

线性自抗扰控制的适用性及整定

周 蓉, 韩文杰, 谭 文[†]

(华北电力大学 控制与计算机工程学院, 北京 102206)

摘要: 线性自抗扰控制将被控对象看成串级积分系统, 把其他信息都当成不确定性. 这种处理方法简单, 但是对于什么样的系统有效, 目前还没有理论给出确定的答案. 本文证明任何带有积分行为的严格正则传递函数都可以由线性自抗扰控制的反馈控制器等价实现, 从而表明线性自抗扰控制具有广泛的适用性, 即只要其他线性控制方法能够控制的系统, 线性自抗扰控制同样可以适用. 为简化线性自抗扰控制器参数整定, 本文针对工业过程中广泛存在的PID控制器, 提出将PID参数转化为二阶自抗扰控制参数的方法. 该方法转化的线性自抗扰参数以带宽形式表示, 从而保留了传统线性自抗扰简单易调的特性, 为线性自抗扰控制在工业过程的应用准备了基础.

关键词: 线性自抗扰控制; PID控制; 参数整定; 带宽方法; 抗干扰性能

引用格式: 周蓉, 韩文杰, 谭文. 线性自抗扰控制的适用性及整定. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1654 – 1662

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

On applicability and tuning of linear active disturbance rejection control

ZHOU Rong, HAN Wen-jie, TAN Wen[†]

(School of Control & Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: Linear active disturbance rejection control regards the controlled plant as a cascaded integral system, and treats other information of the plant as uncertainties. Such a method is simple in design but what kinds of plants the method can be applied to control is unknown. In this paper, it is proved that any strictly-proper transfer function with integrator can be equivalently realized by the feedback controller of a linear active disturbance rejection control (LADRC). This result shows that LADRC is quite applicable, in that any plant that can be controlled by other linear control methods can be controlled by LADRC. To simplify the tuning of LADRC, a method to tune the parameters of a second-order LADRC from the parameters of an ideal PID controller is proposed in the paper. The parameters are expressed via the bandwidths of LADRC, thus can be easily re-tuned on-line. This method retains the simplicity of the bandwidth tuning for an LADRC, thus it is ready to apply in industrial processes.

Key words: linear active disturbance rejection control; PID control; parameter tuning; bandwidth method; disturbance rejection performance

Citation: ZHOU Rong, HAN Wenjie, TAN Wen. On applicability and tuning of linear active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1654 – 1662

1 引言(Introduction)

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)是中科院系统所韩京清研究员在深入剖析经典PID控制工作原理的基础上, 吸收并发扬经典PID控制按误差进行调节的精髓, 运用特殊非线性作用, 提出的一种新型控制技术^[1-2]. 自抗扰控制的核心思想是将系统内部的不确定性(定常或时变, 线性或非线性和外部不确定性(外部扰动)一起作为“总扰动”, 通过构造扩张状态观测器(extended state observer,

ESO)对“总扰动”进行估计并实时补偿, 从而获得较强的抗扰动能力. 该方法不需要直接测量外扰, 也不需要事先知道扰动作用规律, 在了解了被控对象的相对阶次、输入输出通道个数、信号迟延时间等易获得且物理量清晰的特征量的基础上, 就能够进行相关的控制器设计.

ADRC具有控制超调小、响应速度快、精度高、抗干扰能力强等特点. 但是, 该方案结构还显得较为复杂, 并且需要整定的参数较多, 因此在实际应用中受

收稿日期: 2018-04-10; 录用日期: 2018-11-20.

[†]通信作者. E-mail: wtan@ncepu.edu.cn; Tel.: +86 10-61772107.

本文责任编辑: 高志强.

国家自然科学基金项目(61573138, 61503137)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573138, 61503137).

到限制. 为了克服这个困难, 文献[3-4], 考虑了自抗扰控制的“线性”版本. 线性自抗扰控制 (linear active disturbance rejection control, LADRC) 利用所估计的误差及其各阶导数进行线性状态反馈, 并且把ESO的设计和状态反馈的设计转化为控制器带宽(ω_c)和观测器带宽(ω_o)两个参数的选取, 大大简化了ADRC的结构及参数整定, 使得其在工业中应用得到可能^[5-9].

自抗扰控制仅需被控对象相对阶及增益信息, 实际上是将被控对象看成积分串联模型, 把其他信息都当成不确定性, 这种处理方法简单, 但是对什么样的系统有效, 目前没有答案. 文献[10-11]提出一种广义ADRC设计方法, 在LADRC设计中加入被控对象模型已知信息, 从而可以将LADRC应用范围扩展到一些复杂对象, 如非最小相位系统、不稳定迟滞系统^[12]等. 文献[13]提出以现有控制器参数为基础的LADRC调参方法. 该方法以现有控制器参数为基础, 通过降阶及逼近, 保证LADRC能接近现有控制系统的性能. 该方法为已经熟悉掌握其他控制器设计方法的工程控制人员提供了一种便捷的调整线性自抗扰控制参数的方案, 具有较好的应用价值.

上述文献的方法拓展了LADRC的应用范围, 但是对LADRC的可适用范围并没有进一步理论证明. 本文将推广文献[13]的思路, 证明任何带有积分的严格正则传递函数都能由LADRC实现, 从而间接证明了LADRC是具有普适的控制结构, 只要其他线性控制方法能控制, 能写出其控制器的传递函数, 总可以找到相应的LADRC控制器参数, 使得反馈控制效果一致. 注意到本文考虑LADRC的适用性是从它能够实现什么样的反馈控制器角度入手的, 直接对应的不是对象的范围, 而是与其在形式上等价的线性控制器的范围. 本文结果建立了LADRC框架和传统线性控制理论之间的桥梁.

另一方面, 尽管LADRC具有通用性, 但是其参数整定存在一定困难. 熟知实际工业中90%以上的控制系统还是采用PID控制. 如果想用LADRC替代这些PID, 不可能每个回路都重新整定. 如果能利用现有PID参数得到LADRC参数的初始值, 然后再进行在线整定, 将能大大减小替换时的工作. 本文以工业过程中广泛应用的PID控制器为基础, 提出一种基于PID参数的二阶LADRC参数整定法. 与现有方法^[14]不同, 本文方法得到的LADRC参数可以由带宽参数表示, 从而有利于进一步在线调整, 以提高抗扰性能.

2 线性自抗扰控制(LADRC)

自抗扰控制不需要知道被控对象和扰动的详细模型, 通常假设被控对象具有如下模型:

$$y^{(n)}(t) = b_0 u(t) + f, \quad (1)$$

其中: n 及 b_0 为与被控对象相关的两个参数, 分别表示被控对象的(相对)阶数及高频增益; f 是系统未知动态以及外部扰动的组合, 在LADRC设计中假设为未知的, 称为总扰动.

自抗扰控制方法基本思想是利用一个扩张状态观测器来估计未知的总扰动. 令

$$z_1 = y, z_2 = \dot{y}, \dots, z_n = y^{(n-1)}, z_{n+1} = f. \quad (2)$$

设 f 可微分且 $\dot{f} = h$. 则系统模型(1)可写成

$$\begin{cases} \dot{z} = A_e z + B_e u + E_e h, \\ y = C_e z, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n \ z_{n+1}]^T$,

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)},$$

$$B_e = [0 \ 0 \ \dots \ b_0 \ 0]_{(n+1) \times 1}^T,$$

$$E_e = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]_{(n+1) \times 1}^T,$$

$$C_e = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]_{1 \times (n+1)}. \quad (4)$$

对该系统设计全阶Luenberger观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A_e \hat{z} + B_e u + L_o (y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C_e \hat{z}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 L_o 为观测器增益:

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n \ \beta_{n+1}]^T. \quad (6)$$

当 $A_e - L_o C_e$ 渐近稳定时, 在总扰动 f 有界假设下, $\hat{z}_1(t), \dots, \hat{z}_n(t)$ 趋近于输出 $y(t)$ 及其各阶导数(直至 $n-1$ 阶), 并且 $\hat{z}_{n+1}(t)$ 趋近于 f . 这意味着可以利用这个扰动估计进行控制, 从而使其得到更快地抑制.

取如下控制率:

$$u(t) = \frac{k_1(r(t) - \hat{z}_1(t)) + \dots + k_n(r^{(n-1)}(t) - \hat{z}_n(t))}{b_0} - \frac{\hat{z}_{n+1}(t)}{b_0} = K_o(\hat{r}(t) - \hat{z}(t)), \quad (7)$$

其中 $\hat{r}(t)$ 为广义参考信号(由参考信号及其各阶导数组成的向量):

$$\hat{r}(t) = [r(t) \ \dot{r}(t) \ \dots \ r^{(n-1)}(t) \ 0]^T, \quad (8)$$

而状态反馈增益 K_o 定义为

$$K_o = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n \ 1]/b_0. \quad (9)$$

综合上述, 线性自抗扰控制器结构如图1所示.

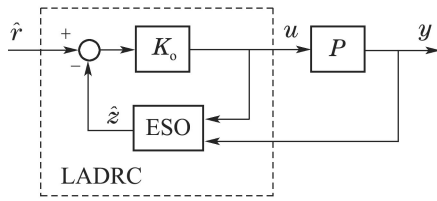


图1 线性自抗扰控制结构

Fig. 1 Structure of LADRC

注1 线性自抗扰控制器具有如下状态空间实现:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A_e \hat{z} + B_e u + L_o(y - C_e \hat{z}) = \\ (A_e - L_o C_e) \hat{z} + B_e u + L_o y, \\ u = K_o(\hat{r} - \hat{z}). \end{cases} \quad (10)$$

注2 一个线性自抗扰控制需要设计两组参数: ESO观测器增益 L_o 以及 n 重积分系统的状态反馈控制增益 K_o 。文献[3-4]提出将这两组增益的整定转化为两个参数的整定: 即控制器带宽 ω_c 及观测器带宽 ω_o , 从而大大减少了自抗扰控制的参数整定, 为其实际工业应用奠定了基础。

注3 需要说明的是模型(1)并不表示被控对象的真实模型。从LADRC控制器设计角度来说, 设计者假设被控对象具有式(1)的形式, 从而推导出一种控制规律。这个规律只与被控对象阶数 n 以及增益 b_0 有关, 而 K_o 及 L_o 是要设计的参数。理论上, 阶数 n 和增益 b_0 是被控对象固有的特性, 但从设计的角度, 其实它们是可以选择的, 反映的是设计者对被控对象的了解。例如, 过程控制中的高阶对象 $1/(s+1)^5$, 既可以将其看成1阶系统进行控制(采用1阶LADRC), 也可以将其看成2阶系统进行控制(采用2阶LADRC), 当然也可以看成5阶系统进行控制(采用5阶LADRC)。设计者可以根据对被控对象的了解程度, 选择不同阶数, 对同一个被控对象进行不同阶的LADRC设计。同样, 被控对象高频增益 b_0 也反映着设计者对被控对象的认识, 不一定等于被控对象实际值。因此在LADRC中, 这两个参数是设计者假设的, 反映设计者对被控对象动态的了解程度。

注4 熟知PID控制器设计中, K_p, K_i, K_d 三个参数与被控对象本身没有任何关系, 设计者可以任意选取, 只要能达到期望控制性能就行。同样, 对LADRC而言, n, b_0, K_o, L_o 本身也可以是与被控对象没有任何关系的参数, 设计者可以任意选取, 只不过在设计过程中LADRC假设被控对象模型是式(1), 比PID要多利用一点模型信息。至于这个信息本身是否正确, 不影响设计过程, 只影响设计结果。LADRC与其它线性控制方法的根本不同, 在于对被控对象的信息要求很少, 即使是不正确的信息, 也有可能取得较好的控制。而基于模型的线性控制, 则对模型结构及参数要求较高。

注5 文献[15]证明: LADRC等价于图2所示的两自由度控制器, 其中 $F_r(s)$ 为广义参考信号 \hat{r} 的传递函数:

$$F_r(s) = \frac{k_1 + k_2 s + \dots + k_p s^{n-1}}{b_0}, \quad (11)$$

跟踪控制器为

$$C_1(s) = 1 - K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} B_e, \quad (12)$$

而反馈控制器为

$$C_2(s) = K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o. \quad (13)$$

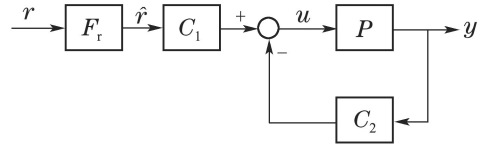


图2 线性自抗扰控制等价两自由度结构

Fig. 2 Two-degree-of-freedom equivalent structure of LADRC

3 线性自抗扰控制的适用性(Applicability of LADRC)

鉴于在LADRC控制下闭环系统内部稳定性以及扰动抑制性能只与反馈控制 $C_2(s)$ 有关, 本节考虑LADRC的反馈控制作用,

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = (A_e - L_o C_e) \hat{z} + B_e u + L_o y, \\ u = K_o \hat{z}, \end{cases} \quad (14)$$

其传递函数为

$$C_2(s) = \frac{c_n s^n + c_{n-1} s^{n-1} + \dots + c_0}{s^{n+1} + h_n s^n + \dots + h_1 s}, \quad (15)$$

其中分子多项式系数为

$$\begin{bmatrix} c_n \\ c_{n-1} \\ \vdots \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{b_0} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \dots & k_n & 1 \\ 0 & k_1 & \dots & k_{n-1} & k_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_1 & k_2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \\ \beta_{n+1} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

分母多项式系数为

$$\begin{bmatrix} h_n \\ h_{n-1} \\ \vdots \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_n & \beta_{n-1} & \beta_{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k_n \\ k_{n-1} \\ \vdots \\ k_1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

显然, $C_2(s)$ 为具有积分的 $(n+1)$ 阶严格正则(strictly proper, 指分子多项式阶数严格小于分母多项式阶数的有理函数)传递函数。

一个有意思的问题是: 对任何具有积分的 $(n+1)$ 阶严格正则传递函数 $K_c(s)$, 能否找到 b_0, K_o 及 L_o , 使得

$$K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o = K_c(s), \quad (18)$$

即是否存在LADRC使得其反馈作用 $C_2(s)$ 等于给定的控制器 $K_c(s)$? 如果对于任意给定的具有积分的 $(n+1)$ 阶严格正则传递函数都能找到解, 则可以说LADRC具有通用性。也就是说, 其他线性控制方法所设计出来的具有积分行为的线性控制器, 都可以采用LADRC进行等价实现。

文献[11]利用给定控制器 $K_c(s)$ 的分子和分母通过求解方程组(16)和(17)研究了上述问题. 但是, 文章没有考虑该非线性方程解的存在性, 只是通过数值方法进行非线性方程组的求解, 因此不能从理论上证明该非线性方程组的存在性. 为证明方程组(16)和(17)解一定存在, 考虑如下结果.

定理 1 令 n 阶LADRC反馈控制 $C_2(s)$ 的分子和分母分别为 $X(s)$ 和 $Y(s)$, 即

$$C_2(s) = K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o = \frac{X(s)}{Y(s)}. \quad (19)$$

因为 A_e 的维数为 $n + 1$, 所以 $Y(s)$ 为 $n + 1$ 阶多项式. 假设 $Y(s)$ 为首一多项式, 即其最高项系数为1. 则

$$s^n Y(s) + b_0 X(s) = M_{st}(s) M_{eso}(s), \quad (20)$$

其中

$$M_{st}(s) = s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1 \quad (21)$$

为LADRC状态反馈率的特征多项式, 而

$$M_{eso}(s) = s^{n+1} + \beta_1 s^n + \dots + \beta_{n+1} \quad (22)$$

为扩张状态观测器的特征多项式.

证 由 n 阶LADRC的构造, 式(14)为对象(1)(其状态空间模型为式(3))的基于观测器的状态反馈控制器. 对象(3)在控制器(14)下的闭环为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_e x - B_e K_o \hat{z} + E_e h, \\ \dot{\hat{z}} = (A_e - B_e K_o) \hat{z} + L_o C_e (x - \hat{z}). \end{cases} \quad (23)$$

令

$$e = x - \hat{z}, \quad (24)$$

则闭环系统变为

$$\begin{pmatrix} \dot{e} \\ \dot{\hat{z}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_e - L_o C_e & 0 \\ L_o C_e & A_e - B_e K_o \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e \\ \hat{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} E_e \\ 0 \end{bmatrix} h. \quad (25)$$

因此闭环系统的极点由 $A_e - L_o C_e$ 和 $A_e - B_e K_o$ 的特征值确定.

易证

$$\begin{aligned} |sI - A_e + B_e K_o| &= \\ s(s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1) &= s M_{st}(s), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} |sI - A_e + L_o C_e| &= \\ s^{n+1} + \beta_1 s^n + \dots + \beta_{n+1} &= M_{eso}(s). \end{aligned} \quad (27)$$

因此对象(1)在控制(14)下闭环的极点由 $M_{st}(s)$ 和 $M_{eso}(s)$ 的根组成. 由于 $s = 0$ 即是系统的极点也是零点, 因此在闭环中对消了.

考虑对象(1)以及反馈控制器 $C_2(s)$. 因为对象(1)的传递函数为

$$P_m(s) = \frac{b_0}{s^n}, \quad (28)$$

而控制器传递函数为

$$C_2(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}, \quad (29)$$

从而闭环系统的极点为 $1 + P_m(s)C_2(s)$ 的零点. 因为

$$\begin{aligned} 1 + P_m(s)C_2(s) &= \\ 1 + \frac{b_0 X(s)}{s^n Y(s)} &= \frac{s^n Y(s) + b_0 X(s)}{s^n Y(s)}, \end{aligned} \quad (30)$$

如果 $P_m(s)$ 和 $C_2(s)$ 没有零极点对消, 即 $C_2(s)$ 在 $s = 0$ 无零点, 则 $s^n Y(s) + b_0 X(s)$ 的零点等于闭环的极点, 也就是 $M_{st}(s)$ 和 $M_{eso}(s)$ 的根. 从而定理得到证明.

证毕.

该定理将闭环系统传递函数的极点与其状态空间实现的极点联系起来, 结果简单直观. 但是, 该定理能保证任何严格正则($n + 1$)阶带有积分的线性控制器可以由LADRC实现, 也间接证明了非线性方程组(16)和(17)一定存在解.

以下给出求解过程. 对任意严格正则($n + 1$)阶带有积分的控制器 $K_c(s)$,

1) 求其分子多项式 $X(s)$ 和分母多项式 $Y(s)$, 并使 $Y(s)$ 首项系数为1.

2) 求多项式 $s^n Y(s) + b_0 X(s)$ 的根, 记为 $m_i, i = 1, \dots, 2n + 1$.

3) 将 $s^n Y(s) + b_0 X(s)$ 的根分成两组, 一组包含 n 个(m_1, \dots, m_n), 另一组含 $n + 1$ 个(m_{n+1}, \dots, m_{2n+1}). 确保共轭复根在同一组.

4) 用第1组根组成多项式并展开:

$$\prod_{i=1}^n (s - m_i) = s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1, \quad (31)$$

令

$$K_o = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n \ 1]/b_0. \quad (32)$$

5) 用第2组根组成多项式并展开:

$$\prod_{i=n+1}^{2n+1} (s - m_i) = s^{n+1} + \beta_1 s^n + \dots + \beta_{n+1}, \quad (33)$$

令

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n \ \beta_{n+1}]^T. \quad (34)$$

以上过程只用到求解多项式的根, 熟知多项式根一定能求解, 因此以上过程一定可行, 且由以上过程得到的 b_0, K_o 和 L_o , 可以确保LADRC的反馈控制器 $C_2(s)$ 完全等于 $K_c(s)$.

例 1 考虑具有水轮机的电力系统负荷频率控制对象^[16]

$$P(s) = \frac{-1.667s + 0.4167}{s^3 + 5.667s^2 - 29.92s + 8.75}. \quad (35)$$

该对象具有两个不稳定极点3.0917和0.3119, 以及一个非最小相位零点0.25. 用带宽整定方法很难找到使闭环系统稳定的LADRC. 采用文献 [13]的思路, 首先

利用内模控制得到控制器, 然后转化为LADRC.

按照文献[16], 可以采用参数 $\lambda = 0.1$ 及 $\lambda_d = 3$ 设计内模控制器, 最终内模控制器为

$$K_{IMC}(s) = \frac{119.8s^3 + 255s^2 - 7536s + 60.47}{s^3 + 24.32s^2 + 400.1s} \quad (36)$$

为了用LADRC实现, 忽略该控制器的高频增益, 考虑严格正则控制器

$$K_c(s) = \frac{255s^2 - 7536s + 60.47}{s^3 + 24.32s^2 + 400.1s} \quad (37)$$

可以验证该控制器与内模控制器具有相近的抗干扰性能. 选取 $b_0 = 1$, 则 $s^2Y(s) + b_0X(s)$ 的根为

$$\begin{cases} p_1, p_2 = -11.232 \pm 15.879j, \\ p_3 = -5.4918, p_4 = 3.6266, p_5 = 0.008. \end{cases} \quad (38)$$

选取前3个根 p_1, p_2, p_3 作为 $M_{eso}(s)$ 的根, 后两个根 p_4, p_5 作为 $M_{st}(s)$ 的根, 得到1个二阶LADRC, 增益为

$$\begin{cases} K_o = [0.0291 \quad -3.6346 \quad 1], \\ L_o = [27.96 \quad 501.66 \quad 2077.52]^T. \end{cases} \quad (39)$$

如果选取后3个根 p_3, p_4, p_5 作为 $M_{eso}(s)$ 的根而前两个根 p_1, p_2 作为 $M_{st}(s)$ 的根, 则得到另1个二阶LADRC, 增益为

$$\begin{cases} K_o = [378.3146 \quad 22.4630 \quad 1], \\ L_o = [1.8570 \quad -19.9289 \quad 0.1593]^T. \end{cases} \quad (40)$$

可以验证两组解(39)和(40)都满足式(18).

可以看到, 对固定 b_0 , 根据根选取的分组不同, K_o 和 L_o 存在不同解. 图3给出对象(35)在LADRC参数(39)和(40)下的响应, 其中参考指令在 $t = 10$ 产生一个阶跃变化, 而在 $t = 100$ 加入了一个输入端阶跃扰动. 可以看到, LADRC(39)和(40)以及控制器(37)具有相同的抗干扰性能, 与控制器(36)性能非常接近, 在图中几乎分辨不出. LADRC(40)、控制器(37), (36)具有相近的设定点响应(具有较大超调), 而LADRC(39)无超调但是响应较慢.

注6 b_0 并非唯一. 例如, 如果取 $b_0 = 10$, 则 $s^2Y(s) + b_0X(s)$ 的根为

$$\begin{cases} p_1, p_2 = -6.5165 \pm 19.6547j, \\ p_3 = -20.0569, p_4 = 8.7609, p_5 = 0.008. \end{cases} \quad (41)$$

将前3个根作为 $M_{eso}(s)$ 的根, 后两个根作为 $M_{st}(s)$ 的根, 则有

$$\begin{cases} K_o = [0.0070 \quad -0.8769 \quad 0.1], \\ L_o = [33.09 \quad 690.18 \quad 8599.87]^T. \end{cases} \quad (42)$$

同样, 可以验证解(42)满足式(18).

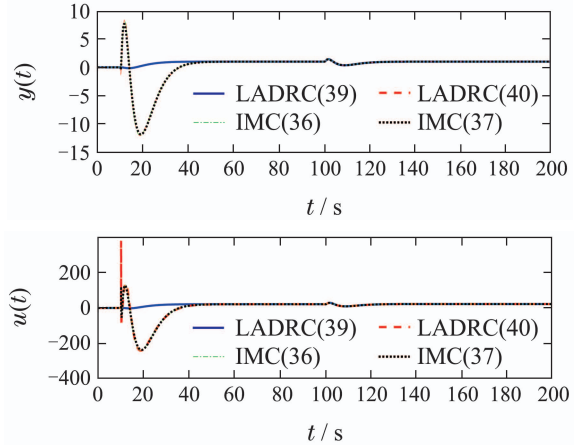


图3 系统在不同控制器下的响应

Fig. 3 Responses of the system in Example 1 under different controllers

4 基于PID控制器的线性自抗扰控制整定 (LADRC Tuning based on PID)

综上所述, LADRC可以实现任何带有积分控制的严格正则控制器, 因此LARC参数可以由现有控制系统的控制器获得, 见文献[13]. 实际工业控制中大都采用PID控制器, 由其参数得到LADRC参数具有如下意义: 1) 可以确保LADRC代替PID时实现平稳过渡, 因为这样得到的LADRC性能近似于原PID系统, 不至于产生大的扰动. 2) 整定需要有参数初始值, 初值选取不当有可能导致系统振荡或者不稳定. 即使原PID系统控制效果可能不佳, 但是这毕竟是一个稳定的系统(否则不能投入), 因此由其PID参数得到的LADRC参数也能保证系统的稳定, 从而可以作为LADRC整定的较好初始参数. 3) 与现有方法不同, 本文得到的LADRC参数是基于带宽的, 这样可以很容易利用现有带宽整定方法在线整定LADRC参数, 以提高LADRC性能. 4) 注意到ADRC整定中 b_0 的值特别难以选取, 采用基于现有PID的方法, 可以很容易确定初始 b_0 , 在实际中具有较大的实际意义.

对给定理想PID控制器

$$K_{PID}(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (43)$$

其中:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}, K_d = K_p T_d. \quad (44)$$

根据上节所述, 如果把PID控制器转化为三阶严格正则的传递函数, 则必然可以用二阶LADRC控制器实现. 为此, 考虑理想PID控制器一种实际实现

$$K_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N}s + 1}) \frac{1}{\frac{T_d}{N}s + 1}, \quad (45)$$

其中 N 取为一足够大的值. 此时 $s^2X(s) + b_0Y(s) = 0$ 为

$$(T_d/N)^2s^5 + 2(T_d/N)s^4 + s^3 + b_0K_d(1+1/N)s^2 + b_0(K_p + K_iT_d/N)s + b_0K_i = 0. \quad (46)$$

从而 LADRC 参数 K_o 和 L_o 可以由上述方程的 5 个根获得.

文献 [14] 提出了一种将现有 PID 参数转化为 LADRC 参数的方法. 该方法首先求出如下 3 次方程的实根 α_3 :

$$\alpha_3^3 - b_0K_d\alpha_3 + b_0K_p\alpha_3 - b_0K_i = 0, \quad (47)$$

其中 b_0 为预先选取的对象高频增益, 从而 LADRC 控制增益为

$$k_1 = \frac{b_0}{\alpha_3}K_i, \quad k_2 = \frac{K_p b_0 - k_1}{\alpha_3}. \quad (48)$$

而 ESO 增益为

$$\beta_1 \text{ 足够大}, \quad \beta_2 = \beta_1^2, \quad \beta_3 = \alpha_3\beta_2. \quad (49)$$

上述方法能保证在足够大的频率内 LADRC 的频率响应能够逼近 PID 控制器.

注意到当 $N \rightarrow \infty$ 时, 5 次方程 (46) 变成一个 3 次方程, 并且其 3 个根与方程 (47) 的根相同 (符号不同), 因此, 本质上来说两者是等价的. 本文方法先用实际 PID (存在一个可调参数 N) 来逼近理想 PID, 而文献 [14] 方法直接考虑理想 PID, 但是 LADRC 观测器参数存在一个可调参数 β_1 .

上述方法虽然能将 PID 控制转化为线性自抗扰控制实现, 但是如果需要在线调整线性自抗扰控制器的参数 b_0, K_o, L_o 时, 不像常规带宽整定方法那么直观简便. 本节考虑理想 PID 控制器的一种 LADRC 逼近, 其中 LADRC 参数 K_o 和 L_o 由控制器带宽 ω_c 和观测器带宽 ω_o 确定.

$$\begin{cases} L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T, \quad \beta_1 = 3\omega_o, \quad \beta_2 = 3\omega_o^2, \quad \beta_3 = \omega_o^3, \\ K_o = [k_1 \ k_2 \ 1]/b_0, \quad k_1 = \omega_c^2, \quad k_2 = 2\zeta\omega_c. \end{cases} \quad (50)$$

此处控制器增益 K_o 增加了一个参数 ζ , 用于消除响应的振荡.

注意到二阶 LADRC 的反馈传递函数 (13) 等于

$$\frac{(\beta_3 + \beta_1k_1 + \beta_2k_2)s^2 + (\beta_2k_1 + \beta_3k_2)s + \beta_3k_1}{b_0s[s^2 + (\beta_1 + k_2)s + (\beta_2 + k_1 + \beta_1k_2)]}. \quad (51)$$

为了用该传递函数逼近理想 PID (43), 考虑两者具有相同的零点, 从而有

$$\begin{cases} \beta_3k_1 = \alpha K_i, \\ \beta_2k_1 + \beta_3k_2 = \alpha K_p, \\ \beta_3 + \beta_1k_1 + \beta_2k_2 = \alpha K_d. \end{cases} \quad (52)$$

其中 α 为一可调常数. 由式 (52) 的前两个方程可以得

到

$$k_1 = \frac{\alpha K_i}{\beta_3}, \quad k_2 = \frac{\alpha K_p - \beta_2k_1}{\beta_3}. \quad (53)$$

将式 (53) 代入到式 (52) 的第 3 个方程, 得到

$$\begin{aligned} \beta_3 + \beta_1k_1 + \beta_2k_2 &= \alpha K_d \Rightarrow \\ \frac{\beta_3^3 + (\beta_1\beta_3 - \beta_2^2)\alpha K_i + \beta_2\beta_3\alpha K_p}{\beta_3^2} &= \alpha K_d. \end{aligned} \quad (54)$$

当 L_o 由观测器带宽 ω_o 确定时, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 由式 (50) 给出, 从而上述方程变为

$$\omega_o^5 - \alpha K_d\omega_o^2 + 3\alpha K_p\omega_o - 6\alpha K_i = 0. \quad (55)$$

即为了逼近理想 PID, 二阶 LADRC 的观测器带宽 ω_o 必须满足方程 (55). 该方程有 5 个解, 且至少存在一实解. 可以通过选取足够大 α 保证解为正实解. 当存在多个正实解时, 可以取最大的那个作为观测器带宽.

确定了观测器带宽 ω_o , 由式 (53) 可以得到

$$\omega_c = \sqrt{k_1}, \quad \zeta = \frac{k_2}{2\omega_c}. \quad (56)$$

上述步骤保证了二阶 LADRC 与理想 PID 具有相同零点. 由于二阶 LADRC 除原点外还包含两个极点, 为了保证 LADRC (51) 积分增益与原 PID 积分增益相同, 可以调节参数 b_0 , 即令

$$\frac{\beta_3k_1}{b_0(\beta_2 + k_1 + \beta_1k_2)} = K_i, \quad (57)$$

从而 b_0 可以设为

$$b_0 = \frac{\alpha}{\beta_2 + k_1 + \beta_1k_2}. \quad (58)$$

该增益可以确保 LADRC (51) 的积分增益与原 PID 积分增益相同.

例 2 考虑文献 [14] 研究的两个过程

$$G_4(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, \quad G_7(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^2}. \quad (59)$$

采用 SIMC 方法整定得到的 PID 控制器分别为

$$\begin{cases} K_4(s) = 0.83 + \frac{0.33}{s} + 0.50s, \\ K_7(s) = 0.5 + \frac{0.2}{s} + 0.3s. \end{cases} \quad (60)$$

在文献 [14] 中, 作者提出了一种用 LADRC 逼近 PID 的方法. 该方法采用通用 LADRC 形式, 增益 K_o 和 L_o 不具有带宽形式. 采用本文方法, 得到

$$\begin{aligned} G_4: \quad \alpha &= 10^4, \quad b_0 = 12.74, \quad \omega_o = 15.09, \\ \omega_c &= 0.98, \quad \zeta = 1.13. \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} G_7: \quad \alpha &= 10^4, \quad b_0 = 18.37, \quad \omega_o = 12.30, \\ \omega_c &= 1.04, \quad \zeta = 1.17. \end{aligned} \quad (62)$$

图 4 显示的是由本文获得的二阶 LADRC、文献 [14] 获得的二阶 LADRC、以及理想 PID 的 Bode 图. 图中, 折线: 本文; 点折线: 文献 [14]; 实线: PID. 可以看

到,在中、低频本文及文献[14]的二阶LADRC十分接近PID,因此具有与原理想PID相似的抗干扰性能.而在高频本文的二阶LADRC比文献[14]的LADRC频率响应更为快速下降,从而能保证更好的噪声抑制性能及鲁棒性能.

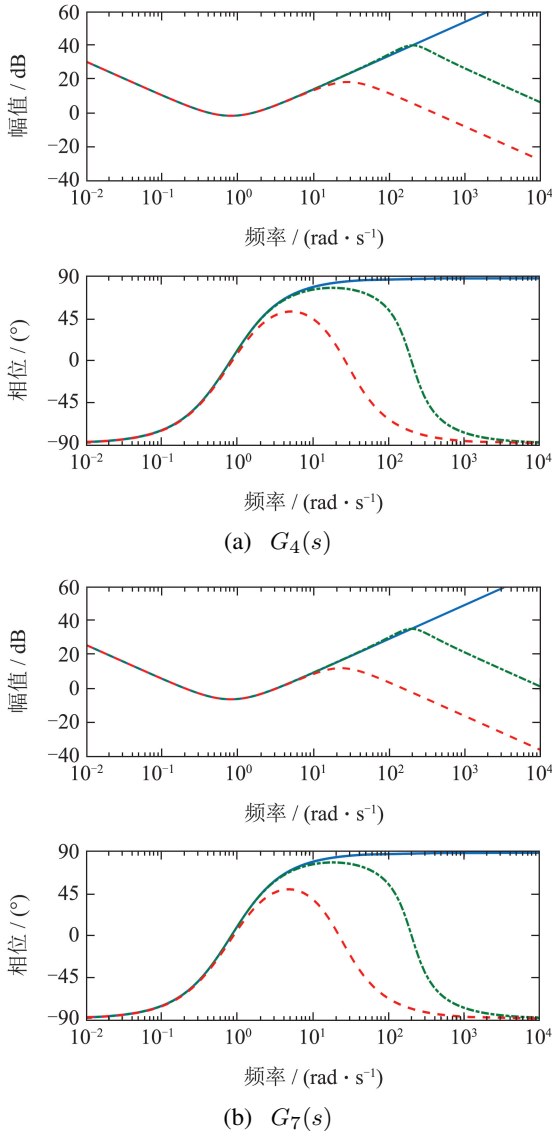


图4 控制器Bode图

Fig. 4 Bode plots for different controllers

图5显示的是对象 $G_4(s)$ 和 $G_7(s)$ 在理想PID、本文获得的二阶LADRC、以及文献[14]的二阶LADRC下的被控对象输出及控制器输出响应(在 $t = 1$ 时设定点存在幅值为1的阶跃,在 $t = 20$ 时输入端存在幅值为1的阶跃扰动).图中,折线:本文;点折线:文献[14];实线:PID.可以看到3个控制器抗干扰性能十分接近,而本文方法设定点响应较慢,但是超调较小.

注7 本文方法在保证获得带宽参数的同时,引入了另一个参数 ζ (56).该参数的作用是确保系统响应具有足够的阻尼,通常取为1,但可以根据实际需要增加或减小.例如,对

于 $G_4(s)$,不同的 ζ 下LADRC响应如图6所示.图中,实线: $\zeta = 1$;折线: $\zeta = 0.5$;点折线: $\zeta = 1.5$.可以观测到,当 ζ 减小时,系统阻尼变小,响应变得振荡;当 ζ 增大时,系统阻尼增大,响应变得迟缓.实际中可以通过调整 ζ 获得期望的阻尼效果.

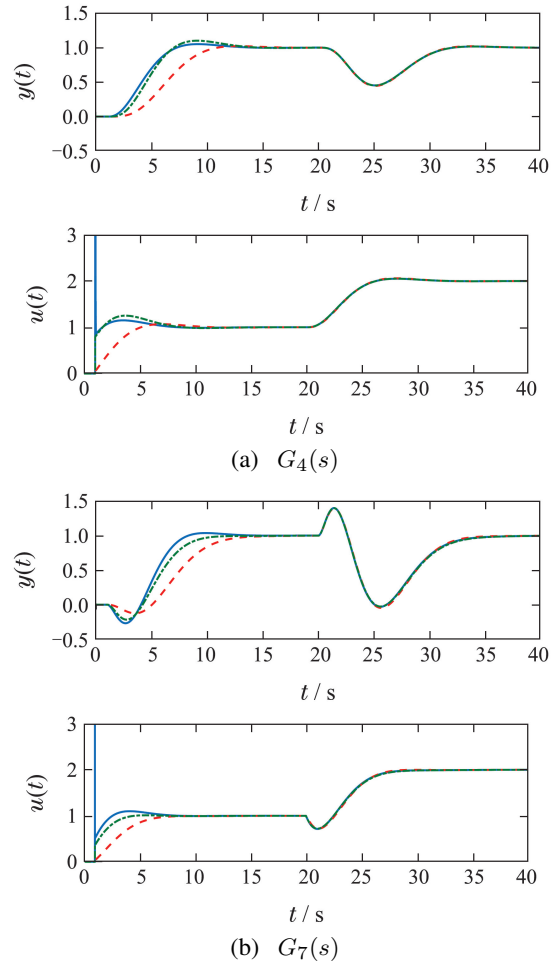


图5 系统在不同控制器下的响应

Fig. 5 Responses of the plants under different controllers

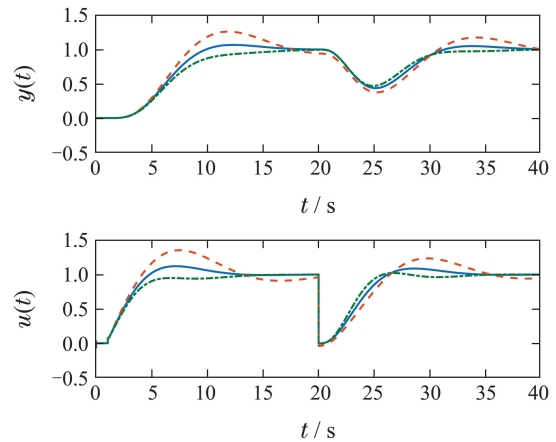


图6 系统 $G_4(s)$ 在不同 ζ 下的响应

Fig. 6 Responses of $G_4(s)$ for different ζ

本文的思路还可以推广到用基于带宽的LADRC逼近其它形式的控制器.

例 3 考虑一不稳定大延迟对象

$$G(s) = \frac{1}{s-1} e^{-1.2s}. \quad (63)$$

采用常规带宽整定法很难获得使系统稳定的二阶 LADRC. 利用文献[10]的广义 ADRC 方法, 在加上系统模型完全信息下, 采用带宽 $\omega_c = 20$, $\omega_o = 0.5$ 可以获得如下控制器:

$$K_c(s) = \frac{783.2s^2 + 1419s + 30}{s^3 + 40.83s^2 + 1218s}. \quad (64)$$

从而可以用 1 个二阶 LADRC 实现该控制器. 取 $b_0 = 10$, 则控制器增益和观测器增益为

$$\begin{cases} K_o = [94.67 & 3.31 & 0.1], \\ L_o = [7.75 & 14.98 & 0.32]^T. \end{cases} \quad (65)$$

类似于本节提出的将 PID 参数转换为 LADRC 参数的方法, 可以取 ω_o 使得二阶 LADRC 零点与(64)相等, 从而得到基于带宽的二阶 LADRC 参数:

$$\begin{cases} \alpha = 10^5, b_0 = 21.80, \omega_o = 38.06, \\ \omega_c = 0.21, \zeta = 4.99. \end{cases} \quad (66)$$

图 7 显示的是被控对象(63)在两个二阶 LADRC 下的响应(在 $t = 1$ 时设定点存在幅值为 1 的阶跃, 在 $t = 60$ 时输入端存在幅值为 0.1 的阶跃扰动). 图中, 折线: LADRC (66); 实线: LADRC (65). 可以看到两个控制器抗干扰性能十分接近(LADRC (65) 响应完全与控制器(64)相同), 带宽参数化的 LADRC 设定点响应较慢, 但是超调较小. 注意到本例中 ζ 取值较大, 原因是例 3 系统存在较为接近的零极点, 控制较为困难, 较小的 ζ 不能使系统具有足够的阻尼.

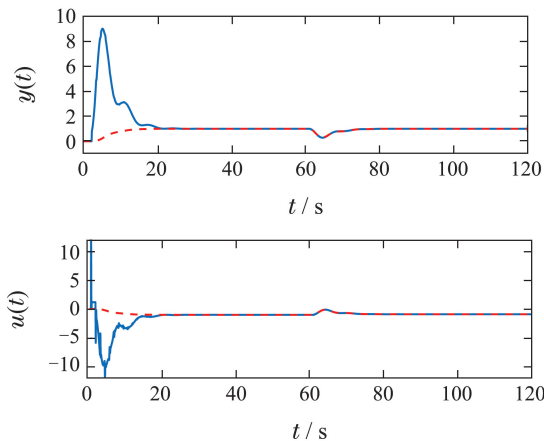


图 7 例 3 系统在不同控制器下的响应

Fig. 7 Responses of Example 3 under different controllers

注 8 本文方法获得 LADRC 参数后, 可以很容易按照带宽整定方法在需要时重新调节参数, 来提高控制器的性能. 本文严格正则传递函数方法以及文献[14]的方法虽然也能由 PID 获得 LADRC 参数, 但是其再调整不易.

注 9 本文方法仅基于稳定性及抗干扰性能进行

LADRC 逼近, 因此设定点跟踪性能有时不能令人满意. 如果需要考虑设定点跟踪性能, 可以在 b_0 选取上进行考虑, 或者采用文献[12]提出的两自由度 ADRC 控制结构, 将抗干扰性能与设定点跟踪性能解耦, 分别进行设计.

5 结论(Conclusions)

本文证明任何带有积分行为的严格正则传递函数都可以由线性自抗扰控制的反馈控制器等价实现, 从而表明线性自抗扰控制具有广泛的通用性: 只要其他线性控制方法能够控制的系统, 线性自抗扰控制同样可以适用. 同时, 针对工业过程中广泛存在的 PID 控制器, 本文提出将 PID 参数转化为二阶 LADRC 参数的方法. 本文方法转化的 LADRC 参数以带宽形式表示, 从而保留了传统 LADRC 简单易调的特性, 为 LADRC 在工业过程的应用准备了基础.

参考文献(References):

- [1] HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19–23. (韩京清. 自抗扰控制及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19–23.)
- [2] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900–906.
- [3] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] // *Proceedings of American Control Conference*. Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989–4996.
- [4] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: A paradigm shift in feedback control system design [C] // *Proceedings of American Control Conference*. Minneapolis, MN: IEEE, 2006: 2399–2405.
- [5] XUE Wenchao, HUANG Chaodong, HUANG Yi. Design methods for the integrated guidance and control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1511–1522. (薛文超, 黄朝东, 黄一. 飞行制导一体化设计方法综述 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1511–1522.)
- [6] WANG Lijun, LI Qing, TONG Chaonan, et al. Overview of active disturbance rejection control for systems with time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1521–1533. (王丽君, 李擎, 童朝南, 等. 时滞系统的子抗扰控制综述 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1521–1533.)
- [7] WU Dan, ZHAO Tong, CHEN Ken. Research and industrial applications of active disturbance rejection control of fast tool servos [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1534–1542. (吴丹, 赵彤, 陈恩. 快速刀具伺服系统自抗扰的研究及实践 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1534–1542.)
- [8] DONG Lili. Application of active disturbance rejection control to micro-electro-mechanism system transducers [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1543–1552. (董莉莉. 自抗扰技术在微机电换能器中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1543–1552.)
- [9] TAN Wen, ZHOU Hong, FU Caifen. Linear active disturbance rejection control for load frequency control of power systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1607–1615. (谭文, 周宏, 傅彩芬. 负荷频率控制系统的线性自抗扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1607–1615.)

- [10] ZHOU R, TAN W. A generalized active disturbance rejection control approach for linear systems [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. Auckland, New Zealand: IEEE, 2015: 248 – 255.
- [11] FU C F, TAN W. Tuning of linear ADRC with known plant information [J]. *ISA Transactions*, 2016, 65(11): 384 – 393.
- [12] FU C F, TAN W. Control of unstable processes with time delays via ADRC [J]. *ISA Transactions*, 2017, 71(11): 530 – 541.
- [13] FU Caifen, TAN Wen. Parameters tuning of linear active disturbance rejection control based on high-order controller design [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 265 – 272.
(傅彩芬, 谭文. 基于高阶控制器设计的线性自抗扰控制参数调整 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 265 – 272.)
- [14] ZHAO C E, LI D H. Control design for the SISO system with the unknown order and the unknown relative degree [J]. *ISA Transactions*, 2013, 53(4): 858 – 872.
- [15] TAN W, FU C F. Linear active disturbance-rejection control: Analysis and tuning via IMC [J]. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2350 – 2359.
- [16] TAN W. Unified tuning of load frequency controller for power systems via IMC [J]. *IEEE Transactions Power Systems*, 2010, 25(1): 341 – 350.

作者简介:

周 蓉 (1975–), 女, 讲师, 目前研究方向为计算机控制, E-mail: zhourong@ncepu.edu.cn;

韩文杰 (1995–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: 13253151532@163.com;

谭 文 (1969–), 男, 博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制及其在工业过程、电力系统方面的应用, E-mail: wtan@ncepu.edu.cn.