

基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制

惠 宇, 池荣虎[†]

(青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266061; 青岛科技大学 人工智能与控制研究院, 山东 青岛 266061)

摘要: 针对一类带扰动有限时间内重复运行的离散时间非线性非仿射不确定系统, 本文提出了一种基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制方法. 首先, 提出了改进的迭代动态线性化方法, 将被控系统线性化为与控制输入有关的仿射形式, 并将不确定性合并到一个非线性项中; 然后, 设计了迭代扩张状态观测器对非线性不确定项进行估计, 作为对扰动的补偿; 最后, 设计了性能指标函数, 通过最优技术, 提出了参数迭代更新律和最优学习控制律. 本文通过数学分析, 证明了跟踪误差的有界收敛性. 仿真结果验证了方法的有效性. 所提出的新型迭代动态线性化方法可很大程度上降低线性化后的控制增益的动态复杂性, 使其易于估计. 所提出的迭代扩张状态观测器可以在重复中学习, 对非重复扰动可进行有效的估计. 此外, 本文控制器的设计与分析是数据驱动的控制方法, 除了被控系统的输入输出数据以外, 不需要任何其他模型信息.

关键词: 数据驱动控制; 迭代学习控制; 扩张状态观测器; 非线性非仿射系统; 动态线性化

引用格式: 惠宇, 池荣虎. 基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1672 – 1679

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Iterative extended state observer based data driven optimal iterative learning control

HUI Yu, CHI Rong-hu[†]

(School of Automation & Electronics Engineering, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao Shandong 266061, China; Institute of Artificial Intelligence and Control, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao Shandong 266061, China)

Abstract: In this work, an iterative extended state observer based data-driven optimal iterative learning control is proposed for a class of nonlinear non-affine discrete-time system with exogenous disturbances and operated repetitively over a finite time interval. First, a modified iterative dynamic linearization method is proposed to linearize the controlled system into an affine form related to control input, where the uncertainties are incorporated into a nonlinear term; second, an iterative extended state observer is developed to estimate the nonlinear uncertainty term as a compensation for the disturbances; finally, both a parameter iterative updating law and an optimal learning control law are proposed via the optimization technique by designing two objective functions. The bounded convergence of tracking error is proved rigorously through mathematical analysis. Simulation results have been provided to verify the effectiveness of the proposed method. The proposed new iterative dynamic linearization method can reduce the dynamic complexity of the linearized control gain greatly such that it easy to be estimated. The proposed iterative extended state observer can learn from repetitions, and thus estimate the non-repetitive disturbances effectively. Moreover, the controller design and analysis in this work are data driven, depending on the input-and-output data only without using other explicit model information.

Key words: data driven control; iterative learning control; extended state observer; nonlinear non-affine system; dynamic linearization

Citation: HUI Yu, CHI Ronghu. Iterative extended state observer based data driven optimal iterative learning control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1672 – 1679

1 引言(Introduction)

迭代学习控制(iterative learning control, ILC)^[1-2], 自提出以来已有30多年的发展历史. ILC的主要思想是: 对重复运行的系统, 利用之前操作批次的误差信

息和控制输入信号来修正当前操作批次的控制输入信号, 以达到更好的控制效果. 由于能够从重复中学习, 迭代学习控制算法可在有限运行时间内实现对期望信号的完全跟踪.

收稿日期: 2018-04-09; 录用日期: 2018-08-18.

[†]通信作者. E-mail: rhchi@163.com.

本文责任编辑: 侯忠生.

国家自然科学基金项目(61374102, 61873139), 山东省重点研发计划(公益类)项目(2018GGX101047), 山东省泰山学者项目资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61374102, 61873139), the Key Research & Development Program of Shandong Province (2018GGX101047) and the Taishan Scholar program of Shandong Province of China.

在实际工程中, 传统的P型、D型、PI型、PID型学习律^[3-5]得到了广泛的应用, 并有基于压缩映射和不动点原理的严格的理论分析方法和工具. 然而, 方法本身一定程度上忽略了系统的动态特性, 会产生不理想的瞬态响应.

最近, 文献[6-8]在控制器设计中引入优化指标, 提出了最优ILC方法, 因其较好的单调收敛性, 受到了人们的广泛关注. 在最优ILC框架下, 可有效避免基于压缩映射的PID型ILC中可能存在的非理想的瞬态特性的情况. 此外, 最优ILC还具有易于处理系统输入输出受限情况的优点. 然而, 在绝大多数文献中, 最优ILC依赖于被控系统的精确线性化模型. 一旦所依赖的精确的线性化模型发生了很大的变化, 最优ILC将不再保证跟踪误差的单调收敛性能, 甚至, 跟踪误差会发散.

为了处理系统的不确定性并放宽被控对象需要满足的全局Lipschitz条件, 文献[9-12]借鉴自适应控制的思想提出了自适应迭代学习控制方法(adaptive iterative learning control, AILC). 然而, AILC方法局限于线性参数化系统, 要求已知被控系统的模型结构信息, 从而在应用中受到一定的限制.

事实上, 非线性控制系统在实际中是最为常见的. 一方面, 由于实际中复杂过程的规模和复杂程度变得越来越大, 使得其精确模型很难获得, 多数情况下, 只能用未知的非线性函数映射来描述被控系统的输入输出关系. 另一方面, 即使通过机理建模或辨识技术得到了复杂过程的数学模型, 但仍旧会存在非线性特性和未建模动态.

线性化在非线性的设计与分析中是不可或缺的, 至少, 需要得到关于控制输入的线性仿射形式. 最近, 离散时间和连续时间系统的线性化方法的研究有了很大进展^[13-15]. 然而, 大部分方法得到的是存在未建模动态的线性近似模型, 如泰勒线性化等. 还有些方法需要非线性系统的先验模型信息, 如反馈线性化等. 还有一些方法会伴随产生大量的参数, 如多项式函数逼近线性化等.

最近, 针对于一类非线性非仿射系统, 文献[16-18]提出了一种动态线性化方法(dynamic linearization, DL), 进一步, 该方法被推广到非线性重复系统中^[19-22]. 为了区分起见, 后者被命名为“迭代动态线性化(iterative dynamic linearization, IDL)”方法. 与上面提及的线性化方法^[13-15]不同的是, 通过DL或IDL所得到的线性形式是对原非线性系统的完全等价, 含有较少的参数, 且这些参数可利用系统的I/O数据进行估计. 由于在DL和IDL中没有用到被控系统的任何模型信息, 因此这类线性化方法称作是数据驱动的^[16-22].

需要指出的是, 在DL和IDL中, 没有额外地考虑原非线性系统的外部不确定性. 尽管在DL和IDL的线性化过程中, 系统不确定性可由所获得的线性数据模型的伪梯度参数来估计, 但是, 如果被控系统的不确定性和非线性太强, 则伪梯度参数的动态特性会变得非常复杂以至于难以有效地估计.

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)^[23-25]是一种处理系统中含有不确定性和扰动的控制问题的有效方法, 在实际工程应用中受到了广泛的关注. 该方法把被控系统的所有扰动和不确定性扩张为新的状态, 并通过扩张状态观测器(extended state observer, ESO)估计出来; 然后, 把扩张状态的估计值用于控制器设计中来补偿由扰动和不确定性带来的不利影响.

由于ESO能对不确定性进行有效地估计, 除了ADRC方法以外, ESO还广泛用于其他控制方法中. 例如, 文献[26]针对汽油发动机控制系统, 提出了基于自适应ESO的ADRC方法; 文献[27]提出了基于ESO的滑模控制方法处理电动节流阀控制问题; 文献[28]提出了基于ESO的动态面控制方法, 解决电机系统中参数的降维问题. 最近, 在研究重复运行系统的不确定性问题时, 有学者提出了基于ESO的迭代学习控制方法^[29]. 需要强调的是, 目前, 绝大多数基于ESO的控制方法都是局限于连续时间系统的, 且需要已知被控系统具有关于控制输入的仿射结构信息.

基于以上分析, 本文提出了一般非线性非仿射离散时间重复运行系统的基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制方法(iterative ESO based data-driven optimal ILC, IESO-DDOILC). 首先, 提出了一种改进的迭代动态线性化方法, 将原非线性非仿射被控系统线性化为由线性参数输入项和非线性不确定项组成的非线性仿射形式; 接着, 设计了一种新的迭代扩张状态观测器, 将所有非线性不确定性作为新的扩张状态, 对其沿迭代轴进行估计; 最后, 通过设计两个含有未知非线性不确定性估计值的目标函数, 提出了最优学习控制律和参数更新律. 理论分析和仿真结果证明了所提出方法的有效性. 同时, 将所提出的IESO-DDOILC方法用于永磁直线电机(permanent magnet linear motor, PMLM)进行仿真实验, 验证了所提出方法的实际应用性能.

概括来讲, 所提出的IESO-DDOILC具有如下优点: i) 所提出的改进型IDL方法得到的非线性仿射数据模型中的控制参数只包含了非线性系统关于控制输入的偏导数, 因此参数的动态复杂性被降低, 可更加容易估计. ii) 所设计的迭代扩张状态观测器不是沿时间轴而是沿着迭代轴运行的, 因此对任意时变不确定性都能很好地估计. 换句话说, IESO具有重复中学

习的“智能”. iii) 本文所提出的IESO-DDOILC方法直接针对于非线性非仿射离散时间不确定系统, 是数据驱动的控制方法, 在设计和分析过程中仅需要系统的I/O数据, 没有用到任何模型信息.

本文结构组织如下: 第2节是基本问题描述, 并提出了改进的IDL方法; 第3节给出了基于IESO的DDOILC的设计; 第4节通过数学分析证明了所提出方法的鲁棒性; 第5节给出了仿真研究结果, 验证了所提出方法的有效性; 最后, 第6节总结了本文的工作.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑有限时间内重复运行的非线性非仿射离散时间系统

$$\begin{aligned} y_k(t+1) = & f(y_k(t), y_k(t-1), \dots, y_k(t-n_y), u_k(t), \\ & u_k(t-1), \dots, u_k(t-n_u)) + d_k(t+1), \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $u_k(t)$ 和 $y_k(t)$ 分别代表系统的输入和输出数据, $k=0, 1, 2, \dots$ 表示迭代次数, $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ 表示离散时间; $f(\cdot)$ 是未知的非线性函数, 对有界的变量, $f(\cdot)$ 有界, 且 $f(0, 0) = 0$; n_y 和 n_u 表示未知的系统阶数; $d_k(t+1)$ 是系统的有界扰动, $|d_k(t+1)| \leq b_d$, 其中 b_d 是个正常数.

假设 1 非线性函数关于控制输入信号 $u_k(t)$ 的偏导数存在连续且有界, 即 $|\frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)}| \leq b_{pu}, \forall t$ 和 $\forall k$, 其中 b_{pu} 是个正常数. 另外, 偏导数的符号已知且不变, 即 $\frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)} \geq \kappa$ (或 $\frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)} \leq -\kappa$), 其中 κ 是个充分小的正常数. 不失一般性, 本文仅考虑 $\frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)} \geq \kappa$ 的情况.

针对一般非线性非仿射系统(1), 本文提出了一种改进的迭代动态线性化方法, 由如下定理给出.

定理 1 考虑有限时间内重复运行的非线性非仿射离散时间不确定系统(1), 在满足假设1的条件下, 一定存在一个偏导数 $\phi_k(t)$ 和一个非线性项 $\xi_k(t)$, 使得原非线性非仿射系统(1)可等价地转化为如下形式:

$$\Delta y_k(t+1) = \phi_k(t)\Delta u_k(t) + \xi_k(t), \quad (2)$$

其中: $\Delta y_k(t) = y_k(t) - y_{k-1}(t)$, $\Delta u_k(t) = u_k(t) - u_{k-1}(t)$.

证 根据文献[19]并由系统(1)可得

$$\begin{aligned} \Delta y_k(t+1) = & \frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)} \Delta u_k(t) + F_k(t) + \Delta d_k(t+1), \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)}$ 表示 $f(\cdot)$ 关于控制输入 $u_k(t)$ 在 $[u_{k-1}(t)$,

$u_k(t)]$ 中的适当的偏导数; $\Delta d_k(t+1) = d_k(t+1) - d_{k-1}(t+1)$;

$$\begin{aligned} F_k(t) = & f(y_k(t), y_k(t-1), \dots, y_k(t-n_y), \\ & u_{k-1}(t), u_k(t-1), \dots, u_k(t-n_u)) - \\ & f(y_{k-1}(t), y_{k-1}(t-1), \dots, y_{k-1}(t-n_y), \\ & u_{k-1}(t), u_{k-1}(t-1), \dots, u_{k-1}(t-n_u)). \end{aligned}$$

令 $\phi_k(t)$ 代表非线性系统关于控制输入信号的偏导数, 即 $\phi_k(t) = \frac{\partial f^*}{\partial u_k(t)}$, 令 $\xi_k(t) = F_k(t) + \Delta d_k(t+1)$,

则由式(3)可得如下仿射线性数据模型:

$$\Delta y_k(t+1) = \phi_k(t)\Delta u_k(t) + \xi_k(t). \quad (4)$$

证毕.

注 1 与迭代动态线性化方法^[19]不同, 改进的IDL方法中包含由未建模动态和外部扰动组成的非线性项 $\xi_k(t)$. 因此, $\phi_k(t)$, 即式(2)中的控制增益的复杂程度会大大降低, 可更容易估计.

3 基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制(IESO-DDOILC)

定义期望轨迹为 $y_d(t)$, $t \in \{0, \dots, T\}$. 控制目标是寻找最优控制输入 $u_k(t)$, 使得系统输出 $y_k(t)$ 完全跟踪期望轨迹 $y_d(t)$. 换言之, 当迭代次数趋于无穷时, 跟踪误差, $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 在整个有限时间区间上收敛到零, 即, $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) = 0$.

考虑如下目标函数:

$$J(u_k(t)) = |e_k(t+1)|^2 + \lambda |u_k(t) - u_{k-1}(t)|^2, \quad (5)$$

其中 $\lambda > 0$ 表示权重因子.

将式(2)代入式(5), 关于控制输入信号 $u_k(t)$ 求偏导并令其等于0, 可得

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) + \frac{\rho \phi_k(t)(e_{k-1}(t+1) - \xi_k(t))}{\lambda + \phi_k^2(t)}, \quad (6)$$

其中 $\rho \in (0, 1]$ 表示步长因子.

由于 $\phi_k(t)$ 在最优学习控制律(6)中是未知的, 因此需要对其进行估计. 估计算法给出如下:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_k(t) = & \hat{\phi}_{k-1}(t) + \eta \Delta u_{k-1}(t) \times \\ & \frac{(\Delta y_{k-1}(t+1) - \hat{\phi}_{k-1}(t)\Delta u_{k-1}(t) - \xi_{k-1}(t))}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $0 < \eta < 2$ 表示步长因子; $\hat{\phi}_k(t)$ 表示 $\phi_k(t)$ 的估计值.

最优学习控制律(6)和参数更新律(7)中 $\xi_k(t)$ 是未知的, 需要对其进行估计. 本文设计迭代扩张状态观测器(iterative ESO, IESO)如下:

$$\begin{cases} \hat{\xi}_{0,k}(t) = \hat{\xi}_{k-1}(t) - \alpha(y_d(t+1) - y_{k-1}(t+1)), \\ \hat{\xi}_k(t) = \begin{cases} b_{\hat{\xi}}, & \hat{\xi}_{0,k}(t) > b_{\hat{\xi}}, \\ \hat{\xi}_{0,k}(t), & |\hat{\xi}_{0,k}(t)| \leq b_{\hat{\xi}}, \\ -b_{\hat{\xi}}, & \hat{\xi}_{0,k}(t) < -b_{\hat{\xi}}, \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

其中: α 是可调的观测器增益; $b_{\hat{\xi}} > 0$ 是限幅常数; $\hat{\xi}_k(t)$ 表示 $\xi_k(t)$ 的估计值.

综上, 所提出的 IESO-DDOILC 方法由式(9)–(12)构成:

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) + \frac{\rho \hat{\phi}_k(t)(e_{k-1}(t+1) - \hat{\xi}_k(t))}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_k(t) = & \hat{\phi}_{k-1}(t) + \eta \Delta u_{k-1}(t) \times \\ & \frac{\Delta y_{k-1}(t+1) - \hat{\phi}_{k-1}(t) \Delta u_{k-1}(t) - \hat{\xi}_{k-1}(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\hat{\phi}_k(t) = \hat{\phi}_0(t), \text{ 若 } \hat{\phi}_k(t) \leq \varepsilon \text{ 或 } |\Delta u_{k-1}(t)| \leq \varepsilon, \quad (11)$$

$$\begin{cases} \hat{\xi}_{0,k}(t) = \hat{\xi}_{k-1}(t) - \alpha(y_d(t+1) - y_{k-1}(t+1)), \\ \hat{\xi}_k(t) = \begin{cases} b_{\hat{\xi}}, & \hat{\xi}_{0,k}(t) > b_{\hat{\xi}}, \\ \hat{\xi}_{0,k}(t), & |\hat{\xi}_{0,k}(t)| \leq b_{\hat{\xi}}, \\ -b_{\hat{\xi}}, & \hat{\xi}_{0,k}(t) < -b_{\hat{\xi}}, \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_k(t) = & \tilde{\phi}_{k-1}(t) - \frac{\eta \Delta u_{k-1}(t)(\Delta y_{k-1}(t+1) - \hat{\phi}_{k-1}(t) \Delta u_{k-1}(t) - \hat{\xi}_{k-1}(t))}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \phi_k(t) - \phi_{k-1}(t) = \\ & \tilde{\phi}_{k-1}(t) - \frac{\eta \Delta u_{k-1}(t)(\tilde{\phi}_{k-1}(t) \Delta u_{k-1}(t) + \xi_{k-1}(t) - \hat{\xi}_{k-1}(t))}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \phi_k(t) - \phi_{k-1}(t) = \\ & \left(1 - \frac{\eta \Delta u_{k-1}^2(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}\right) \tilde{\phi}_{k-1}(t) - \frac{\eta \Delta u_{k-1}(t) \xi_{k-1}(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \frac{\eta \Delta u_{k-1}(t) \hat{\xi}_{k-1}(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \phi_k(t) - \phi_{k-1}(t). \end{aligned} \quad (13)$$

对式(13)两端同时取绝对值, 可得

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}_k(t)| \leq & \left|1 - \frac{\eta \Delta u_{k-1}^2(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}\right| |\tilde{\phi}_{k-1}(t)| + \\ & \frac{\eta |\Delta u_{k-1}(t)| |\xi_{k-1}(t)|}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \frac{\eta |\Delta u_{k-1}(t)| |\hat{\xi}_{k-1}(t)|}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} + \\ & |\phi_k(t) - \phi_{k-1}(t)|. \end{aligned} \quad (14)$$

下面, 对式(14)不等号右边的每一项进行分析. 对

其中式(11)是个重置算法; $\hat{\phi}_0(t)$ 表示 $\hat{\phi}_k(t)$ 的初值; ε 是个任意小的正常数.

注 2 在 IESO-DDOILC 方法中, 未知的控制增益 $\phi_k(t)$ 和未知非线性项 $\xi_k(t)$ 分别用不同的算法, 即式(10)与式(12), 进行估计. 并且, $\xi_k(t)$ 的估计值被用于 $\phi_k(t)$ 的更新律(10)中以起到补偿作用.

注 3 与传统的基于 ESO 的控制方法^[23–28]不同, 本文所提出的 IESO 是沿着迭代方向运行的, IESO 可从重复中学习, 提高其估计性能. 另一方面, 由于迭代学习控制任务的操作时间是有限的而不是无穷的, 所以传统的 ESO 并不适用.

4 收敛性分析(Convergence analysis)

本文提出的 IESO-DDOILC 方法的有界收敛性可由如下定理保障.

定理 2 对于重复运行的非线性非仿射离散时间系统(1), 在假设 1 成立的条件下, 所提出的 IESO-DDOILC 方法(9)–(12)能保证:

i) 对于所有 $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ 和 $k = 0, 1, \dots$, 参数估计值 $\hat{\phi}_k(t)$ 是有界的.

ii) 当迭代次数 k 趋于无穷时, 跟踪误差在有限时间区间 $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ 上是有界收敛的, 即

$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) \leq \frac{\delta_2}{1 - c_2}$, 其中 $\delta_2 = c_3 b_{\hat{\xi}} + b_{\hat{\xi}}$, $b_{\hat{\xi}}$ 是非线性项 $\xi_k(t)$ 的界, 后文中会对其进一步解释, c_2 与 c_3 是两个大于 0 小于 1 的常数.

证 定理 2 的证明分为两大部分. 第 1 部分, 证明 $\hat{\phi}_k(t)$ 的有界性. 当 $|\Delta u_{k-1}(t)| \leq \varepsilon$, 由重置算法(11), $\hat{\phi}_k(t)$ 显然是有界的. 当 $|\Delta u_{k-1}(t)| > \varepsilon$ 时, 定义参数估计误差 $\tilde{\phi}_k(t) = \phi_k(t) - \hat{\phi}_k(t)$, 将式(10)等号两边同时减去 $\phi_k(t)$ 可得式(13):

于第 1 项, 由 $\mu > 0, 0 < \eta < 2$, 可得

$$0 < \left|1 - \frac{\eta \Delta u_{k-1}^2(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}\right| \leq c_1 < 1, \quad (15)$$

其中 $0 < c_1 < 1$ 是个合适的正常数, 因此, 可得

$$\left|1 - \frac{\eta \Delta u_{k-1}^2(t)}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}\right| |\tilde{\phi}_{k-1}(t)| \leq c_1 |\tilde{\phi}_{k-1}(t)|. \quad (16)$$

在实际控制问题中, 为了保证控制系统在 $(t + 1)$

时刻输出有界且可控, 在 $(t+1)$ 之前时刻的系统输入和输出应当都是有界的. 又因为对有界的变量, $f(\cdot)$ 有界, 可得 $F_k(t)$ 有界. 又 $d_k(t+1)$ 是系统的扰动, 已知有界, 因此可得 $\xi_k(t)$ 有界. 设 $|\xi_k(t)| \leq b_\xi$, 其中 b_ξ 是个正常数.

根据不等式 $a^2 + b^2 \geq 2ab$, 由第2项可得

$$\frac{\eta|\Delta u_{k-1}(t)||\xi_{k-1}(t)|}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} \leq \frac{\eta|\Delta u_{k-1}(t)||\xi_{k-1}(t)|}{2\sqrt{\mu}|\Delta u_{k-1}(t)|} \leq \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}}b_\xi. \quad (17)$$

由迭代扩张状态观测器(12), 可知 $\hat{\xi}_k(t)$ 有界, 即 $|\hat{\xi}_k(t)| \leq b_{\hat{\xi}}$, 因此, 由第3项可得

$$\frac{\eta|\Delta u_{k-1}(t)||\hat{\xi}_{k-1}(t)|}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)} \leq \frac{\eta|\Delta u_{k-1}(t)||\hat{\xi}_{k-1}(t)|}{2\sqrt{\mu}|\Delta u_{k-1}(t)|} \leq \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}}b_{\hat{\xi}}. \quad (18)$$

由假设1可得 $|\phi_k(t)| \leq b_{pu}$, 因此

$$|\phi_k(t) - \phi_{k-1}(t)| \leq 2b_{pu}. \quad (19)$$

综合式(16)–(19), 由式(14)可得

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}_k(t)| &\leq c_1|\tilde{\phi}_{k-1}(t)| + \delta_1 \leq \\ &c_1^2|\tilde{\phi}_{k-2}(t)| + c_1\delta_1 + \delta_1 \leq \dots \leq \\ &c_1^k|\tilde{\phi}_0(t)| + c_1^{k-1}\delta_1 + \dots + \delta_1 \leq \\ &c_1^k|\tilde{\phi}_0(t)| + \frac{\delta_1}{1-c_1}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\delta_1 = \frac{\eta}{2\sqrt{\mu}}(b_\xi + b_{\hat{\xi}}) + 2b_{pu}$.

由于初值 $\hat{\phi}_0(t)$ 选择为有界的, 根据式(20)可得 $\tilde{\phi}_k(t)$ 是有界的. 又因为 $\phi_k(t)$ 已知有界, 显然可得 $\hat{\phi}_k(t)$ 的有界性.

第2部分, 证明跟踪误差的有界收敛性. 由式(2)可得跟踪误差的动态特性为

$$\begin{aligned} e_k(t+1) &= y_d(t+1) - y_k(t+1) = \\ &y_d(t+1) - y_{k-1}(t+1) - \phi_k(t)\Delta u_k(t) - \xi_k(t) = \\ &e_{k-1}(t+1) - \\ &\frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)(e_{k-1}(t+1) - \hat{\xi}_k(t))}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)} - \xi_k(t) = \\ &(1 - \frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)})e_{k-1}(t+1) + \\ &\frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)\hat{\xi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)} - \xi_k(t). \end{aligned} \quad (21)$$

对式(21)等号两端取绝对值, 可得

$$\begin{aligned} |e_k(t+1)| &\leq \\ |(1 - \frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)})e_{k-1}(t+1)| &+ \end{aligned}$$

$$|\frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)\hat{\xi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)}| + |\xi_k(t)|. \quad (22)$$

根据假设1, $\phi_k(t)$ 的符号是不变的. 选择初值 $\hat{\phi}_0(t)$ 的符号与 $\phi_k(t)$ 相同, 由重置算法(11)可得 $\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t) \geq \kappa\varepsilon > 0$. 根据第1部分证明的结论, 可知 $\hat{\phi}_k(t)$ 有界, 设 $|\hat{\phi}_k(t)| \leq b_{\hat{\phi}}$, 其中 $b_{\hat{\phi}}$ 是个正常数.

下面对式(22)不等号右边的每一项进行分析. 根据不等式 $a^2 + b^2 \geq 2ab$, 选择一个适当的 λ , 可得

$$\begin{aligned} 0 < \frac{\rho\kappa\varepsilon}{\lambda + b_{\hat{\phi}}^2} &\leq \\ \frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)} &\leq \frac{\rho b_{pu}|\hat{\phi}_k(t)|}{\lambda + |\hat{\phi}_k(t)|^2} \leq \\ \frac{b_{pu}|\hat{\phi}_k(t)|}{2\sqrt{\lambda}|\hat{\phi}_k(t)|} &= \frac{b_{pu}}{2\sqrt{\lambda}} < 1. \end{aligned} \quad (23)$$

因此, 对于式(22)右边第1项, 可得

$$\begin{aligned} |(1 - \frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)})e_{k-1}(t+1)| &\leq \\ c_2|e_{k-1}(t+1)|, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $0 < c_2 = 1 - \frac{\rho\kappa\varepsilon}{\lambda + b_{\hat{\phi}}^2} < 1$.

根据式(23), 由式(22)右边第2项, 可得

$$|\frac{\rho\phi_k(t)\hat{\phi}_k(t)\hat{\xi}_k(t)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)}| \leq c_3b_{\hat{\xi}}, \quad (25)$$

其中 $0 < c_3 = \frac{b_{pu}}{2\sqrt{\lambda}} < 1$.

综合式(24)–(25), 根据 $|\xi_k(t)| \leq b_\xi$, 由式(22)可得

$$\begin{aligned} |e_k(t+1)| &\leq \\ c_2|e_{k-1}(t+1)| + \delta_2 &\leq \\ c_2^2|e_{k-2}(t+1)| + c_2\delta_2 + \delta_2 &\leq \dots \leq \\ c_2^k|e_0(t+1)| + c_2^{k-1}\delta_2 + \dots + \delta_2 &\leq \\ c_2^k|e_0(t+1)| + \frac{\delta_2}{1-c_2}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\delta_2 = c_3b_{\hat{\xi}} + b_\xi$.

因为初始误差 $e_0(t)$ 是有界的, 所以当迭代次数趋于无穷时, 跟踪误差 $e_k(t)$ 收敛于有界的范围, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) \leq \frac{\delta_2}{1-c_2}. \quad \text{证毕.}$$

5 仿真研究(Simulation study)

为了充分说明所提出方法的有效性. 本部分给出了两个仿真例子. 例1是个结构变化的非线性离散时间系统, 用来验证所提出IESO-DDOILC方法的数据驱动性能; 例2是个直线电机实际模型, 用来验证所提出方法的实际应用性能. 仿真研究中, 所给出的系统模型仅是用来产生输入输出数据, 控制器的设计和实现不需要任何系统模型信息.

例 1 考虑一个非线性非仿射离散时间系统^[18]

$$y_k(t+1) = \begin{cases} \frac{y_k(t)}{1+y_k^2(t)} + u_k^3(t) + d_k(t+1), & 0 \leq t \leq 50, \\ \frac{y_k(t)y_k(t-1)y_k(t-2)u_k(t-1)(y_k(t-2)-1) + u_k(t)}{1+y_k^2(t-1)+y_k^2(t-2)} + d_k(t+1), & 50 < t \leq 100. \end{cases} \quad (27)$$

系统(27)要跟踪的期望输出信号为

$$y_d(t+1) = \begin{cases} 0.5 \times (-1)^{\text{round}(t/10)}, & 0 \leq t \leq 30, \\ 0.5 \sin \frac{t\pi}{10} + 0.3 \cos \frac{t\pi}{10}, & 30 < t \leq 70, \\ 0.5 \times (-1)^{\text{round}(t/10)}, & 70 < t \leq 100. \end{cases} \quad (28)$$

仿真中, 系统的初始状态是迭代变化的, 设为 $y_k(0) = 0.1 \sin \frac{\pi k}{40}$. 系统中存在的非重复扰动 $d_k(t+1) = 0.2 \sin(t + \frac{k}{25})$.

控制器参数选择为 $\lambda = 1, \mu = 1, \rho = 1, \eta = 1, \alpha = 0.15, b_\xi = 0.04$; 初始控制输入信号为 $u_0(t) = 0$; 初始参数估计值为 $\hat{\phi}_0(t) = 1$; 初始扩张状态估计值为 $\hat{\xi}_0(t) = 0$. 应用所提出的 IESO-DDOILC 方法(9)-(12), 仿真结果如图1-2所示.

图1表示第300次迭代系统的输出跟踪效果, 横轴表示离散时间, 纵轴表示系统输出值. 图中实线表示期望跟踪轨迹, 虚线表示系统的实际输出轨迹. 由此可以看出, 当存在迭代变化的初始条件和系统扰动时, 所提出的方法能够实现系统的有界跟踪性能.

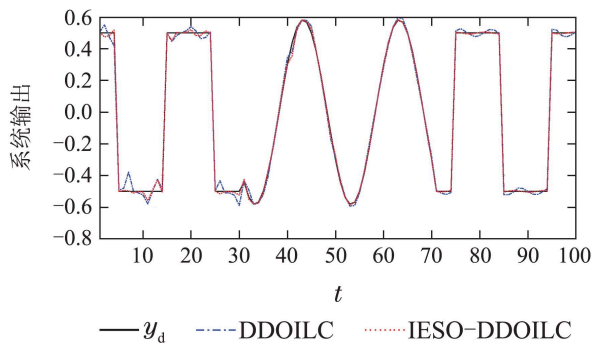


Fig. 1 The system output tracking performance

图2表示系统跟踪误差的有界收敛性, 横轴表示迭代次数, 纵轴表示系统每次迭代过程中的最大的跟踪误差绝对值, $e_{\max}(k) = \max_{t \in \{0,1,\dots,T\}} (|e_k(t+1)|)$. 由此可以看出, 当存在迭代变化的初始条件和系统扰动时, 所提出的方法能够保证跟踪误差的有界收敛.

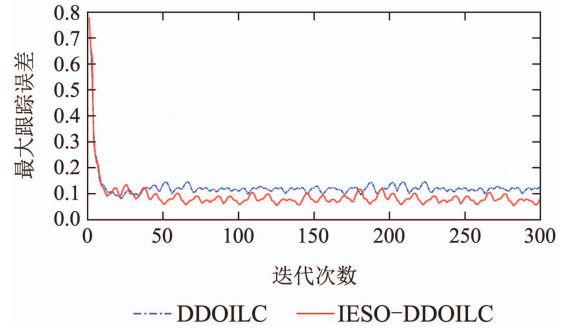


图 2 跟踪误差的有界收敛性

Fig. 2 The bounded convergence of the tracking error

为了比较起见, 应用文献[19]提出的DDOILC方法(29)-(31)对系统进行控制.

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) + \frac{\rho \hat{\phi}_k(t) e_{k-1}(t+1)}{\lambda + \hat{\phi}_k^2(t)}, \quad (29)$$

$$\hat{\phi}_k(t) = \hat{\phi}_{k-1}(t) + \eta \Delta u_{k-1}(t) \times \frac{(\Delta y_{k-1}(t+1) - \hat{\phi}_{k-1}(t) \Delta u_{k-1}(t))}{\mu + \Delta u_{k-1}^2(t)}, \quad (30)$$

$$\hat{\phi}_k(t) = \hat{\phi}_0(t), \text{ 若 } \hat{\phi}_k(t) \leq \varepsilon \text{ 或 } |\Delta u_{k-1}(t)| \leq \varepsilon. \quad (31)$$

考虑相同的系统初始状态与扰动, 且采用与 IESO-DDOILC 方法相同的控制器参数与初始值, 应用 DDOILC 方法的仿真结果如图1-2中的点划线所示.

由此可以看出, 传统的 DDOILC 方法对迭代变化的系统初始条件和扰动也具有一定的鲁棒性, 原因在于系统的不确定性可在一定程度上通过 $\phi_k(t)$ 来反映和估计. 然而, 由于所提出的 IESO-DDOILC 方法额外利用了 IESO 对系统的不确定性进行估计和补偿, 从而可实现比传统的 DDOILC 方法更好的控制性能.

例 2 考虑永磁直线电机(PMLM)^[30]如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_k(t) = \frac{u_k(t) - f_{\text{ripple},k}(t) - f_{\text{friction},k}(t) - f_{1,k}(t)}{M}, \\ f_{\text{friction},k}(t) = [f_c + (f_s - f_c) e^{-(v_k(t)/v_s)^2}] \times \text{sgn}(v_k(t)) + B_v v_k(t), \\ f_{\text{ripple},k}(t) = A_r \sin(\omega x_k(t) + \varphi), \end{cases} \quad (32)$$

其中: $v_k(t)$ 表示电机的速度(m/s),是直线电机速度控制中的输出; $u_k(t)$ 表示电机的端子电压(V),在电机速度控制中作为控制输入; M 表示移动推力轴承的质量(kg); $f_{\text{friction},k}(t)$ 表示摩擦力(N); $f_{\text{ripple},k}(t)$ 表示波纹力(N); $f_{l,k}(t)$ 表示不可测的负载力(N),仿真中将其看作扰动; B_v 表示粘滞摩擦参数(N·s/m); f_c 表示最小库伦摩擦力(N); f_s 表示静摩擦力(N); v_s 表示润滑参数(m/s); x 表示电机的位置(m); A_r 表示 f_{ripple} 的幅值(N); ω 表示空间齿轮频率(rad/m); φ 表示与位置有关的相位角(π).

电机的参数值为 $M = 0.59 \text{ kg}$, $B_v = 10 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $f_c = 10 \text{ N}$, $f_s = 20 \text{ N}$, $v_s = 0.1 \text{ m/s}$, $A_r = 8.5 \text{ N}$, $\omega = 314 \text{ rad/m}$, $\varphi = 0.05\pi$.

控制目标是通过控制直线电机的端子电压,使其速度能跟踪如下期望轨迹:

$$v_d(t) = 2 \sin \frac{\pi t}{500}. \quad (33)$$

仿真中电机在每次运行的初始速度为 $v_k(0) = \sin(50\pi k)$,负载扰动为 $f_{l,k}(t) = 3+2 \sin(50(t+4k))$.

仿真中,采样间隔为 $h=0.001 \text{ s}$,仿真时间为 0.5 s .控制器参数选择为 $\lambda=0.0008$, $\rho=0.95$, $\mu=1$, $\eta=1$, $\alpha=0.008$;控制系统的系统初值为 $u_0(t) = 0$, $x_k(0) = 0$, $\hat{\varphi}_0(t) = 0.07$, $\hat{\xi}_0(t) = 1$.应用所提出的IESO-DDOILC方法(9)–(12),仿真结果如图3–4所示.

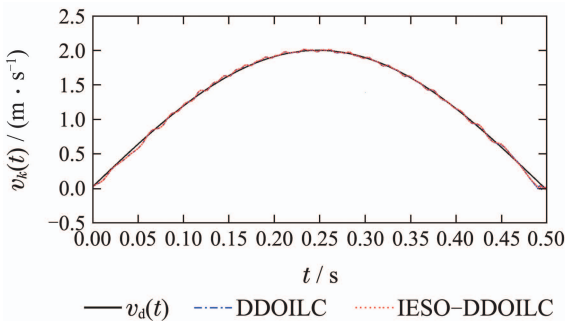


图3 永磁直线电机的速度跟踪效果

Fig. 3 The PMLM velocity tracking performance

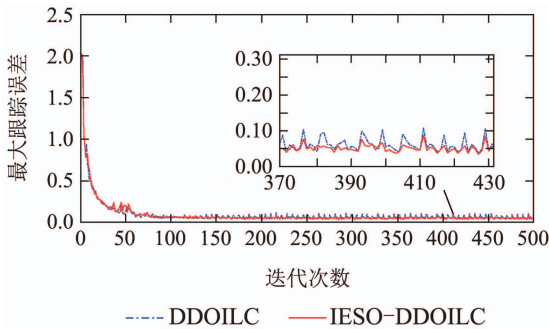


图4 速度跟踪误差的有界收敛性

Fig. 4 The bounded convergence of velocity tracking error

图3表示直线电机的速度跟踪效果,横轴表示时

间(s),纵轴表示直线电机的速度(m/s).图中实线表示直线电机的期望速度,虚线表示第500次迭代直线电机的速度输出曲线.由此可以看出当存在迭代变化的初始速度和负载扰动时,所提出的方法能够实现电机速度的有界跟踪性能.

图4表示直线电机的速度跟踪误差收敛效果,横轴表示迭代次数,纵轴表示系统每次迭代过程中的最大的速度跟踪误差绝对值.由此可以看出,当存在迭代变化的初始速度和负载扰动时,所提出的IESO-DDOILC方法能够实现电机速度跟踪误差的有界收敛.

同样,为了比较起见,采用传统的DDOILC方法(29)–(31)对直线电机的速度进行控制.在相同的控制背景和控制参数设置的情况下,仿真结果如图3–4中的点划线所示.可以看出,由于所提出的IESO-DDOILC方法额外利用了IESO对电机系统的不确定性进行估计和补偿,从而可实现比传统的DDOILC更好的控制性能.

6 结论(Conclusions)

本文针对一类带扰动的在有限时间区间上重复运行的非线性非仿射离散时间不确定系统,提出了一种IESO-DDOILC方法.利用改进的IDL方法将被控系统线性化为仿射的形式,并将系统的不确定性合并到一个非线性项中.利用所提出的IESO可将该非线性不确定项估计出来,并用于参数估计和控制器的设计中实现扰动的补偿.值得指出的是,所提出的方法是数据驱动的方法,在整个控制方案的设计和分析过程中都不需要任何被控系统的模型信息,只是用到了I/O数据.

参考文献(References):

- [1] UCHIYAMA M. Formulation of high-speed motion pattern of a dynamic mechanical arm by trial [J]. *Transactions of the Social of Instrumentation & Control Engineer*, 1978, 14(6): 706 – 712.
- [2] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of Robots by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [3] YAN Fei, TIAN Fuli, SHI Zhongke. Iterative learning control for urban traffic signals and the impacts on macroscopic fundamental diagram of road networks [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(5): 645 – 652.
(闫飞, 田福礼, 史忠科. 城市交通信号的迭代学习控制及其对路网宏观基本图的影响 [J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(5): 645 – 652.)
- [4] SAAB S S. On the P-type learning control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(11): 2298 – 2302.
- [5] MENG D Y, MOORE K L. Contraction mapping-based robust convergence of iterative learning control with uncertain, locally Lipschitz nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems*, 2017, (99): 1 – 13.
- [6] ROGERS E, OWENS D H, WERNER H, et al. Norm-optimal iterative learning control with application to problems in accelerator-based free electron lasers and rehabilitation robotics [J]. *European Journal of Control*, 2010, 16(5): 497 – 522.

- [7] OWENS D H, FREEMAN C T, DINH T V. Norm-optimal iterative learning control with intermediate point weighting: theory, algorithms, and experimental evaluation [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(3): 999 – 1007.
- [8] SUN H Q, ALLEYNE A G. A computationally efficient norm optimal iterative learning control approach for LTV systems [J]. *Automatic*, 2014, 50(1): 141 – 148.
- [9] CHI R H, HOU Z S, XU J X. Adaptive ILC for a class of discrete-time systems with iteration-varying trajectory and random initial condition [J]. *Automatic*, 2008, 16(5): 2207 – 2213.
- [10] SUN Lili, WU Tiejun. Decentralized backstepping adaptive iterative learning control for a class of interconnected nonlinear systems with strict feedback form [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1530 – 1538.
(孙丽丽, 吴铁军. 严格反馈互联系统分散式backstepping自适应迭代学习控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1530 – 1538.)
- [11] LI X D, XIAO T F, ZHENG H X. Adaptive discrete-time iterative learning control for non-linear multiple input multiple output systems with iteration-varying initial error and reference trajectory [J]. *IET Control Theory and Application*, 2010, 5(9): 1131 – 1139.
- [12] CHI Ronghu, HOU Zhongsheng, SUI Shulin. Non-parameter adaptive iterative learning control for the freeway traffic ramp metering [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1011 – 1015.
(池荣虎, 侯忠生, 隋树林. 快速路入口匝道的非参数自适应迭代学习控制 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1011 – 1015.)
- [13] BARTOSIEWICZ Z, KOTTA Ü, TÖNSO M, et al. Static state feedback linearization of nonlinear control systems on homogeneous time scales [J]. *Mathematics of Control Signals & Systems*, 2015, 27(4): 523 – 550.
- [14] KALDMÄE A, KOTTA Ü. Input-output linearization of discrete-time systems by dynamic output feedback [J]. *European Journal of Control*, 2014, 20(2): 73 – 78.
- [15] ROMM Y E, DZHANUNTS G A. The computer method of variable piecewise polynomial approximation of functions and solutions of ordinary differential equations [J]. *Cybernetics & Systems Analysis*, 2013, 49(3): 409 – 423.
- [16] HOU Z S, JIN S T. Data-driven model-free adaptive control for a class of MIMO nonlinear discrete-time systems [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(12): 2173 – 2188.
- [17] HOU Z S, CHI R H, GAO H J. An overview of dynamic-linearization-based data-driven control and applications [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(5): 4076 – 4090.
- [18] HOU Zhongsheng, JIN Shangtai. *Model Free Adaptive Control: Theory and Applications* [M]. Beijing: Science Press, 2013.
(侯忠生, 金尚泰. 无模型自适应控制: 理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.)
- [19] CHI R H, HOU Z S. Dual-stage optimal iterative learning control for nonlinear non-affine discrete-time systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(10): 1061 – 1065.
- [20] CHI R H, LIU X H, ZHANG R K, et al. Constrained data-driven optimal iterative learning control [J]. *Journal of Process Control*, 2017, 54(7): 1 – 20.
- [21] CHI R H, HUANG B, HOU Z S, et al. Data-driven high-order terminal iterative learning control with a faster convergence speed [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 28(1): 103 – 119.
- [22] CHI R H, HOU Z S, JIN S T, et al. Computationally-light non-lifted data-driven norm-optimal iterative learning control [J]. *Asian Journal of Control*, 2018, 20(1): 115 – 124.
- [23] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [24] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498 – 1510.
(高志强. 自抗扰控制思想探究 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 – 1510.)
- [25] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design [C] // *American Control Conference*. Minneapolis: IEEE, 2006: 2399 – 2405.
- [26] XUE W C, BAI W Y, SHEN Y, et al. ADRC with adaptive extended state observer and its application to air-fuel ratio control in gasoline engines [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5847 – 5857.
- [27] LI Y F, YANG B, ZHENG T X, et al. Extended-state-observer-based double-loop integral sliding-mode control of electronic throttle valve [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2017, 16(5): 2501 – 2510.
- [28] LI G T, XU W F, ZHAO J G, et al. Precise robust adaptive dynamic surface control of permanent magnet synchronous motor based on extended state observer [J]. *Iet Science Measurement & Technology*, 2017, 11(5): 590 – 599.
- [29] LI Xiangyang. Iterative extended state observer and its application in iterative learning control [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(3): 473 – 478.
(李向阳. 迭代扩张状态观测器及其在迭代学习控制中的应用 [J]. 控制与决策, 2015, 30(3): 473 – 478.)
- [30] CHI R H, LIU X H, HOU Z S, et al. A novel adaptive iterative learning control via data-driven approach [C] // *China Control Conference*. Chengdu: IEEE, 2016: 3147 – 3151.

作者简介:

惠宇 (1994–), 男, 硕士研究生, 研究方向为自适应控制、学习控制, Email: yuhuisx@163.com;

池荣虎 (1975–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据驱动控制、自适应控制、学习控制、智能交通等, Email: rhchi@163.com.