

# 采用再生制动的地铁时刻表节能优化研究

李 灿, 汪仁智, 李德伟<sup>†</sup>, 席裕庚

(上海交通大学 自动化系; 系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240)

**摘要:** 地铁运行的主要成本是电能消耗, 如何降低地铁运行能耗是建设绿色城市的重要课题. 本文从列车运行时再生制动产生回馈电网能量出发, 建立采用再生制动的地铁列车运行能耗模型. 进而, 将地铁运行节能问题转化为地铁列车时刻表优化问题, 并引入列车运行约束和混合逻辑动态模型约束将该问题建模为一个非线性混合整数规划问题. 本文设计了分解协调优化算法, 以列车停站时间和发车时间间隔作为优化操作变量进行优化. 从仿真结果可知, 以不同的操纵变量进行优化均能有效提高再生制动能量利用率, 且分解协调算法的求解结果优于传统的模拟退火算法.

**关键词:** 地铁列车; 时刻表; 再生制动; 节能优化

**引用格式:** 李灿, 汪仁智, 李德伟, 等. 采用再生制动的地铁时刻表节能优化研究. 控制理论与应用, 2019, 36(7): 1024 – 1035

DOI: 10.7641/CTA.2018.80277

## Research on energy saving optimization of metro timetable using regenerative braking

LI Can, WANG Ren-zhi, LI De-wei<sup>†</sup>, XI Yu-geng

(Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University;

Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** The subway-based urban transit has been used widely because it can alleviate the serious problem of urban traffic congestion effectively. Electric energy consumption contributes the most part of its cost. So it is necessary to reduce the energy consumption of subway operation so as to build an environment friendly city. Aiming at this problem, energy consumption model with utilization of regenerative braking energy can be built. Then, combining energy consumption model, train operation constraints and mixed logic dynamic model constraints, the optimization problem is transformed into a nonlinear mixed integer program problem. Heuristic algorithm is used widely to solve this kind of problem. However, this thesis has designed a decomposition and coordination algorithm to get a better solution. The succession time and station dwell act as manipulated variables and both of them can improve regenerative braking energy utilization rate effectively. Compared with the solution of annealing algorithm, decomposition and coordination algorithm should be better.

**Key words:** metro train; timetable; regenerative braking; energy saving optimization

**Citation:** LI Can, WANG Renzhi, LI Dewei, et al. Research on energy saving optimization of metro timetable using regenerative braking. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(7): 1024 – 1035

## 1 引言

地铁具有运量大、速度快、运行准时、保护环境、乘坐舒适等特点, 是城市公共交通重要的组成部分. 同时, 地铁作为能源密集型产业, 每年都会消耗大量的能源. 地铁运行过程通常包括4个阶段: 牵引–巡航–惰行–制动, 其中地铁牵引用电能耗占据了总能耗的很大一部分, 因此减少牵引能耗可以有效地降低总

能耗.

地铁的制动过程采用的是再生制动技术, 再生制动能量指的是列车在制动时将机械能转化为电能并反馈给电网提供给其他列车使用的能量. 当机车处于牵引运行状态时, 牵引电机在电动机状态, 牵引变流器为牵引电机提供电能. 若此时进行制动, 控制电路发车制动信号给牵引变流器, 变流器输出电压频率减

收稿日期: 2018–04–18; 录用日期: 2018–09–04.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: dwli@sjtu.edu.cn; Tel.: +86 13917551024.

本文责任编辑: 赵千川.

国家自然科学基金项目(61573239, 61433002, 61590924, 61521063)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573239, 61433002, 61590924, 61521063).

小,而牵引电机转速不能立即停止,牵引电机转子将超前于定子旋转磁场,那么交流异步牵引电机就由电动机状态转入发电机工作状态,并通过变流器向牵引网反送电能<sup>[1]</sup>.通常情况下,处于再生制动工况列车反馈的制动电能可以被同一供电区段内处于牵引状态的相邻机车和其他一些用电设备所吸收.再生制动所产生的能量是不容小觑的,理论上再生制动的最大节能效率为:B2型节能为50%,B1型节能为49.9%<sup>[2]</sup>.

由于再生制动能耗的利用具有巨大的经济、社会效益,因此国内外学者都对此做了大量研究.对于列车再生制动的研究最早由Kokotovic等<sup>[3]</sup>提出,将再生制动能量考虑到了列车的控制策略中.Zhang等<sup>[4]</sup>考虑了更细节的动力学因素,引入了摩擦阻力,从力的角度提出了一种提高制动能量的方法.Hellgren等<sup>[5]</sup>研究了更多的运行因素,并设计了遗传算法来增大再生制动的利用.MTR51<sup>[6]</sup>对列车进行了供电区建模,以同一供电区相邻列车作为研究对象,利用遗传算法增加相邻列车牵引制动速度重叠的方式增加再生制动能量的利用.

随着我国地铁车型的更新,部分城市的地铁系统也逐渐引入了再生制动能量利用<sup>[1]</sup>,国内学者也展开了列车再生制动的相关研究.张文丽等<sup>[7]</sup>通过仿真详细进行了不同运行图下的再生制动能量利用对比,曾之煜等<sup>[8]</sup>讨论了不同列车发车密度情况下再生制动功率的吸收效率,李政等<sup>[9]</sup>建立列车启动及制动的仿真模型,分析了制动时再生制动能量对供电系统电压的影响和能量吸收装置的工作状态.赵乐等<sup>[10]</sup>的建模思路与Yang相似,也是建立了时刻表匹配模型,以增加牵引制动速度重叠率作为目标,采用了模拟退火算法进行求解.

可以看到,现阶段对于地铁列车再生制动的研究大多采用启发式算法进行求解或是仅针对单一供电区间进行研究.本文在现有的研究基础上,基于列车现有的时刻表,在保证全程旅行时间不变的情况下,首先根据列车实际运行的功能关系,通过列车牵引能耗模型建立了考虑列车再生制动能量的能耗模型,结合列车运行约束和混合逻辑系统约束,以列车停站时间和发车间隔为优化变量,设计得到了列车再生制动能量优化利用的非线性混合整数规划问题:之后将总问题分解至各个供电区,根据相邻列车的牵引制动重叠时间时序关系建立了子问题的列车再生制动能量利用模型,并利用分解协调保证列车运行约束满足.通过仿真可以看到,采用分解协调算法的解优于传统的模拟退火算法,对于列车停站时间和发车间隔的优化均能有效提高再生制动能量利用率.

本文结构如下:首先在介绍列车运行时刻表的基础上,文章第2节讨论了列车功率曲线及其对应的功率模型,并以此为基础建立了地铁列车运行再生制动能量优化的优化模型;针对第2节中的优化问题,论文第3节给出了基于分解协调框架的求解方法;论文第4节采用某地铁线路为对象进行了试算,试算结果验证了本文方法的有效性.

## 2 能耗计算与优化模型

### 2.1 列车运行时刻表

列车的时刻表指的是列车在某一时间段的发车计划,由每辆列车从每个站台的发车时间组成.由于在一段运行时间段内,列车的运行状态是固定不变的,因此列车的时刻表具有明显周期性,列车时刻表由列车发车间隔时间、站间运行时间和列车在每个站台的停站时间所确定.表1给出了时刻表相关参数的含义.

表1 列车时刻表描述参数

Table 1 Relevant parameters

记号	记号含义	说明
$A_i, i = 1, 2, \dots, N_A$	列车站点	其中 $N_A$ 为站点数
$B_i, i = 1, 2, \dots, N_B$	列车标号	其中 $N_B$ 为计算时间内列车数量
$N_s$	最大供电区编号	计算过程中的最大供电区编号
$T_i$	发车间隔时间	相邻列车 $B_i$ 与 $B_{i+1}$ 之间的发车间隔
$T_{s_j}, j = 2, 3, \dots, N_A - 1$	停站时间	表示列车在 $A_j$ 停留的时间
$Tt_{i,j}, i, j = 1, 2, \dots, N_A - 1, i \neq j$	站间行驶时间	表示列车从 $A_i$ 行驶至 $A_j$ 的行驶时间
TTA	全程旅行时间	列车全程的运行时间

### 2.2 列车功率曲线

列车能耗功率模型用于计算列车功率曲线与列车运行速度的物理关系,本文从功能关系来考虑列车能耗.设列车站间运行的总时长为 $T$ ,列车站间运行的能耗消耗 $E$ 可由瞬时功率 $P(t)$ 在整个运行区间积分得

到:

$$E = \int_0^t P(t) dt, \quad (1)$$

记瞬时牵引力为 $F_t$ ,制动力为 $F_b$ , $\dot{v} \geq 0$ 表示列车处于牵引工况, $\dot{v} < 0$ 表示列车处于再生制动工况.上式中

瞬时总功率 $P(t)$ 可表示为

$$P(t) = \begin{cases} \frac{F_t(t)v(t)}{\eta(t)}, & \dot{v} \geq 0, \\ -F_b(t)v(t)\eta(t), & \dot{v} < 0, \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $F_t(t)$ 为列车运行过程中瞬时牵引力,  $F_b(t)$ 为列车制动过程中的制动力,  $v(t)$ 为瞬时速度,  $\eta(t)$ 为该速度所对应的电动机效率.

列车运行过程中, 负载电网将1000 ~ 1800 V的高压电传输给列车电机, 由于空转、转动阻力等因素的影响, 并不是所有的电能都转换为了牵引力, 因此需要引入电机效率进行功率修正. 列车电机效率 $\eta(t)$ 与电机转动速度有关, 由于车辆轴承直接将电机转速传递给车轮, 因此直接考虑 $\eta(t)$ 与列车瞬时速度 $v(t)$ 的关系. 本文利用列车实际测量数据, 对 $\eta(t)$ 进行了多项式拟合, 以仿真真实列车的运行情况<sup>[11]</sup>.

列车电机将电能转化为牵引力, 电机输出的牵引力并非完全用于列车牵引, 还有一部分需要抵消阻力的影响. 瞬时牵引力 $F_t(t)$ 计算表达式为

$$F_t(t) = m(1 + \gamma) \cdot \dot{v} + f_\gamma, \quad \dot{v} \geq 0, \quad (3)$$

式中:  $m$ 为列车总质量(车重 + 负载),  $\dot{v}$ 为列车瞬时加速度,  $f_\gamma$ 为线路附加阻力, 包括坡道阻力和曲线附加阻力;  $\gamma$ 为回转质量系数, 用来等效修正列车车轮转动需要带动的力矩.

当处于制动工况时, 牵引电机变成发电机, 根据西门子列车参数手册, 采用最大制动力进行制动. 且最大制动力 $F_b(t)$ 与列车总质量相关, 通过拟合可以得到 $F_b(t)$ 关于 $m$ 的一次函数.

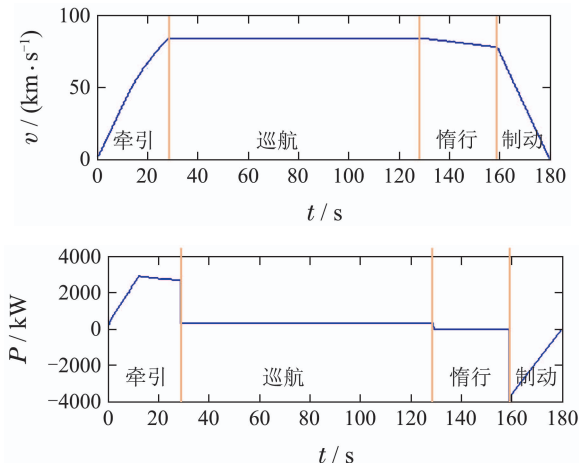


图1 站间速度与功率曲线

Fig. 1 Station speed and power curve

根据式(1)–(3), 可得到相邻站台 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 间的功率曲线. 基于列车站间运行速度曲线、坡道阻力和曲线阻力得到了列车站间功率曲线如上图所示, 列车功率曲线包括了上述实际运行因素的影响.

在相邻站台功率曲线的基础上, 引入停站时间 $Ts_i$ , 可以将列车单程的功率曲线表示为

$$P_{\text{set}}(t) = \sum_{i=1}^{N_A-1} P_{A_i, i+1}(t - Tx_i), \quad (4)$$

式中:

$$Tx_i = Tx_{i-1} + Tt_{i-1, i} + Ts_i,$$

$$Tx_i = 0.$$

即单车全程功率曲线为各个站间功率曲线平移组合而成. 以某地铁线路运行时刻表为例, 通过每站的速度曲线计算得到的单程功率曲线如图2所示.

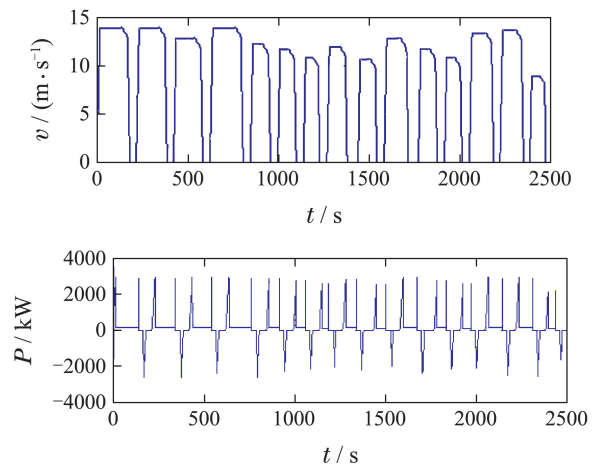


图2 单车单程速度与功率曲线

Fig. 2 Single speed and power curve

由于列车运行具有周期性, 因此对于计算区间内每辆列车的功率曲线是相同的, 记第 $B_i$ 辆车的功率曲线为 $P_B(B_i, t)$ , 利用单车单程功率曲线 $P_{\text{set}}(t)$ 可以将第 $B_i$ 辆车的功率曲线表示为

$$P_B(B_i, t) = P_{\text{set}}(t - (i - 1) \cdot Ti), \quad (5)$$

即不同时刻发车车辆的功率曲线形态相同, 为 $P_{\text{set}}(t)$ 的平移曲线, 平移时间为 $Ti$ .

### 2.3 列车能耗模型

地铁直流侧牵引供电系统可以划分为3个部分: 牵引变电站、由接触网和回流轨组成的牵引网络和在线列车. 牵引变电站大多设置于车站内, 故供电区通常按照站台进行划分<sup>[12]</sup>. 为了接近列车再生制动能量利用的真实情况, 本文考虑了车站供电区划分的情况, 图3给出了供电区划分示例图.

如图3所示, 列车的站台根据实际供电基站的分布可以划分为不同的供电区, 相邻列车只有在同一供电区内才能利用再生制动能量. 根据供电区的划分, 列车能耗计算需要考虑每个供电区的再生制动, 考虑列车供电区划分后的运行时序图如图4所示.

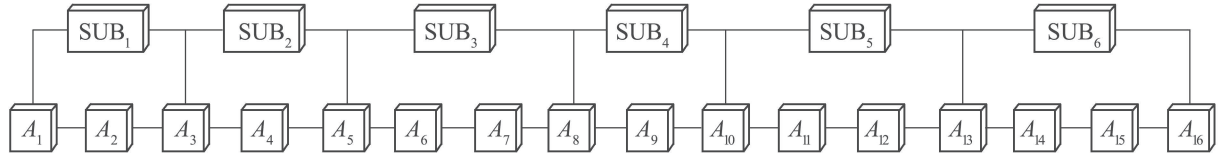


图 3 时刻表供电区划分

Fig. 3 Timetable power supply region division

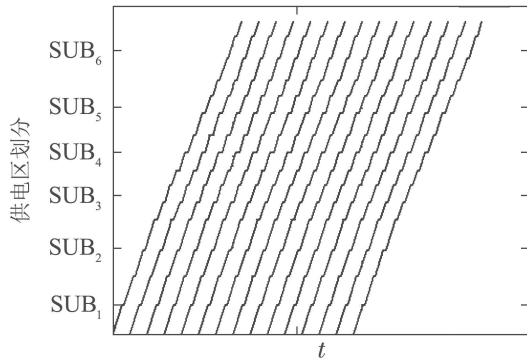


图 4 供电区划分时序图

Fig. 4 Sequence diagram of power supply region division

图4中, 两条黑色竖线之间代表一辆列车运行全程的过程, 可以将一次全程运行的时间作为一个优化区间. 由图4可以看出, 考虑同一供电区才能反馈电能的限制后, 优化区间内供电区的功率值 $P_{SUB}(SUB_j, t)$ 可以用多辆列车的功率 $P_B(B_i, t)$ 表示.

$$P_{SUB}(SUB_j, t) = \sum_{j=\frac{TTA}{T_i}}^{\frac{2TTA}{T_i}} P_B(B_i, t),$$

$$j = 1, \dots, N_s, \quad (6)$$

式中:  $TTA = \sum_{i=1}^{N_A-1} Tt_{i,i+1} + \sum_{i=2}^{N_A-1} Ts_i$  是列车的旅行时间,  $N_s$  为最大供电区编号.

基于供电区功率可得列车全程能耗, 对列车能耗而言, 只有功率为正, 即 $P_{SUB}(SUB_j, t) \geq 0$ 情况下才有消耗能量的意义, 本文采用文献[13]的方法, 通过引入混合逻辑动态模型的方式来保证记入能耗的功率值大于零.

引入逻辑变量 $\delta(t)$ , 假设 $P_{SUB}(SUB_j, t) \geq 0$ 时有 $\delta(t) = 1$ , 否则 $\delta(t) = 0$ . 即引入了相应的映射关系 $[P_{SUB}(SUB_j, t) \geq 0] \leftrightarrow [\delta(t) = 1]$ , 此处引入逻辑变量后需要添加下列约束:

$$\begin{cases} -m \cdot \delta(t) \leq P_{SUB}(SUB_j, t) - m, \\ -(M + \varepsilon) \cdot \delta(t) \leq -P_{SUB}(SUB_j, t) - \varepsilon, \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$m = \min(SUB_j, t),$$

$$M = \max(SUB_j, t),$$

$\varepsilon$  是一个趋近于0的小量.

为计算能耗, 引入一个辅助变量 $P_{cal}(SUB_j, t)$ , 即逻辑变量与功率的乘积

$$P_{cal}(SUB_j, t) = \delta(t) \cdot P_{SUB}(SUB_j, t). \quad (8)$$

引入辅助变量的同时, 也应引入约束

$$\begin{cases} P_{cal}(SUB_j, t) \leq M \cdot \delta(t), \\ P_{cal}(SUB_j, t) \geq m \cdot \delta(t), \\ P_{cal}(SUB_j, t) \leq P_{cal}(SUB_j, t) - m \cdot (1 - \delta(t)), \\ P_{cal}(SUB_j, t) \geq P_{cal}(SUB_j, t) - M \cdot (1 - \delta(t)). \end{cases} \quad (9)$$

通过引入逻辑变量 $\delta(t)$ 和辅助约束, 有效保证了记入能耗的功率 $P_{cal}(SUB_j, t)$ 大于零.

将列车在供电区内功率曲线 $P_{cal}(SUB_j, t)$ 积分得到列车在供电区内的能量消耗, 再将各个供电区能耗相加可以得到列车的全线总能耗:

$$E = \sum_{i=1}^{N_s} \int_{TTA}^{2TTA} P_{cal}(SUB_j, t) dt. \quad (10)$$

### 2.4 优化模型

上一小节根据列车实际的功能关系, 通过牵引物理公式引入了列车能量消耗模型, 同时引入逻辑变量和约束, 以保证列车功率大于零才计入能量消耗值. 在能耗模型的基础上, 引入列车运行约束, 根据逻辑变量约束与列车运行约束, 就可以得到时刻表优化的优化问题.

时刻表静态优化问题的目标是使得优化后通过式(10)计算得到的列车全局能量消耗最小. 在引入列车运行约束和混合逻辑动态模型约束后可以将优化问题表达为

$$\min sE = \sum_{i=1}^{N_s} \int_{TTA}^{2TTA} P_{cal}(SUB_j, t) dt, \quad (11)$$

s.t.

$$\begin{aligned} Ts_{ji} &\leq Ts_j \leq Ts_{ju}, \\ Ti_l &\leq Ti \leq Ti_u, \\ \sum_{j=2}^{N_A-1} Ts_{0j} &= \sum_{j=2}^{N_A-1} Ts_j, \\ -m \cdot \delta(t) &\leq P_{SUB}(SUB_j, t) - m, \\ -(M + \varepsilon) \cdot \delta(t) &\leq -P_{SUB}(SUB_j, t) - \varepsilon, \\ P_{cal}(SUB_j, t) &\leq M \cdot \delta(t), \end{aligned}$$

$$P_{cal}(SUB_j, t) \geq m \cdot \delta(t),$$

$$P_{cal}(SUB_j, t) \leq P_{cal}(SUB_j, t) - m \cdot (1 - \delta(t)),$$

$$P_{cal}(SUB_j, t) \geq P_{cal}(SUB_j, t) - M \cdot (1 - \delta(t)).$$

优化问题中目标函数的优化操作变量 $S$ 选择为优化停站时间 $\{T_{s_j}, j = 2, 3, \dots, N_A - 1\}$ 以及优化列车发车时间间隔 $T_i$ , 优化问题中前二个约束为列车运行约束, 即操作变量在优化过程中受到的列车运行条件限制. 式中:  $T_{s_{j_l}}, T_{s_{j_u}}$ 为列车在各个站点停留时间的上下限;  $T_{i_l}$ 和 $T_{i_u}$ 表示列车发车时间间隔的上下限;  $T_{s_{0_j}}$ 表示优化前列车上行的停站时间;  $T_{s_j}$ 表示优化后列车上行的停站时间, 该约束保证了列车优化前后的旅行时间均不变. 优化问题中后6个约束是混合逻辑动态模型约束, 即前文中的约束(7)和约束(9).

从优化问题的表达式可以看出, 待求解优化问题是一个混合整数规划问题. 基于优化问题的这种特点, 很难找到合适的解析最优化算法对其进行求解. 因此, 通常采用启发式算法对其进行求解, 例如模拟退火算法.

### 3 分解协调求解算法

虽然启发式算法可以有效地解决非线性、多模型、多变量、多目标的复杂优化问题, 但是容易陷入局部最优解. 为了避免启发式算法导致的局部最优解的

出现, 因此本节考虑采用分解协调的方法进行求解.

#### 3.1 区域列车分解算法

再生制动原理表明列车制动时产生的再生能量能通过接触网直接传递给同一供电区内处于牵引状态的列车. 因此, 增加同一供电区内相邻列车的牵引制动重叠时间可以有效地提高再生制动能量的利用率<sup>[14]</sup>. 相邻列车牵引制动重叠模型如图5所示.

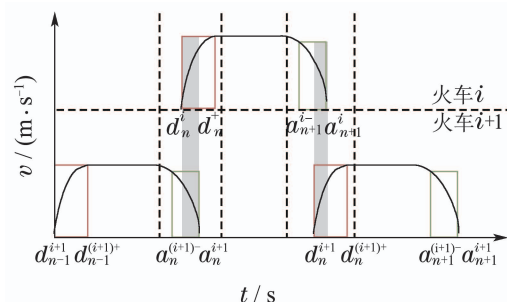


图5 牵引制动重叠模型示意图  
Fig. 5 Overlap model diagram for traction and braking

图中阴影部分代表相邻列车牵引制动的重叠时间. 可以看到, 列车停站时间和发车间隔的变化均能对重叠时间造成影响, 从而影响再生制动的能量利用率. 由此能将优化问题转化为区域列车分解协调问题. 算法总流程图如图6所示.

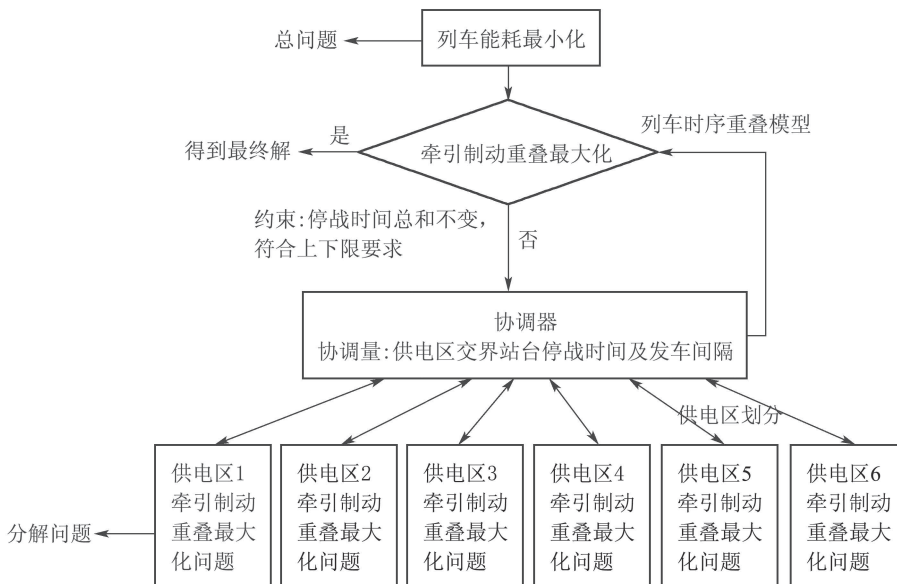


图6 分解协调算法流程  
Fig. 6 Decomposition and coordination algorithm flow

根据只有同一供电区内的再生制动能量能相互利用这一特点, 将总问题根据供电区分解若干个子问题, 通过协调供电区交界站台的停站时间保证耦合约束的满足.

为了便于数学表述, 在建立区域列车协调问题求

解模型时, 新引入下列记号, 如表2所示.

这里以列车 $B_i$ 在 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 之间行驶过程为例, 可以看到速度及功率曲线如图7所示.

根据上述标记及处理, 进一步得到单一供电区内的再生制动能耗计算模型. 供电区内相邻两辆列车的

速度曲线如图8所示, 其中发车间隔为 $T_i$ .

表 2 区域列车协调新增模型记号  
Table 2 New sign for regional train coordination

记号	记号含义	说明
$T_i$	发车间隔时间	相邻列车 $B_i$ 与 $B_{i+1}$ 之间的发车间隔
$Ts_{A_i}$	停站时间	列车在 $A_i$ 停留的时间
$Tt_{A_i}$	站间行驶时间	列车从 $A_i$ 行驶至 $A_{i+1}$ 的行驶时间
$ta_{B_i}^{A_i}$	牵引起始时间	列车牵引起始时间
$tb_{B_i}^{A_i}$	牵引结束时间	列车牵引结束时间
$tc_{B_i}^{A_i}$	巡航结束时间	列车巡航结束时间
$td_{B_i}^{A_i}$	制动起始时间	列车制动起始时间
$te_{B_i}^{A_i}$	制动结束时间	列车制动结束时间

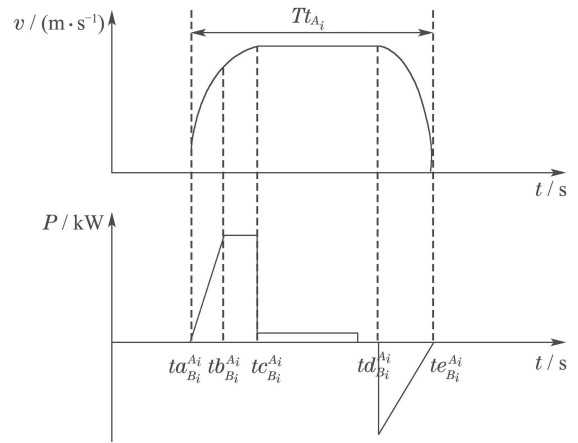


图 7 列车单站时序图

Fig. 7 Single station sequence diagram

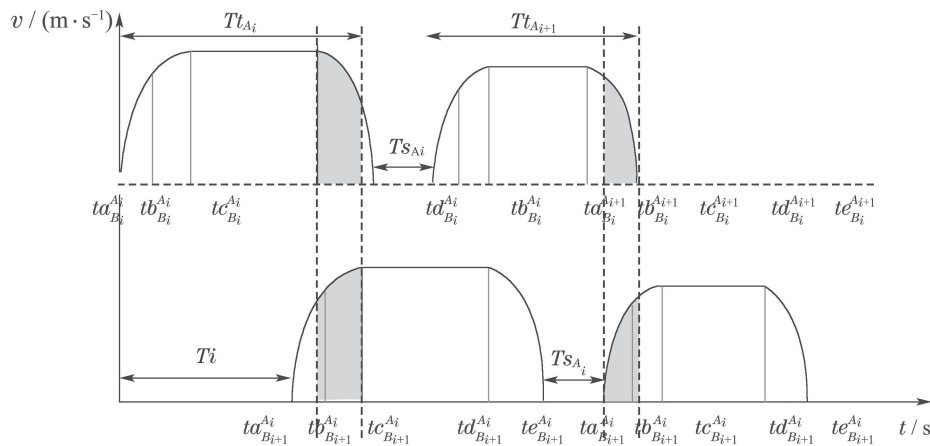


图 8 相邻列车速度时序关系图

Fig. 8 Speed sequential diagram of adjacent train

图中以两辆列车 $B_i$ 和 $B_{i+1}$ 为例, 展示了重叠时间的对应关系. 图中的灰色部分即为相邻列车的再生制动能量重叠时间. 其中 $B_i$ 在 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 之间的制动过程与 $B_{i+1}$ 在 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 之间的牵引过程构成了有效的

再生制动能量利用匹配, 同时 $B_i$ 在 $A_{i+1}$ 与 $A_{i+2}$ 之间的制动过程与 $B_{i+1}$ 在 $A_{i+1}$ 与 $A_{i+2}$ 之间的牵引过程构成了有效的再生制动能量利用匹配. 转化到功率曲线上即可得到功率时序图如图9所示.

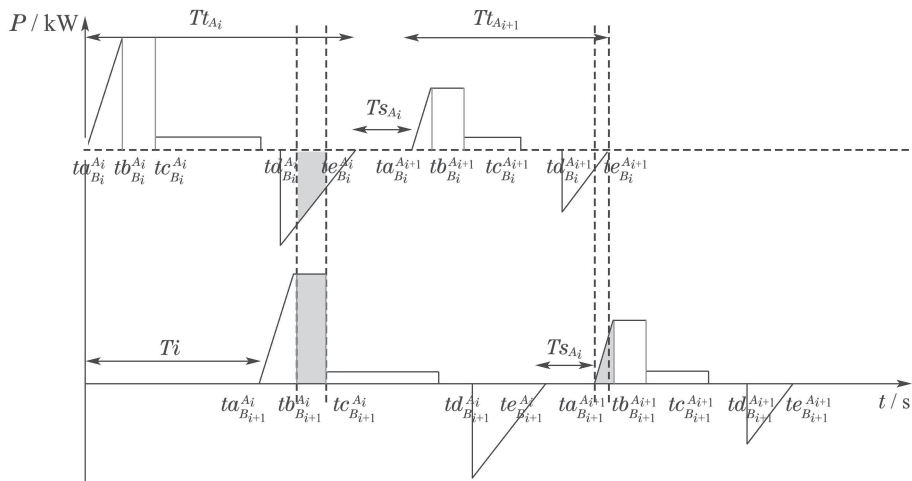


图 9 相邻列车功率时序关系图

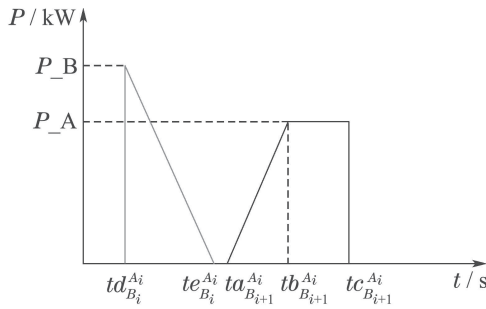
Fig. 9 Power sequential diagram of adjacent train

从图9可以看出,为提高再生制动能量的利用率,需尽可能地增加相邻列车牵引与制动的重合时间.由此可以将原先的优化模型分解至各供电区.由于每个供电区的里程大约在3.7~4.4 km之间,通常包含2~3个站台.再在同一供电区的前提下考虑相邻列车之间再生制动能量的利用,由图9可知,随着发车间隔 $T_i$ 和停站时间 $T_s$ 的变化,相邻列车的再生制动能量匹配关系大不相同.例如在图8的情况下,出现了两处可以进行再生制动能量利用的时间.为更好地得到子问题优化模型,先选择 $B_i$ 在 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 之间的制动过程与 $B_{i+1}$ 在 $A_i$ 与 $A_{i+1}$ 之间的牵引过程构成的匹配过程进行分析.

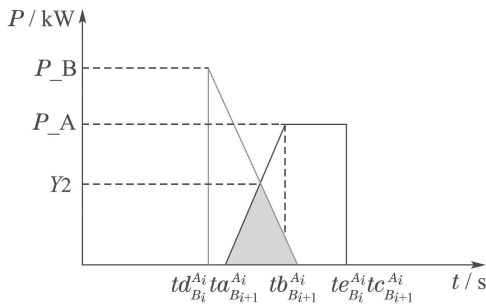
### 3.2 单一匹配优化算法

前车 $B_i$ 制动与后车 $B_{i+1}$ 牵引的匹配过程的最优化可以转化为制动功率曲线与牵引功率曲线的面积重合最大化.根据时序的变化,可以看到其匹配过程总共分为以下7种情况,如图10所示.

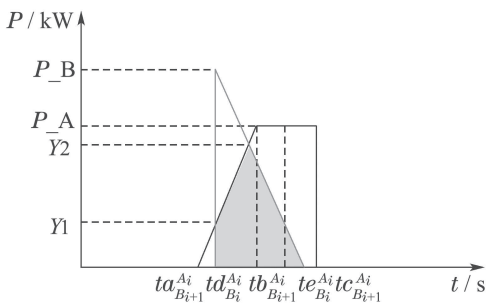
将前车 $B_i$ 制动过程功率曲线关于 $x$ 轴翻转,即可以得到图10所示的三角形.后车 $B_{i+1}$ 的牵引过程功率曲线如图9中的直角梯形所示.设置变量如表3所示.



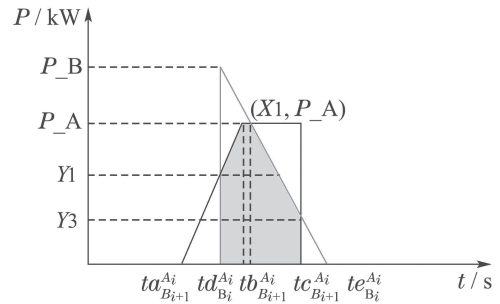
(a)  $te_{B_i}^{A_i} < ta_{B_{i+1}}^{A_i}$



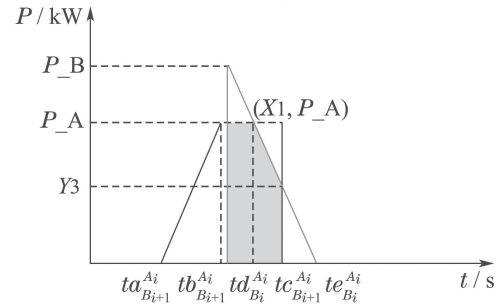
(b)  $td_{B_i}^{A_i} < ta_{B_{i+1}}^{A_i} < tb_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i}$



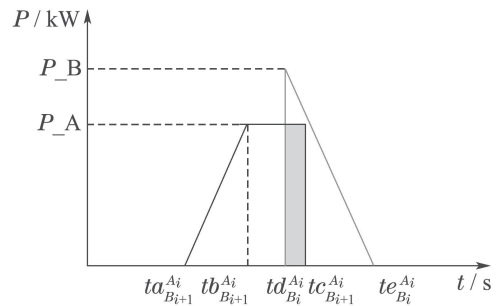
(c)  $ta_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < tb_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i} < td_{B_{i+1}}^{A_i}$



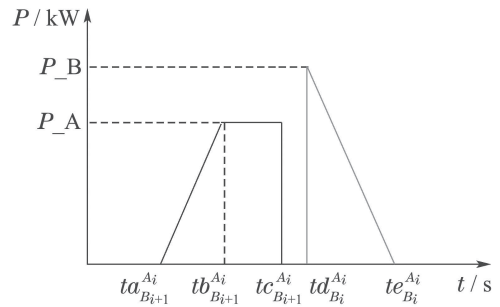
(d)  $ta_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < tb_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i}$



(e)  $tb_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i}$  且重合为多边形



(f)  $tb_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i}$  且重合为矩形



(g)  $tc_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i}$

图10 单一匹配过程时序图

Fig. 10 Single matching process sequence diagram

表3 单一匹配算法变量表

Table 3 Variable table of single matching algorithm

记号	记号含义
$P_A$	牵引过程最大功率值
$P_B$	制动过程最大功率值
$Y_1$	$B_i$ 制动起始时刻 $B_{i+1}$ 牵引功率值
$Y_2$	$B_i$ 制动过程与 $B_{i+1}$ 牵引过程交点的功率值
$Y_3$	$B_{i+1}$ 牵引结束时刻 $B_i$ 制动功率值
$X_1$	$B_i$ 在制动过程中功率值为 $P_A$ 对应的时间点

通过引入表3中的各个变量,可以得到再生制动能量的计算公式如下,记该匹配过程为一个供电区内的一个示例,因此用 $E\_Rec1$ 表示可利用的再生制动能量:

$$E\_Rec1 = \begin{cases} 0, ta_{B_{i+1}}^{A_i} > te_{B_i}^{A_i}, tc_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i}; \\ (te_{B_i}^{A_i} - ta_{B_{i+1}}^{A_i}) \cdot \frac{Y2}{2}, \\ td_{B_i}^{A_i} < ta_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i}; \\ (te_{B_i}^{A_i} - ta_{B_{i+1}}^{A_i}) \cdot \frac{Y2}{2} - (td_{B_i}^{A_i} - ta_{B_{i+1}}^{A_i}) \cdot \frac{Y1}{2}, \\ ta_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i}; \\ (2tc_{B_{i+1}}^{A_i} - ta_{B_{i+1}}^{A_i} - tb_{B_{i+1}}^{A_i}) \cdot \frac{P\_A}{2} - \\ (tc_{B_{i+1}}^{A_i} - X1) - (td_{B_i}^{A_i} - ta_{B_{i+1}}^{A_i}) \cdot \frac{Y1}{2}, \\ td_{B_i}^{A_i} < tb_{B_{i+1}}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i} < te_{B_i}^{A_i}; \\ (tc_{B_{i+1}}^{A_i} - td_{B_i}^{A_i}) \cdot P\_A - (tc_{B_{i+1}}^{A_i} - X1) \cdot \frac{P\_A - Y3}{2}, \\ tb_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < X1 < tc_{B_{i+1}}^{A_i}; \\ (tc_{B_{i+1}}^{A_i} - td_{B_i}^{A_i}) \cdot P\_A, \\ tb_{B_{i+1}}^{A_i} < td_{B_i}^{A_i} < tc_{B_{i+1}}^{A_i} < X1. \end{cases} \quad (12)$$

由上述解析表达式可以看出,  $E\_Rec1$  是关于  $ta_{B_{i+1}}^{A_i}, tb_{B_{i+1}}^{A_i}, tc_{B_{i+1}}^{A_i}, td_{B_i}^{A_i}$  以及  $te_{B_i}^{A_i}$  的函数,而上述5个变量的关系又由发车时间间隔  $Ti$  与站台停站时间  $Ts$  共同决定. 类似地,同一供电区内其余的匹配情况也同样可以利用上述方式表达为  $E\_Rec2, E\_Rec3$  等等. 从而得到一个供电区内可利用的再生制动能耗为

$$\max sE\_Rec = E\_Rec1 + E\_Rec2 + \dots, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } Ts_{j_l} &\leq Ts_j \leq Ts_{j_u}, j = 2, 3, \dots, N_A - 1, \\ Ti_l &\leq Ti \leq Ti_u. \end{aligned}$$

### 3.3 区域列车协调法

分解协调指的是首先通过切断子系统之间的关联, 对大系统进行非可行分解, 然后通过协调使关联平衡最终得到满足的过程<sup>[15]</sup>. 在上一小结中, 已经得到各子系统的最优解, 故需要根据子系统之间的关联情况以及大系统的整体约束进行区域列车协调.

在仅优化停站时间问题中, 式(12)中的5个变量的关系仅由停站时间  $Ts$  决定. 总问题的约束为

$$\begin{aligned} Ts_{j_l} &\leq Ts_j \leq Ts_{j_u}, j = 2, 3, \dots, N_A - 1, \\ \sum_{j=2}^{N_A-1} Ts_{0_j} &= \sum_{j=2}^{N_A-1} Ts_j, \end{aligned} \quad (14)$$

即需要保证变化后的停站时间总和保持不变且各停站时间满足上下限要求.

为更好地针对此约束条件进行供电区间协调, 首先需要对于各供电区之间的关系进行分析. 两辆列车在两个供电区内的行驶时序图如图11所示.

由于不同供电区之间的再生制动能量不能相互利用, 因此处于两个供电区的交界处的站台, 其停站时间对于再生制动的能量利用没有影响. 即图11中用红框圈出的停站时  $Ts_{A_{i+1}}$  的大小对于供电区1及供电区2的能耗值均无影响.

上行过程中会存在若干个不同的供电区, 供电区交界处站台的停站时间属于自由变量, 可根据各供电区的最优解进行协调, 仅需满足基本的上下限条件即可. 由此即可保证协调后的各停站时间既是总问题的最优解, 又满足所有约束. 若仍然无法满足条件, 则按照对于再生制动能耗影响梯度的顺序, 从小到大进行调整得到最终解.

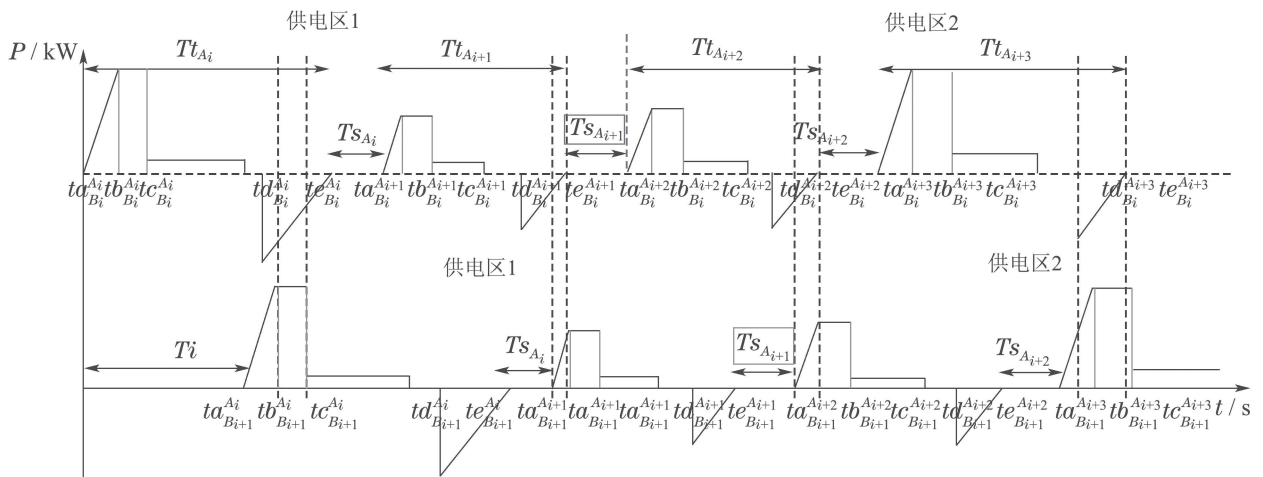


图 11 相邻列车两供电区时序图

Fig. 11 Sequence diagram of adjacent train during two power supply region



当加入发车间隔作为优化变量时,需增加约束

$$T_{il} \leq T_i \leq T_{iu}. \quad (15)$$

此时可以发现上式(12)中的5个变量的关系由发车间隔 $T_i$ 与站台停站时间 $T_s$ 共同决定.因此各区域得到的最优解是关于 $T_i$ 和 $T_s$ 的函数.以供电区1为例,该区域的最优解

$$S_1 = a \cdot T_{s2} + b \cdot T_i, \quad (16)$$

其中 $a$ 和 $b$ 为比例系数.

得到各供电区内的区域最优解 $S_1, S_2, \dots, S_j$ 后,进行区域间协调.由于列车发车间隔是各区域都必须统一的量.因此需要将发车间隔作为优先协调量,通过停站时间的调整保证在第1轮协调后各区域的发车间隔达到一致.由此得到协调后的初解,对初解进行约束条件的检验,若各个停站时间均符合上下限要求,则按照上文所述方法通过供电区交界处站台的停站时间的任意性进行协调,保证停站时间总和不变.若不符合要求,则进行二次协调,以偏离上限或下限绝对值最大的解作为基准,重新选择发车间隔,根据此间隔得到修正解,再对修正解进行约束条件检验,如不符合则重复上述过程,直至符合得到最终解为止.由此整体过程可以分为以下几步:

- 1) 得到各个供电区内的区域最优解 $S_1, S_2, \dots, S_j$ ;
- 2) 保证发车间隔一致的情况下,各区域通过调整停站时间得到初始解;
- 3) 对解进行约束条件检验,若符合上下限要求进行步骤4),否则进行步骤5);
- 4) 通过调整供电区交界站台的停站时间保证停站时间总和不变,若无法满足条件,则按照对于再生制动能耗影响梯度的顺序,从小到大进行调整得到最终解;
- 5) 以偏离上限或下限绝对值最大的解作为基准,重新选择发车间隔,并根据此间隔得到修正解,转至步骤3).

#### 4 仿真与结果分析

为测试算法有效性,利用MATLAB对算法进行编程,以某地铁线路现行时刻表作为优化对象进行试算.以列车停站时间和发车间隔作为优化变量,分别使用了模拟退火算法与分解协调法进行了仿真求解.

该线路全程21.23 km,设有16个车站,其中涉及停站时间14个.

表4中给出了优化前的停站时间与运行约束.仿真将讨论仅优化停站时间以及同时优化停站时间与发车间隔在两种算法下的结果.

在仅优化停站时间的情况下,发车间隔 $T_i$ 固定为330 s,列车停站时间优化裕量如表4所示.同时优化两者的情况下,将发车间隔的优化范围设定为30 s,即

330 s的上下15 s内,为[315, 345].

表4 地铁停站时间与优化区间

Table 4 Station dwell time and optimal interval

站点记号	$T_{s_i}$	停站时间/s	约束区间/s
$A_1$	$T_{s1}$	—	—
$A_2$	$T_{s2}$	35	[32, 38]
$A_3$	$T_{s3}$	35	[32, 38]
$A_4$	$T_{s4}$	40	[37, 43]
$A_5$	$T_{s5}$	40	[37, 43]
$A_6$	$T_{s6}$	40	[37, 43]
$A_7$	$T_{s7}$	40	[37, 43]
$A_8$	$T_{s8}$	40	[37, 43]
$A_9$	$T_{s9}$	60	[57, 63]
$A_{10}$	$T_{s10}$	40	[37, 43]
$A_{11}$	$T_{s11}$	55	[52, 58]
$A_{12}$	$T_{s12}$	40	[37, 43]
$A_{13}$	$T_{s13}$	40	[37, 43]
$A_{14}$	$T_{s14}$	35	[32, 38]
$A_{15}$	$T_{s15}$	35	[32, 38]
$A_{16}$	$T_{s16}$	—	—

#### 4.1 优化停站时间

首先讨论启发式算法下优化停站时间的情况,即优化问题式(11)中优化操作变量 $S$ 选取为停站时间 $\{T_{s_j}, j = 2, 3, \dots, 15\}$ .此时发车间隔时间 $T_i$ 定为330 s,同时设定模拟退火优化参数如表5所示.

表5 模拟退火优化参数1

Table 5 Optimization parameter 1 for annealing

记号	参数	取值
$S$	模拟退火的解	$\{T_{s_j}, j = 2, 3, \dots, 15\}$
$T_0$	初始温度	100
$q$	降温速率	0.9
$T_{\text{end}}$	结束温度	0.1
$L$	Metropolis链长	10

图12给出了模拟退火的优化迭代过程.

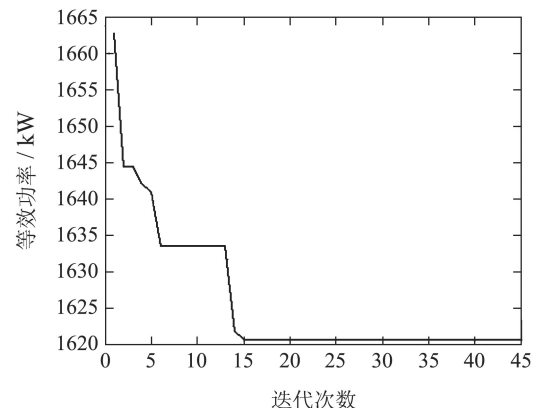


图12 模拟退火优化迭代1

Fig. 12 Annealing optimization process 1

图中横坐标为迭代次数, 纵坐标为列车在计算区间内的等效功率, 即计算时间区间内总能耗除以区间时间, 以此可以进行不同计算时间区间情况下的能耗比较。

从图12可以看出, 在固定列车发车间隔时间的情况下, 算法有效地降低了列车能耗, 初始停站时间情况下能耗为1662.7 kW, 而经过45次迭代后能耗降低为1620.6 kW, 优化后能耗降低比例为2.53%。优化后的停站时间为

$$Ts = \{35, 35, 40, 39, 41, 40, 41, 60, 40, 54, 40, 40, 35, 35\},$$

且满足列车全程旅行时间不变等运行约束。

采用分解协调法进行停站时间的优化。根据再生制动能量的计算公式(13)进行求解, 由于整个上行过程共分为6个供电区, 因此需要对于这6个供电区进行分别求解, 以供电区1为例, 在发车间隔时间 $T_i$ 固定为330 s的情况下, 供电区1内仅有两辆列车处于运行状态, 他们的功率曲线如图13所示。

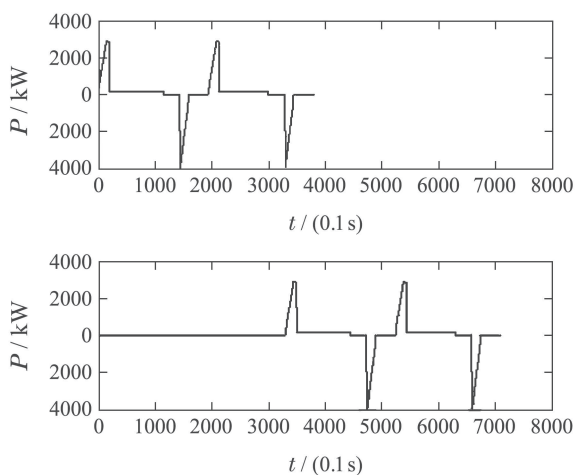


图 13 供电区1功率时序图

Fig. 13 Power sequence diagram of power supply region 1

从图13中可以看出, 在发车时间间隔为330 s的情况下, 供电区1内仅有 $B_1$ 在从站台 $A_2$ 行驶至 $A_3$ 时的制动能量可以用于 $B_2$ 在从站台 $A_1$ 行驶至 $A_2$ 的牵引过程。为实现再生制动能量的最大化, 需尽可能的增大制动过程与牵引过程的重合面积, 从而可解得 $Ts_{A_2}$ 的最优解为38 s。

以此类推, 对于6个供电区分别进行求解, 可得到各个供电区的最优解如表6所示。

其中供电区4、供电区5以及供电区6在停站时间变化范围为上下3 s的约束下, 再生制动能量利用无变化, 故无最优解。

在保证总停站时间不变的情况下进行协调可以得到最终的停站时间为

$$Ts = \{38, 32, 43, 37, 43, 43, 37, 57,$$

$$40, 55, 40, 40, 36, 34\}.$$

在此停站时间下能耗为1593.3 kW, 对比原停站时间的能耗降低了4.17%, 相较于模拟退火算法的结果2.53%有了明显的提高。

表 6 各供电区最优解

Table 6 The optimal solution of each power supply region

供电区编号	1	2	3	4	5	6
最优解	$Ts_{A_2}=38$	$Ts_{A_4}=43$	$Ts_{A_6}=43$	—	—	—
			$Ts_{A_7}=43$			

### 4.2 优化发车间隔和停站时间

上一节仅优化了列车的停站时间, 由于停站时间的优化裕量较小, 因此节能百分比比较低。本节考虑同时优化 $T_i$ 和 $Ts_j$ , 将会在更大的优化裕量中进行寻优。模拟退火算法可以有效求解多变量问题, 只需将模拟退火的解增加一个变量即可。

表7给出了同时优化 $T_i$ 和 $Ts_j$ 的模拟退火参数表, 与表5的区别在于将模拟退火的解增加了变量 $T_i$ , 其他参数不变, 其优化过程仿真图如图14所示。

表 7 模拟退火优化参数2

Table 7 Optimization parameter 2 for annealing

记号	参数	取值
$S$	模拟退火的解	$\{Ts_j, T_i\}$
$T_0$	初始温度	100
$q$	降温速率	0.9
$T_{end}$	结束温度	0.1
$L$	Metropolis链长	10

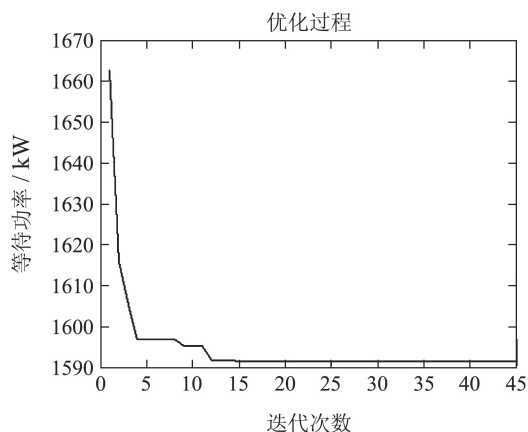


图 14 模拟退火优化迭代2

Fig. 14 Annealing optimization process 2

从图14可以看出, 算法在前几次迭代过程中等效功率大幅降低, 而在后续过程中等效功率降低速率较慢, 这是由于在前几次迭代过程中, 发车间隔时间 $T_i$ 便逐步趋于最优, 而后续过程中再对于 $Ts_j$ 进行优化。

同时优化发车间隔时间和停站时间得出的模拟退火最优解为

$$S = \{35, 34, 42, 41, 38, 40, 40, 60, 38, 54, 43, 40, 35, 35, 322\},$$

即优化后的发车间隔时间为 $Ti = 322$  s, 优化后停站时间为

$$Ts = \{35, 34, 42, 41, 38, 40, 40, 60, 38, 54, 43, 40, 35, 35\},$$

此时, 优化后的等效功率能耗为1591.5 kW, 节能比例为4.28%.

采用分解协调法同时优化 $Ti$ 和 $Ts_j$ . 同样地, 根据再生制动能量的计算公式(13)以及图12的供电区1功率时序图, 对于供电区1先进行求解. 求解得到供电区1的最优解为 $Ts_{A_2} = 38$  s,  $Ti = 326$  s.

以此类推, 对于6个供电区分别进行求解, 可得到各个供电区的最优解如表8所示.

表8 各供电区最优解

Table 8 Optimal solution of each power supply region

供电区编号	1	2	3	4	5	6
	$Ts_{A_2} = 38$	$Ts_{A_4} = 43$	$Ts_{A_6} = 40$			
最优解	$Ti = 326$	$Ti = 323$	$Ts_{A_7} = 40$	—	—	—
			$Ti = 324$			

其中供电区4、供电区5以及供电区6在停站时间变化范围为上下3 s, 发车间隔为上下15 s的约束下, 再生制动能量利用无变化, 故无最优解.

以此类推, 对于6个供电区分别进行求解, 可得到最优解

$$S = \{38, 32, 42, 38, 40, 40, 40, 60, 40, 55, 40, 40, 34, 36, 324\},$$

即优化后的发车间隔时间为 $Ti = 324$  s, 优化后停站时间为

$$Ts = \{38, 32, 42, 38, 40, 40, 40, 60, 40, 55, 40, 40, 34, 36\},$$

此时, 优化后的等效功率能耗为1542.3 kW, 节能比例为7.24%. 相较于模拟退火算法的结果4.28%有所提高.

### 4.3 仿真综合分析

对于第4.1节以及第4.2节的仿真结果进行综合比较可以得到表9.

由表9可知, 同时优化停站时间和发车间隔可以有效提高节能百分比. 同时, 分解协调法相较于模拟退火算法能更有效提高再生制动的能量利用率.

表9 仿真结果

优化变量	停站时间		停站时间及发车间隔	
	模拟退火	分解协调	模拟退火	分解协调
优化后等效功率/kW	1620.6	1593.3	1591.5	1542.3
优化百分比/%	2.5	4.17	4.28	7.24
运行时间/s	51.2	20.4	76.5	40.3
提高百分比/%	1.64		2.96	

模拟退火算法作为典型的启发式算法, 可以很好地解决多变量、多约束、非线性的混合整数规划问题. 相对于分解协调算法, 具有更广泛的适用性, 算法设计过程较为简便. 然而尽管有Metropolis准则在一定程度上可以有效跳离局部最优陷阱, 但仍存在较大可能无法达到全局最优解. 分解协调算法采用将总问题分解至子问题, 再根据整体约束进行子系统间协调的思想, 不同于启发式算法的随机过程, 更可能得到最优解. 同时, 为了得到较优解, 启发式算法通常需要设置较大的迭代次数, 故其算法的运行时间也较长. 而分解协调算法将复杂的问题简单化成一个子问题, 在求解时间上效率更高. 但相对而言其适用范围较小, 分解以及协调的过程需要更准确以及合适的建模.

## 5 结语

本文建立了考虑再生制动能量利用的能耗优化模型, 模型考虑了供电区内再生制动能量利用、列车运行约束和列车电机效率等列车实际运行参数, 将能耗优化问题化为一个非线性混合整数规划问题. 基于模拟退火算法设计了能耗优化问题的求解算法. 同时为避免启发式算法导致的局部最优解, 根据区域列车运行时序模型运用分解协调算法将总问题分解为6个子问题, 并通过协调保证耦合约束的满足. 以某地铁线路现行时刻表相关数据进行仿真, 由仿真可以看到, 分解协调算法有效地提高了能量利用效率, 得到了较优的结果.

## 参考文献:

- [1] ZENG Jianjun, LIN Zhiming, ZHANG Jiande, et al. Analysis of braking energy and study on energy regeneration technology in subway. *Electric Railway*, 2006, (6): 33–36.  
(曾建军, 林志明, 张建德, 等. 地铁制动能量分析及再生技术研究. 电气化铁道, 2006, (6): 33–36.)
- [2] LIANG Guangshen, HUANG Longfei. Analysis of energy consumption and renewable energy saving effect of metro B-type train. *Urban Mass Transit*, 2016, 19(2): 27–33.  
(梁广深, 黄隆飞. 地铁B型车牵引能耗与再生制动节能效果分析. 城市轨道交通研究, 2016, 19(2): 27–33.)
- [3] KOKOTOVIC P, SINGH G. Minimum-energy control of a traction motor. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 17(1): 92–95.

- [4] ZHANG J, SONG B, NIU X. Optimization of parallel regenerative braking control strategy. *Vehicle Power and Propulsion Conference*. Harbin: IEEE, 2008, 5: 1 – 4.
- [5] HELLGREN J, JONASSON E. Maximisation of brake energy regeneration in a hybrid electric parallel car. *International Journal of Electric and Hybrid Vehicles*, 2007, 1(1): 95 – 121.
- [6] YANG X, LI X, GAO Z, et al. A cooperative scheduling model for timetable optimization in subway systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, 14(1): 438 – 447.
- [7] ZHANG Wenli, LI Qunzhan, LIU Wei, et al. Simulation research on energy saving scheme of metro vehicle regenerative braking. *Converter Technology and Electric Traction*, 2008, (3): 41 – 44.  
(张文丽, 李群湛, 刘炜, 等. 地铁列车再生制动节能仿真研究. 大功率变流技术, 2008, (3): 41 – 44.)
- [8] ZENG Zhiyu, WANG Yusong. Affection of train headway to absorption of regenerative braking power. *Electric Railway*, 2012, 23(5): 46 – 47.  
(曾之煜, 王玉松. 地铁发车间隔对列车再生制动功率吸收的影响. 电气化铁道, 2012, 23(5): 46 – 47.)
- [9] LI Zheng, PAN Mengchun, HU Kai, et al. Research of simulation of energy absorption in city light railway regenerative braking. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(15): 4916 – 4919.  
(李政, 潘孟春, 胡楷. 城市轻轨再生制动能量吸收的仿真研究. 系统仿真学报, 2009, 21(15): 4916 – 4919.)
- [10] ZHAO L, LI K, SU S. A multi-objective timetable optimization model for subway systems. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2014, 287: 557 – 565.
- [11] WANG Renzhi, LI Dewei, XI Yugeng, et al. Metro energy saving optimization algorithm by using model predictive control. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(9): 1129 – 1135. DOI: 10.7641/CTA.2017.60861.  
(汪仁智, 李德伟, 席裕庚, 等. 采用预测控制的地铁节能优化控制算法. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1129 – 1135. DOI: 10.7641/CTA.2017.60861.)
- [12] ZHAO Miaoxin. *Research on energy optimal timetable for metro lines in urban rail transit based on heuristic optimization algorithm*. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017: 7 – 15.  
(赵淼鑫. 基于启发式优化算法的城市轨道交通列车时刻表节能优化研究. 南京: 南京理工大学, 2017: 7 – 15.)
- [13] BEMPORAD A, MORARI M. Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints. *Automatica*, 1998, 35(3): 407 – 427.
- [14] ZHOU Jianbin, SU Jun, HE Yongbin. Research on utilization of metro train regeneration energy. *Urban Mass Transit*, 2004, 7(4): 33 – 35.  
(周剑斌, 苏浚, 何泳斌. 地铁列车运行再生能利用的研究. 城市轨道交通研究, 2004, 7(4): 33 – 35.)
- [15] XI Yugeng. *Dynamic System Method*. Beijing: National Defense Industry Press, 1988: 110.  
(席裕庚. 动态大系统方法导论. 北京: 国防工业出版社, 1988: 110.)

#### 作者简介:

**李 灿** 硕士研究生, 目前研究方向为地铁调度, E-mail: sjtu\_lc@163.com;

**汪仁智** 硕士, 目前研究方向为地铁调度与ATO控制, E-mail: wangrenzhi1992@163.com;

**李德伟** 副研究员, 目前研究方向为预测控制理论、方法及其应用, E-mail: dwli@sjtu.edu.cn;

**席裕庚** 教授, 目前研究方向为预测控制与滚动优化、大系统理论与应用, E-mail: ygxi@sjtu.edu.cn.