscillation parameters for slab continuous casting mold with high casting speed. *Iron Making & Steel Making*, 2009, 36(4): 300 – 310.
- [3] FANG Yiming, Li Gongyin, Li Jianxiong, et al. The model and analysis for displacement system of the continuous casting mold driven by servo motor. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(11): 2615 – 2623. (方一鸣, 李宫胤, 李建雄, 等. 伺服电机驱动连铸结晶器振动系统建模与分析. 仪器仪表学报. 2014, 35(11): 2615 – 2623.)
- [4] SI Wenjie, WANG Cong, DONG Xunde, et al. Neural output-feedback control for time-delay systems with full-state constraints. *Control and Decision*, 2017, 32(9): 1537 – 1546. (司文杰, 王聪, 董训德, 等. 全状态约束的时滞系统神经网络输出反馈控制. 控制与决策, 2017, 32(9): 1537 – 1546.)
- [5] LI Zhaoying, YU Lingyi, LIU Hao, et al. Nonlinear robust controller design for hypersonic vehicles. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(1): 62 – 69. (李昭莹, 余令艺, 刘昊, 等. 高超声速飞行器非线性鲁棒控制律设计. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 62 – 69.)
- [6] LINA Fu, UMIT Ozguner. Extremum seeking with sliding mode gradient estimation and asymptotic regulation for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 2011, 47(12): 2595 – 2603.
- [7] KANG Kesong, LIU Le, FANG Yiming, et al. Backstepping sliding mode control for continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1442 – 1448. (亢克松, 刘乐, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统反步滑模控制. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1442 – 1448.)
- [8] LIU Le, LI Zhi, FANG Yiming, et al. Sliding-mode control of continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor. *Electric Machines and Control*, 2016, 20(12): 101 – 118. (刘乐, 李智, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统滑模控制. 电机与控制学报, 2016, 20(12): 101 – 118.)
- [9] MA Guangfu, YU Yanbo, LI Bo, et al. Integral-type sliding mode finite-time fault tolerant control for spacecraft attitude control. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(8): 1028 – 1034. (马广富, 于彦波, 李波, 等. 基于积分滑模的航天器有限时间姿态容错控制. 控制理论与应用, 2017, 34(8): 1028 – 1034.)
- [10] LEU V, CHOI H, JUNG J. Fuzzy sliding mode speed controller for PM synchronous motors with a load torque observer. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, 27(3): 1530 – 1539.
- [11] LIN F J, YANG K J, SUN I F, et al. Intelligent position control of permanent magnet synchronous motor using recurrent fuzzy neural

- cerebellar model articulation network. *IET Electric Power Applications*, 2015, 9(3): 248 – 264.
- [12] LI S H, LIU H X, DING S H. A speed control for a PMSM using finite-time feedback control and disturbance compensation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2010, 32(2): 170 – 187.
- [13] MA H F, WU J H, XIONG Z H. A novel exponential reaching law of discrete time sliding mode control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 62(5): 3840 – 3850.
- [14] GAO W B. *Theory and Design Method for Variable Sliding Mode Control*. Beijing: Science Press, 1996.
- [15] LI Wei, WANG Kehong. Fault accommodation method of nonlinear system based on time-varying gain extended state observer and inverse system method. *Journal of Beijing University of Technology*, 2017, 43(5): 736 – 744.
(李炜, 王可宏. 基于变增益ESO与逆系统方法的非线性系统故障调节. 北京工业大学学报, 2017, 43(5): 736 – 744.)
- [16] LU Xiaodong, ZHAO Hui, ZHAO Bin, et al. Disturbance compensation-based integrated guidance and control design for near space interceptor. *Control and Decision*, 2017, 32(10): 1782 – 1788.
(卢晓东, 赵辉, 赵斌, 等. 基于干扰补偿的拦截弹制导控制一体化设计. 控制与决策, 2017, 32(10): 1782 – 1788.)
- [17] YU Hongguo, KANG Zhongjian, CHEN Yao. Time-varying parameter second-order extended state observer based on hyperbolic tangent function. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(4): 530 – 534.
(于洪国, 康忠健, 陈瑶. 基于双曲正切函数的二阶时变参数扩张状态观测器. 控制理论与应用, 2016, 33(4): 530 – 534.)
- [18] WANG J, LI S, YANG J, et al. Extended state observer-based sliding mode control for PWM-based DC–DC buck power converter system with mismatched disturbances. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(4): 579 – 586.
- [19] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(4): 1983 – 1992.
- [20] WU Chen, SU Jianbo. Trajectory tracking of quadrotor based on disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1422 – 1430.
(吴琛, 苏剑波. 四旋翼飞行器的轨迹跟踪抗干扰控制. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1422 – 1430.)

作者简介:

李强 博士研究生, 主要研究方向为伺服电机驱动连铸结晶器振动系统控制, E-mail: liq20@163.com;

方一鸣 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;

李建雄 博士, 副教授, 主要研究方向为自适应鲁棒控制及理论应用, E-mail: xli@ysu.edu.cn;

马壮 博士研究生, 副教授, 主要研究方向为伺服电机驱动连铸结晶器位移控制系统, E-mail: tmzhuange_mail@sina.com.